GLI ELEMENTI
TEORICO-PRATICI
DELLE MATEMATICHE PURE

DEL PADRE

ODOARDO GHERLI

DOMENICANO

Professore di Teologia Dogmatica
nell' Universita' di Modena

RESI PUBBLICI

DA DOMENICO POLLERA.

TOMO III.

IN MODENA MDCCLXXII.

Presso la Societa' Tipografica.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

AL REVERENDISSIMO PADRE

FRANCESCO JACQUIER

DE' MINIMI

DELLA SOCIETA' REALE DI LONDRA, DELL' ACCADEMIA DI BERLINO, DELL' ISTITUTO DI BOLOGNA, E CORRISPONDENTE DELL' ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE.

F. ODOARDO GHERLI DOMENICANO

D. D. D.

PER intollerabile famigliariſſimo abuſo non altro ſono a' tempi noſtri le lettere Dedicatorie, che un ammaſſo di patentiſſime adulazioni ordinate ſoltanto a paſcere l' ambizione del Mecenate, e a ſupplire alle vere lodi, alle quali per lo più alcun diritto non vanta. Tale però Voi non eſſendo, REVERENDISSIMO PADRE, tale in conſeguenza non è, nè può eſſere queſta mia Dedica, che ho l' onore di preſentarvi. Noto è abbaſtanza al Mondo Letterato il profondo voſtro ſapere, e notiſſime ſono del pari le Filoſofiche, e le Matema-

tematiche vostre fatiche. I soli dottissimi vostri Commentarj su la Filosofia del Newton (per tacere di altre vostre Opere, fra le quali singolare encomio merita il vostro Calcolo integrale da Voi pubblicato in occasione d' essere stato prescelto all' istruzione del Reale Sovrano D. FERDINANDO Duca di Parma), che il nome ben tosto vi acquistarono di gran Geometra, bastano a formare il più luminoso vostro elogio. Io quì però non intendo, nè voglio entrare nel vasto campo delle vostre lodi, cui, lo confesso, non potrei giustamente soddisfare, e anzichè dar loro il dovuto risalto, il rimprovero avrei certamente a soffrire d' aver loro di molto scemato di pregio. Piuttosto mi farò a pregarvi di voler gradire que' sentimenti di venerazione, che mi hanno stimolato ad offrirvi questo terzo Tomo. Voi degnatelo della protezion Vostra, e nel piccol dono il buon desiderio dell' Autor suo, che tanto vi stima, e onora, cortesemente accettate.

LA MISURA
DELLA QUANTITA'
ESTESA.

PREFAZIONE.

PER poco, che rifletter si voglia al dominio, con cui fu la maggior parte delle scienze signoreggia la Geometria, e alla somma dipendenza, e subordinazione, che a lei dicono le arti tutte, delle quali va gloriosamente maestra, ed arbitra, non potrà parere strano, che per una parte abbia francamente asserito il Cardinal Bessarione (a), non potersi chiamar dotto chi delle geometriche cognizioni vive sfornito, e per l'altra che il celebratissimo Giureconsulto Lucca di Penna dubitato non abbia di affermare (b), potersi sforzare gli uomini allo studio della Geometria. Certamente senza una tale scorta, e guida le migliori, le più amene, e agli usi umani più necessarie scienze fra le tenebre di una oscura ignoranza giacerebbero avvolte, e le arti, che da ragioni geometriche ad ogni passo regolate vengono, e sostenute, con indicibil danno sconosciute sarebbero, e neglette. Questo indispensabil bisogno, in cui tutto dì ritrovansi gli uomini, lo provarono principalmente allora quando sotto differenti leggi unitisi a vivere in società, e a posseder terreni di propria ragione, costretti si videro per assicurarli dalle altrui usurpazioni a determinarne con opportune misure la diversa estensione, e figura; e quelle prime imperfette misure, e grossolane operazioni, cui dalla necessità obbligati vennero, quelle furono, che il nome, e l' origin dettero a questa scienza, che con nome greco fu chiamata Geometria. Quantunque poi parer debba fuor di dubbio, che dagli Assirj, e Caldei, tra' quali le scienze fiorirono, sia stato questo studio e coltivato, e promosso, pure l'uso, che più frequentemente far ne dovettero gli Egizj a motivo delle inondazioni del Nilo, con cui venivansi ogni anno a confondere de' loro terreni i confini, ne ha dato a questi, al riferire di Proclo [c], di Strabone (d), e d' Aristotele (e) la gloria dell'invenzione: nominatamente però da Platone (f) inventore se ne fa Theut, che visse al tempo del Re Thomi, e da Laerzio (g) se ne vuol Meride Re d' Egitto, il quale secondo Erodoto [h] non solo le Piramidi inalzò, ma molte cose eziandio, che da leggi geometriche disgiunte non vanno, felicemente architettò, e con pari successo compiutamente eseguì. Dall'Egitto il primo la trasferì in Grecia con notabile accrescimento Talete Milesio, come vien riferito da Proclo [i]: A lui, oltre la misura delle Piramidi d'Egitto ritrovata mediante le proporzioni della luce, e dell' ombra, sono dovute le propofizioni 5, 15, 26 del lib. 1, la 31 del lib. 3, e le 2,3, 4, 5 del lib. 4. d' Euclide: Ad Anassimandro coll' invenzione delle Tavole Geografiche la descrizione della Terra, e del Mare, e un breve compendio di Geometria secondo Svida: Un libro

(a) Nel Calunniatore di Plato.
(b) Nel lib. 10. de excusationibus Artificum.
(c) Cap. 4. nel lib. 2. d' Euclide.
(d) Nel lib. 17.
(e) Nel lib. I. della Metaf. cap. I.
(f) In Fœdro.
(g) Nel lib. 8.
(h) In Euterpe.
(i) Nel luogo citato.

bro di Geometria ad Anassagora per testimonianza d' Aristotele, come pure un libro su la misura del circolo, che compose mentre era in Prigione per avere pubblicamente detto, che gli Astri erano materiali. Pitagora in seguito scrisse dei cinque corpi regolari, che prima d' ogn' altro scuoprì; e trovò le proposizioni 32, 44, 47, 48 del lib. I. d'Euclide. Ippocrate Chio quadrò le lunule, risolse il Problema della duplicazione del cubo, lo che fatto aveva da prima Platone, e gli elementi ci lasciò, ne' quali, come abbiamo da Proclo, ordinò quanto dai precedenti Geometri era stato scoperto. Parimente gli Elementi scrisse Teeteto, e il modo diede di iscrivere i cinque corpi regolari. Con geometrico raziocinio definì Archita Tarentino il numero de' grani d'arena, descrisse il circuito della terra, trovò le due medie proporzionali, lasciò un libro di Elementi, e agli usi umani le geometriche speculazioni accoppiò. Ritrovò Eudosso di Cnida la dottrina delle proporzioni esposta da Euclide nel lib. 5., e a maggiore generalità gli Elementi ridusse. La scienza poi dei solidi da Aristeo, Isidoro, e Ipsicle è a noi venuta. Quanto da Talete, Anassagora, Pitagora, Eudosso, Teeteto, e da altri Geometri era stato ritrovato, ordinò, perfezionò, accrebbe, e con più sode dimostrazioni, come rapporta Proclo (a), espose Euclide, ai di cui tredici libri aggiunse Appollonio Pergeo il 14, e il 15, che da Ipsicle Alessandrino contratti abbiamo, e in seguito poi fino al decimo ottavo sono stati aumentati da Francesco Candala. A ciò, che in Euclide mancava, supplì Archimede coi libri della Sfera, e del Cilindro, delle Conoidi e delle Sferoidi, e della misura del Circolo. Troppo lunga cosa sarebbe il voler quì di tant'altri far menzione, che onorevolmente il nome acquistarono di Geometri, come sarebbe di Eratostene, delle cui opere una parte soltanto è a noi pervenuta; di Eutocio Ascalonita, che con dotti commentarj illustrò Archimede; di Erone eccellente non meno negli studj geometrici, che ne' Mecanici; di Sereno, il quale trattò delle sezioni del Cilindro; di Proclo, da cui tra le altre cose abbiamo eruditi Commentarj sopra Euclide, e le dimostrazioni de' di lui Teoremi; di Pappo finalmente, il quale con 8. libri di Collezioni matematiche la gloria emulò de' primi Geometri.

Tra tanti antichi, che gli Elementi ordinarono di Geometria, il solo Euclide il vanto fino ad ora ha riportato di servire comunemente all'istruzione de' giovani: Ond'è, che a fine di renderlo loro più piano, e facile tanti eccellenti uomini, come tra gli altri il Fineo, il Tartaglia, il Commandio, il Clavio, l' Erigonio, il De Chales, il Barrow, il Gregori hanno pensato a facilitarne con opportuni commentarj la intelligenza. Sopra tutti però si è distinto l' immortale P. Andrea Tacquet della Compagnia di Gesù, mentre spianando, e abbreviando le dimostrazioni d' Euclide ha saputo con lodevole chiarezza ritenere tanto il metodo diretto, come l' indiretto d' argomentare, e così condurre con agevolezza i principianti per le strade dagli antichi calcate. Quantunque però il metodo d' Euclide sia stato, e sia tuttora comunemente abbracciato, perchè mai punto si scosta dal più severo rigor geometrico, di cui è proprio il dare alla mente giustezza, regola, e precisione, pure perchè l'ordine delle cose ivi è continuamente interrotto, al che devonsi attribuire a parer mio le insuperabili difficoltà, che la maggior parte degli studiosi arrestano sul bel principio, ho io giudicato bene scostarmene senza per altro intermetter mai l' inviolabil legge di dimostrare per agevolar loro la strada all' acquisto di questa sublime necessaria scienza, e con appigliarmi (lo che prima di me da

(a) Al lib. 7. in Euclidem.

da altri già è ſtato praticato) all'ordine più ovvio, e naturale, in cui dalle più ſemplici nozioni ſi paſſa ai più difficili Teoremi con una, per così dire, perpetua concatenazione ſpogliare dell' oſcurità, e arduo loro acceſſo quelle propoſizioni, che in Euclide ſervon di ſcoglio agli ingegni eziandio più, che mediocri. Con ciò ho penſato di condurre con maggiore facilità, e ſpeditezza, ne' più occulti receſſi di queſta ſcienza i giovani, e per tal modo rimediare all' innata loro inſtabilità, e debolezza, che con inquieta incoſtanza li porta a infaſtidirſi, e annojarſi preſto di tutto; eſſendo ben certo, che la ſuperflua proliſſità mentre agli ingegnoſi è moleſta, ai tardi non giova.

Nella miſura delle ſuperficie, e dei ſolidi dopo avere breviſſimamente accennato il metodo delle eſauſtioni degli antichi, ho dato un ſaggio di quello de' moderni delle quantità naſcenti, o evaneſcenti per cominciare opportunamente a far guſtare agli ſtudioſi i principj della geometria più ſublime, e così con queſte prime traccie a poco a poco diſporre il loro ſpirito all' intelligenza di tutto il ſiſtema geometrico.

Alla Geometria piana, e ſolida viene appreſſo la Trigonometria piana, e sferica trattata in tutta la ſua eſtenſione colla maggiore brevità, preciſione, e chiarezza. Tanta è la neceſſità di queſta ſcienza, che ſenza il di lei ſoccorſo non è poſſibile fare alcun ſodo progreſſo nelle Matematiche miſte: Senza un tal mezzo noi ignorerebbemo ancora l'eſatta miſura della circonferenza della terra, la diſtanza, e i moti de' Corpi Celeſti, il tempo delle Eccliſſi, determinar non ſaprebbemo le diſtanze inacceſſibili, la poſizione, e la lunghezza dell' ombre per l'uſo de' quadranti ſolari, e in una parola moltiſſime coſe tuttora ci ſarebbero occulte, e naturalmente al di là delle noſtre forze, che di preſente la miglior parte formano delle noſtre cognizioni. Dei triangoli sferici trattò Ipparco, e Menelao, e tre libri ne ſcriſſe Teodoſio Tripolita, i quali con nuovo metodo, e più brevi dimoſtrazioni illuſtrati furono dal Barrow, ſiccome pure alcune coſe degli sferici ci laſciò Pappo nel lib. 7. delle ſue Collezioni. *De Triangolis omnimodis* ſcriſſe 5. libri Giovanni Regiomontano, il quale inventò le tangenti, e un nuovo canone coſtruſſe de' ſeni prendendo da prima il raggio di 6000000, e poi di 10000000 a differenza di Tolomeo, che lo aveva conſiderato di 60 parti, ognuna delle quali foſſe diviſa in 60. minuti, e ogni minuto in 60. ſecondi. Gioachino Retico aggiunſe le ſecanti, e aſſunſe il raggio di 10000000000 parti; il Briggio lo preſe di 1000000000000000 parti, ma ſecondo l' uſo comune ſi fa di 10000000, nel qual modo vienſi a sfuggire la moleſtia del calcolo delle frazioni ſeſſageſime, cui era ſoggetto il metodo di Tolomeo. Con ſommo vantaggio, e comodo introduſſe Giovanni Nepero i logaritmi nel calcolo trigonometrico, ma pel logaritmo del raggio fiſsò il o, che per di lui conſiglio fu dal Briggio mutato con dare un' altra forma ai logaritmi. In ſeguito il P. Bonaventura Cavallerio ha data la Trigonometria piana, e sferica, lineare, e logaritmica; di poi è venuto il Rondelli, il Seth, il Ward, il Bullialdo, l' Oughtredo, il Wilſon, il Norword, e altri. Acciò nulla reſti a deſiderarſi ſi danno per ultimo le Tavole dei ſeni, coſeni ec., e i loro logaritmi, come pure i logaritmi de' numeri naturali da 1 fino a 20000. Spero, che le renderà pregevoli l'eſattezza della correzione, che ſola potrà diſtinguerle ſopra tante altre.

Siccome ho penſato in tutta queſt' opera a condurre i giovani per tutti gli ardui ſentieri di queſta ſublime ſcienza non meno colla maggiore facilità, e ſpeditezza, che con allettamento, e piacere, applicandone i fecondiſſimi di lei principj, ora agli uſi umani, ora all' inveſtigazione delle materie, e alla ſoluzione de' più diffi-

difficili problemi dell' altre ſcienze, così in queſto terzo Tomo non ho ommeſſo di andare applicando di tratto in tratto ora una propoſizione, ora l' altra alla pratica e per rendere più ameno queſto ſtudio per ſe nojoſo a chi non ne vede il termine, e per far guſtare agli ſtudioſi i frutti di queſte nobiliſſime ſpeculazioni, e per iniziarli nel tempo ſteſſo ancora nella ſcienza pratica, alla quale la Teorica unicamente è diretta. Ben è vero, che non mancano moltiſſimi autori, che della geometria pratica hanno trattato, come il Malleto, che ne ſcriſſe quattro Tomi, lo Schwentero, cui le note aggiunſe Giovanni Boecklero, e prima dello Schwentero diede un trattato di Geodeſia Bernardo Contzlen (che con molte annotazioni aumentò Abdia Traw), il Clavio, il Tacquet, l'Ozanam, il De Chales, il Mezio, il Sharpe, il P. Ximenes, e il P. Lecchio della Comp. di Gesù, ed altri moltiſſimi: Così nella Trigonometria alla Teorica hanno unita la pratica Franceſco Pitiſco, Wilhelmo Norword: Pure a un tale conſiglio m' hanno fatto appigliare e il metodo intrapreſo, e il rifleſſo di andare di quando in quando ſollevando, e allettando cogli uſi pratici i giovani a ſeguire più francamente, e volentieri l' incominciata carriera, e finalmente lo ſcopo prefiſſo di dare in un ſol corſo quanto può loro occorrere, onde obbligati non ſi trovino di andare cercando quà, e là ciò, cui o dal piacere, o dalla neceſſità poſſono eſser portati.

IN-

INDICE DELLE MATERIE.

LIBRO I.

Delle Affezioni, e della Misura della Quantità continua considerata secondo la lunghezza.

LIBRO II.

Delle linee rette, che racchiudono spazio, o sia delle superficie, delle loro proprietà, misure, e rapporti.

PAR-

L I B R O III.

Della quantità continua considerata secondo la lunghezza, larghezza, e profondità; o sia de' solidi, delle loro proprietà misure, e rapporti.

Il Calcolo de' Triangoli Piani.

Il Calcolo de' Triangoli Sferici.

CA-

TAVOLA

DEI

LOGARITMI

DEI

NUMERI NATURALI

Da 1. fino a 20000.

M	0		1		2		3		4		5
N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N	Logarit.	N.	Logarit.
1.	0.0000000	61.	1.7853298	121.	2.0827854	181.	2.2576786	241.	2.3820170	301.	2.4785665
2.	0.3010300	62.	1.7923917	122.	2.0863598	182.	2.2600714	242.	2.3838154	302.	2.4800069
3.	0.4771213	63.	1.7993405	123.	2.0899051	183.	2.2624511	243.	2.3856063	303.	2.4814426
4.	0.6020600	64.	1.8061800	124.	2.0934217	184.	2.2648178	244.	2.3873898	304.	2.4828736
5.	0.6989700	65.	1.8129134	125.	2.0969100	185.	2.2671717	245.	2.3891661	305.	2.4842998
6.	0.7781513	66.	1.8195439	126.	2.1003705	186.	2.2695129	246.	2.3909351	306.	2.4857214
7.	0.8450980	67.	1.8260748	127.	2.1038037	187.	2.2718416	247.	2.3926970	307.	2.4871384
8.	0.9030900	68.	1.8325089	128.	2.1072100	188.	2.2741578	248.	2.3944517	308.	2.4885507
9.	0.9542425	69.	1.8388491	129.	2.1105897	189.	2.2764618	249.	2.3961993	309.	2.4899585
10.	1.0000000	70.	1.8450980	130.	2.1139434	190.	2.2787536	250.	2.3979400	310.	2.4913617
11.	1.0413927	71.	1.8512583	131.	2.1172713	191.	2.2810334	251.	2.3996737	311.	2.4927604
12.	1.0791812	72.	1.8573325	132.	2.1205739	192.	2.2833012	252.	2.4014005	312.	2.4941546
13.	1.1139434	73.	1.8633229	133.	2.1238516	193.	2.2855573	253.	2.4031205	313.	2.4955443
14.	1.1461280	74.	1.8692317	134.	2.1271048	194.	2.2878017	254.	2.4048337	314.	2.4969296
15.	1.1760913	75.	1.8750613	135.	2.1303338	195.	2.2900346	255.	2.4065402	315.	2.4983106
16.	1.2041200	76.	1.8808136	136.	2.1335389	196.	2.2922561	256.	2.4082400	316.	2.4996871
17.	1.2304489	77.	1.8864907	137.	2.1367206	197.	2.2944662	257.	2.4099331	317.	2.5010593
18.	1.2552725	78.	1.8920946	138.	2.1398791	198.	2.2966652	258.	2.4116197	318.	2.5024271
19.	1.2787536	79.	1.8976271	139.	2.1430148	199.	2.2988531	259.	2.4132998	319.	2.5037907
20.	1.3010300	80.	1.9030900	140.	2.1461280	200.	2.3010300	260.	2.4149733	320.	2.5051500
21.	1.3222193	81.	1.9084850	141.	2.1492191	201.	2.3031961	261.	2.4166405	321.	2.5065050
22.	1.3424227	82.	1.9138139	142.	2.1522883	202.	2.3053514	262.	2.4183013	322.	2.5078559
23.	1.3617278	83.	1.9190781	143.	2.1553360	203.	2.3074960	263.	2.4199557	323.	2.5092025
24.	1.3802112	84.	1.9242793	144.	2.1583625	204.	2.3096302	264.	2.4216039	324.	2.5105450
25.	1.3979400	85.	1.9294189	145.	2.1613680	205.	2.3117539	265.	2.4232459	325.	2.5118834
26.	1.4149733	86.	1.9344985	146.	2.1643529	206.	2.3138672	266.	2.4248816	326.	2.5132176
27.	1.4313638	87.	1.9395193	147.	2.1673173	207.	2.3159703	267.	2.4265113	327.	2.5145478
28.	1.4471580	88.	1.9444827	148.	2.1702617	208.	2.3180633	268.	2.4281348	328.	2.5158738
29.	1.4623980	89.	1.9493900	149.	2.1731863	209.	2.3201463	269.	2.4297523	329.	2.5171959
30.	1.4771213	90.	1.9542425	150.	2.1760913	210.	2.3222193	270.	2.4313638	330.	2.5185139
31.	2.4913617	91.	1.9590414	151.	2.1789769	211.	2.3242825	271.	2.4329693	331.	2.5198280
32.	1.5051500	92.	1.9637878	152.	2.1818436	212.	2.3263359	272.	2.4345689	332.	2.5211381
33.	1.5185139	93.	1.9684829	153.	2.1846914	213.	2.3283796	273.	2.4361626	333.	2.5224442
34.	1.5314789	94.	1.9731279	154.	2.1875207	214.	2.3304138	274.	2.4377506	334.	2.5237465
35.	1.5440680	95.	1.9777236	155.	2.1903317	215.	2.3324385	275.	2.4393327	335.	2.5250448
36.	1.5563025	96.	1.9822712	156.	2.1931246	216.	2.3344538	276.	2.4409091	336.	2.5263393
37.	1.5682017	97.	1.9867717	157.	2.1958997	217.	2.3364597	277.	2.4424798	337.	2.5276299
38.	1.5797836	98.	1.9912261	158.	2.1986571	218.	2.3384565	278.	2.4440448	338.	2.5289167
39.	1.5910646	99.	1.9956352	159.	2.2013971	219.	2.3404441	279.	2.4456042	339.	2.5301997
40.	1.6020600	100.	2.0000000	160.	2.2041200	220.	2.3424227	280.	2.4471580	340.	2.5314789
41.	1.6127839	101.	2.0043214	161.	2.2068259	221.	2.3443923	281.	2.4487063	341.	2.5327544
42.	1.6232493	102.	2.0086002	162.	2.2095150	222.	2.3463530	282.	2.4502491	342.	2.5340261
43.	1.6334685	103.	2.0128372	163.	2.2121876	223.	2.3483049	283.	2.4517864	343.	2.5352941
44.	1.6434527	104.	2.0170333	164.	2.2148438	224.	2.3502480	284.	2.4533183	344.	2.5365584
45.	1.6532125	105.	2.0211893	165.	2.2174839	225.	2.3521825	285.	2.4548449	345.	2.5378191
46.	1.6627578	106.	2.0253059	166.	2.2201081	226.	2.3541084	286.	2.4563660	346.	2.5390761
47.	1.6720979	107.	2.0293838	167.	2.2227165	227.	2.3560259	287.	2.4578819	347.	2.5403295
48.	1.6812412	108.	2.0334238	168.	2.2253093	228.	2.3579348	288.	2.4593925	348.	2.5415792
49.	1.6901961	109.	2.0374265	169.	2.2278867	229.	2.3598355	289.	2.4608978	349.	2.5428254
50.	1.6989700	110.	2.0413927	170.	2.2304489	230.	2.3617278	290.	2.4623980	350.	2.5440680
51.	1.7075702	111.	2.0453230	171.	2.2329961	231.	2.3636120	291.	2.4638930	351.	2.5453071
52.	1.7160033	112.	2.0492180	172.	2.2355284	232.	2.3654880	292.	2.4653829	352.	2.5465427
53.	1.7242759	113.	2.0530784	173.	2.2380461	233.	2.3673559	293.	2.4668676	353.	2.5477747
54.	1.7323938	114.	2.0569049	174.	2.2405492	234.	2.3692159	294.	2.4683473	354.	2.5490033
55.	1.7403627	115.	2.0606978	175.	2.2430380	235.	2.3710679	295.	2.4698220	355.	2.5502284
56.	1.7481880	116.	2.0644580	176.	2.2455127	236.	2.3729120	296.	2.4712917	356.	2.5514500
57.	1.7558749	117.	2.0681859	177.	2.2479733	237.	2.3747483	297.	2.4727564	357.	2.5526682
58.	1.7634280	118.	2.0718820	178.	2.2504200	238.	2.3765770	298.	2.4742163	358.	2.5538830
59.	1.7708520	119.	2.0755470	179.	2.2528530	239.	2.3783979	299.	2.4756712	359.	2.5550944
60.	1.7781513	120.	2.0791812	180.	2.2552725	240.	2.3802112	300.	2.4771213	360.	2.5563025

M	6		7		8		9		10		11	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N	Logarit.	N.	Logarit.
2	361.	2.5575072	421.	2.6242821	481.	2.6822451	541.	2.7331973	601.	2.7788745	661.	2.8202015
2	362.	2.5587086	422.	2.6253125	482.	2.6830470	542.	2.7339993	602.	2.7795965	662.	2.8208580
3	363.	2.5599066	423.	2.6263404	483.	2.6839471	543.	2.7347998	603.	2.7803173	663.	2.8215135
4	364.	2.5611014	424.	2.6273659	484.	2.6848454	544.	2.7355989	604.	2.7810369	664.	2.8221682
5	365.	2.5622929	425.	2.6283889	485.	2.6857417	545.	2.7363965	605.	2.7817554	665.	2.8228216
6	366.	2.5634811	426.	2.6294096	486.	2.6866363	546.	2.7371926	606.	2.7824726	666.	2.8234742
7	367.	2.5646661	427.	2.6304279	487.	2.6875290	547.	2.7379873	607.	2.7831887	667.	2.8241258
8	368.	2.5658478	428.	2.6314438	488.	2.6884198	548.	2.7387806	608.	2.7839036	668.	2.8247765
9	369.	2.5670264	429.	2.6324573	489.	2.6893089	549.	2.7395723	609.	2.7846173	669.	2.8254261
10	370.	2.5682017	430.	2.6334685	490.	2.6901961	550.	2.7403627	610.	2.7853298	670.	2.8260748
11	371.	2.5693739	431.	2.6344773	491.	2.6910815	551.	2.7411516	611.	2.7860412	671.	2.8267225
12	372.	2.5705429	432.	2.6354837	492.	2.6919651	552.	2.7419391	612.	2.7867514	672.	2.8273693
13	373.	2.5717088	433.	2.6364879	493.	2.6918469	553.	2.7427251	683.	2.7874605	673.	2.8280151
14	374.	2.5728716	434.	2.6374897	494.	2.6937269	554.	2.7435098	614.	2.7881684	674.	2.8286599
15	375.	2.5740313	435.	2.6384893	495.	2.6946052	555.	2.7442930	615.	2.7888751	675.	2.8293038
16	376.	2.5751878	436.	2.6394865	496.	2.6954817	556.	2.7450748	616.	2.7895807	676.	2.8299467
17	377.	2.5763414	437.	2.6404814	497.	2.6963564	557.	2.7458552	617.	2.7902852	677.	2.8305887
18	378.	2.5774918	438.	2.6414741	498.	2.6972293	558.	2.7466342	618.	2.7909885	678.	2.8312297
19	379.	2.5786392	439.	2.6424645	499.	2.6981005	559.	2.7474118	619.	2.7916906	679.	2.8318698
20	380.	2.5797836	440.	2.6434527	500.	2.6989700	560.	2.7481880	620.	2.7923917	680.	2.8325089
21	381.	2.5809250	441.	2.6444386	501.	2.6998377	561.	2.7489620	621.	2.7930916	681.	2.8331471
22	382.	2.5820634	442.	2.6454223	502.	2.7007037	562.	2.7497363	622.	2.7937904	682.	2.8337844
23	383.	2.5831988	443.	2.6464037	503.	2.7015680	563.	2.7505084	623.	2.7944880	683.	2.8344207
24	384.	2.5843312	444.	2.6473830	504.	2.7024305	564.	2.7512791	624.	2.7951846	684.	2.8350561
25	385.	2.5854607	445.	2.6483600	505.	2.7032914	565.	2.7520484	625.	2.7958800	685.	2.8356906
26	386.	2.5865873	446.	2.6493349	506.	2.7041505	566.	2.7528164	626.	2.7965743	686.	2.8363241
27	387.	2.5877110	447.	2.6503075	507.	2.7050080	567.	2.7535831	627.	2.7972675	687.	2.8369567
28	388.	2.5888317	448.	2.6512780	508.	2.7058637	568.	2.7543483	628.	2.7979596	688.	2.8375884
29	389.	2.5899496	449.	2.6522463	509.	2.7067178	569.	2.7551123	629.	2.7986506	689.	2.8382192
30	390.	2.5910646	450.	2.6532125	510.	2.7075702	570.	2.7558749	630.	2.7993405	690.	2.8388491
31	391.	2.5921768	451.	2.6541765	511.	2.7084209	571.	2.7566361	631.	2.8000294	691.	2.8394780
32	392.	2.5932861	452.	2.6551384	512.	2.7092700	572.	2.7573960	632.	2.8007171	692.	2.8401061
33	393.	2.5943926	453.	2.6560982	513.	2.7101174	573.	2.7581546	633.	2.8014037	693.	2.8407332
34	394.	2.5954962	454.	2.6570559	514.	2.7109631	574.	2.7589119	634.	2.8020893	694.	2.8413595
35	395.	2.5965971	455.	2.6580114	515.	2.7118072	575.	2.7596678	635.	2.8027737	695.	2.8419848
36	396.	2.5976952	456.	2.6589648	516.	2.7126497	576.	2.7604225	636.	2.8034571	696.	2.8426092
37	397.	2.5987905	457.	2.6599162	517.	2.7134905	577.	2.7611758	637.	2.8041394	697.	2.8432328
38	398.	2.5998831	458.	2.6608655	518.	2.7143298	578.	2.7619278	638.	2.8048207	698.	2.8438554
39	399.	2.6009729	459.	2.6618127	519.	2.7151674	579.	2.7616786	639.	2.8055009	699.	2.8444772
40	400.	2.6020600	460.	2.6627578	520.	2.7160033	580.	2.7634280	640.	2.8061800	700.	2.8450980
41	401.	2.6031444	461.	2.6637009	521.	2.7168377	581.	2.7641761	641.	2.8068580	701.	2.8457180
42	402.	2.6042261	462.	2.6646420	522.	2.7176705	582.	2.7649230	642.	1.8075350	702.	2.8463371
43	403.	2.6053050	463.	2.6655810	523.	2.7185017	583.	2.7656686	643.	2.8082110	703.	2.8469553
44	404.	2.6063814	464.	2.6665180	524.	2.7193313	584.	2.7664128	644.	2.8088859	704.	2.8475727
45	405.	2.6074550	465.	2.6674530	525.	2.7201593	585.	2.7671559	645.	2.8095597	705.	2.8481891
46	406.	2.6085260	466.	2.6683859	526.	2.7209857	586.	2.7678976	646.	2.8102325	706.	2.8488047
47	407.	2.6095944	467.	2.6693169	527.	2.7218106	587.	2.7686381	647.	2.8109043	707.	2.8494194
48	408.	2.6106602	468.	2.6702459	528.	2.7226339	588.	2.7693773	648.	2.8115750	708.	2.8500333
49	409.	2.6117233	469.	2.6711728	529.	2.7234557	589.	2.7701153	649.	2.8122447	709.	2.8506462
50	410.	2.6127839	470.	2.6720979	530.	2.7242759	590.	2.7708520	650.	2.8129134	710.	2.8512583
51	411.	2.6138418	471.	2.6730209	531.	2.7250945	591.	2.7725875	651.	2.8135810	711.	2.8518696
52	412.	2.6148972	472.	2.6739420	532.	2.7259116	592.	2.7723217	652.	2.8142476	712.	2.8524800
53	413.	2.6159501	473.	2.6748611	533.	2.7267272	593.	2.7730547	653.	2.8149132	713.	2.8530895
54	414.	2.6170003	474.	2.6757783	534.	2.7275413	594.	2.7737864	654.	2.8155777	714.	2.8536982
55	415.	2.6180481	475.	2.6766936	535.	2.7283538	595.	2.7745170	655.	2.8162413	715.	2.8543060
56	416.	2.6190933	476.	2.6776070	536.	2.7291648	596.	2.7752463	656.	2.8169038	716.	2.8549130
57	417.	2.6201361	477.	2.6785184	537.	2.7299743	597.	2.7759743	657.	2.8175654	717.	2.8555192
58	418.	2.6211763	478.	2.6794279	538.	2.7307823	598.	2.7767012	658.	2.8182259	718.	2.8561244
59	419.	2.6222140	479.	2.6803355	539.	2.7315888	599.	2.7774268	659.	2.8188854	719.	2.8567289
60	420.	2.6232493	480.	2.6812412	540.	2.7323938	600.	2.7781513	600.	2.8195439	720.	2.8573325

M	12		13		14		15		16		17	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	721.	2.8579353	781.	2.8926510	841.	2.9247960	901.	2.9547248	961.	2.9827234	1021.	3.0090257
2	722.	2.8585372	782.	2.8932068	842.	2.9253121	902.	2.9552065	962.	2.9831751	1022.	3.0094509
3	723.	2.8591383	783.	2.8937618	843.	2.9258276	903.	2.9556878	963.	2.9836263	1023.	3.0098756
4	724.	2.8597386	784.	2.8943161	844.	2.9263424	904.	2.9561684	964.	2.9840770	1024.	3.0103000
5	725.	2.8603380	785.	2.8948697	845.	2.9268567	905.	2.9566486	965.	2.9845273	1025.	3.0107239
6	726.	2.8609366	786.	2.8954225	846.	2.9273704	906.	2.9571282	966.	2.9849771	1026.	3.0111474
7	727.	2.8615344	787.	2.8959747	847.	2.9278834	907.	2.9576073	967.	2.9854265	1027.	3.0115704
8	728.	2.8621314	788.	2.8965262	848.	2.9283959	908.	2.9580858	968.	2.9858754	1028.	3.0119931
9	729.	2.8627275	789.	2.8970770	849.	2.9289077	909.	2.9585639	969.	2.9863238	1029.	3.0124154
10	730.	2.8633229	790.	2.8976271	850.	2.9294189	910.	2.9590414	970.	2.9867717	1030.	3.0128372
11	731.	2.8639174	791.	2.8981765	851.	2.9299296	912.	2.9595184	971.	2.9872192	2031.	3.0132587
12	732.	2.8645111	791.	2.8987252	852.	2.9304396	912.	2.9599948	972.	2.9876663	2032.	3.0136797
13	733.	2.8651040	793.	2.8992732	853.	2.9309490	913.	2.9604708	973.	2.9881128	1033.	3.0141003
14	734.	2.8656961	794.	2.8998205	854.	2.9314579	914.	2.9609462	974.	2.9885590	1034.	3.0145205
15	735.	2.8662873	795.	2.9003671	855.	2.9319661	915.	2.9614211	975.	2.9890046	1035.	3.0149403
16	736.	2.8668778	796.	2.9009131	856.	2.9324738	916.	2.9618955	976.	2.9894498	1036.	3.0153598
17	737.	1.8674675	797.	2.9014583	857.	2.9329808	917.	2.9623693	977.	2.9898946	1037.	3.0157788
18	738.	2.8680564	798.	2.9020029	858.	2.9334873	918.	2.9628427	978.	2.9903389	1038.	3.0161974
19	739.	2.8686444	799.	2.9025468	859.	2.9339932	919.	2.9633155	979.	2.9907827	1039.	3.0166155
20	740.	2.8692317	800.	2.9030900	860.	2.9344985	920.	2.9637878	980.	2.9912261	1040.	3.0170333
21	741.	2.8698182	801.	2.9036325	861.	2.9350032	921.	1.9642596	981.	2.9916690	1041.	3.0174507
22	742.	2.8704039	802.	2.9041744	862.	2.9355073	922.	2.9647309	982.	2.9921115	1042.	3.0178677
23	743.	2.8709888	803.	2.9047155	863.	2.9360108	923.	2.9652017	983.	2.9925535	1043.	3.0182843
24	744.	2.8715729	804.	2.9052560	864.	2.9365137	924.	2.9656720	984.	2.9929951	1044.	3.0187005
25	745.	2.8721563	805.	2.9057959	865.	2.9370161	925.	2.9661417	985.	2.9934362	2045.	3.0191163
26	746.	2.8727388	806.	2.9063350	866.	2.9375179	926.	2.9666110	986.	2.9938769	1046.	3.0195317
27	747.	2.8733206	807.	2.9068735	867.	2.9380191	927.	2.9670797	987.	2.9943172	1047.	3.0199467
28	748.	1.8739016	808.	2.9074114	868.	2.9385197	928.	2.9675480	988.	2.9947569	1048	3.0103613
29	749.	2.8744818	809.	2.9079485	869.	2.9390198	929.	2.9680157	989.	2.9951963	1049.	3.0207755
30	750.	2.8750613	810.	2.9084850	870.	2.9395193	930.	2.9684829	990.	2.9956352	1050.	3.0211893
31	751.	2.8756399	811.	2.9 90209	871.	2.9400182	931.	2.9689497	991.	2.9960737	1051.	3.0216027
32	752.	2.8762178	812.	2.9095560	872.	2.9405165	932.	2.9694159	992.	2.9965117	1052.	3.0220157
33	753.	2.8767950	813.	2.9100905	873.	1.9410142	933.	2.9698816	993.	2.9969492	1053.	3.0224284
34	754.	2.8773713	814.	2.9106244	874.	2.9415114	934.	2.9703469	994.	2.9973864	1054.	3.0228406
35	755.	2.8779470	815.	2.9111576	875.	2.9420081	935.	2.9708116	995.	2.9978231	1055.	3.0232525
36	756.	2.8785118	816.	2.9116902	876.	2.9425041	936.	2.9712758	996.	2.9982593	1056.	3.0236639
37	757.	2.8790959	817.	2.9122221	877.	2.9429996	937.	2.9717396	997.	2.9986952	1057.	3.0240750
38	758.	2.8796692	818.	2.9127533	878.	2.9434945	938.	2.9722028	998.	2.9991305	1058.	3.0244857
39	759.	2.8802418	819.	2.9132839	879.	2.9439889	939.	2.9726656	999.	1.9995655	1059.	3.0248960
40	760.	2.8808136	820.	2.9138139	880.	2.9444827	940.	2.9731279	1000.	3.0000000	1060.	3.0253059
41	761.	2.8813847	811.	2.9143432	881.	2.9449759	941.	2.9735896	1001.	3.0004341	1061.	3.0257154
42	762.	2.8819550	822	2.9248718	882.	2.9454686	942.	2.9740509	1002.	3.0008677	1062.	3.0261245
43	763.	2.8825245	823.	2.9153998	883.	2.9459607	943.	2.9745117	1003.	3.0013009	1063.	3.0265333
44	764.	2.8830934	824.	2.9159272	884.	2.9464523	944.	2.9749720	1004.	3.0017337	1064.	3.0269416
45	765.	2.8836614	825.	2.9164539	885.	2.9469433	945.	2.9754318	1005.	3.0011061	1065.	3.0273496
46	766.	2.8842288	826.	2.9169800	886.	2.9474337	946.	2.9758911	1006.	3.0025980	1066.	3.0277572
47	767.	2.8847954	827.	2.9175055	887.	2.9479236	947.	2.9763500	1007.	3.0030295	1067.	3.0281644
48	768.	2.8853612	828.	2.9180303	888.	2.9484130	948.	2.9768083	1008.	3.0034605	1068.	3.0285713
49	769.	2.8859263	829.	2.0185545	889.	2.9489018	949.	2.9772662	1009.	3.0038912	1069.	3.0289777
50	770.	2.8864907	830.	2.9190781	890.	2.9493900	950.	2.9777236	1010.	3.0043214	1070.	3.0293838
51	771.	2.8870544	831.	2.9196010	891.	2.9498777	951.	2.9781805	1011.	3.0047512	1071.	3.0297895
52	772.	2.8876173	831.	2.9201233	892.	2.9503649	952.	2.9786369	1012.	3.0051805	1072.	3.0301948
53	773.	2.8881795	833.	2.9206450	893.	2.9508515	953.	2.9790929	1013.	3.0056094	1073.	3.0305997
54	774.	2.8887410	834.	2.9211661	894.	2.9513375	954.	2.9795484	1014.	3.0060380	1074.	3.0310043
55	775.	2.8893017	835.	2.9216865	895.	2.9518230	955.	2.9800034	1015.	3.0064660	1075.	3.0314085
56	776.	2.8898617	836.	2.9222063	896.	2.9523080	956.	2.9804579	1016.	3.0068937	1076.	3.0318123
57	777.	2.8904210	837.	2.9227255	897.	2.9517924	957.	2.9809119	1017.	3.0073210	1077.	3.0322157
58	778.	2.8909796	838.	2.9232440	898.	2.9532763	958.	2.9813655	1018.	3.0077478	1078.	3.0326188
59	779.	2.8915375	839.	2.9237620	899.	2.9537597	959.	2.9818186	1019.	3.0081742	1079.	3.0330214
60	780.	2.8920946	840.	2.9242793	900.	2.9542425	960.	2.9822712	2020.	3.0086002	1080.	3.0334238

M	18		19		20		21		22		23	
S	N.	Logarit	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	1081.	3.0338257	1141.	3.0571856	1201.	3.0795430	1261.	3.1007151	1321.	3.1209028	1381.	3.1401937
2	1082.	3.0342173	1142.	3.0576661	1202.	3.0799045	1262.	3.2010594	1322.	3.1212315	1382.	3.1405080
3	1083.	3.0346185	1143.	3.0580462	1203.	3.0802656	1263.	3.1014034	1323.	3.1215598	1383.	3.1408222
4	1084.	3.0350293	1144.	3.0584260	1204.	3.0806265	1264.	3.1017471	1324.	3.1218880	1384.	3.1411362
5	1085.	3.0354297	1145.	3.0588055	1205.	3.0809870	1265.	3.1020905	1325.	3.1222159	1385.	3.1414498
6	1086.	3.0358298	1146.	3.0591846	1206.	3.0813473	1266.	3.1024337	1326.	3.1225435	1386.	3.1417632
7	1087.	3.0362295	1147.	3.0595634	1207.	3.0817073	1267.	3.1027766	2327.	3.1228709	1387.	3.1420765
8	1088.	3.0366289	1148.	3.0599419	1208.	3.0820669	1268.	3.1031193	1328.	3.1231981	1388.	3.1423895
9	1089.	3.0370279	1149.	3.0603200	1209.	3.0824263	1269.	3.1034616	1319.	3.1235250	1389.	3.1427022
10	1090.	3.0374265	1150.	3.0606978	1210.	3.0827854	1270.	3.1038037	1330.	3.1238516	1390.	3.1430148
11	1091.	3.0378248	1151.	3.0610753	1211.	3.0831441	1271.	3.1041456	1331.	3.1241781	2391.	3.1433272
12	1092.	3.0382226	1152.	3.0614525	1212.	3.0835026	1272.	3.1044871	1332.	3.1245042	1392.	3.1436392
13	1093.	3.0386202	1153.	3.0618293	1213.	3.0838608	1273.	3.1048284	1333.	3.1248301	1393.	3.1439511
14	1094.	3.0390173	1154.	3.0622058	1214.	3.0842187	1274.	3.1051694	2334.	3.1151558	1394.	3.1442628
15	1095.	3.0394141	1155.	3.0625820	1215.	3.0845763	1275.	3.1055102	1335.	3.1254813	1395.	3.1445742
16	1096.	3.0398106	1156.	3.0629578	1216.	3.0849336	1276.	3.1058507	1336.	3.1258065	1396.	3.1448854
17	1097.	3.0402066	1157.	3.0633334	1217.	3.0852906	1277.	3.1061909	1337.	3.1261314	1397.	3.1451964
18	1058.	3.0406013	1158.	3.0637086	1218.	3.0856473	1278.	3.1065309	1338.	3.1264561	1398.	3.1455072
19	1099.	3.0409977	1159.	3.0640834	1219.	3.0860037	1179.	3.1068705	1339.	3.1267806	1399.	3.1458177
20	1100.	3.0413927	1160.	3.0644580	1220.	3.0863598	1280.	3.1072100	2340.	3.1271048	1400.	3.1461280
21	1101.	3.0417873	1161.	3.0648322	1221.	3.0867157	1281.	3.1075491	2341.	3.1274288	1401.	3.1464381
22	1102.	3.0421816	1162.	3.0652061	1222.	3.0870712	1282.	3.1078880	1342.	3.1277525	1402.	3.1467480
23	1103.	3.0425755	1163.	3.0655797	1223.	3.0874265	1283.	3.1082267	1343.	3.1180760	2403.	3.1470577
24	1104.	3.0429691	1164.	3.0659530	1214.	3.0877814	1284.	3.1085650	1344.	3.1283993	1404.	3.1473678
25	1105.	3.0433623	1165.	3.0663259	1125.	3.0881361	1285.	3.1089031	1345.	3.1287223	1405.	3.1476763
26	1106.	3.0437551	1166.	3.0666986	1126.	3.0884905	1286.	3.1092410	1346.	3.1190451	1406.	3.1479853
27	1107.	3.0441476	1167.	3.0670709	1227.	3.0888446	1187.	3.1095785	1347.	3.1293676	1407.	3.1482941
28	1108.	3.0445398	1168.	3.0674428	1228.	3.0891984	1288.	3.1099159	1348.	3.1296899	1408.	3.1486027
29	1109.	3.0449315	1169.	3.0678145	1129.	3.0895519	1289.	3.1102529	2349.	3.1300119	1409.	3.1489110
30	1110.	3.0453230	1170.	3.0681859	1230.	3.0899051	1190.	3.1105897	1350.	3.1303338	1410.	3.1492191
31	1111.	3.0457141	1171.	3.0685569	1231.	3.0902581	1291.	3.1109262	1351.	3.1306553	1411.	3.1495270
32	1112.	3.0461048	1172.	3.0689276	1232.	3.0906107	1292.	3.1112625	1352.	3.1309767	1412.	3.1498347
33	2113.	3.0464952	1173.	3.0692980	1233.	3.0909631	1293.	3.1115985	1353.	3.1312978	1413.	3.1501422
34	1114.	3.0468851	2174.	3.0696681	1234.	3.0913152	1294.	3.1119343	1354.	3.1316187	1414.	3.1524494
35	1115.	3.0471749	1175.	3.0700379	1235.	3.0916670	1295.	3.1122698	1355.	3.1319393	1415.	3.1507564
36	1116.	3.0476642	1176.	3.0704073	1236.	3.0920185	1196.	3.1126050	1356.	3.1321597	1416.	3.1510633
37	1117.	3.0480532	1177.	3.0707765	1237.	3.0923697	1297.	3.1129400	1357.	3.1315798	1417.	3.1513699
38	1118.	3.0484418	1178.	3.0711453	1238.	3.0927206	2198.	3.1131747	1358.	3.1328998	1418.	3.1516762
39	1119.	3.0488301	1179.	3.0715138	1239.	3.0930713	2199.	3.1134092	1359.	3.1332195	1419.	3.1519824
40	1120.	3.0492180	1180.	3.0718820	1240.	3.0934217	1300.	3.1139434	1360.	3.1335389	1420.	3.1522883
41	1121.	3.0496056	1181.	3.0722499	1241.	3.0937718	1301.	3.1142773	1361.	3.1338581	1422.	3.1525941
42	1122.	3.0499929	1182.	3.0726175	1242.	3.0941216	1302.	3.1146110	1362.	3.1341771	1422.	3.1518996
43	1123.	3.0503798	1183.	3.0729847	1243.	3.0944711	1303.	3.1149444	1363.	3.1344959	1423.	3.1532049
44	1124.	3.0507663	1184.	3.0733517	1244.	3.0948204	1304.	3.1152776	1364.	3.1348144	1424.	3.2535100
45	1125.	3.0511525	1185.	3.0737184	1245.	3.0951694	1305.	3.1156105	1365.	3.1351327	1425.	3.1538149
46	1126.	3.0515384	1186.	3.0740847	1246.	3.0955180	1306.	3.1159432	1366.	3.1354507	1426.	3.1541195
47	1127.	3.0519239	1187.	3.0744507	1247.	3.0958665	1307.	3.1162756	1367.	3.1357685	1427.	3.1544240
48	1118.	3.0523091	1188.	3.0748164	1248.	3.0962146	1308.	3.1166077	1368.	3.1360861	1428.	3.1547282
49	1129.	3.0526939	1189.	3.0751819	1249.	3.0965624	1309.	3.1169396	1369.	3.1364034	1429.	3.1550322
50	1130.	3.0530784	1190.	3.0755470	1250.	3.0969100	1310.	3.1172713	1370.	3.1367206	1430.	3.1553360
51	1131.	3.0534626	1191.	3.0759118	1251.	3.0972573	1311.	3.1176027	1371.	3.1370375	1431.	3.1556396
52	1132.	3.0538464	1192.	3.0762763	1252.	3.0976043	1312.	3.1179338	1372.	3.2373541	1432.	3.1559430
53	2133.	3.0542299	1193.	3.0766404	1253.	3.0979511	1313.	3.1182647	1373.	3.1376705	1433.	3.1562462
54	1134.	3.0546131	1194.	3.0770043	1254.	3.0982975	1314.	3.1185954	1374.	3.1379867	1434.	3.1565492
55	1135.	3.0549959	1195.	3.0773679	1255.	3.0986437	1315.	3.1189258	1375.	3.1383027	1435.	3.1568519
56	1136.	3.0553783	1196.	3.0777312	1256.	3.0989896	1316.	3.1192559	1376.	3.1386184	1436.	3.1571544
57	1137.	3.0557605	1197.	3.0780942	1257.	3.0993353	2317.	3.1195858	1377.	3.1189339	1437.	3.1574568
58	2138.	3.0561423	1198.	3.0784568	1258.	3.0996806	1318.	3.1199154	1378.	3.1392491	1438.	3.1577589
59	2139.	3.0565237	1199.	3.0788192	1259.	3.1000257	1319.	3.1202448	1379.	3.1395643	1439.	3.1580608
60	1140.	3.0569049	1200.	3.0791812	1260.	3.1003705	1320.	3.1205739	1380.	3.1398791	1440.	3.1583625

M	24		25		26		27		28		29	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	1441.	3.1586640	1501.	3.1763807	2501.	3.1934029	1621.	3.2097830	1681.	3.2255677	1741.	3.2407988
2	1442.	3.1589653	1502.	3.1766699	1562.	3.1936810	1622.	3.2100508	1682.	.2258260	1742.	3.2410482
3	1443.	3.1592663	1503.	3.1769590	1563.	3.1939590	1623.	3.2103185	1683.	3.2260841	2743.	3.2412974
4	1444.	3.1595672	1504.	3.1772478	1564.	3.1942367	1624.	3.2105860	1684.	3.2263421	1744.	3.2415465
5	1445.	3.1598678	1505.	3.1775365	1565.	3.1945143	1625.	3.2108534	1685.	3.2265999	1745.	3.2417954
6	1446.	3.1601683	1506.	3.1778250	1566.	3.1947918	1626.	3.2111205	1686.	3.2268576	1746.	3.2420442
7	1447.	3.1604685	1507.	3.1781133	1567.	3.1950690	1617.	3.2113876	1687.	3.2271151	1747.	3.2422929
8	1448.	3.1607686	1508.	3.1784013	2568.	3.1953461	1628.	3.2116544	1688.	3.2273724	1748.	3.2425414
9	1449.	3.1610684	1509.	3.1786891	1569.	3.1956229	1629.	3.2119211	1689.	3.2276296	1749.	3.2427898
10	1450.	3.1613680	1510.	3.1789769	1570.	3.1958997	2630.	3.2121876	1690.	3.2278867	1750.	3.2430380
11	1451.	3.1616674	1511.	3.1792645	1571.	3.1961762	1631.	3.2124540	2691.	3.2281436	1751.	3.2432861
12	1452.	3.1619666	1512.	3.1795518	1572.	3.1964525	1632.	3.2127202	1691.	3.2284004	1752.	3.2435341
13	1453.	3.1621656	1513.	3.1798389	1573.	3.1967287	1633.	3.2129862	1693.	3.2286570	1753.	3.2437819
14	1454.	3.1625644	2514.	3.1801259	1574.	3.1970047	1634.	3.2132521	1694.	3.2289134	1754.	3.2440296
15	1455.	3.1628630	1515.	3.1804126	1575.	3.1972806	1635.	3.2135178	1695.	3.2291697	2755.	3.2442771
16	1456.	3.1631614	1516.	3.1806992	1576.	3.1975562	1636.	3.2137833	1696.	3.2294258	1756.	3.2445245
17	1457.	3.1634596	1517.	3.1809856	1577.	3.1978317	2637.	3.2140487	1697.	3.2296818	2757.	3.2447718
18	1458.	3.1637575	1518.	3.1812718	2578.	3.1981070	1638.	3.2143139	1698.	3.2299377	1758.	3.2450189
19	1459.	3.1640553	1519.	3.1815578	1579.	3.1983821	1639.	3.2145790	1699.	3.2301934	1759.	3.2452658
20	1460.	3.1643529	1520.	3.1818436	1580.	3.1986571	1640.	3.2148438	2700.	3.2304489	2760.	3.2455127
21	1461.	3.1646502	1521.	3.1821292	1591.	3.1980319	1641.	3.2151086	1701.	3.2307043	1761.	3.2457594
22	1462.	3.1649474	1522.	3.1824147	1582.	3.1992065	1642.	3.2153732	2702.	3.2309596	1762.	3.2460059
23	1463.	3.1652443	2523.	3.1826999	2583.	3.1994809	2643.	3.2156376	1703.	3.2312146	1763.	3.2462523
24	2464.	3.1655411	2524.	3.1829850	1584.	3.1997552	1644.	3.2159018	1704.	3.2314696	1764.	3.2464986
25	1465.	3.1658376	1525.	3.1832698	1585.	3.2000293	1645.	3.2161659	1705.	3.2317244	2765.	3.2467447
26	1466.	3.1661340	1526.	3.1835545	1586.	3.2003032	1646.	3.2164298	1706.	3.2319790	1766.	3.2469907
27	1467.	3.1664301	1527.	3.1838390	1587.	3.2005769	1647.	3.2166936	1707.	3.2322335	1767.	3.2471365
28	1458.	3.1667261	1528.	3.1841234	1588.	3.2008505	1648.	3.2169572	2708.	3.2324879	1768.	3.2474823
29	1469.	3.1670118	1529.	3.1844075	1589.	3.2011239	1649.	3.2172207	2709.	3.2327421	2769.	3.2477278
30	1470.	3.1673173	1530.	3.1846914	1590.	3.2013971	1650.	3.2174839	1710.	3.2329961	1770.	3.2479733
31	1471.	3.1676127	1531.	3.1849752	1591.	3.2016702	1651.	3.2177471	1711.	3.2332500	1771.	3.2482186
32	1472.	3.1679078	1532.	3.1852588	1591.	3.2019431	1652.	3.2180100	2712.	3.2335038	2772.	3.2484637
33	1473.	3.1682027	1533.	3.1855422	1593.	3.2022158	1653.	3.2182729	1713.	3.2337574	1773.	3.2487087
34	1474.	3.1684975	1534.	3.1858254	1504.	3.2024883	1654.	3.2185355	1714.	3.2340108	1774.	3.2489536
35	1475.	3.1687910	253..	3.1861084	1595.	3.2027607	1655.	3.2187980	1715.	3.2342641	1775.	3.2491984
36	2476.	3.1690864	1536.	3.1863912	1596.	3.2030329	1656.	3.2190603	1716.	3.2345173	1776.	3.2494430
37	1477.	3.1693805	1537.	3.1866739	1597.	3.2033049	1657.	3.2193225	1717.	3.2347703	1777.	3.2496874
38	1478.	3.1696744	1538.	3.1869563	1598.	3.2035768	1658.	3.2195845	1718.	3.1350232	2778.	3.2499318
39	1479.	3.1699682	1539.	.1872386	1599.	3.2038485	1659.	3.2198464	1719.	3.1352759	1779.	3.2501759
40	1480.	3.1702617	1540.	3.1875207	1600.	3.2041200	1660.	3.2201081	1720.	3.2355284	1780.	3.2504200
41	1481.	3.1705551	1541.	3.1878026	1601.	3.2043913	1661.	3.2203696	1721.	3.2357809	1781.	3.2506639
42	1482.	3.1708482	1542.	3.1880844	1602.	3.2046625	1662.	3.2206310	1722.	3.1360331	1782.	3.2509077
43	1483.	3.1711412	1543.	3.1883659	1603.	3.2049335	1663.	3.2208922	1723.	3.2362853	1783.	3.2511513
44	1484.	3.1714339	1544.	3.1886473	1604.	3.2052044	1664.	3.2211533	1724.	3.2365373	1784.	3.2513949
45	2485.	3.1717265	1545.	3.1889285	1605.	3.2054750	1665.	3.2214142	1725.	3.2367891	1785.	3.2516382
46	1486.	3.1720188	1546.	3.1892095	1606.	3.2057455	1666.	3.2216750	1726.	3.2370408	1786.	3.2518815
47	1487.	3.1723110	1547.	3.1894903	1607.	3.2060159	1667.	3.2219356	1727.	3.2372923	1787.	3.2521246
48	1488.	3.1726030	1548.	3.1897710	1608.	3.2062860	1668.	3.2221960	1728.	3.2375437	1788.	3.2523675
49	1489.	3.1728947	1549.	3.1900514	1609.	3.2065560	1669.	3.2224563	1729.	3.1377950	1789.	3.2526103
50	1490.	3.1731863	1550.	3.1903317	1610.	3.2068259	1670.	3.2227165	1730.	3.2380461	1790.	3.2528530
51	1491.	3.1734776	1551.	3.1906118	1611.	3.2070955	1671.	3.2229764	1731.	3.2382971	1791.	3.2530956
52	1492.	3.1737688	1552.	3.1908917	1612.	3.2073650	1672.	3.2232363	2732.	3.2385479	1792.	3.2533380
53	1493.	3.1740598	1553.	3.1911715	1613.	3.2076344	1673.	3.2234959	1733.	3.2387986	1793.	3.2535803
54	1494.	3.1743506	1554.	3.1914510	1614.	3.2079035	1674.	3.2237555	1734.	3.2390491	1794.	3.2538224
55	1495.	3.1746412	1555.	3.1917304	1615.	3.2081725	1675.	3.2240148	1735.	3.2392995	1795.	3.2540645
56	1496.	3.1749316	1556.	3.1920096	1616.	3.2084414	2676.	3.2242740	1736.	3.2395497	1796.	3.2543063
57	1497.	3.1752218	1557.	3.1922886	1617.	3.2087100	1677.	3.2245332	1737.	3.2397998	1797.	3.2545481
58	1498.	3.1755118	1558	3.1925675	1618.	3.2089785	1678.	3.2247920	2738.	3.2400498	1798.	3.2547897
59	1499.	3.1758016	1559.	3.1928461	1619.	3.2092468	1679.	3.2250507	1739.	3.2402996	1799.	3.2550312
60	2500.	3.1760913	1560.	3.1931246	1620.	3.2095150	1680.	3.2253093	2740.	3.2405492	2800.	3.2552725

M	30		31		32		33		34		35	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	1801.	3.2555137	1861.	3.2697464	1921.	3.2835274	1981.	3.2968845	2041.	3.3098430	2101.	3.3224261
2	1802.	3.2557548	1862.	3.2699797	1922.	3.2837534	1982.	3.2971037	2042.	3.3100557	2102.	3.3226317
3	1803.	3.2559957	1863.	3.2702129	1923.	3.2839793	1983.	3.2973227	2043.	3.3102684	2103.	3.3228393
4	1804.	3.2562365	1864.	3.2704459	1924.	3.2842051	1984.	3.2975417	2044.	3.3104809	2104.	3.3230457
5	1805.	3.2564772	1865.	3.2706788	1925.	3.2844307	1985.	3.2977605	2045.	3.3106933	2105.	3.3232521
6	1806.	3.2567177	1866.	3.2709116	1926.	3.2846563	1986.	3.2979792	2046.	3.3109056	2106.	3.3234584
7	1807.	3.2569582	1867.	3.2711443	1927.	3.2848817	1987.	3.2981979	2047.	3.3111178	2107.	3.3236645
8	1808.	3.2571984	1868.	3.2713769	1928.	3.2851070	1988.	3.2984164	2048.	3.3113300	2108.	3.3238706
9	1809.	3.2574386	1869.	3.2716093	1929.	3.2853322	1989.	3.2986348	2049.	3.3115420	2109.	3.3240766
10	1810.	3.2576786	1870.	3.2718416	1930.	3.2855573	1090.	3.2988531	2050.	3.3117539	2110.	3.3242825
11	1811.	3.2579185	1871.	3.2720738	1931.	3.2857823	1991.	3.2990713	2051.	3.3119657	2111.	3.3244882
12	1812.	3.2581582	1872.	3.2723058	1931.	3.2860071	1991.	3.2992893	2052.	3.3121774	2112.	3.3246939
13	1813.	3.2583978	1873.	3.2725378	1933.	3.2862319	1993.	3.2995073	2053.	3.3123889	2113.	3.3248995
14	1814.	3.2586373	1874.	3.2727696	1934.	3.2864565	1994.	3.2997252	2054.	3.3126004	2114.	3.3251050
15	1815.	3.2588766	1875.	3.2730013	1935.	3.2866810	1995.	3.2999429	2055.	3.3128118	2115.	3.3253104
16	1816.	3.2591158	1876.	3.2732328	1936.	3.2869054	1996.	3.3001605	2056.	3.3130231	2116.	3.3255157
17	1817.	3.2593549	1877.	3.2734643	1937.	3.2871296	1997.	3.3003781	2057.	3.3132343	2117.	3.3257209
18	1818.	3.2595939	1878.	3.2736956	1938.	3.2873538	1998.	3.3005955	2058.	3.3134454	2118.	3.3259260
19	1819.	3.2598327	1879.	3.2739268	1939.	3.2875778	1999.	3.3008128	2059.	3.3136563	2119.	3.3261310
20	1810.	3.2600714	1880.	3.2741578	1940.	3.2878017	2000.	3.3010300	2060.	3.3138672	2120.	3.3263359
21	1821.	3.2603099	1881.	3.2743888	1941.	3.2880255	2001.	3.3012471	2061.	3.3140780	2121.	3.3265407
22	1822.	3.2605484	1882.	3.2746196	1942.	3.2882492	2002.	3.3014641	2062.	3.3142887	2122.	3.3267454
23	1823.	3.2607867	1883.	3.2748503	1943.	3.2884728	2003.	3.3016809	2063.	3.3144991	2123.	3.3269500
24	1824.	3.2610248	1884.	3.2750809	1944.	3.2886963	2004.	3.3018977	2064.	3.3147097	2124.	3.3271545
25	1825.	3.2612629	1885.	3.2753114	1945.	3.2889196	2005.	3.3021144	2065.	3.3149201	2125.	3.3273589
26	1826.	3.2615008	1886.	3.2755417	1946.	3.2891428	2006.	3.3023309	2066.	3.3151303	2126.	3.3275633
27	1827.	3.2617385	1887.	3.2757719	1947.	3.2893660	2007.	3.3025474	2067.	3.3153405	2127.	3.3277675
28	1828.	3.2619762	1888.	3.2760020	1948.	3.2895890	2008.	3.3027637	2068.	3.3155505	2128.	3.3279716
29	1820.	3.2622137	1889.	3.2762320	1949.	3.2898118	2009.	3.3029799	2069.	3.3157605	1129.	3.3281757
30	1830.	3.2624511	1890.	3.2764618	1950.	3.2900346	2010.	3.3031961	2070.	3.3159703	2130.	3.3283796
31	1831.	3.2626883	2891.	3.2766915	1951.	3.2902573	2011.	3.3034121	2071.	3.3161801	2131.	3.3285834
32	1832.	3.2629255	1892.	3.2769211	1952.	3.2904798	2012.	3.3036280	2072.	3.3163898	2132.	3.3287872
33	1833.	3.2631625	1893.	3.2771506	1953.	3.2907022	2013.	3.3038438	2073.	3.3165993	2133.	3.3289909
34	1834.	3.2633993	1894.	3.2773800	1954.	3.2909246	2014.	3.3040595	2074.	3.3168088	2134.	3.3291944
35	1835.	3.2636361	1895.	3.2776092	1955.	3.2911468	2015.	3.3042751	2075.	3.3170181	2135.	3.3293979
36	1836.	3.2638727	2896.	3.2778383	1956.	3.2913688	2016.	3.3044905	2076.	3.3172273	2136.	3.3296012
37	1837.	3.2641092	1897.	3.2780673	1957.	3.2915908	2017.	3.3047059	2077.	3.3174365	2137.	3.3298045
38	1838.	3.2643455	1898.	3.2782962	19,8.	3.2918127	2018.	3.3049212	2078.	3.3176455	2138.	3.3300077
39	1839.	3.2645817	1899.	3.2785250	1959.	3.2920344	2019.	3.3051363	2079.	3.3178545	2139.	3.3302108
40	1840.	3.2648178	1900.	3.2787536	1960.	3.2922561	2020.	3.3053514	2080.	3.3180633	2140.	3.3304138
41	1841.	3.2650538	1901.	3.2789821	1961.	3.2924776	2021.	3.3055663	2081.	3.3182721	2141.	3.3306167
42	1842.	3.2652896	2902.	3.2792105	1962.	3.2926990	2022.	3.3057812	2082.	3.3184807	2142.	3.3308195
43	1843.	3.2655253	1903.	3.2794388	1963.	3.2929203	2023.	3.3059959	2083.	3.3186803	2143.	3.3310222
44	1844.	3.2657609	2904.	3.2796669	1964.	3.2931415	2024.	3.3062105	2084.	3.3188977	2144.	3.3312248
45	1845.	3.2659964	1905.	3.2798950	1965.	3.2933626	2025.	3.3064250	2085.	3.3191061	2145.	3.3314273
46	1846.	3.2662317	1906.	3.2801229	1966.	3.2935835	2026.	3.3066394	2086.	3.3193143	2146.	3.3316297
47	1847.	3.2664669	1907.	3.2803507	1967.	3.2938044	2027.	3.3068537	2087.	3.3195224	2147.	3.3318320
48	1848.	3.2667020	1908.	3.2805784	1968.	3.2940251	2028.	3.3070680	2088.	3.3197305	2148.	3.3320343
49	1849.	3.2669369	1909.	3.2808059	1969.	3.2942457	2029.	3.3072820	2089.	3.3199384	2149.	3.3322364
50	1850.	3.2671717	2910.	3.2810334	1970.	3.2944662	2030.	3.3074960	2090.	3.3201463	2150.	3.3324385
51	1851.	3.2674064	1911.	3.2812607	1971.	3.2946866	2031.	3.3077009	2091.	3.3203540	2151.	3.3326404
52	1852.	3.2676410	1912.	3.2814879	1972.	3.2949069	2032.	3.3079237	2092.	3.3205617	2152.	3.3318423
53	1853.	3.2678754	1913.	3.2817150	1973.	3.2951271	2033.	3.3081374	2093.	3.3207692	2153.	3.3330440
54	1854.	3.2681097	1914.	3.2819419	2974.	3.2953471	2034.	3.3083509	2094.	3.3209767	2154.	3.3332457
55	1855.	3.2683439	1915.	3.2821688	1975.	3.2955671	2035.	3.3085644	2095.	3.3211840	2155.	3.3334473
56	1856.	3.2685780	1916.	3.2823955	1976.	3.2957869	2036.	3.3087778	2096.	3.3213913	2156.	3.3336488
57	1857.	3.2688119	1917.	3.2826221	1977.	3.2960067	2037.	3.3089910	2097.	3.3215984	2157.	3.3338501
58	1858.	3.2690457	1918.	3.2828486	1978.	3.2962263	2038.	3.3092042	2098.	3.3218055	2158.	3.3340514
59	1859.	3.2692794	1919.	3.2830750	1979.	3.2964458	2039.	3.3094172	2099.	3.3220124	2259.	3.3342526
60	1860.	3.2695129	1920.	3.2833012	1980.	3.2966652	2040.	3.3096302	2100.	3.3222193	2160.	3.3344538

M	36		37		38		39		40		41	
S	N.	Logarit	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit	N.	Logarit.
1	2161.	3.3346548	2221.	3.3465486	2281.	3.3581253	2341.	3.3694014	2401.	3.3803922	2461.	3.3911116
2	2162.	3.3348557	2222.	3.3467441	2282.	3.3583156	2342.	3.3695869	2402.	3.3805730	2462.	3.3912880
3	2163.	3.3350565	2223.	3.3469395	2283.	3.3585059	2343.	3.3697723	2403.	3.3807538	2463.	3.3914644
4	2164.	3.3352573	2224.	3.3471348	2284.	3.3586961	2344.	3.3699576	2404.	3.3809345	2464.	3.3916407
5	2165.	3.3354579	2225.	3.3473300	2285.	3.3588862	2345.	3.3701428	2405.	3.3811151	2465.	3.3918169
6	2166.	3.3356585	2226.	3.3475252	2286.	3.3590762	2346.	3.3703280	2406.	3.3812956	2466.	3.3919931
7	2167.	3.3358589	2227.	3.3477202	2287.	3.3592662	2347.	3.3705131	2407.	3.3814761	2467.	3.3921691
8	2168.	3.3360593	2228.	3.3479152	2288.	3.3594560	2348.	3.3706981	2408.	3.3816565	2468.	3.3923452
9	2169.	3.3362596	2229.	3.3481101	2289.	3.3596458	2349.	3.3708830	2409.	3.3818368	2469.	3.3925211
10	2170.	3.3364597	2230.	3.3483049	2290.	3.3598355	2350.	3.3710679	2410.	3.3820170	2470.	3.3926970
11	2171.	3.3366598	2231.	3.3484996	2291.	3.3600251	2352.	3.3712526	2412.	3.3821972	2471.	3.3928727
12	2172.	3.3368598	2232.	3.3486942	2292.	3.3602146	2352.	3.3714373	2412.	3.3823773	2472.	3.3930485
13	2173.	3.3370597	2233.	3.3488887	2293.	3.3604041	2353.	3.3716219	2413.	3.3825573	2473.	3.3932241
14	2174.	3.3372595	2234.	3.3490832	2294.	3.3605934	2354.	3.3718065	2414.	3.3827373	2474.	3.3933997
15	2175.	3.3374593	2235.	3.3492775	2295.	3.3607827	2355.	3.3719909	2415.	3.3829171	2475.	3.3935752
16	2176.	3.3376589	2236.	3.3494718	2296.	3.3609719	2356.	3.3722753	2416.	3.3830969	2476.	3.3937506
17	2177.	3.3378584	2237.	3.3496660	2297.	3.3611610	2357.	3.3723596	2417.	3.3832767	2477.	3.3939260
18	2178.	3.3380579	2238.	3.3498601	2298.	3.3613500	2358.	3.3725438	2418.	3.3834563	2478.	3.3941013
19	2179.	3.3382572	2239.	3.3500541	2299.	3.3615390	2359.	3.3727279	2419.	3.3836359	2479	3.3942765
20	2180.	3.3384565	2240.	3.3502480	2300.	3.3617278	2360.	3.3729120	2420.	3.3838154	2480.	3.3944517
21	2181.	3.3386557	2241.	3.3504419	2301.	3.3619166	2361.	3.3730960	2421.	3.3839948	2481.	3.3946268
22	2182.	3.3388547	2242.	3.3506356	2302.	3.3622053	2362.	3.3732799	2422.	3.3841741	2482.	3.3948018
23	2183.	3.3390537	2243.	3.3508293	2303.	3.3622939	2363.	3.3734637	2423.	3.3843534	2483.	3.3949767
24	2184.	3.3392526	2244.	3.3510229	2304.	3.3624825	2364.	3.3736475	2424.	3.3845326	2484.	3.3951516
25	2185.	3.3394514	2245.	3.3512163	2305.	3.3626709	2365.	3.3738311	2425.	3.3847117	2485.	3.3953264
26	2186.	3.3396502	2246.	3.3514098	2306.	3.3628593	2366.	3.3740147	2426.	3.3848908	2486.	3.3955011
27	2187.	3.3398488	2247.	3.3516031	2307.	3.3630476	2367.	3.3741983	2427.	3.3850698	2487.	3.3956758
28	2188.	3.3400473	2248.	3.3517963	2308.	3.3632358	2368.	3.3743817	2428.	3.3852487	2488.	3.3958504
29	2189.	3.3402458	2249.	3.3519895	2309.	3.3634239	2369.	3.3745651	2429.	3.3854275	2489.	3.3960249
30	2190.	3.3404441	2250.	3.3521825	2310.	3.3636120	2370.	3.3747483	2430.	3.3856063	2490.	3.3961993
31	2191.	3.3406424	2251.	3.3523755	2311.	3.3637999	2371.	3.3749316	2431.	3.3857850	2491.	3.3963737
32	2192.	3.3408405	2252.	3.3525684	2312.	3.3639878	2372.	3.3751147	2432.	3.3859636	2492.	3.3965480
33	2193.	3.3410385	2253.	3.3527612	2313.	3.3641756	2373.	3.3752977	2433.	3.3861421	2493.	3.3967223
34	2194.	3.3412366	2254.	3.3529539	2314.	3.3643634	2374.	3.3754807	2434.	3.3863206	2494.	3.3968964
35	2195.	3.3414345	2255.	3.3531465	2315.	3.3645510	2375.	3.3756636	2435.	3.3864990	2495.	3.3970705
36	2196.	3.3416323	2256.	3.3533391	2316.	3.3647386	2376.	3.3758464	2436.	3.3866773	2496.	3.3972446
37	2197.	3.3418301	2257.	3.3535316	2317.	3.3649260	2377.	3.3760292	2437.	3.3868555	2497.	3.3974185
38	2198.	3.3420277	2258.	3.3537239	2318.	3.3651134	2378.	3.3762119	2438.	3.3870337	2498.	3.3975924
39	2199.	3.3422252	2259.	3.3539162	2319.	3.3653007	2379.	3.3763944	2439.	3.3872118	2499.	3.3977663
40	2200.	3.3424227	2260.	3.3541084	2320.	3.3654880	2380.	3.3765770	2440.	3.3873898	2500.	3.3979400
41	2201.	3.3426200	2261.	3.3543006	2321.	3.3656751	2381.	3.3767594	2441.	3.3875678	2501.	3.3981137
42	2202.	3.3428173	2262.	3.3544926	2322.	3.3658622	2382.	3.3769418	2442.	3.3877457	2502.	3.3982873
43	2203.	3.3430145	2263.	3.3546846	2323.	3.3660492	2383.	3.3771240	2443.	3.3879235	2503.	3.3984608
44	2204.	3.3432116	2264.	3.3548764	2314.	3.3662361	2384	3.3773063	2444.	3.3881012	2504.	3.3986343
45	2205.	3.3434086	2265.	3.3550682	2325.	3.3664230	2385.	3.3774884	2445.	3.3882789	2505.	3.3988077
46	2206.	3.3436055	2266.	3.3552599	2326.	3.3666097	2386.	3.3776704	2446.	3.3884565	2506.	3.3989812
47	2207.	3.3438023	2267.	3.3554515	2327.	3.3667964	2387.	3.3778524	2447.	3.3886340	2507.	3.3991543
48	2208.	3.3439991	2268.	3.3556431	2328.	3.3669830	2388.	3.3780343	2448.	3.3888114	2508.	3.3993275
49	2209.	3.3441957	2269.	3.3558345	2329.	3.3671695	2389.	3.3782161	2449.	3.3889888	2509.	3.3995007
50	2210.	3.3443923	2270.	3.3560259	2330.	3.3673559	2390.	3.3783979	2450.	3.3891662	2510.	3.3996737
51	2221.	3.3445887	2271.	3.3562171	2331.	3.3675423	2391.	3.3785796	2451.	3.3893433	2511.	3.3998467
52	2212.	3.3447851	2272.	3.3564083	2332.	3.3677285	2392.	3.3787612	2452.	3.3895205	2522.	3.4000196
53	2213.	3.3449814	2273.	3.3565994	2333.	3.3679147	2393.	3.3789427	2453.	3.3896975	2513.	3.4001925
54	2214.	3.3451776	2274.	3.3567905	2334.	3.3681009	2394.	3.3791241	2454.	3.3898746	2514.	3.4003653
55	2215.	3.3453737	2275.	3.3569814	2335.	3.3682869	2395.	3.3793055	2455.	3.3900515	2515.	3.4005380
56	2216.	3.3455698	2270.	3.3571723	2336.	3.3684728	2396.	3.3794868	2456.	3.3902284	2516.	3.4007106
57	2217.	3.3457657	2277.	3.3573630	2337.	3.3686587	2397.	3.3796680	2457.	3.3904052	2517.	3.4008832
58	2218.	3.3459615	2278.	3.3575537	2338.	3.3688445	2398.	3.3798492	2458.	3.3905819	2518.	3.4010557
59	2219.	3.3461573	2279.	3.3577443	2339.	3.3690302	2399.	3.3800302	2459.	3.3907585	2519.	3.4012282
60	2220.	3.3463530	2280.	3.3579348	2340.	3.3692159	2400.	3.3802112	2460.	3.3909351	2520.	3.4014005

M	42		43		44		45		46		47	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	2521.	3.4015728	2581.	3.4117880	2641.	3.4217684	2701.	3.4315246	2761.	3.4410664	2821.	3.4504032
2	2522.	3.4027452	2582.	3.4119562	2642.	3.4229328	2702.	3.4316853	2762.	3.4412237	2822.	3.4505570
3	2523.	3.4019173	2583.	3.4221244	2643.	3.4220972	2703.	3.4318460	2763.	3.4413809	2823.	3.4507109
4	2524.	3.4020894	2584.	3.4122925	2644.	3.4222615	2704.	3.4320067	2764.	3.4415380	2824.	3.4508647
5	2525.	3.4022614	2585.	3.4224605	2645.	3.4224257	2705.	3.4321673	2765.	3.4416951	2825.	3.4510185
6	2526.	3.4024333	2586.	3.4126285	2646.	3.4225898	2706.	3.4323278	2766.	3.4418512	2826.	3.4511722
7	2527.	3.4026052	2587.	3.4227964	2647.	3.4227539	2707.	3.4324883	2767.	3.4420092	2827.	3.4513258
8	2528.	3.4027771	2588.	3.4229643	2648.	3.4229180	2708.	3.4326487	2768.	3.4421661	2828.	3.4514794
9	2529.	3.4029488	2589.	3.4131321	2649.	3.4230820	2709.	3.4328090	2769.	3.4423230	2829.	3.4516329
10	2530.	3.4031205	2590.	3.4132998	2650.	3.4232459	2710.	3.4329693	2770.	3.4424798	2830.	3.4517874
11	2531.	3.4032922	2591.	3.4134674	2652.	3.4234097	2711.	3.4332295	2771.	3.4426365	2831.	3.4519399
12	2532.	3.4034637	2592.	3.4136350	2652.	3.4235735	2712.	3.4332897	2772.	3.4417932	2832.	3.4520932
13	2533.	3.4036351	2593.	3.4138025	2653.	3.4237373	2713.	3.4334498	2773.	3.4429499	2833.	3.4522466
14	2534.	3.4038066	2524.	3.4139700	2654.	3.4239009	2714.	3.4336098	2774.	3.4431065	2834.	3.4523998
15	2535.	3.4039780	2595.	3.4142374	2655.	3.4240645	2715.	3.4337698	2775.	3.4432630	2835.	3.4525551
16	2536.	3.4042492	2596.	3.4143047	2656.	3.4242281	2726.	3.4339198	2776.	3.4434195	2836.	3.4527062
17	2537.	3.4043205	2597.	3.4144719	2657.	3.4243916	2717.	3.4340896	2777.	3.4435759	2837.	3.4528593
18	2538.	3.4044916	2598.	3.4146391	2658.	3.4245550	2718.	3.4342495	2778.	3.4437322	2838.	3.4530124
19	2539.	3.4046627	2599.	3.4148063	2659.	3.4247183	2719.	3.4344092	2779.	3.4438885	2839.	3.4532654
20	2540.	3.4048337	2600.	3.4249733	2660.	3.4248816	2720.	3.4345689	2780.	3.4440448	2840.	3.4533283
21	2541.	3.4050047	2601.	3.4151404	2662.	3.4250449	2721.	3.4347285	2781.	3.4442010	2842.	3.4534712
22	2542.	3.4051755	2602.	3.4153073	2662.	3.4252081	2722.	3.4348882	2782.	3.4443571	2841.	3.4536241
23	2543.	3.4053464	2603.	3.4154742	2663.	3.4253712	2723.	3.4350476	2783.	3.4445132	2843.	3.4537769
24	2544.	3.4055171	2604.	3.4156410	2664.	3.4255341	2724.	3.4352072	2784.	3.4446692	2844.	3.4539196
25	2545.	3.4056878	2605.	3.4158077	2665.	3.4256972	2725.	3.4353665	2785.	3.4448152	2845.	3.4540813
26	2546.	3.4058584	2606.	3.4159744	2666.	3.4258001	2726.	3.4355259	2786.	3.4449811	2846.	3.4542349
27	2547.	3.4060289	2607.	3.4161410	2667.	3.4260230	2727.	3.4356852	2787.	3.4451370	2847.	3.4543875
28	2548.	3.4061994	2608.	3.4163076	2668.	3.4261858	2728.	3.4358444	2788.	3.4452928	2848.	3.4545403
29	2549.	3.4063698	2609.	3.4164741	2669.	3.4263486	2729.	3.4360035	2789.	3.4454485	2849.	3.4546914
30	2550.	3.4065402	2620.	3.4166405	2670.	3.4265113	2730.	3.4361626	2790.	3.4456041	2850.	3.4548449
31	2551.	3.4067105	2612.	3.4168069	2671.	3.4266739	2731.	3.4363227	2701.	3.4457598	2851.	3.4549972
32	2552.	3.4068807	2612.	3.4169732	2672.	3.4268365	2732.	3.4364807	2792.	3.4459154	2852.	3.4551495
33	2553.	3.4070508	2613.	3.4172394	2673.	3.4269990	2733.	3.4366396	2793.	3.4460709	2853.	3.4553018
34	2554.	3.4071209	2614.	3.4173056	2674.	3.4271614	2734.	3.4367985	2794.	3.4462264	2854.	3.4554540
35	2555.	3.4073909	2615.	3.4174717	2675.	3.4273238	2735.	3.4369573	2795.	3.4463818	2855.	3.4556061
36	2556.	2.4075608	2616.	3.4176377	2676.	3.4274861	2736.	3.4371161	2796.	3.4465372	2856.	3.4557582
37	2557.	3.4077307	2627.	3.4178037	2677.	3.4276484	2737.	3.4372748	2797.	3.4466925	2857.	3.4559102
38	2558.	3.4079005	2618.	3.4179696	2678.	3.4278106	2738.	3.4374334	2798.	3.4468477	2858.	3.4560622
39	2559.	3.4080703	2619.	3.4181355	2679.	3.4279727	2739.	3.4375920	2799.	3.4470029	2859.	3.4562142
40	2560.	3.4082400	2620.	3.4183013	2680.	3.4281348	2740.	3.4377506	2800.	3.4471580	2860.	3.4563660
41	2561.	3.4084096	2622.	3.4184670	2682.	3.4282968	2741.	3.4379090	2801.	3.4473231	2861.	3.4565179
42	2562.	3.4085792	2622.	3.4186327	2682.	3.4284588	2742.	3.4380675	2802.	3.4474681	2862.	3.4566696
43	2563.	3.4087486	2623.	3.4187983	2683.	3.4286107	2743.	3.4382258	2803.	3.4476231	2863.	3.4568213
44	2564.	3.4089180	2624.	3.4189638	2684.	3.4187825	2744.	3.4383841	2804.	3.4477780	2864.	3.4569730
45	2565.	3.4090874	2625.	3.4291293	2685.	3.4289443	2745.	3.4385423	2805.	3.4470329	2865.	3.4571246
46	2566.	3.4092567	2626.	3.4192947	2686.	3.4291060	2746.	3.4387005	2806.	3.4480877	2866.	3.4572762
47	2567.	3.4094259	2627.	3.4194602	2687.	3.4292677	2747.	3.4388587	2807.	3.4482424	2867.	3.4574277
48	2568.	1.4095950	2628.	3.4196254	2688.	3.4294293	2748.	3.4390167	2808.	3.4483971	2868.	3.4575791
49	2569.	3.4097641	2629.	3.4197906	2689.	3.4295908	2749.	3.4392747	2809.	3.4185517	2869.	3.4577305
50	2570.	3.4099332	2630.	3.4199557	2690.	3.4297523	2750.	3.4393327	2810.	3.4487063	2870.	3.4578819
51	2571.	1.4101021	2632.	3.4201208	2691.	3.4299137	2752.	3.4394905	2811.	3.4488608	2872.	3.4580332
52	2572.	3.4102710	2632.	3.4202859	2692.	3.4300751	2752.	3.4396484	2812.	3.4490153	2872.	3.4581844
53	2573.	3.4104398	2633.	3.4204509	2693.	3.4302364	2753.	3.4398062	2823.	3.4491697	2873.	3.4583356
54	2574.	3.4106085	2634.	3.4206158	2694.	3.4303976	2754.	3.4399639	2814.	3.4493241	2874.	3.4584868
55	2575.	3.4207772	2635.	3.4107806	2695.	3.4305588	2755.	3.4402116	2815.	3.4494784	2875.	3.4586378
56	2576.	3.4109459	2636.	3.4109454	2696.	3.4307199	2756.	3.4402792	2816.	3.4496327	2876.	3.4587889
57	2577.	3.4211244	2637.	3.4211201	2697.	3.4308809	2757.	3.4404368	2817.	3.4497869	2877.	3.4589399
58	2578.	3.4212829	2638.	3.4212748	2698.	3.4310419	2758.	3.4405943	2818.	3.4499410	2878.	3.4590508
59	2579.	3.4214513	2639.	3.4214394	2699.	3.4312029	2759.	3.4407517	2819.	3.4500951	2879.	3.4592417
60	2580.	3.4216197	2640.	3.4216039	2700.	3.4313638	2760.	3.4409091	2820.	3.4502491	2880.	3.4593925

M	48		49		50		51		52		53	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	2881.	3.4595433	2941.	3.4684950	3001.	3.4772660	3061.	3.4858633	3121.	3.4942938	3181.	3.5025637
2	2882.	3.4596940	2942.	3.4686427	3002.	3.4774107	3062.	3.4860052	3122.	3.4944330	3182.	3.5027002
3	2883.	3.4598446	2943.	3.4687903	3003.	3.4775553	3063.	3.4861470	3123.	3.4945720	3183.	3.5028365
4	2884.	3.4599953	2944.	3.4689378	3004.	3.4776999	3064.	3.4862888	3124.	3.4947110	3184.	3.5029732
5	2885.	3.4601458	2945.	3.4690853	3005.	3.4778445	3065.	3.4864305	3125.	3.4948500	3185.	3.5031094
6	2886.	3.4602963	2946.	3.4692327	3006.	3.4779890	3066.	3.4865722	3126.	3.4949890	3186.	3.5032458
7	2887.	3.4604468	2947.	3.4693801	3007.	3.4781334	3067.	3.4867138	3127.	3.4951279	3187.	3.5033821
8	2888.	3.4605972	2948.	3.4695275	3008.	3.4782778	3068.	3.4868554	3128.	3.4951667	3188.	3.5035183
9	2889.	3.4607475	2949.	3.4696748	3009.	3.4784222	3069.	3.4869969	3129.	3.4954056	3289.	3.5036545
10	2890.	3.4608978	2950.	3.4698220	3010.	3.4785665	3070.	3.4871384	3230.	3.4955443	3190.	3.5037907
11	2891.	3.4610481	2951.	3.4699692	3011.	3.4787108	3072.	3.4872798	3231.	3.4956831	3191.	3.5039268
12	2892.	3.4611983	2952.	3.4701164	3012.	3.4788550	3072.	3.4874212	3132.	3.4958218	3192.	3.5040629
13	2893.	3.4613484	2953.	3.4702634	3013.	3.4789991	3073.	3.4875626	3133.	3.4959604	3193.	3.5041989
14	2894.	3.4614985	2954.	3.4704105	3014.	3.4791432	3074.	3.4877039	3134.	3.4960990	3194.	3.5043349
15	2895.	3.4616486	2955.	3.4705575	3015.	3.4792873	3075.	3.4878451	3135.	3.4962375	3195.	3.5044709
16	2896.	3.4617986	2956.	3.4707044	3016.	3.4794313	3076.	3.4879863	3136.	3.4963761	3196.	3.5046068
17	2897.	3.4619485	2957.	3.4708513	3017.	3.4795753	3077.	3.4881275	3137.	3.4965145	3197.	3.5047426
18	2898.	3.4620984	2958.	3.4709982	3018.	3.4797192	3078.	3.4882686	3138.	3.4966529	3198.	3.5048785
19	2899.	3.4622482	2959.	3.4711450	3019.	3.4798631	3079.	3.4884097	3139.	3.4967913	3199.	3.5050142
20	2900.	3.4623980	2960.	3.4712917	3020.	3.4800069	3080.	3.4885507	3140.	3.4969296	3200.	3.5051500
21	2901.	3.4625477	2961.	3.4714384	3021.	3.4801507	3081.	3.4886917	3141.	3.4970679	3201.	3.5052857
22	2902.	3.4626974	2962.	3.4715851	3022.	3.4802945	3082.	3.4888326	3142.	3.4972062	3202.	3.5054213
23	2903.	3.4628470	2963.	3.4717317	3023.	3.4804381	3083.	3.4889735	3143.	3.4973444	3203.	3.5055569
24	2904.	3.4629966	2964.	3.4718782	3014.	3.4805818	3084.	3.4891144	3144.	3.4974825	3204.	3.5056925
25	2905.	3.4631461	2965.	3.4720247	3025.	3.4807254	3085.	3.4892551	3145.	3.4976206	3205.	3.5058280
26	2906.	3.4632956	2966.	3.4721711	3016.	3.4808689	3086.	3.4893959	3146.	3.4977587	3206.	3.5059635
27	2907.	3.4634450	2967.	3.4723175	3027.	3.4810124	3087.	3.4895366	3147.	3.4978967	3207.	3.5060990
28	2908.	3.4635944	2968.	3.4724639	3028.	3.4811559	3088.	3.4896773	3148.	3.4980347	3208.	3.5062344
29	2909.	3.4637437	2969.	3.4726102	3029.	3.4812993	3089.	3.4898179	3149.	3.4981727	3209.	3.5063697
30	2910.	3.4638930	2970.	3.4727564	3030.	3.4814426	3090.	3.4899585	3150.	3.4983106	3210.	3.5065050
31	2911.	3.4640422	2971.	3.4729027	3031.	3.4815859	3091.	3.4900990	3151.	3.4984484	3211.	3.5066403
32	2912.	3.4641914	2972.	3.4730488	3032.	3.4817292	3092.	3.4902395	3152.	3.4985862	3212.	3.5067755
33	2913.	3.4643405	2973.	3.4731949	3033.	3.4818724	3093.	3.4903799	3253.	3.4987240	3213.	3.5069107
34	2914.	3.4644895	2974.	3.4733410	3034.	3.4820156	3094.	3.4905203	3154.	3.4988617	3214.	3.5070459
35	2915.	3.4646386	2975.	3.4734870	3035.	3.4821587	3095.	3.4906607	3155.	3.4989994	3215.	3.5071810
36	2916.	3.4647875	2976.	3.4736329	3036.	3.4823018	3096.	3.4908010	3156.	3.4991370	3216.	3.5073160
37	2917.	3.4649364	2977.	3.4737788	3037.	3.4824448	3097.	3.4909412	3157.	3.4992746	3217.	3.5074511
38	2918.	3.4650853	2978.	3.4739247	3038.	3.4825878	3098.	3.4910814	3158.	3.4994121	3218.	3.5075860
39	2919.	3.4652341	2979.	3.4740705	3039.	3.4827307	3099.	3.4912216	3159.	3.4995496	3219.	3.5077210
40	2920.	3.4653829	2980.	3.4742163	3040.	3.4828736	3100.	3.4913617	3160.	3.4996871	3220.	3.5078559
41	2921.	3.4655316	2981.	3.4743620	3041.	3.4830164	3101.	3.4915018	3161.	3.4998245	3221.	3.5079907
42	2922.	3.4656802	2982.	3.4745076	3042.	3.4831592	3102.	3.4916418	3162.	3.4999619	3222.	3.5081255
43	2923.	3.4658288	2983.	3.4746533	3043.	3.4833020	3103.	3.4917818	3163.	3.5000992	3223.	3.5082603
44	2924.	3.4659774	2984.	3.4747988	3044.	3.4834446	3104.	3.4919217	3164.	3.5002365	3224.	3.5083950
45	2925.	3.4661259	2985.	3.4749443	3045.	3.4835873	3105.	3.4920616	3165.	3.5003737	3225.	3.5085297
46	2926.	3.4662743	2986.	3.4750898	3046.	3.4837299	3106.	3.4922015	3166.	3.5005109	3226.	3.5086644
47	2927.	3.4664227	2987.	3.4752352	3047.	3.4838725	3107.	3.4923413	3167.	3.5006481	3227.	3.5087990
48	2928.	3.4665711	2988.	3.4753806	3048.	3.4840150	3108.	3.4924810	3168.	3.5007852	3228.	3.5089335
49	2929.	3.4667194	2989.	3.4755259	3049.	3.4841574	3109.	3.4926207	3169.	3.5009222	3229.	3.5090680
50	2930.	3.4668676	2990.	3.4756712	3050.	3.4842998	3110.	3.4927604	3170.	3.5010593	3230.	3.5092025
51	2931.	3.4670158	2991.	3.4758164	3051.	3.4844422	3122.	3.4929000	3171.	3.5011962	3231.	3.5093370
52	2932.	3.4671640	2992.	3.4759616	3052.	3.4845845	3112.	3.4930396	3172.	3.5013332	3232.	3.5094714
53	2933.	3.4673121	2993.	3.4761067	3053.	3.4847268	3113.	3.4931791	3273.	3.5014701	3233.	3.5096057
54	2934.	3.4674601	2994.	3.4762518	3054.	3.4848690	3114.	3.4933186	3174.	3.5016069	3234.	3.5097400
55	2935.	3.4676081	2995.	3.4763968	3055.	3.4850112	3115.	3.4934581	3175.	3.5017437	3235.	3.5098743
56	2936.	3.4677561	2996.	3.4765418	3056.	3.4851533	3116.	3.4935974	3176.	3.5018805	3236.	3.5100085
57	2937.	3.4679039	2997.	3.4766867	3057.	3.4852954	3117.	3.4937368	3177.	3.5020172	3237.	3.5101427
58	2938.	3.4680518	2998.	3.4768316	3058.	3.4854375	3118.	3.4938761	3178.	3.5021539	3238.	3.5102768
59	2939.	3.4681996	2999.	3.4769765	3059.	3.4855795	3119.	3.4940154	3279.	3.5022905	3239.	3.5104109
60	2940.	3.4683473	3000.	3.4771213	3060.	3.4857214	3120.	3.4941546	3180.	3.5024272	3240.	3.5205450

M	54		55		56		57		58		59	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	3241.	3.5106790	3301.	3.5186455	3361.	3.5264685	3421.	3.5341531	3481.	3.5417040	3541.	3.5491259
2	3242.	3.5108130	3302.	3.5187771	3362.	3.5265977	3422.	3.5342800	3482.	3.5418288	3542.	3.5492486
3	3243.	3.5109469	3303.	3.5189086	3363.	3.5267269	3423.	3.5344069	3483.	3.5419535	3543.	3.5493712
4	3244.	3.5110808	3304.	3.5190400	3364.	3.5268560	3424.	3.5345338	3484.	3.5420781	3544.	3.5494937
5	3245.	3.5112147	3305.	3.5191715	3365.	3.5269851	3425.	3.5346606	3485.	3.5422028	3545.	3.5496162
6	3246.	3.5113485	3306.	3.5193028	3366.	3.5271141	3426.	3.5347874	3486.	3.5423274	3546.	3.5497387
7	3247.	3.5114823	3307.	3.5194342	3367.	3.5272431	3427.	3.5349141	3487.	3.5424519	3547.	3.5498612
8	3248.	3.5116160	3308.	3.5195655	3368.	3.5273721	3428.	3.5350408	3488.	3.5425765	3548.	3.5499836
9	3249.	3.5117497	3309.	3.5196968	3369.	3.5275010	3429.	3.5351675	3489.	3.5427010	3549.	3.5501060
10	3250.	3.5118834	3310.	3.5198280	3370.	3.5276299	3430.	3.5352941	3490.	3.5428254	3550.	3.5502284
11	3251.	3.5120170	3311.	3.5199592	3371.	3.5277588	3431.	3.5354207	3491.	3.5429498	3551.	3.5503507
12	3252.	3.5121505	3312.	3.5200903	3372.	3.5278876	3432.	3.5355473	3492.	3.5430742	3552.	3.5504730
13	3253.	3.5122841	3313.	3.5202214	3373.	3.5280163	3433.	3.5356738	3493.	3.5431986	3553.	3.5505952
14	3254.	3.5124175	3314.	3.5203525	3374.	3.5281451	3434.	3.5358003	3494.	3.5433229	3554.	3.5507174
15	3255.	3.5125510	3315.	3.5204835	3375.	3.5282738	3435.	3.5359267	3495.	3.5434472	3555.	3.5508396
16	3256.	3.5126844	3316.	3.5206145	3376.	3.5284024	3436.	3.5360532	3496.	3.5435714	3556.	3.5509618
17	3257.	3.5128178	3317.	3.5207455	3377.	3.5285311	3437.	3.5361795	3497.	3.5436956	3557.	3.5510839
18	3258.	3.5129511	3318.	3.5208764	3378.	3.5286596	3438.	3.5363059	3498.	3.5438198	3558.	3.5512059
19	3259.	3.5130844	3319.	3.5210073	3379.	3.5287882	3439.	3.5364322	3499.	3.5439439	3559.	3.5513280
20	3260.	3.5132176	3320.	3.5211381	3380.	3.5289167	3440.	3.5365584	3500.	3.5440680	3560.	3.5514500
21	3261.	3.5133508	3321.	3.5212689	3381.	3.5290452	3441.	3.5366847	3501.	3.5441921	3561.	3.5515720
22	3262.	3.5134840	3322.	3.5213996	3382.	3.5291736	3442.	3.5368109	3502.	3.5443161	3562.	3.5516939
23	3263.	3.5136171	3323.	3.5215303	3383.	3.5293020	3443.	3.5369370	3503.	3.5444401	3563.	3.5518158
24	3264.	3.5137502	3324.	3.5216610	3384.	3.5294304	3444.	3.5370631	3504.	3.5445641	3564.	3.5519377
25	3265.	3.5138832	3325.	3.5217916	3385.	3.5295587	3445.	3.5371892	3505.	3.5446880	3565.	3.5520595
26	3266.	3.5140162	3326.	3.5219222	3386.	3.5296870	3446.	3.5373153	3506.	3.5448119	3566.	3.5521813
27	3267.	3.5141491	3327.	3.5220528	3387.	3.5298152	3447.	3.5374413	3507.	3.5449358	3567.	3.5523031
28	3268.	3.5142820	3328.	3.5221833	3388.	3.5299434	3448.	3.5375673	3508.	3.5450596	3568.	3.5524248
29	3269.	3.5144149	3329.	3.5223138	3389.	3.5300716	3449.	3.5376932	3509.	3.5451834	3569.	3.5525465
30	3270.	3.5145478	3330.	3.5224442	3390.	3.5301997	3450.	3.5378191	3510.	3.5453071	3570.	3.5526682
31	3271.	3.5146805	3331.	3.5225746	3391.	3.5303278	3451.	3.5379450	3511.	3.5454308	3571.	3.5527899
32	3272.	3.5148133	3332.	3.5227050	3392.	3.5304558	3452.	3.5380708	3512.	3.5455545	3572.	3.5529115
33	3273.	3.5149460	3333.	3.5228353	3393.	3.5305839	3453.	3.5381966	3513.	3.5456781	3573.	3.5530330
34	3274.	3.5150787	3334.	3.5229656	3394.	3.5307118	3454.	3.5383223	3514.	3.5458018	3574.	3.5531545
35	3275.	3.5152113	3335.	3.5230958	3395.	3.5308398	3455.	3.5384481	3515.	3.5459253	3575.	3.5532760
36	3276.	3.5153439	3336.	3.5232260	3396.	3.5309677	3456.	3.5385737	3516.	3.5460489	3576.	3.5533975
37	3277.	3.5154764	3337.	3.5233562	3397.	3.5310955	3457.	3.5386994	3517.	3.5461724	3577.	3.5535189
38	3278.	3.5156089	3338.	3.5234863	3398.	3.5312234	3458.	3.5388250	3518.	3.5462958	3578.	3.5536403
39	3279.	3.5157414	3339.	3.5236164	3399.	3.5313512	3459.	3.5389506	3519.	3.5464193	3579.	3.5537617
40	3280.	3.5158738	3340.	3.5237465	3400.	3.5314789	3460.	3.5390761	3520.	3.5465427	3580.	3.5538830
41	3281.	3.5160062	3341.	3.5238765	3401.	3.5316066	3461.	3.5392016	3521.	3.5466660	3581.	3.5540043
42	3282.	3.5161386	3342.	3.5240064	3402.	3.5317343	3462.	3.5393271	3522.	3.5467894	3582.	3.5541256
43	3283.	3.5162709	3343.	3.5241364	3403.	3.5318619	3463.	3.5394525	3523.	3.5469126	3583.	3.5542468
44	3284.	3.5164031	3344.	3.5242663	3404.	3.5319895	3464.	3.5395779	3524.	3.5470359	3584.	3.5543680
45	3285.	3.5165354	3345.	3.5243961	3405.	3.5321171	3465.	3.5397032	3525.	3.5471591	3585.	3.5544892
46	3286.	3.5166676	3346.	3.5245259	3406.	3.5322446	3466.	3.5398286	3526.	3.5472823	3586.	3.5546103
47	3287.	3.5167997	3347.	3.5246557	3407.	3.5323721	3467.	3.5399538	3527.	3.5474055	3587.	3.5547314
48	3288.	3.5169318	3348.	3.5247854	3408.	3.5324996	3468.	3.5400791	3528.	3.5475286	3588.	3.5548524
49	3289.	3.5170639	3349.	3.5249151	3409.	3.5326270	3469.	3.5402043	3529.	3.5476517	3589.	3.5549735
50	3290.	3.5171959	3350.	3.5250448	3410.	3.5327544	3470.	3.5403295	3530.	3.5477747	3590.	3.5550944
51	3291.	3.5173279	3351.	3.5251744	3411.	3.5328817	3471.	3.5404546	3531.	3.5478977	3591.	3.5552154
52	3292.	3.5174598	3352.	3.5253040	3412.	3.5330090	3472.	3.5405797	3532.	3.5480207	3592.	3.5553363
53	3293.	3.5175917	3353.	3.5254336	3413.	3.5331363	3473.	3.5407048	3533.	3.5481436	3593.	3.5554572
54	3294.	3.5177236	3354.	3.5255631	3414.	3.5332635	3474.	3.5408298	3534.	3.5482665	3594.	3.5555781
55	3295.	3.5178554	3355.	3.5256925	3415.	3.5333907	3475.	3.5409548	3535.	3.5483894	3595.	3.5556989
56	3296.	3.5179872	3356.	3.5258220	3416.	3.5335179	3476.	3.5410798	3536.	3.5485123	3596.	3.5558197
57	3297.	3.5181189	3357.	3.5259513	3417.	3.5336450	3477.	3.5412047	3537.	3.5486351	3597.	3.5559404
58	3298.	3.5182507	3358.	3.5260807	3418.	3.5337721	3478.	3.5413296	3538.	3.5487578	3598.	3.5560612
59	3299.	3.5183823	3359.	3.5262100	3419.	3.5338991	3479.	3.5414544	3539.	3.5488806	3599.	3.5561818
60	3300.	3.5185139	3360.	3.5263393	3420.	3.5340261	3480.	3.5415792	3540.	3.5490033	3600.	3.5563025

M	0		1		2		3		4		5	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N	Logarit.	N.	Logarit.
1	3601.	3.5564231	3661.	3.5635997	3721.	3.5706597	3781.	3.5776066	3841.	3.5844443	3901.	3.5911760
2	3602.	3.5565437	3662.	3.5637183	3722.	3.5707764	3782.	3.5777215	3842.	3.5845574	3902.	3.5912873
3	3603.	3.5566643	3663.	3.5638369	3723.	3.5708930	3783.	3.5778363	3843.	3.5846704	3903.	3.5913986
4	3604.	3.5567848	3664.	3.5639555	3724.	3.5710097	3784.	3.5779511	3844.	3.5847834	3904.	3.5915098
5	3605.	3.5569053	3665.	3.5640740	3725.	3.5711263	3785.	3.5780659	3845.	3.5848963	3905.	3.5916210
6	3606.	3.5570257	3666.	3.5641925	3726.	3.5712419	3786.	3.5781806	3846.	3.5850093	3906.	3.5917322
7	3607.	3.5571461	3667.	3.5643109	3727.	3.5713594	3787.	3.5782953	3847.	3.5851222	3907.	3.5918434
8	3608.	3.5572665	3668.	3.5644293	3728.	3.5714759	3788.	3.5784100	3848.	3.5852351	3908.	3.5919546
9	3609.	3.5573869	3669.	3.5645477	3729.	3.5715924	3789.	3.5785246	3849.	3.5853479	3909.	3.5920657
10	3610.	3.5575072	3670.	3.5646661	3730.	3.5717088	3790.	3.5786392	3850.	3.5854607	3910.	3.5921768
11	3611.	3.5576275	3671.	3.5647844	3731.	3.5718252	3791.	3.5787538	3851.	3.5855735	3911.	3.5922878
12	3612.	3.5577477	3672.	3.5649027	3732.	3.5719416	3792.	3.5788683	3852.	3.5856863	3912.	3.5923988
13	3613.	3.5578680	3673.	3.5650209	3733.	3.5720580	3793.	3.5789828	3853.	3.5857990	3913.	3.5925098
14	3614.	3.5579881	3674.	3.5651392	3734.	3.5721743	3794.	3.5790973	3854.	3.5859117	3914.	3.5926208
15	3615.	3.5581083	3675.	3.5652573	3735.	3.5722906	3795.	3.5792118	3855.	3.5860244	3915.	3.5927318
16	3616.	3.5582284	3676.	3.5653755	3736.	3.5724069	3796.	3.5793262	3856.	3.5861370	3916.	3.5928427
17	3617.	3.5583485	3677.	3.5654936	3737.	3.5725231	3797.	3.5794406	3857.	3.5862496	3917.	3.5929536
18	3618.	3.5584686	3678.	3.5656117	3738.	3.5726393	3798.	3.5795550	3858.	3.5863621	3918.	3.5930644
19	3619.	3.5585886	3679.	3.5657297	3739.	3.5727555	3799.	3.5796693	3859.	3.5864748	3919.	3.5931753
20	3620.	3.5587086	3680.	3.5658478	3740.	3.5728716	3800.	3.5797836	3860.	3.5865873	3920.	3.5932861
21	3621.	3.5588285	3681.	3.5659658	3741.	3.5729877	3801.	3.5798979	3861.	3.5866998	3921.	3.5933968
22	3622.	3.5589484	3682.	3.5660838	3742.	3.5731038	3802.	3.5800121	3862.	3.5868123	3922.	3.5935076
23	3623.	3.5590683	3683.	3.5662017	3743.	3.5732198	3803.	3.5801263	3863.	3.5869247	3923.	3.5936183
24	3624.	3.5591882	3684.	3.5663196	3744.	3.5733358	3804.	3.5802405	3864.	3.5870371	3924.	3.5937290
25	3625.	3.5593080	3685.	3.5664375	3745.	3.5734518	3805.	3.5803547	3865.	3.5871495	3925.	3.5938397
26	3626.	3.5594278	3686.	3.5665553	3746.	3.5735678	3806.	3.5804688	3866.	3.5872618	3926.	3.5939503
27	3627.	3.5595476	3687.	3.5666731	3747.	3.5736837	3807.	3.5805829	3867.	3.5873742	3927.	3.5940609
28	3628.	3.5596673	3688.	3.5667909	3748.	3.5737996	3808.	3.5806969	3868.	3.5874865	3928.	3.5941715
29	3629.	3.5597870	3689.	3.5669087	3749.	3.5739154	3809.	3.5808110	3869.	3.5875987	3929.	3.5942820
30	3630.	3.5599066	3690.	3.5670264	3750.	3.5740313	3810.	3.5809250	3870.	3.5877110	3930.	3.5943926
31	3631.	3.5600262	3691.	3.5671440	3751.	3.5741471	3811.	3.5810389	3871.	3.5878232	3931.	3.5945030
32	3632.	3.5601458	3692.	3.5672617	3752.	3.5742628	3812.	3.5811529	3872.	3.5879353	3932.	3.5946135
33	3633.	3.5602654	3693.	3.5673793	3753.	3.5743786	3813.	3.5812668	3873.	3.5880475	3933.	3.5947239
34	3634.	3.5603849	3694.	3.5674969	3754.	3.5744943	3814.	3.5813807	3874.	3.5881596	3934.	3.5948344
35	3635.	3.5605044	3695.	3.5676144	3755.	3.5746099	3815.	3.5814945	3875.	3.5882717	3935.	3.5949447
36	3636.	3.5606239	3696.	3.5677320	3756.	3.5747256	3816.	3.5816084	3876.	3.5883838	3936.	3.5950551
37	3637.	3.5607433	3697.	3.5678495	3757.	3.5748412	3817.	3.5817222	3877.	3.5884958	3937.	3.5951654
38	3638.	3.5608627	3698.	3.5679669	3758.	3.5749568	3818.	3.5818359	3878.	3.5886078	3938.	3.5952757
39	3639.	3.5609821	3699.	3.5680843	3759.	3.5750723	3819.	3.5819497	3879.	3.5887198	3939.	3.5953860
40	3640.	3.5611014	3700.	3.5682017	3760.	3.5751878	3820.	3.5820634	3880.	3.5888317	3940.	3.5954962
41	3641.	3.5612207	3701.	3.5683191	3761.	3.5753033	3821.	3.5821770	3881.	3.5889436	3941.	3.5956064
42	3642.	3.5613399	3702.	3.5684364	3762.	3.5754188	3822.	3.5822907	3882.	3.5890555	3942.	3.5957166
43	3643.	3.5614591	3703.	3.5685537	3763.	3.5755342	3823.	3.5824043	3883.	3.5891674	3943.	3.5958268
44	3644.	3.5615783	3704.	3.5686710	3764.	3.5756496	3824.	3.5825179	3884.	3.5892792	3944.	3.5959369
45	3645.	3.5616974	3705.	3.5687882	3765.	3.5757650	3825.	3.5826314	3885.	3.5893910	3945.	3.5960470
46	3646.	3.5618165	3706.	3.5689054	3766.	3.5758803	3826.	3.5827450	3886.	3.5895028	3946.	3.5961571
47	3647.	3.5619356	3707.	3.5690225	3767.	3.5759956	3827.	3.5828585	3887.	3.5896145	3947.	3.5962671
48	3648.	3.5620546	3708.	3.5691397	3768.	3.5761109	3828.	3.5829719	3888.	3.5897263	3948.	3.5963771
49	3649.	3.5621739	3709.	3.5692568	3769.	3.5762261	3829.	3.5830854	3889.	3.5898379	3949.	3.5964871
50	3650.	3.5622929	3710.	3.5693739	3770.	3.5763414	3830.	3.5831988	3890.	3.5899496	3950.	3.5965971
51	3651.	3.5624118	3711.	3.5694910	3771.	3.5764565	3831.	3.5833122	3891.	3.5900612	3951.	3.5967070
52	3652.	3.5625308	3712.	3.5696080	3772.	3.5765717	3832.	3.5834255	3892.	3.5901728	3952.	3.5968169
53	3653.	3.5626497	3713.	3.5697249	3773.	3.5766868	3833.	3.5835388	3893.	3.5902844	3953.	3.5969268
54	3654.	3.5627685	3714.	3.5698419	3774.	3.5768019	3834.	3.5836521	3894.	3.5903959	3954.	3.5970367
55	3655.	3.5628874	3715.	3.5699588	3775.	3.5769170	3835.	3.5837654	3895.	3.5905075	3955.	3.5971465
56	3656.	3.5630062	3716.	3.5700757	3776.	3.5770320	3836.	3.5838786	3896.	3.5906189	3956.	3.5972563
57	3657.	3.5631250	3717.	3.5701926	3777.	3.5771470	3837.	3.5839918	3897.	3.5907304	3957.	3.5973661
58	3658.	3.5632437	3718.	3.5703094	3778.	3.5772620	3838.	3.5841050	3898.	3.5908418	3958.	3.5974758
59	3659.	3.5633624	3719.	3.5704262	3779.	3.5773769	3839.	3.5842181	3899.	3.5909532	3959.	3.5975855
60	3660.	3.5634811	3720.	3.5705429	3780.	3.5774918	3840.	3.5843312	3900.	3.5910646	3960.	3.5976952

M	6		7		8		9		10		11	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	3961.	3.5978048	4021.	3.6043341	4081.	3.6107666	4141.	3.6171052	4201.	3.6233527	4261.	3.6295115
2	3962.	3.5979145	4022.	3.6044421	4082.	3.6108730	4242.	3.6172101	4202.	3.6234560	4262.	3.6296134
3	3963.	3.5980241	4023.	3.6045500	4083.	3.6109794	4143.	3.6173149	4203.	3.6235594	4263.	3.6297153
4	3964.	3.5981336	4024.	3.6046580	4084.	3.6110857	4144.	3.6174197	4204.	3.6236627	4264.	3.6298172
5	3965.	3.5982432	4025.	3.6047659	4085.	3.6111921	4145.	3.6175245	4205.	3.6237660	4265.	3.6299190
6	3966.	3.5983527	4026.	3.6048738	4086.	3.6112984	4146.	3.6176293	4206.	3.6238693	4266.	3.6300209
7	3967.	3.5984622	4027.	3.6049816	4087.	3.6114046	4147.	3.6177340	4207.	3.6239725	4267.	3.6301226
8	3968.	3.5985717	4028.	3.6050895	4088.	3.6115109	4148	3.6178387	4208.	3.6240757	4268.	3.6302244
9	3969.	3.5986811	4029.	3.6051973	4089.	3.6116171	4149.	3.6179434	4209.	3.6241789	4269.	3.6303262
10	3970.	3.5987905	4030.	3.6053050	4090.	3.6117233	4150.	3.6180481	4210.	3.6242821	4270.	3.6304279
11	3971.	3.5988999	4031.	3.6054128	4091.	3.6118295	4151.	3.6181527	4211.	3.6243852	4271.	3.6305296
12	3972.	3.5990092	4032.	3.6055205	4092.	3.6119356	4152.	3.6182573	4212.	3.6244884	4272.	3.6306312
13	3973.	3.5991186	4033.	3.6056282	4093.	3.6120417	4153.	3.6183619	4213.	3.6245915	4273.	3.6307329
14	3974.	3.5992279	4034.	3.6057359	4094.	3.6121478	4154.	3.6184665	4214.	3.6246945	4274.	3.6308345
15	3975.	3.5993371	4035.	3.6058435	4095.	3.6122539	4155.	3.6185710	4215.	3.6247976	4275.	3.6309361
16	3976.	3.5994464	4036.	3.6059512	4096.	3.6123599	4156.	3.6186755	4216.	3.6249006	4276.	3.6310377
17	3977.	3.5995556	4037.	3.6060587	4097.	3.6124660	4157.	3.6187800	4217.	3.6250036	4277.	3.6311393
18	3978.	3.5996648	4038.	3.6061663	4098.	3.6125720	4158.	3.6188845	4218.	3.6251066	4278.	3.6312408
19	3979.	3.5997739	4039.	3.6062739	4099.	3.6126779	4159.	3.6189889	4219.	3.6252095	4279.	3.6313423
20	3980.	3.5998831	4040.	3.6063814	4100.	3.6127839	4160.	3.6190933	4220.	3.6253125	4280.	3.6314438
21	3981.	3.5999922	4041.	3.6064889	4101.	3.6128898	4161.	3.6191977	4221.	3.6254154	4281.	3.6315452
22	3982.	3.6001013	4042.	3.6065963	4102.	3.6129957	4162.	3.6193021	4222.	3.6255182	4282.	3.6316467
23	3983.	3.6002103	4043.	3.6067037	4103.	3.6131015	4163.	3.6194064	4223.	3.6256211	4283.	3.6317481
24	3984.	3.6003193	4044.	3.6068111	4104.	3.6132074	4164.	3.6195107	4224.	3.6257239	4284.	3.6318495
25	3985.	3.6004283	4045.	3.6069185	4105.	3.6133132	4165.	3.6196150	4225.	3.6258267	4285.	3.6319508
26	3986.	3.6005373	4046.	3.6070259	4106.	3.6134189	4166.	3.6197193	4226.	3.6259295	4286.	3.6320522
27	3987.	3.6006462	4047.	3.6071332	4107.	3.6135247	4167.	3.6198235	4227.	3.6260322	4287.	3.6321535
28	3988.	3.6007551	4048.	3.6072405	4108.	3.6136304	4168.	3.6199277	4228.	3.6261350	4288.	3.6322548
29	3989.	3.6008640	4049.	3.6073478	4109.	3.6137361	4169.	3.6200319	4229.	3.6262377	4289.	3.6323560
30	3990.	3.6009729	4050.	3.6074550	4110.	3.6138418	4170.	3.6201361	4230.	3.6263404	4290.	3.6324573
31	3991.	3.6010817	4052.	3.6075622	4111.	3.6139475	4171.	3.6202402	4231.	3.6264430	4291.	3.6325585
32	3992.	3.6011905	4052.	3.6076694	4112.	3.6140531	4172.	3.6203443	4232.	3.6265457	4292.	3.6326597
33	3993.	3.6012993	4053.	3.6077766	4113.	3.6141587	4173.	3.6204484	4233.	3.6266483	4293.	3.6327609
34	3994.	3.6014081	4054.	3.6078837	4114.	3.6142643	4174.	3.6205524	4234.	3.6267509	4294.	3.6328620
35	3995.	3.6015168	4055.	3.6079909	4115.	3.6143698	4175.	3.6206565	4235.	3.6268534	4295.	3.6329632
36	3996.	3.6016255	4056.	3.6080979	4116.	3.6144754	4176.	3.6207605	4236.	3.6269560	4296.	3.6330643
37	3997.	3.6017341	4057.	3.6082050	4117.	3.6145809	4177.	3.6208645	4237.	3.6270585	4297.	3.6331654
38	3998.	3.6018428	4058.	3.6083120	4118.	3.6146863	4178.	3.6209684	4238.	3.6271610	4298.	3.6332664
39	3999.	3.6019514	4059.	3.6084191	4119.	3.6147918	4179.	3.6210724	4239.	3.6272634	4299.	3.6333674
40	4000.	3.6020600	4060.	3.6085260	4120.	3.6148972	4180.	3.6211763	4240.	3.6273659	4300.	3.6334685
41	4001.	3.6011686	4061.	3.6086330	4121.	3.6150026	4181.	3.6212802	4241.	3.6274683	4301.	3.6335694
42	4002.	3.6022771	4062.	3.6087399	4122.	3.6151080	4182.	3.6213840	4242.	3.6275707	4302.	3.6336704
43	4003.	3.6023856	4063.	3.6088468	4123.	3.6152133	4183.	3.6214879	4243.	3.6276730	4303.	3.6337713
44	4004.	3.6024941	4064.	3.6089537	4124.	3.6153187	4184.	3.6215917	4244.	3.6277754	4304.	3.6338723
45	4005.	3.6026025	4065.	3.6090605	4125.	3.6154240	4185.	3.6216955	4245.	3.6278777	4305.	3.6339732
46	4006.	3.6027109	4066.	3.6091674	4126.	3.6155292	4186.	3.6217992	4246.	3.6279800	4306.	3.6340740
47	4007.	3.6028193	4067.	3.6091742	4127.	3.6156345	4187.	3.6219030	4247.	3.6280823	4307.	3.6341749
48	4008.	3.6029277	4068.	3.6093809	4128.	3.6157397	4188.	3.6220067	4248.	3.6281845	4308.	3.6341757
49	4009.	3.6030361	4069.	3.6094877	4129.	3.6158449	4189.	3.6221104	4249.	3.6282867	4309.	3.6343765
50	4010.	3.6031444	4070.	3.6095944	4130.	3.6159501	4190.	3.6222140	4250.	3.6283889	4310.	3.6344773
51	4011.	3.6032527	4071.	3.6097011	4131.	3.6160552	4191.	3.6223177	4251.	3.6284911	4311.	3.6345780
52	4012.	3.6033609	4072.	3.6098078	4132.	3.6161603	4192.	3.6224213	4252.	3.6285933	4312.	3.6346788
53	4013.	3.6034692	4073.	3.6099144	4133.	3.6162654	4193.	3.6225249	4253.	3.6286954	4313.	3.6347795
54	4014.	3.6035774	4074.	3.6100210	4134.	3.6163705	4194.	3.6226284	4254.	3.6287975	4314.	3.6348801
55	4015.	3.6036855	4075.	3.6101276	4135.	3.6164755	4195.	3.6227320	4255.	3.6288996	4315.	3.6349808
56	4016.	3.6037937	4076.	3.6102342	4136.	3.6165805	4196.	3.6228355	4256.	3.6290016	4316.	3.6350814
57	4017.	3.6039018	4077.	3.6103407	4137.	3.6166855	4197.	3.6229390	4257.	3.6291037	4317.	3.6351820
58	4018.	3.6040099	4078.	3.6104472	4138.	3.6167905	4198.	3.6230424	4258.	3.6292057	4318.	3.6352826
59	4019.	3.6041180	4079.	3.6105537	4139.	3.6168954	4199.	3.6231459	4259.	3.6293076	4319.	3.6353832
60	4020.	3.6042261	4080.	3.6206602	4140.	3.6170003	4200.	3.6232493	4260.	3.6294096	4320.	3.6334837

M	12		13		14		15		16		17	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	4321.	3.6355943	4381.	3.6415733	4441.	3.6474808	4501.	3.6533090	4561.	3.6590601	4621.	3.6647360
2	4322.	3.6356848	4382.	3.6416724	4442.	3.6475786	4502.	3.6534055	4562.	3.6591553	4622.	3.6648299
3	4323.	3.6357852	4383.	3.6417715	4443.	3.6476763	4503.	3.6535019	4563.	3.6592505	4623.	3.6649239
4	4324.	3.6358857	4384.	3.6418705	4444.	3.6477741	4504.	3.6535984	4564.	3.6593456	4624.	3.6650178
5	4325.	3.6359861	4385.	3.6419696	4445.	3.6478718	4505.	3.6536948	4565.	3.6594408	4625.	3.6651117
6	4326.	3.6360865	4386.	3.6420686	4446.	3.6479695	4506.	3.6537912	4566.	3.6595359	4626.	3.6652056
7	4327.	3.6361869	4387.	3.6421676	4447.	3.6480671	4507.	3.6538876	4567.	3.6596310	4627.	3.6652995
8	4328.	3.6362873	4388.	3.6422666	4448.	3.6481648	4508.	3.6539839	4568.	3.6597261	4628.	3.6653934
9	4329.	3.6363876	4389.	3.6423656	4449.	3.6482624	4509.	3.6540802	4569.	3.6598212	4629.	3.6654872
10	4330.	3.6364879	4390.	3.6424645	4450.	3.6483600	4510.	3.6541765	4570.	3.6599162	4630.	3.6655810
11	4331.	3.6365882	4391.	3.6425634	4451.	3.6484576	4511.	3.6542728	4571.	3.6600112	4631.	3.6656748
12	4332.	3.6366884	4392.	3.6426623	4452.	3.6485552	4512.	3.6543691	4572.	3.6601062	4631.	3.6657686
13	4333.	3.6367887	4393.	3.6427612	4453.	3.6486527	4513.	3.6544653	4573.	3.6602012	4633.	3.6658623
14	4334.	3.6368889	4394.	3.6428601	4454.	3.6487502	4514.	3.6545616	4574.	3.6602962	4634.	3.6659560
15	4335.	3.6369891	4395.	3.6429589	4455	3.6488477	4515.	3.6546578	4575.	3.6603911	4635.	3.6660497
16	4336.	3.6370893	4396.	3.6430577	4456.	3.6489452	4516.	3.6547539	4576.	3.6604860	4636.	3.6661434
17	4337.	3.6371894	4397.	3.6431565	4457.	3.6490426	4517.	3.6548501	4577.	3.6605809	4637.	3.6662371
18	4338.	3.6372895	4398.	3.6432552	4458.	3.6491401	4518.	3.6549462	4578.	3.6606758	4638.	3.6663307
19	4339.	3.6373897	4390.	3.6433540	4459.	3.6492375	4519.	3.6550423	4579.	3.6607706	4639.	3.6664244
20	4340.	3.6374897	4400.	3.6434527	4460.	3.6493349	4520.	3.6551384	4580.	3.6608655	4640.	3.6665180
21	4341.	3.6375898	4401.	3.6435514	4461.	3.6494321	4521.	3.6552345	4581.	3.6609603	4641.	3.6666116
22	4342.	3.6376898	4402.	3.6436500	4462.	3.6495296	4522.	3.6553305	4582.	3.6610551	4642.	3.6667051
23	4343.	3.6377898	4403.	3.6437487	4463.	3.6496269	4523.	3.6554266	4583.	3.6611499	4643.	3.6667987
24	4344.	3.6378898	4404.	3.6438473	4464.	3.6497242	4524.	3.6555226	4584.	3.6612446	4644.	3.6668922
25	4345.	3.6379898	4405.	3.6439459	4465.	3.6498215	4525.	3.6556186	4585.	3.6613393	4645.	3.6669857
26	4346.	3.6380897	4406.	3.6440445	4466.	3.6499187	4526.	3.6557145	4586.	3.6614341	4646.	3.6670792
27	4347.	3.6381896	4407	3.6441431	4467.	3.6500160	4527.	3.6558105	4587.	3.6615287	4647.	3.6671727
28	4348.	3.6382895	4408.	3.6442416	4468.	3.6501132	4528.	3.6559064	4588.	3.6616234	4648.	3.6672661
29	4349.	3.6383894	4409.	3.6443402	4469.	3.6502104	4529.	3.6560023	4589.	3.6617181	4649.	3.6673595
30	4350.	3.6384893	4410.	3.6444386	4470.	3.6503075	4530.	3.6560982	4590.	3.6618127	4650.	3.6674530
31	4351.	3.6385891	4411.	3.6445371	4471.	3.6504047	4531.	3.6561941	4591.	3.6619073	4651.	3.6675463
32	4352.	3.6386889	4412.	3.6446355	4472.	3.6505018	4532.	3.6562899	4592.	3.6620019	4652.	3.6676397
33	4353.	3.6387887	4413.	3.6447339	4473.	3.6505989	4533.	3.6563857	4593.	3.6620964	4653.	3.6677331
34	4354.	3.6388884	4414.	3.6448323	4474.	3.6506960	4534.	3.6564815	4594.	3.6621910	4654.	3.6678264
35	4355.	3.6389882	4415.	3.6449307	4475.	3.6507930	4535.	3.6565773	4595.	3.6622855	4655.	3.6679197
36	4356.	3.6390879	4416.	3.6450291	4476.	3.6508901	4536.	3.6566730	4596.	3.6623800	4656.	3.6680130
37	4357.	3.6391876	4417.	3.6451274	4477.	3.6509871	4537.	3.6567688	4597.	3.6624745	4657.	3.6681062
38	4358	3.6392872	4418.	3.6452257	4478.	3.6510841	4538.	3.6568645	4598.	3.6625690	4658.	3.6681995
39	4359.	3.6393869	4419.	3.6453240	4479.	3.6511811	4539.	3.6569602	4599.	3.6626634	4659.	3.6682927
40	4360.	3.6394865	4420.	3.6454223	4480.	3.6512780	4540.	3.6570559	4600.	3.6627578	4660.	3.6683859
41	4361.	3.6395861	4421.	3.6455205	4491.	3.6513749	4541.	3.6571515	4601.	3.6628522	4661.	3.6684791
42	4362.	3.6396857	4422.	3.6456187	4482.	3.6514719	4542.	3.6572471	4602.	3.6629466	4662.	3.6685723
43	4363.	3.6397852	4423.	3.6457169	4483.	3.6515687	4543.	3.6573427	4603.	3.6630410	4663.	3.6686654
44	4364.	3.6398847	4424.	3.6458151	4484.	3.6516656	4544.	3.6574383	4604.	3.6631353	4664.	3.6687585
45	4365.	3.6399842	4425.	3.6459133	4485.	3.6517624	4545.	3.6575339	4605.	3.6632296	4665.	3.6688516
46	4366.	3.6400837	4426.	3.6460114	4486.	3.6518593	4546.	3.6576294	4606.	3.6633230	4666.	3.6689447
47	4367.	3.6401832	4427.	3.6461095	4487.	3.6519561	4547.	3.6577250	4607.	3.6634182	4667.	3.6690378
48	4368.	3.6402826	4428.	3.6462076	4488.	3.6520528	4548.	3.6578205	4608.	3.6635125	4668.	3.6691308
49	4369.	3.6403820	4429.	3.6463057	4489.	3.6521495	4549.	3.6579159	4609.	3.6636067	4669.	3.6692239
50	4370.	3.6404814	4430.	3.6464037	4490.	3.6522463	4550.	3.6580114	4610.	3.6637009	4670.	3.6693169
51	4371.	3.6405808	4431.	3.6465018	4491.	3.6523431	4551.	3.6581068	4611.	3.6637951	4671.	3.6694099
52	4372.	3.6406802	4432.	3.6465998	4492.	3.6524397	4552.	3.6582023	4612.	3.6638893	4672.	3.6695028
53	4373.	3.6407795	4433.	3.6466977	4493.	3.6525364	4553.	3.6582977	4613.	3.6639835	4673.	3.6695958
54	4374.	3.6408788	4434.	3.6467957	4494.	3.6526331	4554.	3.6583930	4614.	3.6640776	4674.	3.6696887
55	4375.	3.6409781	4435.	3.6468936	4495.	3.6527297	4555.	3.6584884	4615.	3.6641717	4675.	3.6697816
56	4376.	3.6410773	4436.	3.6469915	4496.	3.6528263	4556.	3.6585837	4616.	3.6642658	4676.	3.6698745
57	4377.	3.6411765	4437.	3.6470894	4497.	3.6529229	4557.	3.6586790	4617.	3.6643599	4677.	3.6699674
58	4178.	3.6412758	4438.	3.6471873	4498.	3.6530195	4558.	3.6587743	4618.	3.6644539	4678.	3.6700602
59	4379.	3.6413749	4439.	3.6472851	4499.	3.6531160	4559.	3.6588696	4619.	3.6645480	4679.	3.6701530
60	4380.	3.6414741	4440.	3.6473830	4500.	3.6532125	4560.	3.6589648	4620.	3.6646420	4680.	3.6702450

M	18		19		20		21		22		23	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	4681.	3.6703386	4741.	3.6758700	4801.	3.6813317	4861.	3.6867256	4921.	3.6920534	4981.	3.6973165
2	4682.	3.6704314	4742.	3.6759615	4802.	3.6814222	4862.	3.6868150	4922.	3.6921410	4982.	3.6974037
3	4683.	3.6705242	4743.	3.6760531	4803.	3.6815126	4863.	3.6869043	4923.	3.6922298	4983.	3.6974909
4	4684.	3.6706169	4744.	3.6761447	4804.	3.6816030	4864.	3.6869936	4924.	3.6923180	4984.	3.6975780
5	4685.	3.6707096	4745.	3.6762362	4805.	3.6816934	4865.	3.6870828	4925.	3.6924062	4985.	3.6976652
6	4686.	3.6708023	4746.	3.6763277	4806.	3.6817838	4866.	3.6871721	4926.	3.6924944	4986.	3.6977523
7	4687.	3.6708950	4747.	3.6764192	4807.	3.6818741	4867.	3.6872613	4927.	3.6925826	4987.	3.6978394
8	4688.	3.6709876	4748.	3.6765107	4808.	3.6819645	4868.	3.6873505	4928.	3.6926707	4988.	3.6979264
9	4689.	3.6710802	4749.	3.6766022	4809.	3.6820548	4869.	3.6874398	4929.	3.6927588	4989.	3.6980135
10	4690.	3.6711728	4750.	3.6766936	4810.	3.6821451	4870.	3.6875290	4930.	3.6928469	4990.	3.6981005
11	4691.	3.6712654	4752.	3.6767850	4811.	3.6822354	4871.	3.6876181	4932.	3.6929350	4991.	3.6981876
12	4692.	3.6713580	4752.	3.6768764	4812.	3.6823256	4872.	3.6877073	4932.	3.6930231	4992.	3.6982746
13	4693.	3.6714506	4753.	3.6769678	4813.	3.6824159	4873.	3.6877964	4933.	3.6932111	4993.	3.6983616
14	4694.	3.6715431	4754.	3.6770592	4814.	3.6825061	4874.	3.6878855	4934.	3.6931991	4994.	3.6984485
15	4695.	3.6716356	4755.	3.6771505	4815.	3.6825963	4875.	3.6879746	4935.	3.6932872	4995.	3.6985355
16	4696.	3.6717281	4756.	3.6772418	4816.	3.6826865	4876.	3.6880637	4936.	3.6933752	4996.	3.6986224
17	4697.	3.6718206	4757.	3.6773332	4817.	3.6827766	4877.	3.6881528	4937.	3.6934631	4997.	3.6987093
18	4698.	3.6719130	4758.	3.6774244	4818.	3.6828668	4878.	3.6882418	4938.	3.6935521	4998.	3.6987963
19	4699.	3.6720054	4759.	3.6775157	4819.	3.6829569	4879.	3.6883308	4939.	3.6936390	4999.	3.6988831
20	4700.	3.6720979	4760.	3.6776070	4820.	3.6830470	4880.	3.6884198	4940.	3.6937269	5000.	3.6989700
21	4701.	3.6721903	4761.	3.6776982	4822.	3.6831371	4881.	3.6885088	4941.	3.6938149	5001.	3.6990569
22	4702.	3.6722826	4762.	3.6777894	4822.	3.6832272	4882.	3.6885978	4942.	3.6939027	5002.	3.6991437
23	4703.	3.6723750	4763.	3.6778806	4823.	3.6833173	4883.	3.6886867	4943.	3.6939906	5003.	3.6992305
24	4704.	3.6724673	4764.	3.6779718	4824.	3.6834073	4884.	3.6887757	4944.	3.6940785	5004.	3.6993173
25	4705.	3.6725596	4765.	3.6780629	4825.	3.6834973	4885.	3.6888646	4945.	3.6941663	5005.	3.6994041
26	4706.	3.6726519	4766.	3.6781540	4826.	3.6835873	4886.	3.6889535	4946.	3.6942541	5006.	3.6994908
27	4707.	3.6727442	4767.	3.6782452	4817.	3.6836773	4887.	3.6890242	4947.	3.6943419	5007.	3.6995776
28	4708.	3.6728365	4768.	3.6783362	4828.	3.6837673	4888.	3.6891312	4948.	3.6944297	5008.	3.6996643
29	4709.	3.6729287	4769.	3.6784273	4829.	3.6838572	4889.	3.6892200	4949.	3.6945175	5009.	3.6997510
30	4710.	3.6730209	4770.	3.6785184	4830.	3.6839471	4890.	3.6893089	4950.	3.6946052	5010.	3.6998377
31	4711.	3.6731131	4771.	3.6786094	4831.	3.6840370	4891.	3.6893977	4951.	3.6946929	5011.	3.6999244
32	4712.	3.6732053	4772.	3.6787004	4832.	3.6841269	4892.	3.6894864	4952.	3.6947806	5012.	3.7000112
33	4713.	3.6732974	4773.	3.6787914	4833.	3.6842168	4893.	3.6895752	4953.	3.6948683	5013.	3.7000977
34	4714.	3.6733896	4774.	3.6788824	4834.	3.6843066	4894.	3.6896640	4954.	3.6949560	5014.	3.7001843
35	4715.	3.6734817	4775.	3.6789734	4835.	3.6843965	4895.	3.6897527	4955.	3.6950437	5015.	3.7002709
36	4716.	3.6735738	4776.	3.6790643	4836.	3.6844863	4896.	3.6898411	4956.	3.6951313	5016.	3.7003575
37	4717.	3.6736659	4777.	3.6791552	4837.	3.6845761	4897.	3.6899301	4957.	3.6952189	5017.	3.7004442
38	4718.	3.6737579	4778.	3.6792461	4838.	3.6846659	4898.	3.6900188	4958.	3.6953065	5018.	3.7005307
39	4719.	3.6738500	4779.	3.6793370	4839.	3.6847556	4899.	3.6901074	4959.	3.6953941	5019.	3.7006172
40	4720.	3.6739420	4780.	3.6794279	4840.	3.6848454	4900.	3.6901961	4960.	3.6954817	5020.	3.7007037
41	4721.	3.6740340	4781.	3.6795187	4841.	3.6849351	4901.	3.6902847	4961.	3.6955692	5021.	3.7007902
42	4722.	3.6741260	4782.	3.6796096	4842.	3.6850248	4902.	3.6903733	4962.	3.6956568	5022.	3.7008767
43	4723.	3.6742179	4783.	3.6797004	4843.	3.6851145	4903.	3.6904619	4963.	3.6957443	5023.	3.7009632
44	4724.	3.6743099	4784.	3.6797912	4844.	3.6852041	4904.	3.6905505	4964.	3.6958318	5024.	3.7010496
45	4725.	3.6744018	4785.	3.6798819	4845.	3.6852938	4905.	3.6906390	4965.	3.6959193	5025.	3.7011362
46	4726.	3.6744937	4786.	3.6799727	4846.	3.6853834	4906.	3.6907275	4966.	3.6960067	5026.	3.7012225
47	4727.	3.6745856	4787.	3.6800634	4847.	3.6854730	4907.	3.6908161	4967.	3.6960942	5027.	3.7013089
48	4728.	3.6746775	4788.	3.6802541	4848.	3.6855626	4908.	3.6909046	4968.	3.6961816	5028.	3.7013953
49	4729.	3.6747693	4789.	3.6802448	4849.	3.6856522	4909.	3.6909930	4969.	3.6962690	5029.	3.7014816
50	4730.	3.6748611	4790.	3.6803355	4850.	3.6857417	4910.	3.6910815	4970.	3.6963564	5030.	3.7015680
51	4731.	3.6749529	4791.	3.6804262	4851.	3.6858313	4911.	3.6911699	4971.	3.6964438	5031.	3.7016543
52	4732.	3.6750447	4792.	3.6805168	4852.	3.6859208	4912.	3.6912584	4972.	3.6965311	5032.	3.7017406
53	4733.	3.6751365	4793.	3.6806074	4853.	3.6860103	4913.	3.6913468	4973.	3.6966185	5033.	3.7018269
54	4734.	3.6752283	4794.	3.6806980	4854.	3.6860998	4914.	3.6914352	4974.	3.6967058	5034.	3.7029132
55	4735.	3.6753200	4795.	3.6807886	4855.	3.6861892	4915.	3.6915235	4975.	3.6967931	5035.	3.7019995
56	4736.	3.6754117	4796.	3.6808792	4856.	3.6862787	4916.	3.6916119	4976.	3.6968804	5036.	3.7020857
57	4737.	3.6755034	4797.	3.6809697	4857.	3.6863681	4917.	3.6917002	4977.	3.6969676	5037.	3.7021720
58	4738.	3.6755951	4798.	3.6810602	4858.	3.6864575	4918.	3.6917885	4978.	3.6970549	5038.	3.7022582
59	4739.	3.6756867	4799.	3.6811507	4859.	3.6865469	4919.	3.6928768	4979.	3.6972421	5039.	3.7023444
60	4740.	3.6757783	4800.	3.6812412	4860.	3.6866363	4920.	3.6919651	4980.	3.6972293	5040.	3.7024305

M	24		25		26		27		28		29	
S	N.	Logarit	N.	Logarit	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	5341.	3.7025167	5101.	3.7076553	5161.	3.7127339	5221.	3.7177537	5181.	3.7227162	5341.	3.7276226
2	5042.	3.7026028	5102.	3.7077405	5162.	3.7128180	5222.	3.7178369	5282.	3.7227984	5342.	3.7277039
3	5043.	3.7026890	5103.	3.7078256	5163.	3.7129021	5223.	3.7179200	5283.	3.7228806	5343.	3.7277852
4	5044.	3.7027751	5104.	3.7079107	5164.	3.7129862	5224.	3.7180032	5284.	3.7229628	5344.	3.7278664
5	5045.	3.7028612	5105.	3.7079957	5165.	3.7130703	5225.	3.7180863	5285.	3.7230450	5345.	3.7279477
6	5046.	3.7029472	5106.	3.7080808	5166.	3.7131544	5226.	3.7181694	5286.	3.7231272	5346.	3.7280190
7	5047.	3.7030333	5107.	3.7081659	5167.	3.7132385	5227.	3.7182525	5287.	3.7132093	5347.	3.7281102
8	5048.	3.7031193	5108.	3.7082509	5168.	3.7133225	5228.	3.7183356	5288.	3.7232914	5348.	3.7281914
9	5049.	3.7032054	5109.	3.7083359	5169.	3.7134065	5229.	3.7184186	5289.	3.7133736	5349.	3.7282726
10	5050.	3.7032914	5110.	3.7084209	5170.	3.7134905	5230.	3.7185017	5290.	3.7234557	5350.	3.7283538
11	5051.	3.7033774	5111.	3.7085059	5171.	3.7135745	5231.	3.7185847	5291.	3.7235378	5351.	3.7284350
12	5052.	3.7034633	5112.	3.7085908	5172.	3.7136585	5232.	3.7186677	5292.	3.7236198	5352.	3.7295161
13	5053.	3.7035493	5113.	3.7086758	5173.	3.7137425	5233.	3.7187507	5193.	3.7237019	5353.	3.7285972
14	5054.	3.7036352	5114.	3.7087607	5174.	3.7138164	5234.	3.7188337	5294.	3.7237839	5354.	3.7286784
15	5055.	3.7037212	5115.	3.7088456	5175.	3.7139104	5235.	3.7189167	5295.	3.7238660	5355.	3.7287595
26	5056.	3.7038072	5116.	3.7089305	5176.	3.7139943	5236.	3.7189996	5296.	3.7239480	5356.	3.7288406
17	5057.	3.7038930	5117.	3.7090154	5177.	3.7140782	5237.	3.7190826	5197.	3.7240300	5357.	3.7289216
18	5058.	3.7039788	5118.	3.7091003	5178.	3.7141620	5238.	3.7191655	5298.	3.7241120	5358.	3.7290017
19	5059.	3.7040647	5119.	3.7091851	5179.	3.7142459	5239.	3.7192484	5299.	3.7241939	5359.	3.7290838
20	5060.	3.7041505	5120.	3.7092700	5180.	3.7143298	5240.	3.7193313	5300.	3.7242759	5360.	3.7291648
21	5061.	3.7042363	5121.	3.7093549	5181.	3.7144136	5241.	3.7194142	5301.	3.7243578	5361.	3.7292458
22	5052.	3.7043221	5122.	3.7094395	5182.	3.7144974	5242.	3.7194970	5302.	3.7144397	5362.	3.7293268
23	5063.	3.7044079	5123.	3.7095244	5183.	3.7145812	5243.	3.7195799	5303.	3.7245116	5363.	3.7294078
24	5064.	3.7044937	5124.	3.7096091	5184.	3.7146650	5244.	3.7196627	5304.	3.7246035	5364.	3.7294888
25	5065.	3.7045794	5125.	3.7096939	5185.	3.7147488	5245.	3.7197455	5305.	3.7246854	5365.	3.7295697
26	5066.	3.7046652	5126.	3.7097786	5186.	3.7148325	5246.	3.7198283	5306.	3.7247672	5366.	3.7296507
27	5067.	3.7047509	5127.	3.7098633	5187.	3.7149162	5247.	3.7190111	5307.	3.7248401	5367.	3.7297316
28	5068.	3.7048366	51.8.	3.7099480	5188.	3.7150000	5248.	3.7199938	5308.	3.7249309	5368.	3.7298125
29	5069.	3.7049223	5129.	3.7100327	5189.	3.7150837	5249.	3.7200766	5309.	3.7250127	5369.	3.7298934
30	5070.	3.7050080	5130.	3.7101174	5190.	3.7151674	5250.	3.7201593	5310.	3.7250945	5370.	3.7299743
31	5071.	3.7050930	5131.	3.7102020	5191.	3.7152510	5251.	3.7202420	5311.	3.7251764	5371.	3.7300552
32	5072.	3.7051792	5132.	3.7102866	5192.	3.7153347	5252.	3.7103247	5312.	3.7252581	5372.	3.7301360
33	5073.	3.7052649	5133.	3.7103713	5193.	3.7154183	5253.	3.7204074	5313.	3.7253308	5373.	3.7302168
34	5074.	3.7053505	5134.	3.7104559	5194.	3.7155019	5254.	3.7204901	5314.	3.7254216	5374.	3.7302977
35	5075.	3.7054360	5135.	3.7105404	5195.	3.7155856	5255.	3.7205727	5315.	3.7255033	5375.	3.7303785
36	5076.	3.7055216	5136.	3.7106250	5196.	3.7156691	5256.	3.7206554	5316.	3.7255850	5376.	3.7304593
37	5077.	3.7056072	5137.	3.7107096	5197.	3.7157527	5257.	3.7207380	5317.	3.7256667	5377.	3.7305400
38	5078.	3.7056927	5138	3.7107941	5198.	3.7158363	5258.	3.7208206	5318.	3.7257483	5378.	3.7306208
39	5079.	3.7057782	5139.	3.7108786	5199.	3.7159198	5259.	3.7209032	5319.	3.7258300	5379.	3.7307015
40	5080.	3.7058637	5140.	3.7109631	5200.	3.7160033	5260.	3.7209857	5320.	3.7259116	5380.	3.7307823
41	5081.	3.7059491	5141.	3.7110476	5201.	3.7160869	5261.	3.7210683	5321.	3.7259933	5381.	3.7308630
42	5082.	3.7060347	5142.	3.7111321	5202.	3.7161703	5262.	3.7211508	5322.	3.7260749	5382.	3.7309437
43	5083.	3.7061201	5143.	3.7112165	5203.	3.7162538	5263.	3.7212334	5323.	3.7261565	5383.	3.7310244
44	5084.	3.7062055	5144.	3.7113010	5204.	3.7163373	5264.	3.7213159	5324.	3.7262380	5384.	3.7311051
45	5085.	3.7062910	5145.	3.7113854	5205.	3.7164207	5265.	3.7213984	5325.	3.7263196	5385.	3.7311857
46	5086.	3.7063764	5146.	3.7114698	5206.	3.7165042	5266.	3.7214809	5326.	3.7264012	5386.	3.7312663
47	5087.	3.7064617	5147.	3.7115541	5207.	3.7165876	5267.	3.7215633	5327.	3.7264827	5387.	3.7313470
48	5088.	3.7065471	5148.	3.7116385	5208.	3.7166710	5268.	3.7216458	5328.	3.7265642	5388.	3.7314276
49	5089.	3.7066315	5149.	3.7117229	5209.	3.7167544	5269.	3.7217182	5329.	3.7266457	5389.	3.7315082
50	5090.	3.7067178	5150.	3.7118072	5210.	3.7168377	5270.	3.7218106	5330.	3.7267272	5390.	3.7315888
51	5091.	3.7068031	5151.	3.7118915	5111.	3.7169211	5271.	3.7218930	5331.	3.7268087	5391.	3.7316693
52	5092.	3.7068884	5152.	3.7119759	5212.	3.7170044	5272.	3.7219754	5331.	3.7268901	5392.	3.7317499
53	5093.	3.7069737	5153.	3.7120601	5213.	3.7170877	5273.	3.7220578	5333.	3.7269716	5393.	3.7318304
54	5094.	3.7070589	5154.	3.7121444	5214.	3.7171710	5274.	3.7221401	5334.	3.7270530	5394.	3.7319109
55	5095.	3.7071442	5155.	3.7122287	5215.	3.7172543	5275	3.7222225	5335.	3.7271344	5395.	3.7319914
56	5096.	3.7072294	5156.	3.7123129	5216.	3.7173376	5276.	3.7223048	5336.	3.7272158	5396.	3.7320719
57	5097.	3.7073146	5157.	3.7123971	5217.	3.7174208	5277.	3.7223871	5337.	3.7272972	5397.	3.7321524
59	5098.	3.7073998	5158.	3.7124813	5218.	3.7175041	5278.	3.7224694	5338.	3.7273786	5398.	3.7322329
57	5099.	3.7074950	5159.	3.7125655	5219.	3.7175873	5279.	3.7225517	5339.	3.7274599	5399.	3.7323133
60	5100.	3.7075702	5160.	3.7126497	5220.	3.7176705	5280.	3.7226339	5340.	3.7275413	5400.	3.7323938

M	30		31		32		33		34		35	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	5401.	3.7324742	5461.	3.7372721	5521.	3.7420177	5581	3.7467120	5641.	3.7513561	5701.	3.7559510
2	5402.	3.7325546	5462.	3.7373517	5522.	3.7420964	5582.	3.7467898	5642.	3.7514331	5702.	3.7560272
3	5403.	3.7326350	5463.	3.7374312	5523.	3.7421750	5583.	3.7468676	5643.	3.7515101	5703.	3.7561034
4	5404.	3.7327153	5464.	3.7375107	5524.	3.7422537	5584.	3.7469454	5644.	3.7515870	5704.	3.7561795
5	5405.	3.7327957	5465.	3.7375902	5525.	3.7423323	5585.	3.7470232	5645.	3.7516639	5705.	3.7562556
6	5406.	3.7328760	5466.	3.7376696	5526.	3.7424109	5586.	3.7471009	5646.	3.7517409	5706.	3.7563318
7	5407.	3.7329564	5467.	3.7377491	5527.	3.7424895	5587.	3.7471787	5647.	3.7518178	5707.	3.7564079
8	5408.	3.7330367	5468.	3.7378285	5528.	3.7425680	5588.	3.7472564	5648.	3.7518947	5708.	3.7564840
9	5409.	3.7331170	5469.	3.7379079	5529.	3.7426466	5589.	3.7473341	5649.	3.7519716	5709.	3.7565600
10	5410.	3.7331973	5470.	3.7379873	5530.	3.7427251	5590.	3.7474118	5650.	3.7520484	5710.	3.7566361
11	5411.	3.7332775	5471.	3.7380667	5531.	3.7428037	5591.	3.7474895	5651.	3.7521253	5711.	3.7567122
12	5412.	3.7333578	5472.	3.7381461	5532.	3.7428822	5592.	3.7475672	5652.	3.7522021	5712.	3.7567882
13	5413.	3.7334380	5473.	3.7382254	5533.	3.7429607	5593.	3.7476448	5653.	3.7522790	5713.	3.7568642
14	5414.	3.7335183	5474.	3.7383048	5534.	3.7430392	5594.	3.7477225	5654.	3.7523558	5714.	3.7569402
15	5415.	3.7335985	5475.	3.7383841	5535.	3.7431176	5595.	3.7478001	5655.	3.7524326	5715.	3.7570162
16	5416.	3.7336787	5476.	3.7384634	5536.	3.7431961	5596.	3.7478777	5656.	3.7525094	5716.	3.7570922
17	5417.	3.7337588	5477.	3.7385427	5537.	3.7432745	5597.	3.7479553	5657.	3.7525862	5717.	3.7571682
18	5418.	3.7338390	5478.	3.7386220	5538	3.7433530	5598.	3.7480329	5658.	3.7526629	5718.	3.7572442
19	5419.	3.7339191	5479.	3.7387013	5539.	3.7434314	5599.	3.7481105	5659.	3.7527397	5719.	3.7573201
20	5420.	3.7339993	5480.	3.7387806	5540.	3.7435098	5600.	3.7481880	5660.	3.7528164	5720.	3.7573960
21	5421.	3.7340794	5481.	3.7388598	5541.	3.7435882	5601.	3.7482656	5661.	3.7528932	5721.	3.7574720
22	5422.	3.7341595	5482.	3.7389390	5542.	3.7436665	5602.	3.7483431	5662.	3.7529699	5721.	3.7575479
23	5423.	3.7342396	5483.	3.7390182	5543.	3.7437449	5603.	3.7484206	5663.	3.7530466	5723.	3.7576237
24	5424.	3.7343197	5484.	3.7390974	5544.	3.7438232	5604.	3.7484981	5664.	3.7531232	5724.	3.7576996
25	5425.	3.7343997	5485.	3.7391766	5545	3.7439016	5605.	3.7485756	5665.	3.7531999	5725.	3.7577755
26	5426.	3.7344798	5486.	3.7392558	5546.	3.7439799	5606.	3.7486531	5666.	3.7532766	5726.	3.7578513
27	5427.	3.7345598	5487.	3.7393350	5547.	3.7440582	5607.	3.7487306	5667.	3.7533532	5727.	3.7579272
28	5428.	3.7346398	5488.	3.7394141	5548.	3.7441365	5608.	3.7488080	5668.	3.7534298	5728.	3.7580030
29	5429.	3.7347198	5489.	3.7394932	5549.	3.7442147	5609.	3.7488854	5669.	3.7535064	5729.	3.7580788
30	5430.	3.7347998	5490.	3.7395723	5550.	3.7442930	5610.	3.7489629	5670.	3.7535831	5730.	3.7581546
31	5431.	3.7348798	5491.	3.7396514	5551.	3.7443712	5611.	3.7490403	5671.	3.7536596	5731.	3.7582304
32	5432.	3.7349598	5492.	3.7397305	5552.	3.7444495	5612.	3.7491177	5672.	3.7537362	5732.	3.7583062
33	5433.	3.7350397	5493.	3.7398096	5553.	3.7445277	5613.	3.7491950	5673.	3.7538128	5733.	3.7583819
34	5434.	3.7351196	5494.	3.7398887	5554.	3.7446059	5614.	3.7492724	5674.	3.7538893	5734.	3.7584577
35	5435.	3.7351995	5495.	3.7399677	5555.	3.7446841	5615.	3.7493498	5675.	3.7539659	5735.	3.7585334
36	5436.	3.7352794	5496.	3.7400467	5556.	3.7447622	5616.	3.7494271	5676.	3.7540424	5736.	3.7586091
37	5437.	3.7353593	5497.	3.7401257	5557.	3.7448404	5617.	3.7495044	5677.	3.7541189	5737.	3.7586848
38	5438.	3.7354392	5498.	3.7402047	5558.	3.7449185	5618.	3.7495817	5678.	3.7541954	5738.	3.7587605
39	5439.	3.7355191	5499.	3.7402837	5559.	3.7449967	5619.	3.7496590	5679.	3.7542719	5739.	3.7588362
40	5440.	3.7355989	5500.	3.7403627	5560.	3.7450748	5620.	3.7497363	5680.	3.7543483	5740.	3.7589119
41	5441.	3.7356787	5501.	3.7404416	5561.	3.7451529	5622.	3.7498136	5681.	3.7544248	5741.	3.7589875
42	5442.	3.7357585	5502.	3.7405206	5562.	3.7452320	5622.	3.7498908	5682.	3.7545012	5742.	3.7590632
43	5443.	3.7358383	5503.	3.7405995	5563.	3.7453091	5623.	3.7499681	5683.	3.7545777	5743.	3.7591388
44	5444.	3.7359181	5504.	3.7406784	5564.	3.7453871	5624.	3.7500453	5684.	3.7546541	5744.	3.7592144
45	5445.	3.7359979	5505.	3.7407573	5565.	3.7454652	5625.	3.7501225	5685.	3.7547305	5745.	3.7592900
46	5446.	3.7360776	5506.	3.7408362	5566.	3.7455432	5626.	3.7501997	5686.	3.7548069	5746.	3.7593656
47	5447.	3.7361574	5507.	3.7409151	5567.	3.7456212	5627.	3.7502769	5687.	3.7548832	5747.	3.7594412
48	5448.	3.7362371	5508.	3.7409939	5568.	3.7456992	5628.	3.7503541	5688.	3.7549596	5748.	3.7595168
49	5449.	3.7363168	5509.	3.7410728	5569.	3.7457772	5629.	3.7504312	5689.	3.7550359	5749.	3.7595923
50	5450.	3.7363965	5510.	3.7411516	5570.	3.7458552	5630.	3.7505084	5690.	3.7551123	5750.	3.7596678
51	5451.	3.7364762	5511.	3.7412304	5571.	3.7459332	5631.	3.7505855	5691.	3.7551886	5751.	3.7597434
52	5452.	3.7365558	5512.	3.7413092	5572.	3.7460111	5632.	3.7506626	5692.	3.7552649	5752.	3.7598189
53	5453.	3.7366355	5513.	3.7413880	5573.	3.7460890	5633.	3.7507398	5693.	3.7553412	5753.	3.7598944
54	5454.	3.7367151	5514.	3.7414668	5574.	3.7461670	5634.	3.7508168	5694.	3.7554175	5754.	3.7599699
55	5455.	3.7367948	5515.	3.7415455	5575.	3.7462449	5635.	3.7508939	5695.	3.7554937	5755.	3.7600453
56	5456.	3.7368744	5516.	3.7416243	5576.	3.7463228	5636.	3.7509710	5696.	3.7555700	5756.	3.7601208
57	5457.	3.7369540	5517.	3.7417030	5577.	3.7464006	5637.	3.7510480	5697.	3.7556462	5757.	3.7601962
58	5458.	3.7370335	5518.	3.7417817	5578.	3.7464785	5638.	3.7511251	5698.	3.7557224	5758.	3.7602717
59	5459.	3.7371131	5519.	3.7418604	5579.	3.7465564	5639.	3.7512021	5699.	3.7557987	5759.	3.7603471
60	5460.	3.7371926	5520.	3.7419391	5580.	3.7466342	5640.	3.7512791	5700.	3.7558749	5700.	3.7604225

M	36		37		38		39		40		41	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	5761.	3.7604979	5821.	3.7649976	5881.	3.7694512	5941.	3.7738596	6001.	3.7782236	6061.	3.7825443
2	5762.	3.7605733	5822.	3.7650722	5882.	3.7695250	5942.	3.7739326	6002.	3.7782960	6062.	3.7826159
3	5763.	3.7606486	5823.	3.7651468	5883.	3.7695988	5943.	3.7740057	6003.	3.7783683	6063.	3.7826876
4	5764.	3.7607240	5824.	3.7652214	5884.	3.7696727	5944.	3.7740788	6004.	3.7784407	6064.	3.7827592
5	5765.	3.7607993	5825.	3.7652959	5885.	3.7697465	5945.	3.7741519	6005.	3.7785130	6065.	3.7828308
6	5766.	3.7608746	5826.	3.7653705	5886.	3.7698203	5946.	3.7742249	6006.	3.7785853	6066.	3.7829024
7	5767.	3.7609500	5827.	3.7654450	5887.	3.7698940	5947.	3.7742979	6007.	3.7786576	6067.	3.7829740
8	5768.	3.7610253	5828.	3.7655195	5888.	3.7699678	5948.	3.7743710	6008.	3.7787299	6068	3.7830456
9	5769.	3.7611005	5829.	3.7655941	5889.	3.7700416	5949.	3.7744440	6009.	3.7788022	6069.	3.7831171
10	5770.	3.7611758	5830.	3.7656686	5890.	3.7701153	5950.	3.7745170	6010.	3.7788745	6070.	3.7831887
11	5771.	3.7612511	5831.	3.7657430	5891.	3.7701890	5951.	3.7745900	6011.	3.7789467	6071.	3.7832602
12	5772.	3.7613263	5832.	3.7658175	5892.	3.7702627	5952.	3.7746629	6012.	3.7790190	6072.	3.7833318
13	5773.	3.7614016	5833.	3.7658920	5893.	3.7703364	5953.	3.7747359	6013.	3.7790912	6073.	3.7834033
14	5774.	3.7614768	5834.	3.7659664	5894.	3.7704101	5954.	3.7748088	6024.	3.7791634	6074.	3.7834748
15	5775.	3.7615520	5835.	3.7660409	5895.	3.7704838	5955.	3.7748818	6015.	3.7792356	6075.	3.7835463
16	5776.	3.7616272	5836.	3.7661153	5896.	3.7705575	5956.	3.7749547	6016.	3.7793078	6076.	3.7836178
17	5777.	3.7617024	5837.	3.7661897	5897.	3.7706311	5957.	3.7750276	6017.	3.7793800	6077.	3.7836892
18	5778.	3.7617775	5838.	3.7662641	5898.	3.7707048	5958.	3.7751005	6018.	3.7794322	6078.	3.7837607
19	5779.	3.7618527	5839.	3.7663385	5899.	3.7707784	5959.	3.7751734	6019.	3.7795243	6079.	3.7838322
20	5780.	3.7619278	5840.	3.7664128	5900.	3.7708520	5960.	3.7752463	6020.	3.7795965	6080.	3.7839036
21	5781.	3.7620030	5841.	3.7664872	5901.	3.7709256	5961.	3.7753191	6021.	3.7796686	6081.	3.7839750
22	5782.	3.7620781	5842.	3.7665616	5902.	3.7709992	5962.	3.7753920	6022.	3.7797408	6082.	3.7840464
23	5783.	3.7621532	5843.	3.7666359	5903.	3.7710728	5963.	3.7754648	6023.	3.7798129	6083.	3.7841178
24	5784.	3.7622283	5844.	3.7667102	5904.	3.7711463	5964.	3.7755376	6024.	3.7798850	6084.	3.7841892
25	5785.	3.7623034	5845.	3.7667845	5905.	3.7712199	5965.	3.7756104	6025.	3.7 99571	6085.	3.7842606
26	5786.	3.7623784	5846.	3.7668588	5906.	3.7712934	5966.	3.7756832	6026.	3.7800291	6086.	3.7843319
27	5787.	3.7624535	5847.	3.7669332	5907.	3.7713670	5967.	3.7757560	6027.	3.7801012	6087.	3.7844033
28	5788.	3.7625285	5848.	3.7670074	5908.	3.7714405	5968.	3.7758288	6028.	3.7801732	6088.	3.7844746
29	5789.	3.7626035	5849.	3.7670816	5909.	3.7715140	5969.	3.7759016	6029.	3.7802453	6089.	3.7845460
30	5790.	3.7626786	5850.	3.7671559	5910.	3.7715875	5970.	3.7759743	6030.	3.7803173	6090.	3.7846173
31	5791.	3.7627536	5851.	3.7672302	5911.	3.7716610	5971.	3.7760471	6031.	3.7803803	6091.	3.7846886
32	5792.	3.7628286	5852.	3.7673043	5912.	3.7717344	5972.	3.7761198	6032.	3.7804613	6092.	3.7847599
33	5793.	3.7629035	5853.	3.7673785	5913.	3.7718079	5973.	3.7761925	6033.	3.7805333	6093.	3.7848312
34	5794.	3.7629785	5854.	3.7674527	5914.	3.7718813	5974.	3.7762652	6034.	3.7806053	6094.	3.7849024
35	5795.	3.7630534	5855.	3.7675269	5915.	3.7719547	5975.	3.7763379	6035.	3.7806773	6095.	3.7849737
36	5796.	3.7631284	5856.	3.7676011	5916.	3.7720282	5976.	3.7764106	6036.	3.7807492	6096.	3.7850450
37	5797.	3.7632033	5857.	3.7676752	5917.	3.7721016	5977.	3.7764833	6037.	3.7808212	6097.	3.7851162
38	5798.	3.7632782	5858.	3.7677494	5918.	3.7721750	5978.	3.7765559	6038.	3.7808931	6098.	3.7851874
39	5799.	3.7633531	5859.	3.7678235	5919.	3.7722483	5979.	3.7766286	6039.	3.7809650	6099.	3.7852586
40	5800.	3.7634280	5860.	3.7678976	5910.	3.7723217	5980.	3.7767012	6040.	3.7810369	6100.	3.7853298
41	5801.	3.7635029	5861	3.7679717	5921.	3.7723951	5981.	3.7767738	6041.	3.7811088	6101.	3.7854010
42	5802.	3.7635777	5862.	3.7680458	5922.	3.7724684	5982.	3.7768464	6042.	3.7811807	6102.	3.7854722
43	5803.	3.7636526	5863.	3.7681199	5923.	3.7725417	5983.	3.7769190	6043.	3.7812526	6103.	3.7855434
44	5804.	3.7637274	5864.	3.7681940	5924.	3.7726150	5984.	3.7769916	6044.	3.7813245	6104.	3.7856145
45	5805.	3.7638022	5865.	3.7682680	5925.	3.7726884	5985.	3.7770642	6045.	3.7813963	6105.	3.7856857
46	5806.	3.7638770	5866.	3.7683421	5926.	3.7727616	5986.	3.7771367	6046.	3.7814681	6106.	3.7857568
47	5807.	3.7639518	5867.	3.7684161	5927.	3.7728349	5987.	3.7772093	6047.	3.7815400	6107.	3.7858279
48	5808.	3.7640266	5868.	3.7684901	5928.	3.7729082	5988.	3.7772818	6048.	3.7816118	6108.	3.7858990
49	5809.	3.7641014	5869.	3.7685641	5929.	3.7729815	5989.	3.7773543	6049.	3.7816836	6109.	3.7859701
50	5810.	3.7641761	5870.	3.7686381	5930.	3.7730547	5990.	3.7774268	6050.	3.7817554	6110.	3.7860412
51	5811.	3.7642509	5871.	3.7687121	5931.	3.7731279	5991.	3.7774993	6051.	3.7818272	6111.	3.7861123
52	5812.	3.7643256	5872.	3.7687860	5932.	3.7732011	5992.	3.7773718	6052.	3.7818989	6112.	3.7861833
53	5813.	3.7644003	5873.	3.7688600	5933.	3.7732743	5993.	3.7776443	6053.	3.7819707	6113.	3.7862544
54	5814.	3.7644750	5874.	3.7689339	5934.	3.7733475	5994.	3.7777167	6054.	3.7820424	6114.	3.7863254
55	5815.	3.7645497	5875.	3.7690079	5935.	3.7734207	5995.	3.7777892	6055.	3.7821141	6115.	3.7863965
56	5816.	3.7646244	5876.	3.7690818	5936.	3.7734939	5996.	3.7778626	6056.	3.7821859	6116.	3.7864675
57	5817.	3.7646991	5877.	3.7691557	5937.	3.7735670	5997.	3.7779340	6057.	3.7822576	6117.	3.7865385
58	5818.	3.7647737	5878.	3.7692296	5938.	3.7736402	5998.	3.7780065	6058.	3.7823293	6118.	3.7866095
59	5819.	3.7648484	5879.	3.7693033	5939.	3.7737133	5999.	3.7780789	6059.	3.7824010	6119.	3.7866805
60	5820.	3.7649230	5880.	3.7693773	5940.	3.7737864	6000.	3.7781513	6060.	3.7824726	6120.	3.7867524

M	42		43		44		45		46		47	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	6121.	3.7868224	6181.	3.7910587	6241.	3.7952542	6301.	3.7994095	6361.	3.8035254	6421.	3.8076027
2	6122.	3.7868933	6182.	3.7911290	6242.	3.7953248	6302.	3.7994784	6362.	3.8035937	6422.	3.8076703
3	6123.	3.7869643	6183.	3.7911992	6243.	3.7953933	6303.	3.7995473	6363.	3.8036619	6423.	3.8077379
4	6124.	3.7870352	6184.	3.7912695	6244.	3.7954629	6304.	3.7996162	6364.	3.8037302	6424.	3.8078055
5	6125.	3.7871062	6185	3.7913397	6245.	3.7955324	6305.	3.7996851	6365.	3.8037984	6425.	3.8078731
6	6126.	3.7871770	6186.	3.7914099	6246.	3.7956020	6306.	3.7997540	6366.	3.8038665	6426.	3.8079407
7	6127.	3.7872479	6187.	3.7914801	6247.	3.7956715	6307.	3.7998228	6367.	3.8039348	6427.	3.8080083
8	6128.	3.7873188	6188.	3.7915503	6248.	3.7957410	6308.	3.7998917	6368.	3.8040032	6428.	3.8080759
9	6129.	3.7873896	6189.	3.7916205	6249.	3.7958105	6309.	3.7999605	6369.	3.8040712	6429.	3.8081434
10	6130.	3.7874605	6190.	3.7916906	6250.	3.7958800	6310.	3.8000294	6370.	3.8041394	6430.	3.8082110
11	6131.	3.7875313	6191.	3.7917608	6251.	3.7959495	6311.	3.8000982	6371.	3.8042076	6431.	3.8082785
12	6132.	3.7876021	6192.	3.7918309	6252.	3.7960190	6312.	3.8001670	6372.	3.8042758	6432.	3.8083460
13	6133.	3.7876730	6193.	3.7919011	6253.	3.7960884	6313.	3.8002358	6373.	3.8043439	6433.	3.8084136
14	6134.	3.7877438	6194.	3.7919712	6254.	3.7961579	6314.	3.8003046	6374.	3.8044121	6434.	3.8084811
15	6135.	3.7878146	6195.	3.7920413	6255.	3.7962273	6315.	3.8003734	6375.	3.8044802	6435.	3.8085486
16	6136.	3.7878854	6196.	3.7921114	6256.	3.7962967	6316.	3.8004421	6376.	3.8045483	6436.	3.8086160
17	6137.	3.7879561	6197.	3.7921815	6257.	3.7963662	6317.	3.8005109	6377.	3.8046164	6437.	3.8086835
18	6138.	3.7880269	6198.	3.7922516	6258.	3.7964356	6318.	3.8005796	6378.	3.8046845	6438.	3.8087510
19	6139.	3.7880976	6199.	3.7923216	6259.	3.7965050	6319.	3.8006484	6379.	3.8047526	6439.	3.8088184
20	6140.	3.7881684	6200.	3.7923917	6260.	3.7965743	6320.	3.8007171	6380.	3.8048207	6440.	3.8088859
21	6141.	3.7882391	6201.	3.7924617	6261.	3.7966437	6321.	3.8007858	6381.	3.8048887	6441.	3.8089533
22	6142.	3.7883098	6202.	3.7925318	6262.	3.7967131	6322.	3.8008545	6382.	3.8049568	6442.	3.8090207
23	6143.	3.7883805	6203.	3.7926018	6263.	3.7967824	6323.	3.8009232	6383.	3.8050248	6443.	3.8090881
24	6144.	3.7884512	6204.	3.7926718	6204.	3.7968517	6324.	3.8009919	6384.	3.8050929	6444.	3.8091555
25	6145.	3.7885219	6205.	3.7927418	6265.	3.7969211	6325.	3.8010605	6385.	3.8051609	6445.	3.8092229
26	6146.	3.7885926	6206.	3.7928118	6266.	3.7969904	6326.	3.8011292	6386.	3.8052289	6446.	3.8092903
27	6147.	3.7886632	6207.	3.7928817	6267.	3.7970597	6327.	3.8011978	6387.	3.8052969	6447.	3.8093577
28	6148.	3.7887339	6208.	3.7929517	6268.	3.7971290	6328.	3.8012665	6388.	3.8053649	6448.	3.8094250
29	6149.	3.7888045	6209.	3.7930217	6269.	3.7971983	6329.	3.8013351	6389.	3.8054329	6449.	3.8094924
30	6150.	3.7888751	6210.	3.7930916	6270.	3.7972675	6330.	3.8014037	6390.	3.8055009	6450.	3.8095597
31	6151.	3.7889457	6211.	3.7931615	6271.	3.7973368	6331.	3.8014723	6391.	3.8055688	6451.	3.8096270
32	6152.	3.7890163	6212.	3.7932314	6272.	3.7974060	6332.	3.8015409	6392.	3.8056368	6452.	3.8096944
33	6153.	3.7890869	6213.	3.7933014	6273.	3.7974753	6333.	3.8016095	6393.	3.8057047	6453.	3.8097617
34	6154.	3.7891575	6214.	3.7933712	6274.	3.7975445	6334.	3.8016781	6394.	3.8057726	6454.	3.8098290
35	6155.	3.7892281	6215.	3.7934411	6275.	3.7976137	6335.	3.8017466	6395.	3.8058405	6455.	3.8098962
36	6156.	3.7891986	6216.	3.7935110	6276.	3.7976829	6336.	3.8018152	6396.	3.8059085	6456.	3.8099635
37	6157.	3.7893692	6217.	3.7935809	6277.	3.7977521	6337.	3.8018837	6397.	3.8059764	6457.	3.8100308
38	6158.	3.7894397	6218.	3.7936507	6278.	3.7978213	6338.	3.8019522	6398.	3.8060442	6458.	3.8100980
39	6159.	3.7895102	6219.	3.7937206	6279.	3.7978905	6339.	3.8020208	6399.	3.8061121	6459.	3.8101653
40	6160.	3.7895807	6220.	3.7937904	6280.	3.7979596	6340.	3.8020893	6400.	3.8061800	6460.	3.8102325
41	6161.	3.7896512	6221.	3.7938602	6281.	3.7980288	6341.	3.8021578	6401.	3.8062478	6461.	3.8101997
42	6162.	3.7897217	6222.	3.7939300	6282.	3.7980979	6342.	3.8022262	6402.	3.8063157	6462.	3.8103670
43	6163.	3.7897922	6223.	3.7939998	6283.	3.7981671	6343.	3.8022947	6403.	3.8063835	6463.	3.8104342
44	6164.	3.7898626	6224.	3.7940695	6284.	3.7982362	6344.	3.8023632	6404.	3.8064513	6454.	3.8105013
45	6165.	3.7899331	6225.	3.7941394	6285.	3.7983053	6345.	3.8024316	6405.	3.8065191	6465.	3.8105685
46	6166.	3.7900035	6226.	3.7942091	6246.	3.7983744	6346.	3.8025001	6406.	3.8065869	6466.	3.8106357
47	6167.	3.7900739	6227.	3.7942789	6287.	3.7984435	6347.	3.8025685	6407.	3.8066547	6467.	3.8107029
48	6168.	3.7901444	6228.	3.7943486	6288.	3.7985125	6348.	3.8026369	6408.	3.8067225	6468.	3.8107700
49	6169.	3.7902148	6229.	3.7944183	6289.	3.7985816	6349.	3.8027053	6409.	3.8067903	6469.	3.8108372
50	6170.	3.7902852	6230.	3.7944880	6290.	3.7986506	6350.	3.8027737	6410.	3.8068580	6470.	3.8109043
51	6171.	3.7903555	6231.	3.7945578	6291.	3.7987197	6351.	3.8028421	6411.	3.8069258	6471.	3.8109714
52	6172.	3.7904259	6232.	3.7946274	6292.	3.7987887	6352.	3.8029105	6412.	3.8069935	6472.	3.8110385
53	6173.	3.7904963	6233.	3.7946971	6293.	3.7988577	6353.	3.8029789	6413.	3.8070612	6473.	3.8111056
54	6174.	3.7905666	6234.	3.7947668	6294.	3.7989267	6354.	3.8030472	6414.	3.8071290	6474.	3.8111727
55	6175.	3.7906370	6235.	3.7948365	6295.	3.7989957	6355.	3.8031156	6415.	3.8071967	6475.	3.8112398
56	6176.	3.7907073	6236.	3.7949061	6296.	3.7990647	6356.	3.8031839	6416.	3.8072644	6476.	3.8113068
57	6177.	3.7907776	6237.	3.7949757	6297.	3.7991337	6357.	3.8032522	6417.	3.8073320	6477.	3.8113739
58	6178.	3.7908479	6238.	3.7950454	6298.	3.7992027	6358.	3.8033205	6418.	3.8073997	6478.	3.8114409
59	6179.	3.7909182	6239.	3.7951150	6299.	3.7992716	6359.	3.8033888	6419.	3.8074674	6479.	3.8115080
60	6280.	3.7909885	6240.	3.7951846	6300.	3.7993405	6360.	3.8034571	6420.	3.8075350	6480.	3.8115750

M	48		49		50		51		52		53	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	6481.	3.8116420	6541.	3.8156441	6601.	3.8196097	6661.	3.8235394	6721.	3.8274339	6781.	3.8312937
2	6482.	3.8117090	6542.	3.8157105	6602.	3.8196755	6662.	3.8236046	6722.	3.8274985	6782.	3.8313578
3	6483.	3.8117760	6543.	3.8157769	6603.	3.8197413	6663.	3.8236698	6723.	3.8275631	6783.	3.8314218
4	6484.	3.8118430	6544.	3.8158433	6604.	3.8198071	6664.	3.8237350	6724.	3.8276277	6784.	3.8314858
5	6485.	3.8119100	6545.	3.8159097	6605.	3.8198728	6665.	3.8238002	6725.	3.8276923	6785.	3.8315499
6	6486.	3.8119769	6546.	3.8159760	6606.	3.8199386	6666.	3.8238653	6726.	3.8277569	6786.	3.8316139
7	6487.	3.8120439	6547.	3.8160423	6607.	3.8200043	6667.	3.8239305	6727.	3.8278214	6787.	3.8316778
8	6488.	3.8121108	6548.	3.8161087	6608.	3.8200700	6668.	3.8239956	6728.	3.8278860	6788.	3.8317418
9	6489.	3.8121778	6549.	3.8161750	6609.	3.8201358	6669.	3.8240607	6729.	3.8279505	6789.	3.8318058
10	6490.	3.8122447	6550.	3.8162413	6610.	3.8202015	6670.	3.8241258	6730.	3.8280151	6790.	3.8318698
11	6491.	3.8123116	6551.	3.8163076	6611.	3.8202672	6671.	3.8241909	6731.	3.8280796	6791.	3.8319337
12	6492.	3.8123785	6552.	3.8163739	6612.	3.8203328	6672.	3.8242560	6732.	3.8281441	6792.	3.8319977
13	6493.	3.8124454	6553.	3.8164402	6613.	3.8203985	6673.	3.8243211	6733.	3.8282086	6793.	3.8320616
14	6494.	3.8125123	6554.	3.8165064	6614.	3.8204642	6674.	3.8243862	6734.	3.8282731	6794.	3.8321255
15	6495.	3.8125791	6555.	3.8165727	6615.	3.8205298	6675.	3.8244513	6735.	3.8283375	6795.	3.8321895
16	6496.	3.8126460	6556.	3.8166389	6616.	3.8205955	6676.	3.8245163	6736.	3.8284021	6796.	3.8322534
17	6497.	3.8127129	6557.	3.8167052	6617.	3.8206611	6677.	3.8245814	6737.	3.8284665	6797.	3.8323173
18	6498.	3.8127797	6558.	3.8167714	6618.	3.8207268	6678.	3.8246464	6738.	3.8285310	6798.	3.8323812
19	6499.	3.8128465	6559.	3.8168376	6619.	3.8207924	6679.	3.8247114	6739.	3.8285955	6799.	3.8324450
20	6500.	3.8129134	6560.	3.8169038	6620.	3.8208580	6680.	3.8247765	6740.	3.8286599	6800.	3.8325089
21	6501.	3.8129802	6561.	3.8169700	6621.	3.8209236	6681.	3.8248415	6741.	3.8287243	6801.	3.8325728
22	6502.	3.8130470	6562.	3.8170362	6622.	3.8209892	6682.	3.8249065	6742.	3.8287887	6802.	3.8326366
23	6503.	3.8131138	6563.	3.8172024	6623.	3.8210548	6683.	3.8249715	6743.	3.8288532	6803.	3.8327005
24	6504.	3.8131805	6564.	3.8171686	6624.	3.8211203	6684.	3.8250364	6744.	3.8289176	6804.	3.8327643
25	6505.	3.8132473	6565.	3.8172347	6625.	3.8211859	6685.	3.8251014	6745.	3.8289820	6805.	3.8328281
26	6506.	3.8133141	6566.	3.8173009	6626.	3.8212514	6686.	3.8251664	6746.	3.8290463	6806.	3.8328919
27	6507.	3.8133808	6567.	3.8173670	6627.	3.8213170	6687.	3.8252313	6747.	3.8291107	6807.	3.8329558
28	6508.	3.8134475	6568.	3.8174332	6628.	3.8213825	6688.	3.8252963	6748.	3.8291751	6808.	3.8330195
29	6509.	3.8135143	6569.	3.8174993	6629.	3.8214480	6689.	3.8253612	6749.	3.8292394	6809.	3.8330833
30	6510.	3.8135810	6570.	3.8175654	6630.	3.8215135	6690.	3.8254261	6750.	3.8293038	6810.	3.8331471
31	6511.	3.8136477	6571.	3.8176315	6631.	3.8215790	6691.	3.8254910	6751.	3.8293681	6811.	3.8332109
32	6512.	3.8137144	6572.	3.8176976	6632.	3.8216445	6692.	3.8255559	6752.	3.8294324	6812.	3.8332746
33	6513.	3.8137811	6573.	3.8177636	6633.	3.8217100	6693.	3.8256208	6753.	3.8294967	6813.	3.8333384
34	6514.	3.8138478	6574.	3.8178297	6634.	3.8217755	6694.	3.8256857	6754.	3.8295612	6814.	3.8334022
35	6515.	3.8139144	6575.	3.8178958	6635.	3.8218409	6695.	3.8257506	6755.	3.8296254	6815.	3.8334659
36	6516.	3.8139811	6576.	3.8179618	6636.	3.8219064	6696.	3.8258154	6756.	3.8296897	6816.	3.8335296
37	6517	3.8140477	6577.	3.8180278	6637.	3.8219718	6697.	3.8258803	6757.	3.8297539	6817.	3.8335933
38	6518.	3.8141144	6578.	3.8280939	6638.	3.8220372	6698.	3.8259451	6758.	3.8298182	6818.	3.8336570
39	6519.	3.8141810	6579.	3.8181599	6639.	3.8221027	6699.	3.8260100	6759.	3.8298824	6819.	3.8337207
40	6520.	3.8142476	6580.	3.8182259	6640.	3.8221681	6700.	3.8260748	6760.	3.8299467	6820.	3.8337844
41	6521.	3.8143142	6581.	3.8182919	6641.	3.8222335	6701.	3.8261396	6761.	3.8300109	6821.	3.8338480
42	6522.	3.8143808	6582.	3.8183579	6642.	3.8222989	6702.	3.8262044	6762.	3.8300752	6822.	3.8339117
43	6523.	3.8144474	6583.	3.8184239	6643.	3.8223643	6703.	3.8262692	6763.	3.8301394	6823.	3.8339754
44	6524.	3.8145140	6584.	3.8184898	6644.	3.8224296	6704.	3.8263340	6764.	3.8302036	6824.	3.8340390
45	6525.	3.8145805	6585.	3.8185558	6645.	3.8224950	6705.	3.8263988	6765.	3.8302678	6825.	3.8341027
46	6526.	3.8146471	6586.	3.8186217	6646.	3.8225603	6706.	3.8264635	6766.	3.8303320	6826.	3.8341663
47	6527.	3.8147136	6587.	3.8186877	6047.	3.8226257	6707.	3.8265283	6767.	3.8303962	6827.	3.8342299
48	6528.	3.8147801	6588.	3.8187536	6648.	3.8226910	6708.	3.8265931	6768.	3.8304604	6828.	3.8342935
49	6529.	3.8148467	6589.	3.8188195	6649.	3.8227563	6709.	3.8266578	6769.	3.8305245	6829.	3.8343571
50	6530.	3.8149132	6590.	3.8188854	6650.	3.8228216	6710.	3.8267225	6770.	3.8305887	6830.	3.8344207
51	6531.	3.8149797	6591.	3.8189513	6651.	3.8228869	6711.	3.8267872	6771.	3.8306528	6831.	3.8344843
52	6532.	3.8150462	6592.	3.8190172	6652.	3.8229522	6712.	3.8268510	6772.	3.8307169	6832.	3.8345479
53	6533.	3.8151127	6593.	3.8190831	6653.	3.8230175	6713.	3.8269166	6773.	3.8307811	6833.	3.8346114
54	6534.	3.8151792	6594.	3.8191489	6654.	3.8230828	6714.	3.8269813	6774.	3.8308452	6834.	3.8346750
55	6535.	3.8152456	6595.	3.8192148	6655.	3.8231481	6715.	3.8270460	6775.	3.8309093	6835.	3.8347385
56	6536.	3.8153120	6596.	3.8192806	6656.	3.8232133	6716.	3.8271107	6776.	3.8309734	6836.	3.8348022
57	6537.	3.8153785	6597.	3.8193465	6657.	3.8232786	6717.	3.8271753	6777.	3.8310375	6837.	3.8348656
58	6538.	3.8154449	6598.	3.8194123	6658.	3.8233438	6718.	3.8272400	6778.	3.8311016	6838.	3.8349291
59	6539.	3.8155113	6599.	3.8194781	6659.	3.8234090	6719.	3.8273046	6779.	3.8311656	6839.	3.8349926
60	6540.	3.8155777	6600.	3.8195439	6660.	3.8234742	6720.	3.8273693	6780.	3.8312297	6840.	3.8350561

M	54		55		56		57		58		59	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	6841.	3.8352196	6901.	3.8389120	6961.	3.8426716	7021.	3.8463990	7081.	3.8500946	7141.	3.8537590
2	6842.	3.8351831	6902.	3.8389750	6962.	3.8427340	7022.	3.8464608	7082.	3.8501559	7142.	3.8538198
3	6843.	3.8352465	6903.	3.8390379	6963.	3.8427964	7023.	3.8465227	7083.	3.8502172	7143.	3.8538807
4	6844.	3.8353100	6904.	3.8391008	6964.	3.8428588	7024.	3.8465845	7084.	3.8502785	7144.	3.8539414
5	6845.	3.8353735	6905.	3.8391637	6965.	3.8429211	7025.	3.8466463	7085.	3.8503399	7145.	3.8540022
6	6846.	3.8354369	6906.	3.8392266	6966.	3.8429835	7026.	3.8467081	7086.	3.8504011	7146.	3.8540630
7	6847.	3.8355003	6907.	3.8392895	6967.	3.8430458	7027.	3.8467700	7087.	3.8504624	7147.	3.8541238
8	6848.	3.8355638	6908.	3.8393523	6968.	3.8431081	7028.	3.8468318	7088.	3.8505237	7148.	3.8541845
9	6849.	3.8356272	6909.	3.8394152	6969.	3.8431705	7029.	3.8468935	7089.	3.8505850	7149.	3.8542453
10	6850.	3.8356906	6910.	3.8394780	6970.	3.8432328	7030.	3.8469553	7090.	3.8506462	7150.	3.8543060
11	6851.	3.8357540	6911.	3.8395409	6971.	3.8432951	7031.	3.8470171	7091.	3.8507075	7151.	3.8543668
12	6852.	3.8358174	6912.	3.8396037	6972.	3.8433574	7032.	3.8470789	7092.	3.8507687	7152.	3.8544275
13	6853.	3.8358807	6913.	3.8396666	6973.	3.8434197	7033.	3.8471406	7093.	3.8508300	7153.	3.8544882
14	6854.	3.8359441	6914.	3.8397294	6974.	3.8434819	7034.	3.8472024	7094.	3.8508912	7154.	3.8545489
15	6855.	3.8360075	6915.	3.8397922	6975.	3.8435442	7035.	3.8472641	7095.	3.8509524	7155.	3.8546096
16	6856.	3.8360708	6916.	3.8398550	6976.	3.8436065	7036.	3.8473258	7096.	3.8510136	7156.	3.8546703
17	6857.	3.8361341	6917.	3.8399178	6977.	3.8436687	7037.	3.8473876	7097.	3.8510748	7157.	3.8547310
18	6858.	3.8361975	6918.	3.8399806	6978.	3.8437310	7038.	3.8474493	7098.	3.8511360	7158.	3.8547917
19	6859.	3.8362608	6919.	3.8400433	6979.	3.8437932	7039.	3.8475110	7099.	3.8511972	7159.	3.8548524
20	6860.	3.8363241	6920.	3.8401061	6980.	3.8438554	7040.	3.8475727	7100.	3.8512583	7160.	3.8549130
21	6861.	3.8363874	6921.	3.8401688	6981.	3.8439176	7041.	3.8476343	7101.	3.8513195	7161.	3.8549737
22	6862.	3.8364507	6922.	3.8402316	6982.	3.8439798	7042.	3.8476960	7102.	3.8513807	7162.	3.8550343
23	6863.	3.8365140	6923.	3.8402943	6983.	3.8440420	7043.	3.8477577	7103.	3.8514418	7163.	3.8550950
24	6864.	3.8365773	6924.	3.8403571	6984.	3.8441042	7044.	3.8478193	7104.	3.8515030	7164.	3.8551556
25	6865.	3.8366405	6925.	3.8404198	6985.	3.8441664	7045.	3.8478810	7105.	3.8515641	7165.	3.8552162
26	6866.	3.8367038	6926.	3.8404825	6986.	3.8442286	7046.	3.8479426	7106.	3.8516252	7166.	3.8552768
27	6867.	3.8367670	6927.	3.8405452	6987.	3.8442907	7047.	3.8480043	7107.	3.8516863	7167.	3.8553374
28	6868.	3.8368303	6928.	3.8406079	6988.	3.8443529	7048.	3.8480659	7108.	3.8517474	7168.	3.8553980
29	6869.	3.8368935	6929.	3.8406706	6989.	3.8444150	7049.	3.8481275	7109.	3.8518085	7169.	3.8554586
30	6870.	3.8369567	6930.	3.8407332	6990.	3.8444772	7050.	3.8481891	7110.	3.8518696	7170.	3.8555192
31	6871.	3.8370199	6931.	3.8407959	6991.	3.8445393	7051.	3.8482507	7111.	3.8519307	7171.	3.8555797
32	6872.	3.8370832	6932.	3.8408586	6992.	3.8446014	7052.	3.8483123	7112.	3.8519917	7172.	3.8556403
33	6873.	3.8371463	6933.	3.8409212	6993.	3.8446635	7053.	3.8483739	7113.	3.8520528	7173.	3.8557008
34	6874.	3.8372095	6934.	3.8409838	6994.	3.8447256	7054.	3.8484355	7114.	3.8521139	7174.	3.8557614
35	6875.	3.8372727	6935.	3.8410465	6995.	3.8447877	7055.	3.8484970	7115.	3.8521749	7175.	3.8558219
36	6876.	3.8373359	6936.	3.8411091	6996.	3.8448498	7056.	3.8485586	7116.	3.8522359	7176.	3.8558824
37	6877.	3.8373990	6937.	3.8411717	6997.	3.8449119	7057.	3.8486201	7117.	3.8522970	7177.	3.8559429
38	6878.	3.8374622	6938.	3.8412343	6998.	3.8449739	7058.	3.8486817	7118.	3.8523580	7178.	3.8560035
39	6879.	3.8375253	6939.	3.8412969	6999.	3.8450360	7059.	3.8487432	7119.	3.8524190	7179.	3.8560640
40	6880.	3.8375884	6940.	3.8413595	7000.	3.8450980	7060.	3.8488047	7120.	3.8524800	7180.	3.8561244
41	6881.	3.8376516	6941.	3.8414220	7001.	3.8451601	7061.	3.8488662	7121.	3.8525410	7181.	3.8561849
42	6882.	3.8377147	6942.	3.8414846	7002.	3.8452221	7062.	3.8489277	7122.	3.8526020	7182.	3.8562454
43	6883.	3.8377778	6943.	3.8415472	7003.	3.8452841	7063.	3.8489892	7123.	3.8526629	7183.	3.8563059
44	6884.	3.8378409	6944.	3.8416097	7004.	3.8453461	7064.	3.8490507	7124.	3.8527239	7184.	3.8563663
45	6885.	3.8379039	6945.	3.8416723	7005.	3.8454082	7065.	3.8491122	7125.	3.8527849	7185.	3.8564268
46	6886.	3.8379670	6946.	3.8417348	7006.	3.8454701	7066.	3.8491736	7126.	3.8528458	7186.	3.8564872
47	6887.	3.8380301	6947.	3.8417973	7007.	3.8455321	7067.	3.8492351	7127.	3.8529068	7187.	3.8565476
48	6888.	3.8380931	6948.	3.8418598	7008.	3.8455941	7068.	3.8492965	7128.	3.8529677	7188.	3.8566081
49	6889.	3.8381562	6949.	3.8419223	7009.	3.8456561	7069.	3.8493580	7129.	3.8530286	7189.	3.8566685
50	6890.	3.8382192	6950.	3.8419848	7010.	3.8457180	7070.	3.8494194	7130.	3.8530895	7190.	3.8567289
51	6891.	3.8382822	6951.	3.8420473	7011.	3.8457800	7071.	3.8494808	7131.	3.8531504	7191.	3.8567893
52	6892.	3.8383453	6952.	3.8421098	7012.	3.8458419	7072.	3.8495423	7132.	3.8532113	7192.	3.8568497
53	6893.	3.8384083	6953.	3.8421722	7013.	3.8459038	7073.	3.8496037	7133.	3.8532722	7193.	3.8569101
54	6894.	3.8384713	6954.	3.8422347	7014.	3.8459658	7074.	3.8496651	7134.	3.8533331	7194.	3.8569704
55	6895.	3.8385343	6955.	3.8422971	7015.	3.8460277	7075.	3.8497264	7135.	3.8533940	7195.	3.8570308
56	6896.	3.8385973	6956.	3.8423596	7016.	3.8460896	7076.	3.8497878	7136.	3.8534548	7196.	3.8570912
57	6897.	3.8386602	6957.	3.8424220	7017.	3.8461515	7077.	3.8498492	7137.	3.8535157	7197.	3.8571515
58	6898.	3.8387232	6958.	3.8424844	7018.	3.8462134	7078.	3.8499106	7138.	3.8535765	7198.	3.8572118
59	6899.	3.8387861	6959.	3.8425468	7019.	3.8462752	7079.	3.8499719	7139.	3.8536374	7199.	3.8572722
60	6900.	3.8388491	6960.	3.8426092	7020.	3.8463371	7080.	3.8500333	7140.	3.8536982	7200.	3.8573325

M	0		1		2		3		4		5	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
2	7201.	3.8573928	7161.	3.8609964	7321.	3.8645704	7381.	3.8681152	7441.	3.8716313	7502.	3.8751192
2	7202.	3.8574531	7262.	3.8610562	7322.	3.8646297	7382.	3.8681740	7442.	3.8716897	7502.	3.8751771
3	7203.	3.8575134	7263.	3.8611160	7323.	3.8646890	7383.	3.8682329	7443.	3.8717480	7503.	1.8752349
4	7204.	3.8575737	7264.	3.8611758	7324.	3.8647483	7384.	3.8682917	7444.	3.8718064	7504.	3.8752928
5	7205.	3.8576340	7265.	3.8612356	7325.	3.8648076	7385.	3.8683505	7445.	3.8718647	7505.	3.8753507
6	7206.	3.8576943	7266.	3.8612954	7326.	3.8648669	7386.	3.8684093	7446.	3.8719230	7506.	3.8754086
7	7207.	3.8577545	7267.	3.8613552	7327.	3.8649262	7387.	3.8684681	7447.	3.8719814	7507.	3.8754664
8	7208.	3.8578148	7268.	3.8614149	7328.	3.8649855	7388.	3.8685269	7448.	3.8720397	7508.	3.8755243
9	7209.	3.8578750	7269.	3.8614747	7329.	3.8650447	7389.	3.8685857	7449.	3.8720980	7509.	3.8755821
10	7210.	3.8579353	7270.	3.8615344	7330.	3.8651040	7390.	3.8686444	7450.	3.8721563	7510.	3.8756399
21	7211.	3.8579955	7271.	3.8615942	7331.	3.8651632	7391.	3.8687032	7451.	3.8722146	7511.	3.8756978
12	7212.	3.8580557	7271.	3.8616539	7332.	3.8652225	7392.	3.8687620	7452.	3.8722728	7512.	3.8757556
13	7213.	3.8581159	7273.	3.8617136	7333.	3.8652817	7393.	3.8688207	7453.	3.8723311	7513.	3.8758134
14	7214.	3.8581761	7274.	3.8617733	7334.	3.8653409	7394.	3.8688794	7454.	3.8723894	7514.	3.8758712
15	7215.	3.8582363	7275.	3.8618330	7335.	3.8654001	7395.	3.8689381	7455.	3.8724476	7515.	3.8759290
16	7216.	3.8582965	7276.	3.8618927	7336.	3.8654593	7396.	3.8689969	7456.	3.8725059	7516.	3.8759868
17	7217.	3.8583567	7277.	3.8619524	7337.	3.8655185	7397.	3.8690556	7457.	3.8725641	7517.	3.8760446
18	7218.	3.8584169	7278.	3.8610121	7338.	3.8655777	7398.	3.8691143	7458.	3.8726224	7518.	3.8761023
19	7219.	3.8584770	7279.	3.8620717	7339.	3.8656369	7399.	3.8691730	7459.	3.8726806	7519.	3.8761601
20	7220.	3.8585372	7280.	3.8621314	7340.	3.8656961	7400.	3.8692317	7460.	3.8727388	7520.	3.8762178
21	7221.	3.8585973	7281.	3.8621910	7341.	3.8657552	7401.	3.8691904	7461.	3.8727970	7521.	3.8762756
22	7222.	3.8586575	7282.	3.8622507	7342.	3.8658144	7402.	3.8693491	7462.	3.8728552	7522.	3.8763333
23	7223.	3.8587176	7283.	3.8623103	7343.	3.8658735	7403.	3.8694077	7463.	3.8729134	7523.	3.8763912
24	7224.	3.8587777	7284.	3.8623699	7344.	3.8659327	7404.	3.8694664	7464.	3.8729716	7524.	3.8764488
25	7225.	3.8588379	7185.	3.8624296	7345.	3.8659918	7405.	3.8695251	7465.	3.8730298	7525.	3.8765065
26	7226.	3.8588980	7286.	3.8624892	7346.	3.8660509	7406.	3.8695837	7466.	3.8730880	7526.	3.8765642
27	7227.	3.8589581	7287.	3.8625488	7347.	3.8661100	7407.	3.8696423	7467.	3.8731461	7527.	3.8766219
28	7218.	3.8590181	7288.	3.8626084	7348.	3.8661691	7408.	3.8697010	7468.	3.8732043	7528.	3.8766796
29	7229.	3.8590781	7289.	3.8626680	7349.	3.8662282	7409.	3.8697596	7469.	3.8732625	7529.	3.8767373
30	7230.	3.8591383	7190.	3.8627275	7350.	3.8662873	7410.	3.8698182	7470.	3.8733206	7530.	3.8767950
31	7231.	3.8591984	7291.	3.8627871	7352.	3.8663464	7411.	3.8698768	7471.	3.8733787	7531.	3.8768526
32	7232.	3.8592584	7292.	3.8628467	7352.	3.8664055	7412.	3.8699354	7472.	3.8734369	7532.	3.8769103
33	7233.	3.8593185	7293.	3.8629062	7353.	3.8664646	7413.	3.8699940	7473.	3.8734950	7533.	3.8769680
34	7234.	3.8593785	7294.	3.8629658	7354.	3.8665236	7414.	3.8700526	7474.	3.8735532	7534.	3.8770255
35	7235.	3.8594385	7295.	3.8630253	7355.	3.8665827	7415.	3.8701112	7475.	3.8736112	7535.	3.8770833
36	7236.	3.8594985	7296.	3.8630848	7356.	3.8666417	7416.	3.8701697	7476.	3.8736693	7536.	3.8771409
37	7237.	3.8595586	7297.	3.8631443	7357.	3.8667008	7417.	3.8702283	7477.	3.8737274	7537.	3.8771985
38	7238.	3.8596186	7298.	3.8632039	7358.	3.8667598	7418.	3.8702868	7478.	3.8737855	7538.	3.8772561
39	7239.	3.8596786	7299.	3.8632634	7359.	3.8668188	7419.	3.8703454	7479.	3.8738435	7539.	3.8773137
40	7240.	3.8597386	7300.	3.8633229	7360.	3.8668778	7420.	3.8704039	7480.	3.8739016	7540.	3.8773713
41	7241.	3.8597985	7301.	3.8633823	7361.	3.8669368	7421.	3.8704624	7481.	3.8739597	7541.	3.8774289
42	7242.	3.8598585	7302.	3.8634418	7362.	3.8669958	7422.	3.8705210	7482.	3.8740177	7542.	3.8774865
43	7243.	3.8599185	7303.	3.8635013	7363.	3.8670548	7423.	3.8705795	7483.	3.8740757	7543.	3.8775441
44	7244.	3.8599784	7304.	3.8635608	7364.	3.8671138	7424.	3.8706380	7484.	3.8741338	7544.	3.8776017
45	7245.	3.8600384	7305.	3.8636202	7365.	3.8671728	7425.	3.8706965	7485.	3.8741918	7545.	3.8776592
46	7246.	3.8600983	7306.	3.8636797	7366.	3.8672317	7426.	3.8707549	7486.	3.8742498	7546.	3.8777168
47	7247.	3.8601583	7307.	3.8637391	7367.	3.8672907	7427.	3.8708134	7487.	3.8743078	7547.	3.8777744
48	7248.	3.8601182	7308.	3.8637985	7368.	3.8673496	7428.	3.8708719	7488.	3.8743658	7548.	3.8778319
49	7249.	3.8602781	7309.	3.8638580	7369.	3.8674086	7429.	3.8709304	7489.	3.8744238	7549.	3.8778894
50	7250.	3.8603380	7310.	3.8639174	7370.	3.8674675	7430.	3.8709888	7490.	3.8744818	7550.	3.8779470
51	7251.	3.8603979	7311.	3.8639768	7371.	3.8675264	7431.	3.8710473	7491.	3.8745398	7551.	3.8780045
52	7252.	3.8604578	7312.	3.8640362	7372.	3.8675853	7432.	3.8711057	7492.	3.8745978	7552.	3.8780620
53	7253.	3.8605177	7313.	3.8640956	7373.	3.8676442	7433.	3.8711641	7493.	3.8746557	7553.	3.8781195
54	7254.	3.8605776	7314.	3.8641550	7374.	3.8677031	7434.	3.8712226	7494.	3.8747137	7554.	3.8781770
55	7255.	3.8606374	7315.	3.8642143	7375.	3.8677610	7435.	3.8712810	7495.	3.8747716	7555.	3.8782345
56	7256.	3.8606973	7316.	3.8642737	7376.	3.8678209	7436.	3.8713394	7496.	3.8748296	7556.	3.8782919
57	7257.	3.8607571	7317.	3.8643331	7377.	3.8678798	7437.	3.8713978	7497.	3.8748875	7557.	1.8783494
58	7258.	3.8608170	7318.	3.8643024	7378.	3.8679387	7438.	3.8714562	7498.	3.8749454	7558.	3.8784069
59	7259.	3.8608768	7319.	3.8644517	7379.	3.8679975	7439.	3.8715146	7499.	3.8750034	7559.	3.8784643
60	7260.	3.8609366	7320.	3.8645111	7380.	3.8680564	7440.	3.8715729	7500.	3.8750613	7500.	3.8785218

M	6		7		8		9		10		11	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logriat.	N.	Logarit.
1	7561.	3.8785792	7621.	3.8820120	7681.	3.8854178	7741.	3.8887971	7801.	3.8921503	7861.	3.8954778
2	7562.	3.8786367	7622.	3.8820689	7682.	3.8854743	7742.	3.8888532	7802.	3.8922059	7862.	3.8955330
3	7563.	3.8786941	7623.	3.8821259	7683.	3.8855308	7743.	3.8889093	7803.	3.8922616	7863.	3.8955883
4	7564.	3.8787515	7624.	3.8821829	7684.	3.8855874	7744.	3.8889653	7804.	3.8923173	7864.	3.8956435
5	7565.	3.8788089	7625.	3.8822398	7685.	3.8856439	7745.	3.8890214	7805.	3.8923729	7865.	3.8956987
6	7566.	3.8788663	7626.	3.8822968	7686.	3.8857004	7746.	3.8890775	7806.	3.8924285	7866.	3.8957539
7	7567.	3.8789237	7627.	3.8823537	7687.	3.8857569	7747.	3.8891336	7807.	3.8924842	7867.	3.8958092
8	7568.	3.8789811	7628.	3.8824107	7688.	3.8858134	7748.	3.8891896	7808.	3.8925398	7868.	3.8958644
9	7569.	3.8790385	7629.	3.8824676	7689.	3.8858699	7749.	3.8892457	7809.	3.8925954	7869.	3.8959195
10	7570.	3.8790959	7630.	3.8825245	7690.	3.8859263	7750.	3.8893017	7810.	3.8926510	7870.	3.8959747
11	7571.	3.8791532	7631.	3.8825815	7691.	3.8859828	7751.	3.8893577	7811.	3.8927066	7871.	3.8960299
12	7572.	3.8792106	7632.	3.8826384	7692.	3.8860393	7752.	3.8894138	7812.	3.8927622	7872.	3.8960851
13	7573.	3.8792680	7633.	3.8826953	7693.	3.8860957	7753.	3.8894698	7813.	3.8928178	7873.	3.8961403
14	7574.	3.8793253	7634.	3.8827522	7694.	3.8861522	7754.	3.8895258	7814.	3.8928734	7874.	3.8961954
15	7575.	3.8793826	7635.	3.8828090	7695.	3.8862086	7755.	3.8895818	7815.	3.8929290	7875.	3.8962506
16	7576.	3.8794400	7636.	3.8828659	7696.	3.8862651	7756.	3.8896378	7816.	3.8929846	7876.	3.8963057
17	7577.	3.8794973	7637.	3.8829228	7697.	3.8863215	7757.	3.8896938	7817.	3.8930401	7877.	3.8963608
18	7578.	3.8795546	7638.	3.8829797	7698.	3.8863779	7758.	3.8897498	7818.	3.8930957	7878.	3.8964160
19	7579.	3.8796119	7639.	3.8830365	7699.	3.8864343	7759.	3.8898058	7819.	3.8931512	7879.	3.8964711
20	7580.	3.8796692	7640.	3.8830934	7700.	3.8864907	7760.	3.8898617	7820.	3.8932068	7880.	3.8965262
21	7581.	3.8797265	7641.	3.8831502	7701.	3.8865471	7761.	3.8899177	7821.	3.8932623	7881.	3.8965813
22	7582.	3.8797838	7642.	3.8832070	7702.	3.8866035	7762.	3.8899736	7822.	3.8933178	7882.	3.8966364
23	7583.	3.8798411	7643.	3.8832639	7703.	3.8866599	7763.	3.8900296	7823.	3.8933733	7883.	3.8966915
24	7584.	3.8798983	7644.	3.8833207	7704.	3.8867163	7764.	3.8900855	7824.	3.8934288	7884.	3.8967466
25	7585.	3.8799556	7645.	3.8833775	7705.	3.8867726	7765.	3.8901415	7825.	3.8934843	7885.	3.8968017
26	7586.	3.8800128	7646.	3.8834343	7706.	3.8868290	7766.	3.8901974	7826.	3.8935398	7886.	3.8968568
27	7587.	3.8800701	7647.	3.8834911	7707.	3.8868854	7767.	3.8902533	7827.	3.8935953	7887.	3.8969118
28	7588.	3.8801273	7648.	3.8835479	7708.	3.8869417	7768.	3.8903092	7828.	3.8936508	7888.	3.8969669
29	7589.	3.8801846	7649.	3.8836047	7709.	3.8869980	7769.	3.8903651	7829.	3.8937063	7889.	3.8970220
30	7590.	3.8802418	7650.	3.8836614	7710.	3.8870544	7770.	3.8904210	7830.	3.8937618	7890.	3.8970770
31	7591.	3.8802990	7651.	3.8837182	7711.	3.8871107	7771.	3.8904769	7831.	3.8938172	7891.	3.8971320
32	7592.	3.8803562	7652.	3.8837750	7712.	3.8871670	7772.	3.8905328	7832.	3.8938727	7892.	3.8971872
33	7593.	3.8804134	7653.	3.8838317	7713.	3.8872233	7773.	3.8905887	7833.	3.8939281	7893.	3.8972422
34	7594.	3.8804706	7654.	3.8838885	7714.	3.8872796	7774.	3.8906445	7834.	3.8939836	7894.	3.8972972
35	7595.	3.8805278	7655.	3.8839452	7715.	3.8873359	7775.	3.8907004	7835.	3.8940390	7895.	3.8973522
36	7596.	3.8805850	7656.	3.8840019	7716.	3.8873922	7776.	3.8907563	7836.	3.8940944	7896.	3.8974072
37	7597.	3.8806421	7657.	3.8840586	7717.	3.8874485	7777.	3.8908121	7837.	3.8941498	7897.	3.8974622
38	7598.	3.8806993	7658.	3.8841154	7718.	3.8875048	7778.	3.8908679	7838.	3.8942053	7898.	3.8975172
39	7599.	3.8807564	7659.	3.8841721	7719.	3.8875610	7779.	3.8909238	7839.	3.8942607	7899.	3.8975721
40	7600.	3.8808136	7660.	3.8842288	7720.	3.8876173	7780.	3.8909796	7840.	3.8943161	7900.	3.8976271
41	7601.	3.8808707	7661.	3.8842855	7721.	3.8876736	7781.	3.8910354	7841.	3.8943715	7901.	3.8976821
42	7602.	3.8809279	7662.	3.8843421	7722.	3.8877298	7782.	3.8910912	7842.	3.8944268	7902.	3.8977370
43	7603.	3.8809850	7663.	3.8843988	7723.	3.8877860	7783.	3.8911470	7843.	3.8944822	7903.	3.8977920
44	7604.	3.8810421	7664.	3.8844555	7724.	3.8878423	7784.	3.8912028	7844.	3.8945376	7904.	3.8978469
45	7605.	3.8810992	7665.	3.8845122	7725.	3.8878985	7785.	3.8912586	7845.	3.8945929	7905.	3.8979019
46	7606.	3.8811563	7666.	3.8845688	7726.	3.8879547	7786.	3.8913144	7846.	3.8946483	7906.	3.8979568
47	7607.	3.8812134	7667.	3.8846255	7727.	3.8880109	7787.	3.8913702	7847.	3.8947037	7907.	3.8980117
48	7608.	3.8812705	7668.	3.8846821	7728.	3.8880671	7788.	3.8914259	7848.	3.8947590	7908.	3.8980667
49	7609.	3.8813276	7669.	3.8847387	7729.	3.8881233	7789.	3.8914817	7849.	3.8948143	7909.	3.8981216
50	7610.	3.8813847	7670.	3.8847954	7730.	3.8881795	7790.	3.8915375	7850.	3.8948697	7910.	3.8981765
51	7611.	3.8814417	7671.	3.8848520	7731.	3.8882357	7791.	3.8915932	7851.	3.8949250	7911.	3.8982314
52	7612.	3.8814988	7672.	3.8849086	7732.	3.8882918	7792.	3.8916489	7852.	3.8949803	7912.	3.8982863
53	7613.	3.8815558	7673.	3.8849652	7733.	3.8883480	7793.	3.8917047	7853.	3.8950356	7913.	3.8983412
54	7614.	3.8816129	7674.	3.8850218	7734.	3.8884042	7794.	3.8917604	7854.	3.8950909	7914.	3.8983960
55	7615.	3.8816699	7675.	3.8850784	7735.	3.8884603	7795.	3.8918161	7855.	3.8951462	7915.	3.8984509
56	7616.	3.8817269	7676.	3.8851350	7736.	3.8885165	7796.	3.8918718	7856.	3.8952015	7916.	3.8985058
57	7617.	3.8817840	7677.	3.8851915	7737.	3.8885726	7797.	3.8919275	7857.	3.8952568	7917.	3.8985606
58	7618.	3.8818410	7678.	3.8852481	7738.	3.8886287	7798.	3.8919832	7858.	3.8953120	7918.	3.8986155
59	7619.	3.8818980	7679.	3.8853047	7739.	3.8886848	7799.	3.8920389	7859.	3.8953673	7919.	3.8986703
60	7620.	3.8819550	7680.	3.8853612	7740.	3.8887410	7800.	3.8920946	7860.	3.8954225	7920.	3.8987252

	12		13		14		15		16		17	
S	N.	Logarit.	N	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	7921.	3.8987803	7981.	3.9020573	8041.	3.9053101	8101.	3.9085586	8161.	3.9117434	8221.	3.9149246
2	7922.	3.8988348	7982.	3.9021117	8042.	3.9053641	8102.	3.9086122	8162.	3.9117966	8222.	3.9149775
3	7923.	3.8988897	7983.	3.9021661	8043.	3.9054181	8103.	3.9086658	8163.	3.9118498	8223.	3.9150303
4	7924.	3.8989445	7984.	3.9022205	8044.	3.9054721	8104.	3.9086994	8164.	3.9119030	8224.	3.9150831
5	7925.	3.8989993	7985.	3.9022749	8045.	3.9055260	8105.	3.9087530	8165.	3.9119562	8225.	3.9151359
6	7926.	3.8990541	7986.	3.9023293	8046.	3.9055800	8106.	3.9088066	8166.	3.9120094	8226.	3.9151887
7	7927.	3.8991089	7987.	3.9023837	8047.	3.9056340	8107.	3.9088602	8167.	3.9120626	8227.	3.9152415
8	7928.	3.8991636	7988.	3.9024381	8048.	3.9056880	8108.	3.9089137	8168.	3.9121157	8228.	3.9152943
9	7929.	3.8992184	7989.	3.9024924	8049.	3.9057419	8109.	3.9089673	8169.	3.9121689	8229.	3.9153471
10	7930.	3.8992732	7990.	3.9025468	8050.	3.9057959	8110.	3.9090209	8170.	3.9122221	8230.	3.9153998
11	7931.	3.8993279	7991.	3.9026011	8051.	3.9058498	8111.	3.9090744	8171.	3.9122752	8231.	3.9154526
12	7932.	3.8993827	7992.	3.9026555	8052.	3.9059038	8112.	3.9091279	8172.	3.9123284	8232.	3.9155054
13	7933.	3.8994375	7993.	3.9027098	8053.	3.9059577	8113.	3.9091815	8173.	3.9123815	8233.	3.9155581
14	7934.	3.8994922	7994.	3.9027641	8054.	3.9060116	8114.	3.9092350	8174.	3.9124346	8234.	3.9156109
15	7935.	3.8995469	7995.	3.9028185	8055.	3.9060655	8115.	3.9092885	8175.	3.9124878	8235.	3.9156636
16	7936.	3.8996017	7996.	3.9028728	8056.	3.9061195	8116.	3.9093420	8176.	3.9125409	8236.	3.9157163
17	7937.	3.8996564	7997.	3.9029271	8057.	3.9062734	8117.	3.9093955	8177.	3.9125940	8237.	3.9157691
18	7938.	3.8997111	7998.	3.9029814	8058.	3.9062273	8118.	3.9094490	8178.	3.9126471	8238.	3.9158218
19	7939.	3.8997658	7999.	3.9030357	8059.	3.9062812	8119.	3.9095025	8179.	3.9127002	8239.	3.9158745
20	7940.	3.8998205	8000.	3.9030900	8060.	3.9063350	8120.	3.9095560	8180.	3.9127533	8240.	3.9159272
21	7941.	3.8998752	8001.	3.9031443	8061.	3.9063889	8121.	3.9096095	8181.	3.9128064	8241.	3.9159799
22	7942.	3.8999159	8001.	3.9031985	8062.	3.9064428	8122.	3.9096630	8182.	3.9128595	8242.	3.9160326
23	7943.	3.8999846	8003.	3.9032528	8063.	3.9064967	8123.	3.9097165	8183.	3.9129126	8243.	3.9160853
24	7944.	3.9000392	8004.	3.9033071	8064.	3.9065505	8124.	3.9097699	8184.	3.9129656	8244.	3.9161380
25	7945.	3.9000939	8005.	3.9033613	8065.	3.9066044	8125.	3.9098234	8185.	3.9130187	8245.	3.9161907
26	7946.	3.9001486	8006.	3.9034156	8066.	3.9066582	8126.	3.9098768	8186.	3.9130717	8246.	3.9162433
27	7947.	3.9002032	8007.	3.9034698	8067.	3.9067221	8127.	3.9099303	8187.	3.9131248	8247.	3.9162960
28	7948.	3.9002579	8008.	3.9035241	8068.	3.9067659	8128.	3.9099837	8188.	3.9131778	8248.	1.9163487
29	7949.	3.9003125	8009.	3.903578.	8069.	3.9068197	8129.	3.9100371	8189.	3.9132309	8249.	3.9164013
30	7950.	3.9003671	8010.	3.9036325	8070.	3.9068735	8130.	3.9100905	8190.	3.9132839	8250.	3.9164539
31	7951.	3.9004218	8011.	3.9036867	8071.	3.9069273	8131.	3.9101440	8191.	3.9133369	8251.	3.9265066
32	7952.	3.9004764	8012.	3.9037409	8072.	3.9069812	8132.	3.9101974	8192.	3.9133899	8252.	3.9165592
33	7953.	3.9005310	8013.	3.9037951	8073.	3.9070350	8133.	3.9102508	8193.	3.9134430	8253.	3.9166118
34	7954.	3.9005856	8014.	3.9038493	8074.	3.9070887	8134.	3.9103042	8194.	3.9134960	8254.	3.9166645
35	7955.	3.9006402	8015.	3.9039035	8075.	3.9071425	8135.	3.9103576	8195.	3.9135490	8255.	3.9167171
36	7956.	3.9006948	8016.	3.9039577	8076.	3.9071963	8136.	3.9104110	8196.	3.9136019	8256.	3.9167697
37	7957.	3.9007494	8017.	3.9040119	8077.	3.9072501	8137.	3.9104643	8197.	3.9136549	8257.	3.9168223
38	7958.	3.9008039	8018.	3.9040661	8078.	3.9073038	8138.	3.9105177	8198.	3.9137079	8258.	3.9168749
39	7959.	3.9008585	8019.	3.9041202	8079.	3.9073576	8139.	3.9105710	8199.	3.9137609	8259.	3.9169275
40	7960.	3.9009131	8020.	3.9041744	8080.	3.9074114	8140.	3.9106244	8200.	3.9138139	8260.	3.9169800
41	7961.	3.9009676	8021.	3.9042285	8081.	3.9074651	8141.	3.9106778	8201.	3.9138668	8261.	3.9170326
42	7962.	3.9010222	8022.	3.9042827	8082.	3.9075188	8142.	3.9107311	8202.	3.9139198	8262.	3.9170852
43	7963.	3.9010767	8023.	3.9043368	8083.	3.9075726	8143.	3.9107844	8203.	3.9139727	8263.	3.9171378
44	7964.	3.9011313	8024.	3.9043909	8084.	3.9076263	8144.	3.9108378	8204.	3.9140257	8264.	3.9171903
45	7965.	3.9011858	8025.	3.9044450	8085.	3.9076800	8145.	3.9108911	8205.	3.9140786	8265.	3.9172429
46	7966.	3.9012403	8026.	3.9044992	8086.	3.9077337	8146.	3.9109444	8206.	3.9141315	8266.	3.9172954
47	7967.	3.9012948	8027.	3.9045533	8087.	3.9077874	8147.	3.9109977	8207.	3.9141844	8267.	3.9173479
48	7968.	3.9013493	8018.	3.9046074	8088.	3.9078411	8148.	3.9110510	8208.	3.9142373	8268.	3.9174005
49	7969.	3.9014038	8029.	3.9046625	8089.	3.9078948	8149.	3.9111043	8209.	3.9142903	8269.	3.9174530
50	7970.	3.9014583	8030.	3.9047155	8090.	3.9079485	8150.	3.9111576	8210.	3.9143432	8270.	3.9175055
51	7971.	3.9015128	8031.	3.9047696	8091.	3.9080022	8151.	3.9112109	8211.	3.9143961	8271.	3.9175580
52	7972.	3.9015673	8032.	3.9048237	8092.	3.9080559	8152.	3.9112642	8212.	3.9144489	8272.	3.9176105
53	7973.	3.9016218	8033.	3.9048778	8093.	3.9081095	8153.	3.9113174	8213.	3.9145018	8173.	3.9176630
54	7974.	3.9016762	8034.	3.9049318	8094.	3.9081632	8154.	3.9113707	8214.	3.9145547	8274.	3.9177155
55	7975.	3.9017307	8035.	3.9049859	8095.	3.9082169	8155.	3.9114240	8215.	3.9146076	8275.	3.9177680
56	7976.	3.9017851	8036.	3.9050399	8096.	3.9082705	8156.	3.9114772	8216.	3.9146604	8276.	3.9178105
57	7977.	3.9018396	8037.	3.9050940	8097.	3.9083242	8157.	3.9115305	8217.	3.9147133	8277.	3.9178730
58	7978.	3.9018940	8038.	3.9051480	8098.	3.9083778	8158.	3.9115837	8218.	3.9147661	8278.	3.9179254
59	7979.	3.9019485	8039.	3.9052020	8099.	3.9084314	8159.	3.9116369	8219.	3.9148190	8279	3.9179779
60	7980.	3.9020019	8040.	3.9052560	8100.	3.9084850	8160.	3.9116902	8220.	3.9148718	8280.	3.9180303

M	18		19		20		21		22		23	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	8281.	3.9180828	8341.	3.9212181	8401.	3.9243310	8461.	3.9274217	8521.	3.9304906	8581.	3.9335379
2	8282.	3.9181352	8342.	3.9212702	8402.	3.9243827	8462.	3.9274730	8522.	3.9305415	8582.	3.9335885
3	8283.	3.9181877	8343.	3.9213222	8403.	3.9244344	8463.	3.9275243	8523.	3.9305925	8583.	3.9336391
4	8284.	3.9182401	8344.	3.9213743	8404.	3.9244860	8464.	3.9275757	8524.	3.9306434	8584.	3.9336897
5	8285.	3.9182925	8345.	3.9214263	8405.	3.9245377	8465.	3.9276270	8525.	3.9306944	8585.	3.9337403
6	8286.	3.9183449	8346.	3.9214784	8406.	3.9245894	8466.	3.9276783	8526.	3.9307453	8586.	3.9337909
7	8287.	3.9183973	8347.	3.9215304	8407.	3.9246410	8467.	3.9277196	8527.	3.9307963	8587.	3.9338415
8	8288.	3.9184497	8348.	3.9215824	8408.	3.9246927	8468.	3.9277808	8528.	3.9308472	8588.	3.9338920
9	8289.	3.9185021	8349.	3.9216345	8409.	3.9147444	8469.	3.9278321	8529.	3.9308981	8589.	3.9339426
10	8290.	3.9185545	8350.	3.9216865	8410.	3.9247960	8470.	3.9278834	8530.	3.9309490	8590.	3.9339932
11	8291.	3.9186069	8351.	3.9217385	8411.	3.9248476	8471.	3.9279347	8531.	3.9309999	8591.	3.9340437
12	8292.	3.9186593	8352.	3.9217905	8412.	3.9248993	8472.	3.9279859	8532.	3.9310508	8592.	3.9340943
13	8293.	3.9187117	8353.	3.9218425	8413.	3.9249509	8473.	3.9280372	8533.	3.9311017	8593.	3.9341448
14	8294.	3.9187640	8354.	3.9218945	8414.	3.9250025	8474.	3.9280885	8534.	3.9311526	8594.	3.9341953
15	8295.	3.9188164	8355.	3.9219465	8415.	3.9250541	8475.	3.9281397	8535.	3.9312035	8595.	3.9342459
16	8296.	3.9188687	8356.	3.9219984	8416.	3.9251057	8476.	3.9281909	8536.	3.9312544	8596.	3.9342964
17	8297.	3.9189211	8357.	3.9220504	8417.	3.9251573	8477.	3.9282422	8537.	3.9313053	8597.	3.9343469
18	8298.	3.9189734	8358.	3.9221024	8418.	3.9252089	8478.	3.9282934	8538.	3.9313562	8598.	3.9343974
19	8299.	3.9190258	8359.	3.9221543	8419.	3.9252605	8479.	3.9283446	8539.	3.9314070	8599.	3.9344479
20	8300.	3.9190781	8360.	3.9222063	8420.	3.9253121	8480.	3.9283959	8540.	3.9314579	8600.	3.9344984
21	8301.	3.9191304	8361.	3.9222582	8421.	3.9253637	8481.	3.9284471	8541.	3.9315087	8601.	3.9345489
22	8302.	3.9191827	8362.	3.9223102	8422.	3.9254152	8482.	3.9284983	8542.	3.9315596	8602.	3.9345994
23	8303.	3.9192350	8363.	3.9123621	8423.	3.9254668	8483.	3.9285495	8543.	3.9316104	8603.	3.9346499
24	8304.	3.0192873	8364.	3.9224140	8424.	3.9255184	8484.	3.9286007	8544.	3.9316612	8604.	3.9347004
25	8305.	3.9193396	8365.	3.9224659	8425.	3.9255699	8485.	3.9286518	8545.	3.9317121	8605.	3.9347509
26	8306.	3.9193919	8366.	3.9225179	8426.	3.9256215	8486.	3.9287030	8546.	3.9317629	8606.	3.9348013
27	8307.	3.9194442	8367.	3.9225698	8427.	3.0256730	8487.	3.9287542	8547.	3.9318137	8607.	3.9348518
28	8308.	3.9194965	8368.	3.9226217	8428.	3.9257245	8488.	3.9288054	8548.	3.9318645	8608.	3.9349023
29	8309.	3.9195488	8369.	3.9226736	8429.	3.9257761	8489.	3.9288565	8549.	3.9319153	8609.	3.9349527
30	8310.	3.9196010	8370.	3.9227255	8430.	3.9258276	8490.	3.0289077	8550.	3.9319661	8610.	3.9350032
31	8311.	3.9196533	8371.	3.9227773	8431.	3.9258791	8491.	3.9289588	8551.	3.9320169	8611.	3.9350536
32	8312.	3.9197055	8372.	3.9228292	8432.	3.9259306	8492.	3.9290100	8552.	3.9320677	8612.	3.9351040
33	8313.	3.9197578	8373.	3.9228811	8433.	3.9159821	8493.	3.9290611	8553.	3.9321185	8613.	3.9351544
34	8314.	3.9198100	8374.	3.9229330	8434.	3.9260336	8494.	3.9291123	8554.	3.9321692	8614.	3.9352049
35	8315.	3.9198623	8375.	3.9229848	8435.	3.9260851	8495.	3.9291634	8555.	3.9322200	8615.	3.9352553
36	8316.	3.9199145	8376.	3.9230367	8436.	3.9261366	8496.	3.9292145	8556.	3.9322708	8616.	3.9353057
37	8317.	3.9199667	8377.	3.9230885	8437.	3.9261880	8497.	3.9292656	8557.	3.9323215	8617.	3.9353561
38	8318.	3.9200189	8378.	3.9131404	8438.	3.9262395	8498.	3.9293167	8558.	3.9323723	8618.	3.9354065
39	8319.	3.9200711	8379.	3.9231922	8439.	3.9262910	8499.	3.9293678	8559.	3.9324230	8619.	3.9354569
40	8320.	3.9101233	8380.	3.9232440	8440.	3.9263424	8500	3.9294189	8560.	3.9324738	8620.	3.9355073
41	8321.	3.9201755	8381.	3.9232958	8441.	3.9263939	8501.	3.9294700	8561.	3.9325245	8621.	3.9355576
42	8322.	3.9202277	8382.	3.9233477	8442.	3.9264453	8502.	3.9295211	8562.	3.9325752	8622.	3.9356080
43	8323.	3.9202799	8383.	3.9233995	8443.	3.9264968	8503.	3.9295722	8563.	3.9326259	8623.	3.9356584
44	8324.	3.9203321	8384.	3.9234513	8444.	3.9265482	8504.	3.9296233	8564.	3.9326767	8624.	3.9357087
45	8325.	3.9203842	8385.	3.9235031	8445.	3.9265997	8505.	3.9296743	8565.	3.9327274	8625.	3.9357591
46	8326.	3.9204364	8386.	3.9235549	8446.	3.9266511	8506.	3.9297254	8566.	3.9327781	8626.	3.9358094
47	8327.	3.9204886	8387.	3.9236066	8447.	3.9267025	8507.	3.9297764	8567.	3.9328288	8627.	3.9358598
48	8328.	3.0205407	8388.	3.9236584	8448.	3.9267539	8508.	3.9298275	8568.	3.9328795	8628.	3.9359101
49	8329.	3.9205929	8389.	3.9237101	8449.	3.9268053	8509.	3.9298785	8569.	3.9329301	8629.	3.9359605
50	8330.	3.9206450	8390.	3.9237620	8450.	3.9268567	8510.	3.9299296	8570.	3.9329808	8630.	3.9300108
51	8331.	3.0206971	8391.	3.9238137	8451.	3.9169081	8511.	3.9299806	8571.	3.9330315	8631.	3.9360611
52	8332.	3.9207493	8392.	3.9238655	8452.	3.9269595	8512.	3.9300316	8572.	3.9330822	8632.	3.9361114
53	8333.	3.9208014	8393.	3.9239173	8453.	3.9270109	8513.	3.9300826	8573.	3.9331328	8633.	3.9361617
54	8334.	3.0208535	8394.	3.9239690	8454.	3.9270622	8514.	3.9301336	8574.	3.9331835	8634.	3.9362120
55	8335.	3.9209056	8395.	3.9240207	8455.	3.9271136	8515.	3.9301847	8575.	3.9332341	8635.	3.9362623
56	8336.	3.9109577	8396.	3.9240724	8456.	3.9271650	8516.	3.9302357	8576.	3.9332848	8636.	3.9363126
57	8337.	3.9210098	8397.	3.0241242	8457.	3.9272163	8517.	3.9302866	8577.	3.9333354	8637.	3.9363629
58	8338.	3.9210619	8398.	3.9241759	8458.	3.9272677	8518.	3.9303376	8578.	3.9333860	8638.	3.9364132
59	8339.	3.9111140	8399.	3.9242276	8459.	3.9273190	8519.	3.9303886	8579.	3.9334367	8639.	3.9364635
60	8340.	3.9211661	8400.	3.9242793	8460.	3.9273704	8520.	3.9304396	8580.	3.9334873	8640.	3.9365137

M	24		25		26		27		28		29	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	8641.	3.9365640	8701.	3.9395692	8761.	3.9425537	8821.	3.9455178	8881.	3.9484619	8941.	3.9513861
2	8642.	3.9366143	8702.	3.9396191	8762.	3.9426032	8822.	3.9455671	8882.	3.9485108	8942.	3.9514347
3	8643.	3.9366645	8703.	3.9396690	8763.	3.9426528	8823.	3.9456163	8883.	3.9485597	8943.	3.9514832
4	8644.	3.9367148	8704.	3.9397189	8764.	3.9427024	8824.	3.9456655	8884.	3.9486085	8944.	3.9515318
5	8645.	3.9367650	8705.	3.9397688	8765.	3.9427519	8825.	3.9457147	8885.	3.9486574	8945.	3.9515803
6	8646.	3.9368152	8706.	3.9398187	8766.	3.9418015	8826.	3.9457639	8886.	3.9487063	8946.	3.9516289
7	8647.	3.9368655	8707.	3.9398685	8767.	3.9428510	8827.	3.9458131	8887.	3.9487552	8947.	3.9516774
8	8648.	3.9369157	8708.	3.9399184	8768.	3.9429005	8828.	3.9458623	8888.	3.9488040	8948.	3.9517260
9	8649.	3.9369659	8709.	3.9399683	8769.	3.9429501	8829.	3.9459115	8889.	3.9488529	8949.	3.9517745
10	8650.	3.9370161	8710.	3.9400182	8770.	3.9429996	8830.	3.9459607	8890.	3.9489018	8950.	3.9518230
11	8651.	3.9370663	8711.	3.9400680	8771.	3.9430491	8831.	3.9460099	8891.	3.9489506	8951.	3.9518716
12	8652.	3.9371165	8712.	3.9401179	8772.	3.9430986	8832.	3.9460591	8892.	3.9489995	8952.	3.9519201
13	8653.	3.9371667	8713.	3.9401677	8773.	3.9431481	8833.	3.9461082	8893.	3.9490483	8953.	3.9519686
14	8654.	3.9372169	8714.	3.9402176	8774.	3.9431976	8834.	3.9461574	8894.	3.9490971	8954.	3.9520171
15	8655.	3.9372671	8715.	3.9402674	8775.	3.9432471	8835.	3.9462066	8895.	3.9491460	8955.	3.9520656
16	8656.	3.9373172	8716.	3.9403172	8776.	3.9432966	8836.	3.9462557	8896.	3.9491948	8956.	3.9521142
17	8657.	3.9373674	8717.	3.9403670	8777.	3.9433461	8837.	3.9463049	8897.	3.9492436	8957.	3.9521626
18	8658.	3.9374176	8718.	3.9404169	8778.	3.9433956	8838.	3.9463540	8898.	3.9492924	8958.	3.9522111
19	8659.	3.9374677	8719.	3.9404667	8779.	3.9434450	8839.	3.9464031	8899.	3.9493412	8959.	3.9522595
20	8660.	3.9375179	8720.	3.9405165	8780.	3.9434945	8840.	3.9464523	8900.	3.9493900	8960.	3.9523080
21	8661.	3.9375680	8721.	3.9405663	8781.	3.9435440	8841.	3.9465014	8901.	3.9494388	8961.	3.9523565
22	8662.	3.9376182	8722.	3.9406161	8782.	3.9435934	8842.	3.9465505	8902.	3.9494876	8962.	3.9524049
23	8663.	3.9376683	8723.	3.9406659	8783.	3.9436429	8843.	3.9465996	8903.	3.9495364	8963.	3.9524534
24	8664.	3.9377184	8724.	3.9407157	8784.	3.9436923	8844.	3.9466487	8904.	3.9495852	8964.	3.9525018
25	8665.	3.9377686	8725.	3.9407654	8785.	3.9437418	8845.	3.9466978	8905.	3.9496339	8965.	3.9525503
26	8666.	3.9378187	8726.	3.9408152	8786.	3.9437912	8846.	3.9467469	8906.	3.9496827	8966.	3.9525987
27	8667.	3.9378688	8727.	3.9408650	8787.	3.9438406	8847.	3.9467960	8907.	3.9497315	8967.	3.9526472
28	8668.	3.9379189	8728.	3.9409147	8788.	3.9438900	8848.	3.9468451	8908.	3.9497802	8968.	3.9526956
29	8669.	3.9379690	8729.	3.9409645	8789.	3.9439395	8849.	3.9468942	8909.	3.9498290	8969.	3.9527440
30	8670.	3.9380191	8730.	3.9410142	8790.	3.9439889	8850.	3.9469433	8910.	3.9498777	8970.	3.9527924
31	8671.	3.9380692	8731.	3.9410640	8791.	3.9440383	8851.	3.9469923	8911.	3.9499264	8971.	3.9528409
32	8672.	3.9381193	8732.	3.9411137	8792.	3.9440877	8852.	3.9470414	8912.	3.9499752	8972.	3.9528893
33	8673.	3.9381693	8733.	3.9411635	8793.	3.9441371	8853.	3.9470905	8913.	3.9500239	8973.	3.9529377
34	8674.	3.9382194	8734.	3.9412132	8794.	3.9441865	8854.	3.9471395	8914.	3.9500726	8974.	3.9529861
35	8675.	3.9382695	8735.	3.9412629	8795.	3.9442358	8855.	3.9471886	8915.	3.9501213	8975.	3.9530345
36	8676.	3.9383195	8736.	3.9413126	8796.	3.9442852	8856.	3.9472376	8916.	3.9501701	8976.	3.9530828
37	8677.	3.9383695	8737.	3.9413623	8797.	3.9443346	8857.	3.9472866	8917.	3.9502188	8977.	3.9531312
38	8678.	3.9384196	8738.	3.9414120	8798.	3.9443840	8858.	3.9473357	8918.	3.9502675	8978.	3.9531796
39	8679.	3.9384697	8739.	3.9414617	8799.	3.9444333	8859.	3.9473847	8919.	3.9503162	8979.	3.9532280
40	8680.	3.9385197	8740.	3.9415114	8800.	3.9444827	8860.	3.9474337	8920.	3.9503649	8980.	3.9532763
41	8681.	3.9385698	8741.	3.9415611	8801.	3.9445320	8861.	3.9474827	8921.	3.9504135	8981.	3.9533247
42	8682.	3.9386198	8742.	3.9416108	8802.	3.9445814	8862.	3.9475317	8922.	3.9504622	8982.	3.9533731
43	8683.	3.9386698	8743.	3.9416605	8803.	3.9446307	8863.	3.9475807	8923.	3.9505109	8983.	3.9534214
44	8684.	3.9387198	8744.	3.9417101	8804.	3.9446800	8864.	3.9476297	8924.	3.9505596	8984.	3.9534697
45	8685.	3.9387698	8745.	3.9417598	8805.	3.9447294	8865.	3.9476787	8925.	3.9506082	8985.	3.9535181
46	8686.	3.9388198	8746.	3.9418095	8806.	3.9447787	8866.	3.9477277	8926.	3.9506569	8986.	3.9535664
47	8687.	3.9388698	8747.	3.9418591	8807.	3.9448280	8867.	3.9477767	8927.	3.9507055	8987.	3.9536147
48	8688.	3.9389198	8748.	3.9419088	8808.	3.9448773	8868.	3.9478157	8928.	3.9507542	8988.	3.9536631
49	8689.	3.9389698	8749.	3.9419584	8809.	3.9449266	8869.	3.9478747	8929.	3.9508028	8989.	3.9537114
50	8690.	3.9390198	8750.	3.9420081	8810.	3.9449759	8870.	3.9479236	8930.	3.9508515	8990.	3.9537597
51	8691.	3.9390697	8751.	3.9420577	8811.	3.9450252	8871.	3.9479726	8931.	3.9509001	8991.	3.9538080
52	8692.	3.9391197	8752.	3.9421073	8812.	3.9450745	8872.	3.9480215	8932.	3.9509487	8992.	3.9538563
53	8693.	3.9391697	8753.	3.9421569	8813.	3.9451238	8873.	3.9480705	8933.	3.9509973	8993.	3.9539046
54	8694.	3.9392196	8754.	3.9422065	8814.	3.9451730	8874.	3.9481194	8934.	3.9510459	8994.	3.9539529
55	8695.	3.9392696	8755.	3.9422562	8815.	3.9452223	8875.	3.9481684	8935.	3.9510946	8995.	3.9540012
56	8696.	3.9393195	8756.	3.9423058	8816.	3.9451716	8876.	3.9482173	8936.	3.9511432	8996.	3.9540494
57	8697.	3.9393695	8757.	3.9423553	8817.	3.9453208	8877.	3.9482662	8937.	3.9511918	8997.	3.9540977
58	8698.	3.9394194	8758.	3.9424049	8818.	3.9453701	8878.	3.9483151	8938.	3.9512404	8998.	3.9541460
59	8699.	3.9394693	8759.	3.9424545	8819.	3.9454193	8879.	3.9483641	8939.	3.9512889	8999.	3.9541943
60	8700.	3.9395193	8760.	3.9425041	8820.	3.9454686	8880.	3.9484130	8940.	3.9513375	9000.	3.9542425

M	30		31		32		33		34		35	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	9001.	3.9542908	9061.	3.9571761	9121.	3.9600425	9181.	3.9628900	9241.	3.9657190	9301.	3.9685296
2	9002.	3.9543390	9062.	3.9572241	9122.	3.9600901	9182.	3.9629373	9242.	3.9657660	9302.	3.9685763
3	9003.	3.9543873	9063.	3.9572720	9123.	3.9601377	9183.	3.9629846	9243.	3.9658130	9303.	3.9686230
4	9004.	3.9544355	9064.	3.9573199	9124.	3.9601853	9184.	3.9630319	9244.	3.9658599	9304.	3.9686697
5	9005.	3.9544837	9065.	3.9573678	9125.	3.9602329	9185.	3.9630792	9245.	3.9659069	9305.	3.9687164
6	9006.	3.9545319	9066.	3.9574157	9126.	3.9602805	9186.	3.9631264	9246.	3.9659539	9306.	3.9687630
7	9007.	3.9545802	9067.	3.9574636	9127.	3.9603281	9187.	3.9631737	9147.	3.9660009	9307.	3.9688097
8	9008.	3.9546284	9068.	3.9575115	9128.	3.9603756	9188.	3.9632210	9248.	3.9660478	9308.	3.9688564
9	9009.	3.9546766	9069.	3.9575594	9129.	3.9604232	9189.	3.9632683	9249.	3.9660948	9309.	3.9689030
10	9010.	3.9547248	9070.	3.9576073	9130.	3.9604708	9190.	3.9633155	9250.	3.9661417	9310.	3.9689497
11	9011.	3.9547730	9071.	3.9576552	9131.	3.9605183	9192.	3.9633628	9251.	3.9661887	9311.	3.9689963
12	9012.	3.9548212	9072.	3.9577030	9132.	3.9605659	9192.	3.9634100	9252.	3.9662356	9322.	3.9690430
13	9013.	3.9548694	9073.	3.9577509	9133.	3.9606135	9193.	3.9634573	9253.	3.9662826	9313.	3.9690896
14	9014.	3.9549176	9074.	3.9577988	9134.	3.9606610	9194.	3.9635045	9254.	3.9663295	9314.	3.9691362
15	9015.	3.9549657	9075.	3.9578466	9135.	3.9607086	9195.	3.9635517	9255.	3.9663764	9315.	3.9691829
16	9016.	3.9550139	9076.	3.9578945	9136.	3.9607561	9196.	3.9635990	9256.	3.9664233	9316.	3.9692295
17	9017.	3.9550621	9077.	3.9579423	9137.	3.9608036	9197.	3.9636462	9257.	3.9664703	9317.	3.9692762
18	9018.	3.9551102	9078.	3.9579902	9138.	3.9608512	9198.	3.9636934	9258.	3.9665172	9318.	3.9693227
19	9019.	3.9551584	9079.	3.9580380	9139.	3.9608987	9199.	3.9637406	9259.	3.9665641	9319.	3.9693693
20	9020.	3.9552065	9080.	3.9580858	9140.	3.9609462	9200.	3.9637878	9260.	3.9666110	9320.	3.9694159
21	9021.	3.9552547	9081.	3.9581337	9141.	3.9609937	9201.	3.9638350	9261.	3.9666579	9321.	3.9694625
22	9022.	3.9553028	9082.	3.9581815	9142.	3.9610412	9202.	3.9638822	9262.	3.9667048	9322.	3.9695091
23	9023.	3.9553510	9083.	3.9582293	9143.	3.9610887	9203.	3.9639294	9263.	3.9667517	9323.	3.9695557
24	9024.	3.9553991	9084.	3.9582771	9144.	3.9611362	9204.	3.9639766	9264.	3.9667985	9324.	3.9696013
25	9025.	3.9554472	9085.	3.9583249	9145.	3.9611837	9205.	3.9640238	9265.	3.9668454	9325.	3.9696488
26	9026.	3.9554953	9086.	3.9583727	9146.	3.9612312	9206.	3.9640710	9266.	3.9668923	9326.	3.9696954
27	9027.	3.9555434	9087.	3.9584205	9147.	3.9612787	9207.	3.9641181	9267.	3.9669392	9327.	3.9697420
28	9028.	3.9555916	9088.	3.9584683	9148.	3.9613262	9208.	3.9641653	9268.	3.9669860	9328.	3.9697885
29	9029.	3.9556397	9089.	3.9585161	9149.	3.9613736	9209.	3.9642125	9269.	3.9670329	9329.	3.9698352
30	9030.	3.9556878	9090.	3.9585639	9150.	3.9614211	9210.	3.9642596	9270.	3.9670797	9330.	3.9698816
31	9031.	3.9557358	9091.	3.9586117	9151.	3.9614686	9211.	3.9643068	9271.	3.9671266	9331.	3.9699282
32	9032.	3.9557839	9092.	3.9586594	9152.	3.9615160	9212.	3.9643539	9272.	3.9671734	9332.	3.9699747
33	9033.	3.9558320	9093.	3.9587072	9153.	3.9615635	9213.	3.9644011	9273.	3.9672203	9333.	3.9700113
34	9034.	3.9558801	9094.	3.9587549	9154.	3.9616109	9214.	3.9644482	9274.	3.9672671	9334.	3.9700678
35	9035.	3.9559281	9095.	3.9588027	9155.	3.9616583	9215.	3.9644953	9275.	3.9673139	9335.	3.9701143
36	9036.	3.9559762	9096.	3.9588505	9156.	3.9617058	9216.	3.9645425	9276.	3.9673607	9336.	3.9701608
37	9037.	3.9560243	9097.	3.9588982	9157.	3.9617532	9217.	3.9645896	9277.	3.9674076	9337.	3.9702074
38	9038.	3.9560723	9098.	3.9589459	9158.	3.9618006	9218.	3.9646367	9278.	3.9674544	9338.	3.9702539
39	9039.	3.9561204	9099.	3.9589937	9159.	3.9618481	9219.	3.9646838	9279.	3.9675012	9339.	3.9703004
40	9040.	3.9561684	9100.	3.9590414	9160.	3.9618955	9220.	3.9647309	9280.	3.9675480	9340.	3.9703469
41	9041.	3.9562165	9101.	3.9590891	9161.	3.9619429	9221.	3.9647780	9281.	3.9675948	9341.	3.9703934
42	9042.	3.9562645	9101.	3.9591368	9162.	3.9619903	9222.	3.9648251	9282.	3.9676416	9342.	3.9704399
43	9043.	3.9563125	9103.	3.9591845	9163.	3.9620377	9223.	3.9648722	9283.	3.9676884	9343.	3.9704863
44	9044.	3.9563606	9104.	3.9592322	9164.	3.9620851	9224.	3.9649193	9284.	3.9677351	9344.	3.9705328
45	9045.	3.9564086	9105.	3.9592800	9165.	3.9621325	9225.	3.9649664	9285.	3.9677819	9345.	3.9705793
46	9046.	3.9564566	9106.	3.9593276	9166.	3.9621799	9226.	3.9650135	9286.	3.9678287	9346.	3.9706258
47	9047.	3.9565046	9107.	3.9593753	9167.	3.9622272	9227.	3.9650605	9287.	3.9678754	9347.	3.9706722
48	9048.	3.9565526	9108.	3.9594230	9168.	3.9622746	9228.	3.9651076	9288.	3.9679222	9348.	3.9707187
49	9049.	3.9566006	9109.	3.9594707	9169.	3.9623220	9229.	3.9651546	9289.	3.9679690	9349.	3.9707652
50	9050.	3.9566486	9110.	3.9595184	9170.	3.9623693	9230.	3.9652017	9290.	3.9680157	9350.	3.9708116
51	9051.	3.9566966	9111.	3.9595660	9171.	3.9624167	9231.	3.9652488	9291.	3.9680625	9351.	3.9708581
52	9052.	3.9567445	9112.	3.9596137	9172.	3.9624640	9232.	3.9652958	9292.	3.9681092	9352.	3.9709045
53	9053.	3.9567925	9113.	3.9596614	9173.	3.9625114	9233.	3.9653428	9293.	3.9681559	9353.	3.9709509
54	9054.	3.9568405	9114.	3.9597090	9174.	3.9625587	9234.	3.9653899	9294.	3.9682027	9354.	3.9709974
55	9055.	3.9568885	9115.	3.9597567	9175.	3.9626062	9235.	3.9654369	9295.	3.9682494	9355.	3.9710438
56	9056.	3.9569364	9116.	3.9598043	9176.	3.9626534	9236.	3.9654839	9296.	3.9682961	9356.	3.9710902
57	9057.	3.9569844	9117.	3.9598520	9177.	3.9627007	9237.	3.9655309	9297.	3.9683428	9357.	3.9711366
58	9058.	3.9570323	9118.	3.9598996	9178.	3.9627481	9238.	3.9655780	9298.	3.9683895	9358.	3.9711830
59	9059.	3.9570803	9119.	3.9599472	9179.	3.9627954	9239.	3.9656250	9299.	3.9684362	9359.	3.9712294
60	9060.	3.9571282	9120.	3.9599948	9180.	3.9628427	9240.	3.9656720	9300.	3.9684829	9360.	3.9712758

M	36		37		38		39		40		41	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	9361.	3.9713121	9421.	3.9742970	9481.	3.9768541	9541.	3.9795939	9601.	3.9823165	9661.	3.9850221
2	9362.	3.9713585	9422.	3.9741431	9482.	3.9769000	9542.	3.9796394	9602.	3.9823617	9662.	3.9850670
3	9363.	3.9714150	9423.	3.9741892	9483.	3.9769458	9543.	3.9796849	9603.	3.9824069	9663.	3.9851120
4	9364.	3.9714614	9424.	3.9742353	9484.	3.9769915	9544.	3.9797304	9604.	3.9824522	9664.	3.9851569
5	9365.	3.9715078	9425.	3.9742814	9485.	3.9770373	9545.	3.9797759	9605.	3.9824974	9665.	3.9852019
6	9366.	3.9715542	9426.	3.9743274	9486.	3.9770831	9546.	3.9798214	9606.	3.9825426	9666.	3.9852468
7	9367.	3.9716005	9427.	3.9743735	9487.	3.9771289	9547.	3.9798669	9607.	3.9825878	9667.	3.9852917
8	9368.	3.9716469	9428.	3.9744196	9488.	3.9771747	9548.	3.9799124	9608.	3.9826330	9668.	3.9853366
9	9369.	3.9716932	9429.	3.9744656	9489.	3.9772204	9549.	3.9799579	9609.	3.9826782	9669.	3.9853816
10	9370.	3.9717396	9430.	3.9745117	9490.	3.9772662	9550.	3.9800034	9610.	3.9827234	9670.	3.9854265
11	9371.	3.9717859	9431.	3.9745577	9491.	3.9773120	9551.	3.9800488	9611.	3.9827686	9671.	3.9854714
12	9372.	3.9718323	9432.	3.9746038	9492.	3.9773577	9552.	3.9800943	9612.	3.9828138	9672.	3.9855163
13	9373.	3.9718786	9433.	3.9746498	9493.	3.9774035	9553.	3.9801398	9613.	3.9828589	9673.	3.9855612
14	9374.	3.9719249	9434.	3.9746959	9494.	3.9774492	9554.	3.9801852	9614.	3.9829041	9674.	3.9856062
15	9375.	3.9719713	9435.	3.9747419	9495.	3.9774950	9555.	3.9802307	9615.	3.9829493	9675.	3.9856510
16	9376.	3.9720176	9436.	3.9747879	9496.	3.9775407	9556.	3.9802761	9616.	3.9829945	9676.	3.9856958
27	9377.	3.9720639	9437.	3.9748340	9497.	3.9775864	9557.	3.9803216	9617.	3.9830396	9677.	3.9857407
18	9378.	3.9721102	9438.	3.9748800	9498.	3.9776322	9558.	3.9803670	9618.	3.9830848	9678.	3.9857856
19	9379.	3.9721565	9439.	3.9749260	9499.	3.9776779	9559.	3.9804125	9619.	3.9831299	9679	3.9858305
20	9380.	3.9722028	9440.	3.9749710	9500.	3.9777236	9560.	3.9804579	9620.	3.9831751	9680.	3.9858754
21	9381.	3.9722491	9441.	3.9750180	9501.	3.9777693	9561.	3.9805033	9621.	3.9832202	9681.	3.9859202
22	9382.	3.9722954	9442.	3.9750640	9502.	3.9778150	9562.	3.9805487	9622.	3.9832654	9682.	3.9859651
23	9383.	3.9723417	9443.	3.9751100	9503.	3.9778607	9563.	3.9805942	9623.	3.9833105	9683.	3.9860099
24	9384.	3.9723880	9444.	3.9751560	9504.	3.9779064	9564.	3.9806396	9624.	3.9833556	9684.	3.9860548
25	9385.	3.9724343	9445.	3.9752020	9505.	3.9779521	9565.	3.9806850	9625.	3.9834007	9685.	3.9860996
26	9386.	3.9724805	9446.	3.9752479	9506.	3.9779978	9566.	3.9807304	9626.	3.9834459	9686.	3.9861445
27	9387.	3.9725268	9447.	3.9752939	9507.	3.9780435	9567.	3.9807758	9627.	3.9834910	9687.	3.9861893
28	9388.	3.9725731	9448.	3.9753399	9508.	3.9780892	9568.	3.9808212	9628.	3.9835361	9688.	3.9862341
29	9389.	3.9726193	9449.	3.9753858	9509.	3.9781348	9569.	3.9808666	9629.	3.9835812	9689.	3.9862790
30	9390.	3.9726656	9450.	3.9754318	9510.	3.9781805	9570.	3.9809119	9630.	3.9836263	9690.	3.9863238
31	9391.	3.9727118	9451.	3.9754778	9511.	3.9782262	9571.	3.9809573	9631.	3.9836714	9691.	3.9863686
32	9392.	3.9727581	9452.	3.9755237	9512.	3.9782718	9572.	3.9810027	9632.	3.9837165	9692.	3.9864134
33	9393.	3.9728043	9453.	3.9755697	9513.	3.9783175	9573.	3.9810481	9633.	3.9837616	9693.	3.9864582
34	9394.	3.9728505	9454.	3.9756156	9514.	3.9783631	9574.	3.9810934	9634.	3.9838066	9694.	3.9865030
35	9395.	3.9728968	9455.	3.9756615	9515.	3.9784088	9575.	3.9811388	9635.	3.9838517	9695.	3.9865478
36	9396.	3.9729430	9456.	3.9757075	9516.	3.9784544	9576.	3.9811841	9636.	3.9838968	9696.	3.9865926
37	9397.	3.9729892	9457.	3.9757534	9517.	3.9785001	9577.	3.9812295	9637.	3.9839419	9697.	3.9866374
38	9398.	3.9730354	9458.	3.9757993	9518.	3.9785457	9578.	3.9812748	9638.	3.9839869	9698.	3.9866822
39	9399.	3.9730816	9459.	3.9758452	9519.	3.9785913	9579.	3.9813202	9639.	3.9840320	9699.	3.9867270
40	9400.	3.9731279	9460.	3.9758911	9520.	3.9786369	9580.	3.9813655	9640.	3.9840770	9700.	3.9867717
41	9401.	3.9731741	9461.	3.9759370	9521.	3.9786826	9581.	3.9814108	9641.	3.9841221	9701.	3.9868165
42	9402.	3.9732202	9462.	3.9759829	9522.	3.9787282	9582.	3.9814562	9642.	3.9841671	9702.	3.9868613
43	9403.	3.9732664	9463.	3.9760288	9523.	3.9787738	9583.	3.9815015	9643.	3.9842122	9703.	3.9869060
44	9404.	3.9733126	9464.	3.9760747	9524.	3.9788194	9584.	3.9815468	9644.	3.9842572	9704.	3.9869508
45	9405.	3.9733588	9465.	3.9761206	9525.	3.9788650	9585.	3.9815921	9645.	3.9843022	9705.	3.9869955
46	9406.	3.9734050	9466.	3.9761665	9526.	3.9789105	9586.	3.9816374	9646.	3.9843473	9706.	3.9870403
47	9407.	3.9734511	9467.	3.9762124	9527.	3.9789562	9587.	3.9816827	9647.	3.9843923	9707.	3.9870850
48	9408.	3.9734973	9468.	3.9762582	9528.	3.9790017	9588.	3.9817280	9648.	3.9844373	9708.	3.9871298
49	9409.	3.9735435	9469.	3.9763041	9529.	3.9790473	9589.	3.9817733	9649.	3.9844823	9709.	3.9871745
50	9410.	3.9735897	9470.	3.9763500	9530.	3.9790929	9590.	3.9818186	9650.	3.9845273	9710.	3.9872192
51	9411.	3.9736358	9471.	3.9763958	9531.	3.9791385	9591.	3.9818630	9651.	3.9845723	9711.	3.9872640
52	9412.	3.9736819	9472.	3.9764417	9532.	3.9791840	9592.	3.9819092	9652.	3.9846173	9712.	3.9873087
53	9413.	3.9737281	9473.	3.9764875	9533.	3.9792296	9593.	3.9819544	9653.	3.9846623	9713.	3.9873534
54	9414.	3.9737742	9474.	3.9765334	9534.	3.9792751	9594.	3.9819997	9654.	3.9847073	9714.	3.9873981
55	9415.	3.9738203	9475.	3.9765792	9535.	3.9793207	9595.	3.9820450	9655.	3.9847523	9715.	3.9874428
56	9416.	3.9738664	9476.	3.9766251	9536.	3.9793662	9596.	3.9820902	9656.	3.9847973	9716.	3.9874875
57	9417.	3.9739126	9477.	3.9766709	9537.	3.9794118	9597.	3.9821355	9657.	3.9848422	9717.	3.9875322
58	9418.	3.9739587	9478.	3.9767167	9538.	3.9794573	9598.	3.9821807	9658.	3.9848872	9718.	3.9875769
59	9419.	3.9740048	9479.	3.9767625	9539.	3.9795028	9599.	3.9822260	9659.	3.9849322	9719.	3.9876216
60	9420.	3.9740509	9480.	3.9768083	9540.	3.9795484	9600.	3.9822712	9660.	3.9849772	9720.	3.9876663

M	42		43		44		45		46		47	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	9721.	3.9877109	9781.	3.9903833	9841.	3.9930392	9901.	3.9956791	9961.	3.9983029	10021.	4.0009111
2	9722.	3.9877556	9782.	3.9904277	9842.	3.9930834	9902.	3.9957229	9962.	3.9983465	10022.	4.0009544
3	9723.	3.9878003	9783.	3.9904721	9843.	3.9931275	9903.	3.9957668	9963.	3.9983901	10023.	4.0009977
4	9724.	3.9878450	9784.	3.9905164	9844.	3.9931716	9904.	3.9958106	9964.	3.9984337	10024.	4.0010411
5	9725.	3.9878896	9785.	3.9905608	9845.	3.9932157	9905.	3.9958545	9965.	3.9984773	10025.	4.0010844
6	9726.	3.9879343	9786.	3.9906052	9846.	3.9932598	9906.	3.9958983	9966.	3.9985209	10026.	4.0011277
7	9727.	3.9879789	9787.	3.9906496	9847.	3.9933039	9907.	3.9959422	9967.	3.9985645	10027.	4.0011710
8	9728.	3.9880236	9788.	3.9906940	9848.	3.9933480	9908.	3.9959860	9968.	3.9986080	10028	4.0012143
9	9729.	3.9880682	9789.	3.9907383	9849.	3.9933921	9909.	3.9960298	9969.	3.9986516	10029.	4.0012576
10	9730.	3.9881128	9790.	3.9907827	9850.	3.9934362	9910.	3.9960737	9970.	3.9986952	10030.	4.0013009
11	9731.	3.9881575	9791.	3.9908271	9851.	3.9934803	9911.	3.9961175	9971.	3.9987387	10031.	4.0013442
12	9732.	3.9882021	9792.	3.9908714	9852.	3.9935244	9912.	3.9961613	9972.	3.9987823	10032.	4.0013875
13	9733.	3.9882467	9793.	3.9909158	9853.	3.9935685	9913.	3.9962051	9973.	3.9988258	10033.	4.0014308
14	9734.	3.9882913	9794.	3.9909601	9854.	3.9936126	9914.	3.9962489	9974.	3.9988694	10034.	4.0014741
15	9735.	3.9883359	9795.	3.9910044	9855.	3.9936566	9915.	3.9962927	9975.	3.9989129	10035.	4.0015174
16	9736.	3.9883806	9796.	3.9910488	9856.	3.9937007	9916.	3.9963365	9976.	3.9989564	10036.	4.0015607
17	9737.	3.9884252	9797.	3.9910931	9857.	3.9937448	9917.	3.9963803	9977.	3.9990000	10037.	4.0016039
18	9738.	3.9884698	9798.	3.9911374	9858.	3.9937888	9918.	3.9964241	9978.	3.9990435	10038.	4.0016472
19	9739.	3.9885144	9799.	3.9911818	9859.	3.9938329	9919.	3.9964679	9979.	3.9990870	10039.	4.0016905
20	9740.	3.9885590	9800.	3.9912261	9860.	3.9938769	9920.	3.9965117	9980.	3.9991305	10040.	4.0017337
21	9741.	3.9886035	9801.	3.9912704	9861.	3.9939210	9921.	3.9965554	9981.	3.9991741	10041.	4.0017770
22	9742.	3.9886481	9802.	3.9913147	9862.	3.9939650	9922.	3.9965992	9982.	3.9992176	10042.	4.0018202
23	9743.	3.9886927	9803.	3.9913590	9863.	3.9940090	9923.	3.9966430	9983.	3.9992611	10043.	4.0018635
24	9744.	3.9887373	9804.	3.9914033	9864.	3.9940531	9924.	3.9966868	9984.	3.9993046	10044.	4.0019067
25	9745.	3.9887818	9805.	3.9914476	9865.	3.9940971	9925.	3.9967305	9985.	3.9993481	10045.	4.0019499
26	9746.	3.9888264	9806.	3.9914919	9866.	3.9941411	9926.	3.9967743	9986.	3.9993916	10046.	4.0019932
27	9747.	3.9888710	9807.	3.9915362	9867.	3.9941851	9927.	3.9968180	9987.	3.9994350	10047.	4.0020364
28	9748.	3.9889155	9808.	3.9915805	9868.	3.9942291	9928	3.9968618	9988.	3.9994785	10048.	4.0020796
29	9749.	3.9889601	9809.	3.9916247	9869.	3.9942731	9929.	3.9969055	9989.	3.9995220	10049.	4.0021228
30	9750.	3.9890046	9810.	3.9916690	9870.	3.9943172	9930.	3.9969492	9990.	3.9995655	10050.	4.0021661
31	9751.	3.9890492	9811.	3.9917133	9871.	3.9943612	9931.	3.9969930	9991.	3.9996090	10051.	4.0022093
32	9752.	3.9890937	9812.	3.9917575	9872.	3.9944051	9932.	3.9970367	9992.	3.9996524	10052.	4.0022525
33	9753.	3.9891382	9813.	3.9918018	9873.	3.9944491	9933.	3.9970804	9993.	3.9996959	10053.	4.0022957
34	9754.	3.9891828	9814.	3.9918461	9874.	3.9944931	9934.	3.9971242	9994.	3.9997393	10054.	4.0023389
35	9755.	3.9892273	9815.	3.9918903	9875.	3.9945371	9935.	3.9971679	9995.	3.9997828	10055.	4.0023821
36	9756.	3.9892718	9816.	3.9919345	9876.	3.9945811	9936.	3.9972116	9996.	3.9998262	10056.	4.0024253
37	9757.	3.9893163	9817.	3.9919788	9877.	3.9946151	9937.	3.9972553	9997.	3.9998697	10057.	4.0024685
38	9758.	3.9893608	9818.	3.9920230	9878.	3.9946690	9938.	3.9972990	9998.	3.9999131	10058.	4.0025116
39	9759.	3.9894053	9819.	3.9920673	9879.	3.9947130	9939.	3.9973427	9999.	3.9999566	10059.	4.0025548
40	9760.	3.9894498	9820.	3.9921115	9880.	3.9947569	9940.	3.9973864	10000.	4.0000000	10060.	4.0025980
41	9761.	3.9894943	9821.	3.9921557	9881.	3.9948009	9941.	3.9974301	10001.	4.0000434	10061.	4.0026411
42	9762.	3.9895388	9822.	3.9921999	9882.	3.9948448	9942.	3.9974738	10002.	4.0000869	10062.	4.0026843
43	9763.	3.9895833	9823.	3.9922441	9883.	3.9948888	9943.	3.9975174	10003.	4.0001303	10063.	4.0027275
44	9764.	3.9896278	9824.	3.9922884	9884.	3.9949327	9944.	3.9975611	10004.	4.0001737	10064.	4.0027706
45	9765.	3.9896722	9825.	3.9923326	9885.	3.9949767	9945.	3.9976048	10005.	4.0002171	10065.	4.0028138
46	9766.	3.9897167	9826.	3.9923768	9886.	3.9950206	9946.	3.9976485	10006.	4.0002605	10066.	4.0028569
47	9767.	3.9897612	9827.	3.9924210	9887.	3.9950645	9947.	3.9976921	10007.	4.0003039	10067.	4.0029001
48	9768.	3.9898057	9828.	3.9924651	9888.	3.9951085	9948.	3.9977358	10008.	4.0003473	10068.	4.0029432
49	9769.	3.9898501	9829.	3.9925093	9889.	3.9951524	9949.	3.9977794	10009.	4.0003907	10069.	4.0029863
50	9770.	3.9898946	9830.	3.9925535	9890.	3.9951963	9950.	3.9978231	10010.	4.0004341	10070.	4.0030295
51	9771.	3.9899390	9831.	3.9925977	9891.	3.9952402	9951.	3.9978667	10011.	4.0004775	10071.	4.0030726
52	9772.	3.9899835	9832.	3.9926419	9892.	3.9952841	9952.	3.9979104	10012.	4.0005208	10072.	4.0031157
53	9773.	3.9900279	9833.	3.9926860	9893.	3.9953280	9953.	3.9979540	10013.	4.0005642	10073.	4.0031588
54	9774.	3.9900723	9834.	3.9927302	9894.	3.9953719	9954.	3.9979976	10014.	4.0006076	10074.	4.0032019
55	9775.	3.9901168	9835.	3.9927744	9895.	3.9954158	9955.	3.9980413	10015.	4.0006510	10075.	4.0032451
56	9776.	3.9901612	9836.	3.9928185	9896.	3.9954597	9956.	3.9980849	10016.	4.0006943	10076.	4.0032882
57	9777.	3.9902056	9837.	3.9928627	9897.	3.9955036	9957.	3.9981285	10017.	4.0007377	10077.	4.0033313
58	9778.	3.9902500	9838.	3.9929068	9898.	3.9955474	9958.	3.9981721	10018.	4.0007810	10078.	4.0033744
59	9779.	3.9902944	9839.	3.9929510	9899.	3.9955913	9959.	3.9982157	10019.	4.0008244	10079.	4.0034175
60	9780.	3.9903389	9840.	3.9929951	9900.	3.9956352	9960.	3.9982593	10020.	4.0008677	10080.	4.0034605

M	48		49		50		51		52		53	
S	N.	Logarit.	N.	Logriat.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N	Logarit
1	10081.	4.0035036	10141.	4.0060808	10201.	4.0086427	10261.	4.0111897	10321.	4.0137218	10381.	4.0161392
2	10081.	4.0035467	10142.	4.0061236	10202.	4.0086853	10262.	4.0112320	10322.	4.0137619	10382.	4.0161810
3	10083.	4.0035898	10143.	4.0061664	10203.	4.0087279	10263.	4.0112743	10323.	4.0138059	10383.	4.0163129
4	10084.	4.0036328	10144.	4.0062092	10204.	4.0087704	10264.	4.0113166	10324.	4.0138480	10384.	4.0163647
5	10085.	4.0036759	10145.	4.0062521	10205.	4.0088130	10265.	4.0113590	10325.	4.0138901	10385.	4.0164065
6	10086.	4.0037190	10146.	4.0061949	10206.	4.0088556	10266.	4.011401	10326.	4.0139321	10386.	4.0164483
7	10087.	4.0037620	10147.	4.0063377	10207.	4.0088981	10267.	4.0114436	10327.	4.0139742	10387.	4.0164901
8	10088.	4.0038051	10148.	4.0063805	10208.	4.0089407	10268.	4.0114859	10318.	4.0140162	10388.	4.0165319
9	10089.	4.0038481	10149.	4.0064233	10209.	4.0089832	10269.	4.0115281	10329.	4.0140583	10389.	4.0165737
10	10090.	4.0038912	10150.	4.0064660	10210.	4.0090257	10270.	4.0115704	10330.	4.0141003	10390.	4.0166155
11	10091.	4.0039342	10152.	4.0065088	10211.	4.0090683	10271.	4.0116127	10331.	4.0141424	10391.	4.0166573
12	10092.	4.0039772	10152.	4.0065516	10212.	4.0091108	10272.	4.0116550	10332.	4.0141844	10392.	4.0166991
13	10093.	4.0040203	10153.	4.0065944	10213.	4.0091533	10273.	4.0116973	10333.	4.0141204	10393.	4.0167409
14	10094.	4.0040633	10154.	4.0066372	10214.	4.0091959	10274.	4.0117396	10334.	4.0142685	10394.	4.0167827
15	10095.	4.0041063	10155.	4.0066799	10215.	4.0092384	10275.	4.0117818	10335.	4.0143105	10395.	4.0168145
16	10096.	4.0041493	10156.	4.0067227	10116	4.0092809	10276.	4.0118241	10336.	4.0143525	10396.	4.0168663
17	10097.	4.0041924	10157.	4.0067655	10217.	4.0093234	10177.	4.0118664	10337.	4.0143945	10397.	4.0169080
18	10098.	4.0042354	10158.	4.0068082	10218.	4.0093659	10278.	4.0119086	10338.	4.0144365	10398.	4.0169498
19	10099.	4.0042784	10159.	4.0068510	10219.	4.0094084	10279.	4.0119509	10339.	4.0144785	10399.	4.0169916
20	10100.	4.0043214	10160.	4.0068937	10220.	4.0094509	10180.	4.0119931	10340.	4.0145205	10400.	4.0170333
21	10101.	4.0043644	10161.	4.0069365	10221.	4.0094934	10281.	4.0120354	10341.	4.0145625	10401.	4.0170751
22	10202.	4.0044074	10162.	4.0069792	10222.	4.0095359	10282.	4.0120776	10342.	4.0146045	10402.	4.0171168
23	10103.	4.0044504	10163.	4.0070219	10223.	4.0095784	10283.	4.0121198	10343.	4.0146465	10403.	4.0271586
24	10104.	4.0044933	10164.	4.0070647	10224.	4.0096208	10284.	4.0121621	10344.	4.0146885	10404.	4.0171003
25	10105.	4.0045305	10165.	4.0071074	10225.	4.0096635	10285.	4.0122043	10345.	4.0147305	10405.	4.0172421
26	10106.	4.0045793	10166.	4.0071501	10226.	4.0097058	10286.	4.0122405	10346.	4.0147725	10406.	4.0172838
27	10107.	4.0046223	10167.	4.0071928	10127.	4.0097483	10287.	4.0122887	10347.	4.0148144	10407.	4.0173256
28	10108.	4.0046652	10168.	4.0072355	10228.	4.0097907	10288.	4.0123310	10348.	4.0148564	10408.	4.0173673
29	10109.	4.0047082	10169.	4.0072782	10229.	4.0098332	10289.	4.0123732	10349.	4.0148984	10409.	4.0174090
30	10110.	4.0047512	10170.	4.0073211	10230.	4.0098756	10290.	4.0124154	10350.	4.0149403	10410.	4.0174507
31	10111.	4.0047941	10171.	4.0073637	10231.	4.0099181	10291.	4.0124576	10351.	4.0149823	10411.	4.0174924
32	10112.	4.0048371	10172.	4.0074064	10232.	4.0099605	10292.	4.0124998	10352.	4.0150243	10412.	4.0175342
33	10113.	4.0048800	10175.	4.0074490	10233.	4.0100050	10293.	4.0125420	10353.	4.0150662	10413.	4.0175759
34	10114.	4.0049219	10174.	4.0074917	10234.	4.0100454	10294.	4.0125842	10354.	4.0151082	10414.	4.0176176
35	10115.	4.0049659	10175.	4.0075344	10235.	4.0100878	10295.	4.0126264	10355.	4.0151501	10415.	4.0176593
36	10116.	4.0050088	10176.	4.0075771	10256.	4.0101303	10296.	4.0126685	10356.	4.0151920	10416.	4.0177010
37	10117.	4.0050518	10177.	4.0076198	10237.	4.0101727	10297.	4.0127107	10357.	4.0152340	10417.	4.0177427
38	10118.	4.0050947	10278.	4.0076614	10238.	4.0102151	10298	4.0127529	10358.	4.0152759	10418.	4.0177844
39	10119.	4.0051376	10179.	4.0077051	10239.	4.0101576	10299.	4.0127951	10359.	4.0153178	10419.	4.0178260
40	10120.	4.0051805	10180.	4.0077478	10240.	4.0103000	10300.	4.0128373	10360.	4.0153598	10420.	4.0178677
41	10121.	4.0052234	10181.	4.0077904	10241.	4.0103424	10301.	4.0128794	10361.	4.0154017	10421.	4.0179094
42	10122.	4.0052663	10182.	4.0078331	10241.	4.0103848	10302.	4.0129215	10362.	4.0154436	10422.	4.0179512
43	10123.	4.0053092	10183.	4.0078757	10243.	4.0104272	10303.	4.0129637	10363.	4.0154855	10423.	4.0179927
44	10124.	4.0053521	10184.	4.0079184	10244.	4.0104696	10304.	4.0130059	10364.	4.0155274	10424.	4.0180344
45	10125.	4.0053950	10185.	4.0079610	10245.	4.0105120	10305.	4.0130480	10365.	4.0155695	10425.	4.0180761
46	10126.	4.0054379	10186.	4.0080037	10246.	4.0105544	10306.	4.0130901	10366.	4.0156112	10426.	4.0181177
47	10127.	4.0054808	10187.	4.0080463	10247.	4.0105967	10307.	4.0131323	10367.	4.0156531	10427.	4.0181594
48	10128.	4.0055237	10188.	4.0080889	10248.	4.0106391	10308.	4.0131744	10368.	4.0156950	10428.	4.0182010
49	10129.	4.0055666	10189.	4.0081316	10149.	4.0106815	10309.	4.0132165	10369.	4.0157369	10419.	4.0181417
50	10130.	4.0056094	10190.	4.0081742	10250.	4.0107239	10310.	4.0132587	10370.	4.0157788	10430.	4.0182843
51	10131.	4.0056523	10191.	4.0082168	10251.	4.0107662	10311.	4.0133008	10371.	4.0158206	10431.	4.0183259
52	10132.	4.0056952	10192.	4.0082594	10152.	4.0108086	10312.	4.0133429	10372.	4.0158625	10432.	4.0183676
53	10133.	4.0057380	10193.	4.0083020	10253.	4.0108510	10313.	4.0133850	10373.	4.0159044	10435.	4.0184092
54	10134.	4.0057809	10194.	4.0083446	10254.	4.0108933	10314.	4.0134271	10374.	4.0159462	10434.	4.0184508
55	10135.	4.0058238	10195.	4.0083872	20255.	4.0109357	10315.	4.0134692	10375.	4.0159881	10435.	4.0184925
56	10156.	4.0058666	10196.	4.0084298	10256.	4.0109780	10316.	4.0135113	10376.	4.0160300	10436.	4.0185341
57	10137.	4.0059094	10197.	4.0084724	10257.	4.0110204	10317.	4.0135534	10377.	4.0160718	10437.	4.0185757
58	10138.	4.0059523	10198.	4.0085150	10258.	4.0110627	10318.	4.0135955	10378.	4.0161137	20438.	4.0186173
59	10139.	4.0059951	10197.	4.0085576	10259.	4.0111050	10319.	4.0136376	10379.	4.0161555	10439.	4.0186589
60	10140	4.0060380	10200.	4.0086002	10260.	4.0111474	10320.	4.0136797	10380.	4.0161974	10440.	4.0187005

M	54		55		56		57		58		59	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	10441.	4.0187421	10501.	4.0212307	10561.	4.0237050	10621.	4.0261654	10681.	4.0286119	10742.	4.0310447
2	10442.	4.0187837	10502.	4.0212720	10562.	4.0237462	10622.	4.0262063	10682.	4.0286526	10742.	4.0310851
3	10443.	4.0188253	10503.	4.0213134	10563.	4.0237873	10623.	4.0262472	10683.	4.0286932	10743.	4.0311256
4	10444.	4.0188669	10504.	4.0113547	20564.	4.0238284	20624.	4.0262881	10684.	4.0287339	10744.	4.0311660
5	10445.	4.0189084	10505.	4.0213961	10565.	4.0238695	10625.	4.0263289	10685.	4.0287745	10745.	4.0312064
6	10446.	4.0189500	10506.	4.0214374	10566.	4.0239106	10626.	4.0263698	10686.	4.0288152	10746.	4.0312468
7	10447.	4.0189916	10507.	4.0214787	10567.	4.0239517	10627.	4.0264107	10687.	4.0288558	20747.	4.0312872
8	10448.	4.0190332	10508.	4.0215201	10568.	4.0239928	10628.	4.0464515	10688.	4.0288964	10748.	4.0313277
9	10449.	4.0190747	10509.	4.0215614	10569.	4.0240339	10629.	4.0264924	10689.	4.0289371	10749.	4.0313681
10	10450.	4.0191163	10510.	4.0216027	10570.	4.0240750	10630.	4.0265333	10690.	4.0289777	10750.	4.0314085
11	10451.	4.0191578	20511.	4.0216440	10571.	4.0241161	20631.	4.0265741	10691.	4.0290183	10751.	4.0314489
22	10452.	4.0191994	10512.	4.0216854	10572.	4.0241572	10632.	4.0266150	10692.	4.0290590	10752.	4.0314893
13	10453.	4.0192410	10513.	4.0217267	10573.	4.0241982	10633.	4.0266558	10693.	4.0290996	10753.	4.0315296
14	20454.	4.0192825	10514.	4.0217680	10574.	4.0242393	10634.	4.0266967	10694.	4.0291402	10754.	4.0315700
15	10455.	4.0193140	10515.	4.0218093	10575.	4.0242804	10635.	4.0267375	10695.	4.0291808	10755.	4.0316104
16	10456.	4.0193656	10516.	4.0218506	10576.	4.0243214	20636.	4.0267783	10696.	4.0292214	10756.	4.0316508
17	10457.	4.0194071	10517.	4.0218919	10577.	4.0243625	10637.	4.0268191	10697.	4.0292620	10757.	4.0316912
28	10458.	4.0194486	10518.	4.0219332	20578.	4.0244030	10638.	4.0268600	10698.	4.0293026	10758.	4.0317315
19	10459.	4.0194902	10519.	4.0219745	10579.	4.0244446	10639.	4.0269008	10699.	4.0293432	10759.	4.0317719
20	10460.	4.0195317	10520.	4.0220157	10580.	4.0244857	10640.	4.0269416	10700.	4.0293838	10760.	4.0318123
21	10461.	4.0195732	10521.	4.0220570	10581.	4.0245207	20641.	4.0269824	10701.	4.0294244	10761.	4.0318526
21	10462.	4.0196147	10522.	4.0220983	10582.	4.0245678	10042.	4.0270233	10702.	4.0294649	10762.	4.0318930
23	10463.	4.0196562	10523.	4.0221396	10583.	4.0246088	10643.	4.0270641	10703.	4.0295055	10763.	4.0319333
24	10464.	4.0196977	10524.	4.0221808	10584.	4.0246498	10644.	4.0271049	10704.	4.0295461	10764.	4.0319737
25	10465.	4.0197392	10525.	4.0222221	10585.	4.0146909	10645.	4.0271457	20705.	4.0295867	10765.	4.0320140
26	10466.	4.0197807	10526.	4.0222634	10586.	4.0247319	10646.	4.0271865	10706.	4.0296272	10766.	4.0320544
27	10467.	4.0198222	10527.	4.0213040	10587.	4.0247729	10647.	4.0272273	10707.	4.0296678	10767.	4.0310947
28	10468.	4.0198637	10528.	4.0223459	10588.	4.0248139	10648.	4.0272680	10708.	4.0297084	10768.	4.0321350
29	10469.	4.0199052	10529.	4.0223871	10589.	4.0248549	10649.	4.0273088	10709.	4.0297489	10769.	4.0321754
30	10470.	4.0199467	10530.	4.0224284	10590.	4.0248960	10650.	4.0273496	10710.	4.0297895	10770.	4.0322157
31	10471.	4.0199882	10531.	4.0224696	10591.	4.0249370	10651.	4.0273904	10712.	4.0298300	10771.	4.0322560
32	10472.	4.0200196	10532.	4.0225109	10592.	4.0249780	10652.	4.0274312	10712.	4.0298706	10772.	4.0322963
33	10473.	4.0200712	10533.	4.0225521	10593.	4.0250190	10653.	4.0274719	10713.	4.0299111	10773.	4.0323367
34	10474.	4.0201126	10534.	4.0225933	10594.	4.0250600	10654.	4.0275127	10714.	4.0299516	10774.	4.0323770
35	10475.	4.0201540	10535.	4.0226345	20595.	4.0251010	10655.	4.0275535	10715.	4.0499922	10775.	4.0324173
36	10476.	4.0201955	10536.	4.0226758	10596.	4.0251419	10656.	4.0275942	10716.	4.0300327	10776.	4.0314576
37	10477.	4.0202369	10537.	4.0127270	10597.	4.0251829	10657.	4.0276350	10717.	4.0300732	10777.	4.0324979
38	10478.	4.0202784	10538.	4.0227582	10598.	4.0252239	10658.	4.0276757	10718.	4.0301138	10778.	4.0325382
39	10479.	4.0203198	10539.	4.0227994	10599.	4.0152649	10659.	4.0177165	10719.	4.0301543	10779.	4.0325785
40	10480.	4.0203613	10540.	4.0428406	10600.	4.0253059	10660.	4.0177572	10720.	4.0301948	10780.	4.0326188
41	10481.	4.0204027	10541.	4.0228818	10601.	4.0253468	10661.	4.0277979	10721.	4.0302353	10781.	4.0326590
42	10482.	4.0204442	10542.	4.0229230	10602.	4.0253878	10662.	4.0278387	10722.	4.0302758	10782.	4.0326993
43	20483.	4.0204856	10543.	4.0229642	10603.	4.0254288	10663.	4.0278794	10723.	4.0303163	10783.	4.0327396
44	10484.	4.0205270	10544.	4.0230054	10604.	4.0254697	10664.	4.0279201	10724.	4.0303568	10784.	4.0327799
45	10485.	4.0205684	10545.	4.0230466	10605.	4.0255107	10665.	4.0279609	10725.	4.0303973	10785.	4.0318201
46	10486.	4.0206099	10546.	4.0230878	10606.	4.0255516	10666.	4.0280016	10726.	4.0304378	10786.	4.0318604
47	10487.	4.0206513	10547.	4.0231289	10607.	4.0255926	10667.	4.0280423	10727.	4.0304783	20787.	4.0329007
48	10488.	4.0206927	10548.	4.0231701	20608.	4.0256335	10668.	4.0280830	10728.	4.0305188	10788.	4.0329409
49	10489.	4.0207341	10549.	4.0232113	10609.	4.0256744	10669.	4.0281237	10729.	4.0305592	10789.	4.0319812
50	10490.	4.0107755	10550.	4.0232525	10610.	4.0257154	10670.	4.0281644	10730.	4.0305997	10790.	4.0330114
51	10491.	4.0208169	10551.	4.0232936	10611.	4.0257563	10671.	4.0282051	10731.	4.0306402	10791.	4.0330617
52	10492.	4.0208583	10552.	4.0233348	10612.	4.0257972	10672.	4.0282458	20732.	4.0306807	10792.	4.0331019
53	10493.	4.0208997	10553.	4.0233759	10613.	4.0258382	10673.	4.0282865	10733.	4.0307211	10793.	4.0331422
54	10494.	4.0209411	10554.	4.0134171	10614.	4.0258791	10674.	4.0283272	10734.	4.0307616	10794.	4.0331824
55	10495.	4.0209824	10555.	4.0234582	10615.	4.0259200	10675.	4.0283679	10735.	4.0308020	10795.	4.0332226
56	10496.	4.0210238	10556.	4.0234994	10626.	4.0259609	10676.	4.0284086	10736.	4.0308425	10796.	4.0332629
57	10497.	4.0210652	10557.	4.0235405	20627.	4.0260018	10677.	4.0284492	10737.	4.0308830	10797.	4.0333031
58	10498.	4.0211066	10558.	4.0235817	10618.	4.0260427	10678.	4.0284899	10738.	4.0309234	10798.	4.0333433
59	10499.	4.0211479	10559.	4.0236228	10619.	4.0260836	10679.	4.0285306	10739.	4.0309638	10799.	4.0333835
60	10500.	4.0211893	20560.	4.0236639	10620.	4.0261245	10680.	4.0285713	10740.	4.0310043	10800.	4.0334238

M	0		1		2		3		4		5	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	10801.	4.0334640	10861.	4.0358698	10921.	4.0382624	10981.	4.0406419	11041.	4.0430084	11101.	4.0453621
2	10802.	4.0335042	10862.	4.0359098	10922.	4.0383022	10982.	4.0406814	11042.	4.0430477	11102.	4.0454012
3	10803.	4.0335444	10863.	4.0359498	10923.	4.0383419	10983.	4.0407210	11043.	4.0430870	11103.	4.0454403
4	10804.	4.0335846	10864.	4.0359898	10924.	4.0383817	10984.	4.0407605	11044.	4.0431264	11104.	4.0454795
5	10805.	4.0336248	10865.	4.0360297	10925.	4.0384214	10985.	4.0408001	11045.	4.0431657	11105.	4.0455186
6	10806.	4.0336650	10866.	4.0360697	10926.	4.0384612	10986.	4.0408396	11046.	4.0432050	11106.	4.0455577
7	10807.	4.0337052	10867.	4.0361097	10927.	4.0385009	10987.	4.0408791	11047.	4.0432444	11107.	4.0455968
8	10808.	4.0337453	10868.	4.0361496	10928.	4.0385407	10988.	4.0409187	11048.	4.0432837	11108.	4.0456359
9	10809.	4.0337855	10869.	4.0361896	10929.	4.0385804	10989.	4.0409582	11049.	4.0433230	11109.	4.0456750
10	10810.	4.0338257	10870.	4.0362295	10930.	4.0386202	10990.	4.0409977	11050.	4.0433623	11110.	4.0457141
11	10811.	4.0338659	10871.	4.0362695	10931.	4.0386590	10991.	4.0410372	11051.	4.0434016	11111.	4.0457532
12	10812.	4.0339060	10872.	4.0363094	10932.	4.0386996	10992.	4.0410767	11052.	4.0434409	11112.	4.0457922
13	10813.	4.0339462	10873.	4.0363494	10933.	4.0387393	10993.	4.0411162	11053.	4.0434802	11113.	4.0458313
14	10814.	4.0339864	10874.	4.0363893	10934.	4.0387791	10994.	4.0411557	11054.	4.0435195	11114.	4.0458704
15	10815.	4.0340265	10875.	4.0364293	10935.	4.0388188	10995.	4.0411952	11055.	4.0435587	11115.	4.0459095
16	10816.	4.0340667	10876.	4.0364691	10936.	4.0388585	10996.	4.0412347	11056.	4.0435980	11116.	4.0459485
17	10817.	4.0341068	10877.	4.0365091	10937.	4.0388982	10997.	4.0412742	11057.	4.0436373	11117.	4.0459876
18	10818.	4.0341470	10878.	4.0365491	10938.	4.0389379	10998.	4.0413137	11058.	4.0436766	11118.	4.0460267
19	10819.	4.0341871	10879.	4.0365890	10939.	4.0389776	10999.	4.0413532	11059.	4.0437159	11119.	4.0460657
20	10820.	4.0342273	10880.	4.0366289	10940.	4.0390173	11000.	4.0413927	11060.	4.0437551	11120.	4.0461048
21	10821.	4.0342674	10881.	4.0366688	10941.	4.0390570	11001.	4.0414322	11061.	4.0437944	11121.	4.0461438
22	10822.	4.0343075	10882.	4.0367087	10942.	4.0390967	11002.	4.0414716	11062.	4.0438337	11122.	4.0461829
23	10823.	4.0343477	10883.	4.0367486	10943.	4.0391364	11003.	4.0415111	11063.	4.0438729	11123.	4.0462219
24	10824.	4.0343878	10884.	4.0367885	10944.	4.0391761	11004.	4.0415506	11064.	4.0439122	11124.	4.0462610
25	10825.	4.0344279	10885.	4.0368284	10945.	4.0392158	11005.	4.0415900	11065.	4.0439514	11125.	4.0463000
26	10826.	4.0344680	10886.	4.0368683	10946.	4.0392554	11006.	4.0416295	11066.	4.0439907	11126.	4.0463391
27	10827.	4.0345081	10887.	4.0369082	10947.	4.0392951	11007.	4.0416690	11067.	4.0440299	11127.	4.0463781
28	10828.	4.0345481	10888.	4.0369481	10948.	4.0393348	11008.	4.0417084	11068.	4.0440692	11128.	4.0464171
29	10829.	4.0345884	10889.	4.0369880	10949.	4.0393745	11009.	4.0417479	11069.	4.0441084	11129.	4.0464561
30	10830.	4.0346283	10890.	4.0370279	10950.	4.0394141	11010.	4.0417873	11070.	4.0441476	11130.	4.0464052
31	10831.	4.0346686	10891.	4.0370678	10951.	4.0394538	11011.	4.0418268	11071.	4.0441869	11131.	4.0465342
32	10832.	4.0347087	10892.	4.0371076	10952.	4.0394934	11012.	4.0418662	11072.	4.0442261	11132.	4.0465732
33	10833.	4.0347487	10893.	4.0371475	10953.	4.0395331	11013.	4.0419056	11073.	4.0442653	11133.	4.0466122
34	10834.	4.0347888	10894.	4.0371874	10954.	4.0395727	11014.	4.0419451	11074.	4.0443045	11134.	4.0466512
35	10835.	4.0348289	10895.	4.0372172	10955.	4.0396124	11015.	4.0419845	11075.	4.0443437	11135.	4.0466902
36	10836.	4.0348690	10896.	4.0372671	10956.	4.0396520	11016.	4.0420239	11076.	4.0443829	11136.	4.0467292
37	10837.	4.0349091	10897.	4.0373070	10957.	4.0396917	11017.	4.0420633	11077.	4.0444212	11137.	4.0467682
38	10838.	4.0349491	10898.	4.0373468	10958.	4.0397313	11018.	4.0421028	11078.	4.0444614	11138.	4.0468072
39	10839.	4.0349892	10899.	4.0373867	10959.	4.0397709	11019.	4.0421422	11079.	4.0445006	11139.	4.0468462
40	10840.	4.0350292	10900.	4.0374265	10960.	4.0398106	11020.	4.0421816	11080.	4.0445398	11140.	4.0468852
41	10841.	4.0350693	10901.	4.0374663	10961.	4.0398502	11021.	4.0422210	11081.	4.0445790	11141.	4.0469242
42	10842.	4.0351093	10902.	4.0375062	10962.	4.0398898	11022.	4.0422604	11082.	4.0446181	11142.	4.0469632
43	10843.	4.0351493	10903.	4.0375460	10963.	4.0399294	11023.	4.0422998	11083.	4.0446573	11143.	4.0470021
44	10844.	4.0351893	10904.	4.0375858	10964.	4.0399690	11024.	4.0423392	11084.	4.0446965	11144.	4.0470411
45	10845.	4.0352293	10905.	4.0376257	10965.	4.0400086	11025.	4.0423786	11085.	4.0447357	11145.	4.0470801
46	10846.	4.0352693	10906.	4.0376655	10966.	4.0400482	11026.	4.0424180	11086.	4.0447749	11146.	4.0471100
47	10847.	4.0353094	10907.	4.0377053	10967.	4.0400878	11027.	4.0424574	11087.	4.0448140	11147.	4.0471580
48	10848.	4.0353497	10908.	4.0377451	10968.	4.0401274	11028.	4.0424968	11088.	4.0448532	11148.	4.0471970
49	10849.	4.0353897	10909.	4.0377840	10969.	4.0401670	11029.	4.0425361	11089.	4.0448924	11149.	4.0472359
50	10850.	4.0354297	10910.	4.0378248	10970.	4.0402066	11030.	4.0425755	11090.	4.0449315	11150.	4.0472740
51	10851.	4.0354698	10911.	4.0378646	10971.	4.0402462	11031.	4.0426149	11091.	4.0449707	11151.	4.0473138
52	10852.	4.0355098	10912.	4.0379044	10972.	4.0402858	11032.	4.0426543	11092.	4.0450099	11152.	4.0473528
53	10853.	4.0355498	10913.	4.0379442	10973.	4.0403254	11033.	4.0426936	11093.	4.0450490	11153.	4.0473917
54	10854.	4.0355898	10914.	4.0379840	10974.	4.0403650	11034.	4.0427330	11094.	4.0450882	11154.	4.0474306
55	10855.	4.0356298	10915.	4.0380237	10975.	4.0404045	11035.	4.0427723	11095.	4.0451273	11155.	4.0474696
56	10856.	4.0356698	10916.	4.0380635	10976.	4.0404441	11036.	4.0428117	11096.	4.0451664	11156.	4.0475085
57	10857.	4.0357098	10917.	4.0381033	10977.	4.0404837	11037.	4.0428510	11097.	4.0452056	11157.	4.0475474
58	10858.	4.0357498	10918.	4.0381431	10978.	4.0405232	11038.	4.0428904	11098.	4.0452447	11158.	4.0475864
59	10859.	4.0357898	10919.	4.0381829	10979.	4.0405628	11039.	4.0429297	11099.	4.0452839	11159.	4.0476253
60	10860.	4.0358298	10920.	4.0382226	10980.	4.0406023	11040.	4.0429691	11100.	4.0453230	11160.	4.0476642

M	6		7		8		9		10		11	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	11161.	4.0477031	11221.	4.0500316	11281.	4.0523476	11341.	4.0546514	11401.	4.0569429	11461.	4.0592225
2	11162.	4.0477410	11222.	4.0500703	11282.	4.0523861	11342.	4.0546896	11402.	4.0569810	11462.	4.0592604
3	11163.	4.0477809	11223.	4.0501090	11283.	4.0524246	11343.	4.0547279	11403.	4.0570191	11463.	4.0592983
4	11164.	4.0478198	11224.	4.0501477	11284.	4.0524631	11344.	4.0547662	11404.	4.0570572	11464.	4.0593362
5	11165.	4.0478587	11225.	4.0501863	11285.	4.0515016	11345.	4.0548045	11405.	4.0570953	11465.	4.0593741
6	11166.	4.0478976	11226.	4.0502250	11286.	4.0525400	11346.	4.0548428	11406.	4.0571334	11466.	4.0594119
7	11167.	4.0479365	11227.	4.0502637	11287.	4.0515785	11347.	4.0548811	11407.	4.0571714	11467.	4.0594498
8	11168.	4.0479754	11228.	4.0503024	11288.	4.0526170	11348.	4.0549193	11408.	4.0572095	11468.	4.0594877
9	11169.	4.0480143	11229.	4.0503411	11289.	4.0526555	11349.	4.0549576	11409.	4.0572476	11469.	4.0595256
10	11170.	4.0480532	11230.	4.0503798	11290.	4.0526939	11350.	4.0549959	11410.	4.0572856	11470.	4.0595634
11	11171.	4.0480921	11231.	4.0504184	11291.	4.0527324	11351.	4.0550341	11411.	4.0573237	11471.	4.0596013
12	11172.	4.0481309	11232.	4.0504571	11292.	4.0527709	11352.	4.0550724	11412.	4.0573618	11472	4.0596391
13	11173.	4.0481698	11233.	4.0504958	11293.	4.0528093	11353.	4.0551106	11413.	4.0573998	11473.	4.0596770
14	11174.	4.0482087	11234.	4.0505344	11294.	4.0528478	11354.	4.0551489	11414.	4.0574379	11474.	4.0597148
15	11175.	4.0482475	11235.	4.0505731	11295.	4.0518862	11355.	4.0551871	11415.	4.0574759	11475.	4.0597527
16	11176.	4.0482864	11236.	4.0506117	11296.	4.0529247	11356.	4.0552254	11416.	4.0575140	11476.	4.0597905
17	11177.	4.0483253	11237.	4.0506504	11297.	4.0519631	11357.	4.0551636	11417.	4.0575520	11477.	4.0598284
18	11178.	4.0483641	11238.	4.0506890	11298.	4.0530016	11358.	4.0553019	11418.	4.0575900	11478.	4.0598662
19	11179.	4.0484030	11239.	4.0507277	11299.	4.0530400	11359.	4.0553401	11419.	4.0576181	11479.	4.0599041
20	11180.	4.0484418	11240.	4.0507663	11300.	4.0530784	11360.	4.0553783	11420.	4.0576661	11480.	4.0599419
21	11181.	4.0484806	11241.	4.0508049	11301.	4.0531169	11361.	4.0554166	11421.	4.0577041	11481.	4.0599797
22	11182.	4.0485195	11242.	4.0508436	11302.	4.0531553	11362.	4.0554548	11422.	4.0577422	11482.	4.0600175
23	11183.	4.0485583	11243.	4.0508822	11303.	4.0531937	11363.	4.0554930	11423.	4.0577802	11483.	4.0600554
24	11184.	4.0485972	11244.	4.0509208	11304.	4.0532321	11364.	4.0555312	11424.	4.0578182	11484.	4.0600932
25	11185.	4.0486360	11245.	4.0509595	11305.	4.0532706	11365.	4.0555694	11425.	4.0578562	11485.	4.0601310
26	11186.	4.0486748	11246.	4.0509981	11306.	4.0533090	11366.	4.0556077	11426.	4.0578942	11486.	4.0601688
27	11187.	4.0487136	11247.	4.0510367	11307.	4.0533474	11367.	4.0556459	12427.	4.0579322	11487.	4.0602066
28	11188.	4.0487525	11248.	4.0510753	11308.	4.0533858	11368.	4.0556841	11428.	4.0579702	11488.	4.0602444
29	11189.	4.0487913	11249.	4.0511139	11309.	4.0534242	11369.	4.0557223	11429.	4.0580082	11489.	4.0602822
30	11190.	4.0488301	11250.	4.0511525	11310.	4.0534626	11370.	4.0557605	11430.	4.0580462	11490.	4.0603200
31	11191.	4.0488689	11251.	4.0511911	11311.	4.0535010	11371.	4.0557987	11431.	4.0580842	11491.	4.0603578
32	11192.	4.0489077	11252.	4.0512297	11312.	4.0535394	11372.	4.0558369	11432.	4.0581222	11492.	4.0603956
33	11193.	4.0489465	11253.	4.0512683	11313.	4.0535778	11373.	4.0558750	11433.	4.0581602	11493.	4.0604334
34	11194.	4.0489853	11254.	4.0513069	11314.	4.0536162	11374.	4.0559132	11434.	4.0581982	11494.	4.0604712
35	11195.	4.0490241	11255.	4.0513455	11315.	4.0536546	11375.	4.0559514	11435.	4.0582362	11495.	4.0605090
36	11196.	4.0490629	11256.	4.0513841	11316.	4.0536919	11376.	4.0559896	11436.	4.0582741	11496.	4.0605468
37	11197.	4.0491017	11257.	4.0514227	11317.	4.0537313	11377.	4.0560278	11437.	4.0583121	11497.	4.0605845
38	11198.	4.0491405	11258.	4.0514612	11318.	4.0537697	11378.	4.0560659	11438.	4.0583501	11498.	4.0606223
39	11199.	4.0491792	11259.	4.0514998	11319.	4.0538081	11379.	4.0561041	11439.	4.0583881	11499.	4.0606601
40	11200.	4.0492180	12260.	4.0515384	11320.	4.0538464	11380.	4.0561423	11440.	4.0584260	11500.	4.0606978
41	11201.	4.0492568	11261.	4.0515770	11321.	4.0538848	11381.	4.0561804	11441.	4.0584640	11501.	4.0607356
42	11202.	4.0492956	11262.	4.0516155	11322.	4.0539231	11382.	4.0562186	11442.	4.0585019	11502.	4.0607734
43	11203.	4.0493343	11263.	4.0516541	11323.	4.0539615	11383.	4.0562567	11443.	4.0585399	11503.	4.0608111
44	11204.	4.0493731	11264.	4.0516926	11324.	4.0539999	11384.	4.0562949	11444.	4.0585778	11504.	4.0608489
45	11205.	4.0494119	11265.	4.0517311	11325.	4.0540382	11385.	4.0563330	11445.	4.0586158	11505.	4.0608866
46	11206.	4.0494506	11266.	4.0517697	11326.	4.0540766	11386.	4.0563712	11446.	4.0586537	11506.	4.0609244
47	11207.	4.0494894	11167.	4.0518083	11327.	4.0541149	11387.	4.0564093	11447.	4.0586917	11507.	4.0609622
48	11208.	4.0495281	11168.	4.0518468	11328.	4.0541532	11388.	4.0564475	11448.	4.0587296	11508.	4.0609999
49	11209.	4.0495669	11269.	4.0518854	11329.	4.0541916	11389.	4.0564856	11449.	4.0587676	11509.	4.0610376
50	11210.	4.0496056	11270.	4.0519239	11330.	4.0542299	11390.	4.0565237	11450.	4.0588055	11510.	4.0610753
51	11211.	4.0496444	11271.	4.0519624	11331.	4.0542682	11391.	4.0565619	11451.	4.0588434	11511.	4.0611131
52	11212.	4.0496831	11272.	4.0520010	11332.	4.0543066	11392.	4.0566000	11452.	4.0588813	11512.	4.0611508
53	11213.	4.0497218	11273.	4.0520305	11333.	4.0543449	11393.	4.0566381	11453.	4.0589193	11513.	4.0611885
54	11214.	4.0497606	11274.	4.0520780	11334.	4.0543832	11394.	4.0566762	11454.	4.0589572	11514.	4.0612262
55	11215.	4.0497993	11275.	4.0521166	11335.	4.0544215	11395.	4.0567143	11455.	4.0589951	11515.	4.0612630
56	11216.	4.0498380	11276.	4.0521551	11336.	4.0544598	11396.	4.0567524	11456.	4.0590330	11516.	4.0613017
57	11217.	4.0498767	11277.	4.0521936	11337.	4.0544981	11397.	4.0567905	11457.	4.0590700	11517.	4.0613394
58	11218.	4.0499154	11278.	4.0522311	11338.	4.0545365	11398.	4.0568287	11458.	4.0591088	11518.	4.0613771
59	11219.	4.0499541	11279.	4.0522706	11339.	4.0545748	11399.	4.0568668	11459.	4.0591467	11519.	4.0614148
60	21220.	4.0499929	11280.	4.0523091	11340.	4.0546131	11400.	4.0569049	11460.	4.0591846	11520.	4.0614525

M	12		13		14		15		16		17	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	11521.	4.0614902	11581.	4.0637461	11641.	4.0659903	11701.	4.0681230	11761.	4.0704443	11821.	4.0716542
2	11522.	4.0615279	11582.	4.0637836	11642.	4.0660276	11702.	4.0682601	11762.	4.0704812	11822.	4.0726910
3	11523.	4.0615656	11583.	4.0638221	11643.	4.0660649	11703.	4.0682972	11763.	4.0705181	11823.	4.0727277
4	11524.	4.0616032	11584.	4.0638585	11644.	4.0661022	11704.	4.0683343	11764.	4.0705550	11824.	4.0727644
5	11525.	4.0616409	11585.	4.0638960	11645.	4.0661395	11705.	4.0683714	11765.	4.0705919	11825.	4.0728011
6	11526.	4.0616786	11586.	4.0639335	11646.	4.0661768	11706.	4.0684085	11766.	4.0706288	11826.	4.0728379
7	11527.	4.0617163	11587.	4.0639710	11647.	4.0662141	11707.	4.0684456	11767.	4.0706658	11827.	4.0728746
8	11528.	4.0617540	11588.	4.0640085	11648.	4.0662514	11708.	4.0684827	11768.	4.0707027	11828.	4.0729113
9	11529.	4.0617916	11589.	4.0640460	11649.	4.0662886	11709.	4.0685198	11769.	4.0707396	11829.	4.0729480
10	11530.	4.0618293	11590.	4.0640834	11650.	4.0663259	11710.	4.0685569	11770.	4.0707765	11830.	4.0729847
11	11531.	4.0618670	11591.	4.0641209	11651.	4.0663632	11711.	4.0685940	11771.	4.0708134	11831.	4.0730215
12	11532.	4.0619046	11592.	4.0641584	11652.	4.0664005	11712.	4.0686311	11772.	4.0708503	11832.	4.0730582
13	11533.	4.0619423	11593.	4.0641958	11653.	4.0664377	11713.	4.0686681	11773.	4.0708871	11833.	4.0730949
14	11534.	4.0619799	11594.	4.0642333	11654.	4.0664750	11714.	4.0687052	11774.	4.0709240	11834.	4.0731316
15	11535.	4.0620176	11595.	4.0642708	11655.	4.0665123	11715.	4.0687423	11775.	4.0709609	11835.	4.0731683
16	11536.	4.0620552	11596.	4.0643082	11656.	4.0665495	11716.	4.0687794	11776.	4.0709978	11836.	4.0732050
17	11537.	4.0620929	11597.	4.0643457	11657.	4.0665868	11717.	4.0688164	11777.	4.0710347	11837.	4.0732416
18	11538.	4.0621305	11598.	4.0643831	11658.	4.0666241	11718.	4.0688535	11778.	4.0710716	11838.	4.0732783
19	11539.	4.0621682	11599.	4.0644205	11659.	4.0666613	11719.	4.0688906	11779.	4.0711084	11839.	4.0733150
20	11540.	4.0622058	11600.	4.0644580	11660.	4.0666986	11720.	4.0689276	11780.	4.0711453	11840.	4.0733517
21	11541.	4.0622434	11601.	4.0644954	11661.	4.0667358	11721.	4.0689647	11781.	4.0711822	11841.	4.0733884
22	11542.	4.0622811	11602.	4.0645329	11662.	4.0667730	11722.	4.0690017	11782.	4.0712190	11842.	4.0734251
23	11543.	4.0623187	11603.	4.0645703	11663.	4.0668103	11723.	4.0690388	11783.	4.0712559	11843.	4.0734617
24	11544.	4.0623563	11604.	4.0646077	11664.	4.0668475	11724.	4.0690758	11784.	4.0712917	11844.	4.0734984
25	11545.	4.0623939	11605.	4.0646451	11665.	4.0668847	11725.	4.0691129	11785.	4.0713296	11845.	4.0735351
26	11546.	4.0624316	11606.	4.0646826	11666.	4.0669220	11726.	4.0691499	11786.	4.0713664	11846.	4.0735717
27	11547.	4.0624691	11607.	4.0647200	11667.	4.0669592	11727.	4.0691869	11787.	4.0714033	11847.	4.0736084
28	11548.	4.0625068	11608.	4.0647574	11668.	4.0669964	11728.	4.0692240	11788.	4.0714401	11848.	4.0736450
29	11549.	4.0625444	11609.	4.0647948	11669.	4.0670336	11729.	4.0692610	11789.	4.0714770	11849.	4.0736817
30	11550.	4.0625820	11610.	4.0648322	11670.	4.0670709	11730.	4.0692980	11790.	4.0715138	11850.	4.0737184
31	11551.	4.0626196	11611.	4.0648696	11671.	4.0671081	11731.	4.0693350	11791.	4.0715506	11851.	4.0737550
32	11552.	4.0626572	11612.	4.0649070	11672.	4.0671453	11732.	4.0693721	11792.	4.0715875	11852.	4.0737916
33	11553.	4.0626948	11613.	4.0649444	11673.	4.0671825	11733.	4.0694091	11793.	4.0716243	11853.	4.0738283
34	11554.	4.0627324	11614.	4.0649818	11674.	4.0672197	11734.	4.0694461	11794.	4.0716611	11854.	4.0738649
35	11555.	4.0627699	11615.	4.0650191	11675.	4.0672569	11735.	4.0694831	11795.	4.0716979	11855.	4.0739016
36	11556.	4.0628075	11616.	4.0650565	11676.	4.0672941	11736.	4.0695201	11796.	4.0717348	11856.	4.0739382
37	11557.	4.0628451	11617.	4.0650940	11677.	4.0673313	11737.	4.0695571	11797.	4.0717716	11857.	4.0739748
38	11558.	4.0628827	11618.	4.0651314	11678.	4.0673685	11738.	4.0695941	11798.	4.0718084	11858.	4.0740114
39	11559.	4.0629203	11619.	4.0651688	11679.	4.0674057	11739.	4.0696311	11799.	4.0718452	11859.	4.0740481
40	11560.	4.0629578	11620.	4.0652061	11680.	4.0674418	11740.	4.0696681	11800.	4.0718820	11860.	4.0740847
41	11561.	4.0629954	11621.	4.0652435	11681.	4.0674800	11741.	4.0697051	11801.	4.0719188	11861.	4.0741213
42	11562.	4.0630330	11622.	4.0652809	11682.	4.0675172	11742.	4.0697421	11802.	4.0719556	11862.	4.0741579
43	11563.	4.0630705	11623.	4.0653182	11683.	4.0675544	11743.	4.0697791	11803.	4.0719924	11863.	4.0741945
44	11564.	4.0631081	11624.	4.0653556	11684.	4.0675915	11744.	4.0698160	11804.	4.0720292	11864.	4.0742311
45	11565.	4.0631456	11625.	4.0653930	11685.	4.0676287	11745.	4.0698530	11805.	4.0720660	11865.	4.0742677
46	11566.	4.0631832	11626.	4.0654303	11686.	4.0676659	11746.	4.0698900	11806.	4.0721028	11866.	4.0743043
47	11567.	4.0632207	11627.	4.0654677	11687.	4.0677030	11747.	4.0699270	11807.	4.0721396	11867.	4.0743409
48	11568.	4.0632583	11628.	4.0655050	11688.	4.0677401	11748.	4.0699639	11808.	4.0721763	11868.	4.0743775
49	11569.	4.0632958	11629.	4.0655424	11689.	4.0677774	11749.	4.0700009	11809.	4.0722131	11869.	4.0744141
50	11570.	4.0633334	11630.	4.0655797	11690.	4.0678145	11750.	4.0700379	11810.	4.0722499	11870.	4.0744507
51	11571.	4.0633709	11631.	4.0656171	11691.	4.0678517	11751.	4.0700748	11811.	4.0722867	11871.	4.0744873
52	11572.	4.0634084	11632.	4.0656544	11692.	4.0678888	11752.	4.0701118	11812.	4.0723234	11872.	4.0745239
53	11573.	4.0634460	11633.	4.0656917	11693.	4.0679259	11753.	4.0701487	11813.	4.0723602	11873.	4.0745605
54	11574.	4.0634835	11634.	4.0657291	11694.	4.0679631	11754.	4.0701857	11814.	4.0723970	11874.	4.0745970
55	11575.	4.0635210	11635.	4.0657664	11695.	4.0680002	11755.	4.0702216	11815.	4.0724337	11875.	4.0746336
56	11576.	4.0635585	11636.	4.0658037	11696.	4.0680374	11756.	4.0702596	11816.	4.0724705	11876.	4.0746702
57	11577.	4.0635960	11637.	4.0658410	11697.	4.0680745	11757.	4.0702965	11817.	4.0725072	11877.	4.0747068
58	11578.	4.0636335	11638.	4.0658784	11698.	4.0681116	11758.	4.0703335	11818.	4.0725440	11878.	4.0747433
59	11579.	4.0636711	11639.	4.0659157	11699.	4.0681487	11759.	4.0703704	11819.	4.0725807	11879.	4.0747799
60	11580.	4.0637086	11640.	4.0659530	11700.	4.0681859	11760.	4.0704073	11820.	4.0726175	11880.	4.0748164

M	18		19		20		21		22		23	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	11881.	4.0748530	11941.	4.0770407	12001.	4.0792174	12061.	4.0813843	12121.	4.0835385	12181.	4.0856829
2	11882.	4.0748895	11942.	4.0770771	12002.	4.0792536	12062.	4.0814293	12122.	4.0835743	22182.	4.0857286
3	11883.	4.0749261	11943.	4.0771134	12003.	4.0792898	12063.	4.0814553	12123.	4.0836101	22183.	4.0857542
4	11884.	4.0749626	11944.	4.0771498	12004.	4.0793260	12064.	4.0814913	12124.	4.0836459	12184.	4.0857899
5	11885.	4.0749992	11945.	4.0771862	12005.	4.0793622	21065.	4.0815273	12225.	4.0836817	12185.	4.0858255
6	11886.	4.0750357	11946.	4.0772225	12006.	4.0793983	12066.	4.0815633	12126.	4.0837176	12186.	4.0858612
7	11887.	4.0750723	11947.	4.0772589	12007.	4.0794345	12067.	4.0815993	12127.	4.0837534	12187.	4.0858968
8	11888.	4.0751088	11948.	4.0772952	12008.	4.0794707	12068.	4.0816353	12228.	4.0837892	12188.	4.0859324
9	11889.	4.0751453	11949.	4.0773316	12009.	4.0795068	12069.	4.0916713	12129.	4.0838250	12189.	4.0859681
10	11890.	4.0751819	11950.	4.0773679	12010.	4.0795430	12070.	4.0817073	12130.	4.0838608	12190.	4.0860037
21	11891.	4.0752184	11951.	4.0774042	12011.	4.0795792	12071.	4.0817432	12131.	4.0838966	12191.	4.0860393
12	12892.	4.0752549	11951.	4.0774406	12012.	4.0796153	12072.	4.0817792	12132.	4.0839324	12192.	4.0860750
13	11893.	4.0752914	11953.	4.0774769	120'3.	4.0796515	12073.	4.0818152	12133.	4.0839682	12193.	4.0861106
14	11894.	4.0753279	11954.	4.0775133	12014.	4.0796876	12074.	4.0818512	12134.	4.0840040	12194.	4.0861462
15	11895.	4.0753644	11955.	4.0775496	12015.	4.0797238	12075.	4.0818871	12135.	4.0840398	12195.	4.0861818
16	11896.	4.0754010	11956.	4.0775859	12016.	4.0797599	12076.	4.0819231	12136.	4.0840756	12196.	4.0862174
17	11897.	4.0754375	11957.	4.0776222	12017.	4.0797961	12077.	4.0819591	12137.	4.0841114	12197.	4.0862530
18	11898.	4.0754740	11958.	4.0776585	12018.	4.0798312	12078.	4.0819950	12138.	4.0841471	12198.	4.0861886
19	11899.	4.0755105	11959.	4.0776949	12019.	4.0798683	12079.	4.0820310	12239.	4.0841829	12199.	4.0863242
20	11900.	4.0755470	11960.	4.0777312	12020.	4.0799045	12080.	4.0820669	12140.	4.0842187	12200.	4.0863598
21	11901.	4.0755835	11961.	4.0777675	12021.	4.0799406	12081.	4.0821029	12141.	4.0842545	12201.	4.0863954
22	11901.	4.0756199	11962.	4.0778038	12022.	4.0799767	12082.	4.0821388	12142.	4.0842901	12202.	4.0864 10
23	11903.	4.0756564	11963.	4.0778401	12023.	4.0800128	12083.	4.0821748	12143.	4.0843260	12203.	4.0864666
24	11904.	4.0756929	11964.	4.0778764	12024.	4.0800400	12084.	4.0822107	12144.	4.084 628	12204.	4.0865022
25	11905.	4.0757294	11965.	4.0779127	12025.	4.0800851	12085.	4.0822467	12145.	4.0843975	12205.	4.0865378
26	11906.	4.0757659	11966.	4.0779490	12026.	4.0801212	12086.	4.0822816	12146.	4.0844333	12206.	4.0865734
27	11907.	4.0758024	11967.	4.0779853	12027.	4.0801573	12087.	4.0823185	12147.	4.0844690	12207.	4.0866089
28	11908.	4.0758388	11968.	4.0780216	12028.	4.0801934	12088.	4.0823544	12148.	4.0845048	12208.	4.0866445
29	11909.	4.0758753	11969.	4.0780579	12029.	4.0802295	12089.	4.0823904	12149.	4.0845405	12209.	4.0866801
30	11910.	4.0759118	11970.	4.0780941	12030.	4.0801656	12090.	4.0824263	12150.	4.0845763	12210.	4.0867157
31	11911.	4.0759481	11971.	4.0781304	12031.	4.0803017	12091.	4.0824622	12151.	4.0846120	12211.	4.0867512
32	11912.	4.0759847	11972.	4.0781667	12032.	4.0803378	12091.	4.0824981	12152.	4.0846478	12212.	4.0867868
33	11913.	4.0760211	11973.	4.0782030	12033.	4.0803739	12093.	4.0825341	12153.	4.0846835	12213.	4.0868224
34	11914.	4.0760576	11974.	4.0782393	12034.	4.0804100	12094.	4.0825700	12154.	4.0847191	12214.	4.0868579
35	11915.	4.0760940	11975.	4.0782755	12035.	4.0804461	12095.	4.0826059	12155.	4.0847550	12215.	4.0868935
36	11916.	4.0761305	11976.	4.0783118	12036.	4.0804822	12096.	4.0826418	12156.	4.0847907	12216.	4.0869190
37	11917.	4.0761669	11977.	4.0783480	12037.	4.0805183	12097.	4.0826777	12157.	4.0848164	12217.	4.0869646
38	11918.	4.0762034	11978.	4.0783843	12038.	4.0805543	12098.	4.0827136	12158.	4.0848621	12218.	4.0870001
39	11919.	4.0762398	11979.	4.0784206	12039.	4.0805904	12099.	4.0827495	12159.	4.0848979	12219.	4.0870357
40	11920.	4.0762763	11980.	4.0784568	12040.	4.0806265	12100.	4.0827854	12160.	4.0849336	12220.	4.0870712
41	11911.	4.0763127	11981.	4.0784910	12041.	4.0806626	12101.	4.0828213	12161.	4.0849693	12221.	4.0871067
42	11921.	4.0763491	11981.	4.0785293	12042.	4.0806986	12102.	4.0828571	12162.	4.0850050	12222.	4.0871423
43	11923.	4.0763855	11983.	4.0785656	12043.	4.0807347	12103.	4.0828930	12163.	4.0850407	12223.	4.0871778
44	11924.	4.0764220	11984.	4.0786018	12044.	4.0807707	12104.	4.0829289	12164.	4.0850764	12224.	4.0872133
45	11925.	4.0764584	11985.	4.0786380	12045.	4.0808068	12105.	4.0829648	12165.	4.0851121	12225.	4.0872489
46	11926.	4.0764948	11986.	4.0786743	12046.	4.0808429	12106.	4.0830007	12166.	4.0851478	12226.	4.0872844
47	11927.	4.0765311	11987.	4.0787105	12047.	4.0808 89	12107.	4.0830365	12167.	4.0851835	12227.	4.0873199
48	11928.	4.0765676	11988.	4.0787467	12048.	4.0809150	12108.	4.0830724	12168.	4.0852192	12228.	4.0873554
49	11929.	4.0766040	11989.	4.0787830	12049.	4.0809510	12109.	4.0831083	12169.	4.0852549	12229.	4.0873909
50	11930.	4.0766404	11990.	4.0788192	12050.	4.0809870	12110.	4.0831442	12170.	4.0852906	12230.	4.0874265
51	11931.	4.0766768	11991.	4.0788554	12051.	4.0810231	12111.	4.0831800	12171.	4.0853263	12231.	4.0874620
52	11932.	4.0767132	11992.	4.0788916	12052.	4.0810591	12112.	4.0832159	12172.	4.0853619	12232.	4.0874975
53	11933.	4.0767496	11993.	4.0789278	12053	4.0810952	12113.	4.0832517	12173.	4.0853976	12233.	4.0875330
54	11934.	4.0767860	12994.	4.0789640	12054.	4.0811312	12114.	4.0832876	12174.	4.0854333	12234.	4.0875685
55	11935.	4.0768224	11995.	4.0790003	12055.	4.0811672	12115.	4.0833234	12175.	4.0854690	12235.	4.0876040
56	11936.	4.0768588	11996.	4.0790365	12056.	4.0812032	12116.	4.0833593	12176.	4.0855046	12236.	4.0876395
57	11937.	4.0768952	11997.	4.0790727	12057.	4.0811393	12117.	4.0833951	12177.	4.0855103	12237.	4.0876750
58	11938.	4.0769316	11998.	4.0791089	12058.	4.0812753	12118.	4.0834309	12178.	4.0855760	12238.	4.0877104
59	11939.	4.0769680	11999.	4.0791451	12059.	4.0813113	12119.	4.0834668	12179.	4.0856116	12239.	4.0877459
60	21940.	4.0770043	12000.	4.0791812	12060.	4.0813473	22120.	4.0835026	12180.	4.0856473	12240.	4.0877814

M	24		25		26		27		28		29	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	12241.	4.0878169	12301.	4.0899404	12361.	4.0920536	12421.	4.0941566	12481.	4.0962494	12541.	4.0983322
2	12242.	4.0878524	12302.	4.0899757	12362.	4.0920887	12422.	4.0941915	12482.	4.0962842	12542.	4.0983668
3	12243.	4.0878878	12303.	4.0900110	12363.	4.0921239	12423.	4.0942265	12483.	4.0963190	12543.	4.0984014
4	12244.	4.0879233	12304.	4.0900463	12364.	4.0921500	12424.	4.0942614	12484.	4.0963538	12544.	4.0984360
5	12245.	4.0879588	12305.	4.0900816	12365.	4.0921941	12425.	4.0942964	12485.	4.0963885	12545.	4.0984707
6	12246.	4.0879943	12306.	4.0901169	12366.	4.0922292	12426.	4.0943313	12486.	4.0964233	12546.	4.0985053
7	12247.	4.0880197	12307.	4.0901522	12367.	4.0922644	12427.	4.0943663	12487.	4.0964581	12547.	4.0985399
8	12248.	4.0880652	12308.	4.0901875	12368.	4.0922995	12428.	4.0944012	12488.	4.0964929	12548.	4.0985745
9	12249.	4.0881006	12309.	4.0902228	12369.	4.0923346	12429.	4.0944362	12489.	4.0965277	12549.	4.0986092
10	12250.	4.0881361	12310.	4.0902581	12370.	4.0923697	12430.	4.0944711	12490.	4.0965624	12550.	4.0986437
11	12251.	4.0881715	12311.	4.0902933	12371.	4.0924048	12431.	4.0945061	12491.	4.0965972	12551.	4.0986783
12	12252.	4.0882070	12312.	4.0903286	12372.	4.0924399	12432.	4.0945410	12492.	4.0966320	12552.	4.0987129
13	12253.	4.0882424	12313.	4.0903639	12373.	4.0924750	12433.	4.0945759	12493.	4.0966667	12553.	4.0987475
14	12254.	4.0882779	12314.	4.0903991	12374.	4.0925101	12434.	4.0946109	12494.	4.0967015	12554.	4.0987821
15	12255.	4.0883133	12315.	4.0904344	12375.	4.0925452	12435.	4.0946458	12495.	4.0967363	12555.	4.0988167
16	12256.	4.0883488	12316.	4.0904697	12376.	4.0925803	12436.	4.0946807	12496.	4.0967710	12556.	4.0988513
17	12257.	4.0883842	12317.	4.0905049	12377.	4.0926154	12437.	4.0947156	12497.	4.0968058	12557.	4.0988859
18	12258.	4.0884196	12318.	4.0905402	12378.	4.0926505	12438.	4.0947506	12498.	4.0968405	12558.	4.0989205
19	12259.	4.0884550	12319.	4.0905755	12379.	4.0926856	12439.	4.0947855	12499.	4.0968753	12559.	4.0989552
20	12260.	4.0884905	12320.	4.0906107	12380.	4.0927206	12440.	4.0948204	12500.	4.0969100	12560.	4.0989896
21	12261.	4.0885259	12321.	4.0906460	12381.	4.0927557	12441.	4.0948553	12501.	4.0969448	12561.	4.0990242
22	12262.	4.0885613	12322.	4.0906812	12382.	4.0927908	12442.	4.0948902	12502.	4.0969795	12562.	4.0990588
23	12263.	4.0885967	12323.	4.0907164	12383.	4.0928159	12443.	4.0949251	12503.	4.0970142	12563.	4.0990914
24	12264.	4.0886321	12324.	4.0907517	12384.	4.0928609	12444.	4.0949600	12504.	4.0970490	12564.	4.0991279
25	12265.	4.0886676	12325.	4.0907869	12385.	4.0928960	12445.	4.0949949	12505.	4.0970837	12565.	4.0991625
26	12266.	4.0887030	12326.	4.0908222	12386.	4.0929312	12446.	4.0950298	12506.	4.0971184	12566.	4.0991972
27	12267.	4.0887384	12327.	4.0908574	12387.	4.0929661	12447.	4.0950647	12507.	4.0971531	12567.	4.0992316
28	12268.	4.0887738	12328.	4.0908926	12388.	4.0930012	12448.	4.0950996	12508.	4.0971879	12568.	4.0992662
29	12269.	4.0888092	12329.	4.0909279	12389.	4.0930363	12449.	4.0951345	12509.	4.0972226	12569.	4.0993007
30	12270.	4.0888446	12330.	4.0909631	12390.	4.0930713	12450.	4.0951694	12510.	4.0972573	12570.	4.0993353
31	12271.	4.0888800	12331.	4.0909983	12391.	4.0931064	12451.	4.0952042	12511.	4.0972920	12571.	4.0993698
32	12272.	4.0889153	12332.	4.0910335	12392.	4.0931414	12452.	4.0952391	12512.	4.0973267	12572.	4.0994044
33	12273.	4.0889507	12333.	4.0910687	12393.	4.0931764	12453.	4.0952740	12513.	4.0973614	12573.	4.0994389
34	12274.	4.0889861	12334.	4.0911039	12394.	4.0932115	12454.	4.0953089	12514.	4.0973961	12574.	4.0994735
35	12275.	4.0890215	12335.	4.0911392	12395.	4.0932465	12455.	4.0953437	12515.	4.0974309	12575.	4.0995080
36	12276.	4.0890569	12336.	4.0911744	12396.	4.0932816	12456.	4.0953786	12516.	4.0974656	12576.	4.0995425
37	12277.	4.0890923	12337.	4.0912096	12397.	4.0933166	12457.	4.0954135	12517.	4.0975003	12577.	4.0995772
38	12278.	4.0891276	12338.	4.0912448	12398.	4.0933516	12458.	4.0954483	12518.	4.0975349	12578.	4.0996116
39	12279.	4.0891630	12339	4.0912800	12399.	4.0933867	12459.	4.0954832	12519.	4.0975696	12579.	4.0996461
40	12280.	4.0891984	12340.	4.0913152	12400.	4.0934217	12460.	4.0955180	12520.	4.0976043	12580.	4.0996806
41	12281.	4.0892337	12341.	4.0913504	12401.	4.0934567	12461.	4.0955529	12521.	4.0976390	12581.	4.0997152
42	12282.	4.0892691	12342.	4.0913855	12402.	4.0934917	12462.	4.0955877	12522.	4.0976737	12582.	4.0997497
43	12283.	4.0893045	12343.	4.0914207	12403.	4.0935267	12463.	4.0956226	12523.	4.0977084	12583.	4.0997842
44	12284.	4.0893398	12344.	4.0914559	12404.	4.0935618	12464.	4.0956574	12524.	4.0977431	12584.	4.0998187
45	12285.	4.0893752	12345.	4.0914911	12405.	4.0935968	12465.	4.0956923	12525.	4.0977777	12585.	4.0998532
46	12286.	4.0894105	12346.	4.0915263	12406.	4.0936318	12466.	4.0957271	12526.	4.0978124	12586.	4.0998877
47	12287.	4.0894459	12347.	4.0915614	12407.	4.0936668	12467.	4.0957620	12527.	4.0978471	12587.	4.0999222
48	12288.	4.0894812	12348.	4.0915966	12408.	4.0937018	12468.	4.0957968	12528.	4.0978817	12588.	4.0999567
49	12289.	4.0895165	12349.	4.0916318	12409.	4.0937368	12469.	4.0958316	12529.	4.0979164	12589.	4.0999912
50	12290.	4.0895519	12350.	4.0916670	12410.	4.0937718	12470.	4.0958665	12530.	4.0979512	12590.	4.1000257
51	12291.	4.0895872	12351.	4.0917021	12411.	4.0938068	12471.	4.0959013	12531.	4.0979857	12591.	4.1000602
52	12292.	4.0896226	12352.	4.0917373	12412.	4.0938418	12472.	4.0959361	12532.	4.0980204	12592.	4.1000947
53	12293.	4.0896579	12353.	4.0917724	12413.	4.0938768	12473.	4.0959709	12533.	4.0980550	12593.	4.1001292
54	12294.	4.0896932	12354.	4.0918076	12414.	4.0939117	12474.	4.0960057	12534.	4.0980897	12594.	4.1001637
55	12295.	4.0897285	12355.	4.0918427	12415.	4.0939467	12475.	4.0960406	12535.	4.0981243	12595.	4.1001982
56	12296.	4.0897639	12356.	4.0918779	12416.	4.0939817	12476.	4.0960754	12536.	4.0981590	12596.	4.1002327
57	12297.	4.0897992	12357.	4.0919130	12417.	4.0940167	12477.	4.0961102	12537.	4.0981936	12597.	4.1002672
58	12298.	4.0898345	12358.	4.0919482	12418.	4.0940517	12478.	4.0961450	12538.	4.0982283	12598.	4.1003016
59	12299.	4.0898698	12359.	4.0919833	12419.	4.0940866	12479.	4.0961798	12539.	4.0982629	12599.	4.1003362
60	12300.	4.0899052	12360.	4.0920185	12420.	4.0941216	12480.	4.0962146	12540.	4.0982975	12600.	4.1003705

M	30		31		32		33		34		35	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	12601.	4.1004050	12661.	4.1024680	12711.	4.1045113	12781.	4.1065648	12841.	4.1085988	12901.	4.1106234
2	12602.	4.1004395	12662.	4.1025023	12722.	4.1045554	12782.	4.1065988	12842.	4.1086327	12902.	4.1106570
3	11603.	4.1004739	12663.	4.1025366	12723.	4.1045895	12783.	4.1066328	12843.	4.1086665	12903.	4.1106907
4	12604.	4.1005084	12664.	4.1025709	12724.	4.1046237	12784.	4.1066668	12844.	4.1087003	12904.	4.1107244
5	12605.	4.1005429	12665.	4.1026052	12725.	4.1046578	12785.	4.1067007	12845.	4.1087341	12905.	4.1107580
6	12606.	4.1005773	12666.	4.1026395	12726.	4.1046919	12786.	4.1067347	12846.	4.1087679	12906.	4.1107917
7	12607.	4.1006118	12667.	4.1026738	12727.	4.1047260	12787.	4.1067687	12847.	4.1088017	12907.	4.1108253
8	12608.	4.1006462	12668.	4.1017081	12728.	4.1047602	12788.	4.1068026	12848.	4.1088355	12908.	4.1108590
9	12609.	4.1006806	12669.	4.1027423	12729.	4.1047943	12789.	4.1068366	12849.	4.1088693	12909.	4.1108926
10	11610.	4.1007151	12670.	4.1027766	12730.	4.1048284	12790.	4.1068705	12850.	4.1089031	12910.	4.1109262
11	12611.	4.1007495	12671.	4.1028109	12731.	4.1048625	12791.	4.1069045	12851.	4.1089369	12911.	4.1109599
12	12612.	4.1007840	12672.	4.1028452	12732.	4.1048966	12792.	4.1069385	12852.	4.1089707	12912.	4.1109935
13	12613.	4.1008184	12673.	4.1028794	12733.	4.1049307	12793.	4.1069724	12853.	4.1090045	12913.	4.1110272
14	12614.	4.1008518	12674.	4.1029137	12734.	4.1049648	12794.	4.1070063	12854.	4.1090383	12914.	4.1110608
15	12615.	4.1008873	12675.	4.1019480	12735.	4.1049989	12795.	4.1070403	12855.	4.1090721	12915.	4.1110944
16	12616.	4.1009217	12676.	4.1029822	12736.	4.1050331	12796.	4.1070742	12856.	4.1091059	12916.	4.1111280
17	12617.	4.1009561	12677.	4.1030165	12737.	4.1050671	12797.	4.1071081	12857.	4.1091396	12917.	4.1111617
18	12618.	4.1009905	12678.	4.1030507	12738.	4.1051012	12798.	4.1071421	12858.	4.1091734	12918.	4.1111953
19	12619.	4.1010249	12679.	4.1030850	12739.	4.1051353	12799.	4.1071760	12859.	4.1092072	12919.	4.1112289
20	12620.	4.1010594	12680.	4.1031193	12740.	4.1051694	12800.	4.1072100	12860.	4.1092410	12920.	4.1112625
21	12621.	4.1010938	12681.	4.1031535	12741.	4.1052035	12801.	4.1072439	12861.	4.1092747	12921.	4.1112962
22	12622.	4.1011282	12682.	4.1031877	12742.	4.1052376	12802.	4.1072778	12862.	4.1093085	12922.	4.1113297
23	12623.	4.1011626	12683.	4.1032220	12743.	4.1052717	12803.	4.1073117	12863.	4.1093423	12923.	4.1113633
24	12624.	4.1011970	12684.	4.1032561	12744.	4.1053058	12804.	4.1073457	12864.	4.1093760	12924.	4.1113969
25	12625.	4.1012314	12685.	4.1032905	12745.	4.1053398	12805.	4.1073796	12865.	4.1094098	12925.	4.1114306
26	12626.	4.1012658	12686.	4.1033247	12746.	4.1053739	12806.	4.1074135	12866.	4.1094435	12926.	4.1114642
27	12627.	4.1013002	12687.	4.1033589	12747.	4.1054080	12807.	4.1074474	12867.	4.1094773	12927.	4.1114977
28	12628.	4.1013346	12688.	4.1033932	12748.	4.1054421	12808.	4.1074813	12868.	4.1095111	12928.	4.1115313
29	12629.	4.1013690	12689.	4.1034274	12749.	4.1054761	12809.	4.1075152	12869.	4.1095448	12929.	4.1115649
30	12630.	4.1014034	12690.	4.1034616	12750.	4.1055102	12810.	4.1075491	12870.	4.1095785	12930.	4.1115985
31	12631.	4.1014377	12691.	4.1034958	12751.	4.1055441	12811.	4.1075830	12871.	4.1096123	12931.	4.1116321
32	12632.	4.1014721	12692.	4.1035301	12752.	4.1055781	12812.	4.1076169	12872.	4.1096460	12932.	4.1116657
33	12633.	4.1015065	12693.	4.1035643	12753.	4.1056124	12813.	4.1076508	12873.	4.1096798	12933.	4.1116993
34	12634.	4.1015409	12694	4.1035985	12754.	4.1056464	12814.	4.1076847	12874.	4.1097135	12934.	4.1117319
35	12635.	4.1015752	12695.	4.1036327	12755.	4.1056805	12815.	4.1077186	12875.	4.1097472	12935.	4.1117664
36	11636.	4.1016096	12696.	4.1036669	12756.	4.1057145	12816.	4.1077525	12876.	4.1097810	12936.	4.1118000
37	12637.	4.1016440	12697.	4.1037011	12757.	4.1057486	12817.	4.1077864	12877.	4.1098147	12937.	4.1118336
38	12638.	4.1016784	12698.	4.1037353	12758.	4.1057826	12818.	4.1078203	12878.	4.1098484	12938.	4.1118671
39	11639.	4.1017127	12699.	4.1037695	12759.	4.1058166	12819.	4.1078541	12879.	4.1098821	12939.	4.1119007
40	12640.	4.1017471	12700.	4.1038037	12760.	4.1058507	12820.	4.1078880	12880.	4.1099159	12940.	4.1119343
41	12641.	4.1017814	12701.	4.1038379	12761.	4.1058847	12821.	4.1079210	12481.	4.1099496	12941.	4.1119678
42	12642.	4.1018158	12702.	4.1038721	12762.	4.1059187	12822.	4.1079558	12882.	4.1099833	12942.	4.1120014
43	12643.	4.1018501	12703.	4.1039063	12763.	4.1059518	12823.	4.1079896	12883.	4.1100170	12943.	4.1120350
44	12644.	4.1018845	12704.	4.1039405	12764.	4.1059868	12824.	4.1080235	12884.	4.1100507	12944.	4.1120685
45	12645.	4.1019188	12705.	4.1039747	12765.	4.1060208	12825.	4.1080574	12885.	4.1100844	12945.	4.1121021
46	12646.	4.1019532	12706.	4.1040089	12766.	4.1060548	12826.	4.1080912	12886.	4.1101181	12946.	4.1121356
47	12647.	4.1019875	12707.	4.1040430	12767.	4.1060889	12827.	4.1081251	12887.	4.1101518	12947.	4.1121691
48	12648.	4.1020219	12708.	4.1040772	12768.	4.1061229	12828.	4.1081590	12888.	4.1101855	12948.	4.1122027
49	12649.	4.1020562	12709.	4.1041114	12769.	4.1061569	12829.	4.1081918	12889.	4.1102192	12949.	4.1122362
50	12650.	4.1020905	12710.	4.1041456	12770.	4.1061909	12830.	4.1082267	12890.	4.1102529	12950.	4.1122698
51	12651.	4.1021249	12711.	4.1041797	12771.	4.1062249	12831.	4.1082605	12891.	4.1101866	12951.	4.1123033
52	12652.	4.1021592	12712.	4.1042139	12772.	4.1062589	12832.	4.1082944	12892.	4.1103203	12952.	4.1123368
53	12653.	4.1021935	12713.	4.1042480	12773.	4.1062929	12833.	4.1083282	12893.	4.1103540	12953.	4.1123704
54	12654.	4.1022278	12714.	4.1042822	12774.	4.1063269	12834.	4.1083620	12894.	4.1103877	12954.	4.1124039
55	12655.	4.1022621	12715.	4.1043164	12775.	4.1063609	12835.	4.1083959	12895.	4.1104214	12955.	4.1124374
56	12656.	4.1022965	12716.	4.1043505	12776.	4.1063949	12836.	4.1084297	12896.	4.1104550	12956.	4.1124709
57	12657.	4.1023308	12717.	4.1043847	12777.	4.1064289	12837.	4.1084635	12897.	4.1104887	12957.	4.1125045
58	12658.	4.1023651	12718.	4.1044188	12778.	4.1064629	12838.	4.1084974	12898.	4.1105224	12958.	4.1125380
59	12659.	4.1023994	12719.	4.1044530	12779.	4.1064969	12839.	4.1085312	12899.	4.1105560	12959.	4.1125715
60	12660.	4.1024337	12720.	4.1044871	12780.	4.1065309	12840.	4.1085650	12900.	4.1105897	12960.	4.1126050

M	36		37		38		39		40		41	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	12961.	4.1126385	13021.	4.1146443	13081.	4.1166409	13141.	4.1186284	13201.	4.1206068	13261.	4.1225763
2	12962.	4.1126720	13022.	4.1146777	13082.	4.1166741	13142.	4.1186615	13202.	4.1206397	13262.	4.1226090
3	12963.	4.1127055	13023.	4.1147110	13083.	4.1167073	13143.	4.1186945	13203.	4.1206716	13263.	4.1216418
4	12964.	4.1127390	13024.	4.1147444	13084.	4.1167405	13144.	4.1187276	13104.	4.1207055	13264.	4.1226745
5	12955.	4.1127725	23025.	4.1147777	13085.	4.1167737	13145.	4.1187606	13205.	4.1207384	13265.	4.1227073
6	12956.	4.1128060	13026.	4.1148111	13086.	4.1168069	13146.	4.1187936	13206.	4.1207713	13266.	4.1227400
7	12967.	4.1128395	13027.	4.1148444	13087.	4.1168401	13147.	4.1188267	13207.	4.1208042	13267.	4.1227727
8	12968.	4.1128730	13028.	4.1148777	13088.	4.1168733	13148.	4.1188597	13208.	4.1208371	23268.	4.1228055
9	12969.	4.1129065	13029.	4.1149111	13089.	4.1169065	13149.	4.1188927	13209.	4.1208699	13269.	4.1228382
10	12970.	4.1129400	13030.	4.1149444	13090.	4.1169396	13150.	4.1180258	13210.	4.1209028	13270.	4.1228709
11	12971.	4.1129735	13031.	4.1149777	13091.	4.1169728	13151.	4.1189588	13211.	4.1209357	13271.	4.1229036
12	11071.	4.1130069	13032.	4.1150111	13092.	4.1170060	13152.	4.1189918	13212.	4.1209686	13272.	4.1229364
13	12973.	4.1130404	13033.	4.1150444	13093.	4.1170392	13153.	4.1190248	13213.	4.1210014	13273.	4.1229692
14	12974.	4.1130739	13034.	4.1150777	13094.	4.1170723	13154.	4.1190578	13214.	4.1210343	13274.	4.12 0018
15	12075.	4.1131074	13035.	4.1151110	13095.	4.1171055	13155.	4.1190909	13215.	4.1210672	13275.	4.1230345
16	12976.	4.1131408	13036.	4.1151444	13096.	4.1171387	13156.	4.1191239	13216.	4.1211000	13276.	4.1230672
17	12977.	4.1131743	13037.	4.1151777	13097.	4.1171718	13157.	4.1191569	13217.	4.1211329	13277.	4.1231000
18	12978.	4.1132078	13038.	4.1152110	13098.	4.1172050	13158.	4.1191809	13218.	4.1211657	13278.	4.1231327
19	12979.	4.1132412	13039.	4.1152443	13099.	4.1172381	13159.	4.1192229	13219.	4.1211986	13279.	4.1231654
20	12980.	4.1132747	13040.	4.1152776	13100.	4.1172713	13160.	4.1192559	13220.	4.1212315	13180.	4.1231981
21	12981.	4.1133081	13041.	4.1153109	13101.	4.1173044	13161.	4.1192889	13221.	4.1212643	13281.	4.1232308
22	12982.	4.1133416	13042.	4.1153442	13102.	4.1173376	13162.	4.1193219	13222.	4.1212972	13282.	4.1232635
23	12983.	4.1133751	13043.	4.1153775	13103.	4.1173707	13163.	4.1193549	13223.	4.1213300	13283.	4.1232962
24	12984.	4.1134085	13044.	4.1154108	13104.	4.1174039	13164.	4.1193879	13224.	4.1213628	13284.	4.1233289
25	12985.	4.1134420	13045.	4.1154441	13105.	4.1174370	13165.	4.1194209	13225.	4.1213957	13185.	4.1233616
26	12986.	4.1134754	13046.	4.1154774	13106.	4.1174702	13166.	4.1194539	13226.	4.1214285	13286.	4.1233942
27	12987.	4.1135088	13047.	4.1155107	13107.	4.1175033	13167.	4.1194868	13227.	4.1214614	13187.	4.1234269
28	12988.	4.1135423	13048.	4.1155439	13108.	4.1175364	13168.	4.1195198	13228.	4.1214942	13288.	4.1234596
29	12989.	4.1135757	13049.	4.1155772	13109.	4.1175696	13169.	4.1195518	13229.	4.1215270	13289.	4.1234923
30	12990.	4.1136091	13050.	4.1156105	13110.	4.1176017	13170.	4.1195858	13230.	4.1215598	13250.	4.1235250
31	12991.	4.1136416	13051.	4.1156438	13111.	4.1176358	13171.	4.1196187	13231.	4.1215927	13291.	4.1235577
32	12992.	4.1136760	13052.	4.1156771	13112.	4.1176689	13172.	4.1196517	13232.	4.1216255	13192.	4.1235903
33	12903.	4.1137094	13053.	4.1157103	13113.	4.1177021	13173.	4.1196847	13233.	4.1216583	13193.	4.1236230
34	12994.	4.1137429	13054.	4 1157436	13114.	4.1177352	13174.	4.1197177	13234.	4.1216911	13294.	4.1236557
35	12995.	4.1137763	13055.	4.1157769	13115.	4.1177683	13175.	4.1197506	13235.	4.1227239	13295.	4.1236883
36	12996.	4.1138097	13056.	4.1158101	13116.	4.1178014	13176.	4.1197836	13236.	4.1217568	13296.	4.1237210
37	12997.	4.1138431	13057.	4.1158434	13117.	4.1178345	13177.	4.1198165	13237.	4.1217896	13297.	4.1237517
38	12998.	4.1138765	13058.	4.1158767	13118.	4.1178676	13178.	4.1198495	13238.	4.1218124	13298.	4.1237863
39	12999.	4.1130090	13059.	4.1150099	13119.	4.1179007	13179.	4.1198815	13239.	4.1218552	13299.	4.1238190
40	13000.	4.1139434	13060.	4.1159432	13120.	4.1179338	13180.	4.1199154	13240.	4.1218880	13300.	4.1238516
41	13001.	4.1139768	13061.	4.1159764	13121.	4.1179560	13181.	4.1199484	13241.	4.1219208	13301.	4.1238843
42	13002.	4.1140101	13062.	4.1160097	13122.	4.1180000	13182.	4.1199813	13242.	4.1119536	13302.	4.1239169
43	13003.	4.1140436	23063.	4.1160429	13113.	4.1180331	13183.	4.1200143	13243.	4.1219864	13303.	4.1239496
44	13004.	4.1140770	13064.	4.1160761	13124.	4.1180662	13184.	4.1200472	13244.	4.1210192	13304.	4.1239822
45	13005.	4.1141101	13065.	4.1161094	13125.	4.1180991	13185.	4.1200801	13245.	4.1210520	13305.	4.1240149
46	13006.	4.1141437	13066.	4.1161427	13126.	4.1181324	13186.	4.1201131	13246.	4.1220848	13306.	4.1240175
47	13007.	4.1141771	13067.	4.1161759	13127.	4.1181655	13187.	4.1201460	13147.	4.1221175	13307.	4.1240802
48	13008.	4.1142105	13068.	4.1162091	13128.	4.1181986	13188.	4.1201780	13248.	4.1221503	13308.	4.1241128
49	13009.	4.1142439	13069.	4.1162424	13129.	4.1182316	13189.	4.1202119	13249.	4.1221831	13309.	4.1241454
50	13010.	4.1142773	13070.	4.1161756	13130.	4.1181647	13190.	4.1202448	13250.	4.1222159	13310.	4.1241781
51	13011.	4.1143107	13071.	4.1163088	13131.	4.1182078	13191.	4.1102777	13251.	4.1222487	13311.	4.1242107
52	13012.	4.1143441	13072.	4.1163420	13132.	4.1183309	13192.	4.1203106	13252.	4.1222814	13312.	4.1242433
53	23013.	4.1143774	13073.	4.1163753	13133.	4.1183639	13193.	4.1203436	13253.	4.1223142	13313.	4.1242759
54	13014.	4.1144108	13074.	4.1164085	13134.	4.1183970	13194.	4.1203765	13254.	4.1223470	13314.	4.1243086
55	13015.	4.1144442	13075.	4.1164417	13135.	4.1184301	13195.	4.1204094	13255.	4.1223797	13315.	4.1243412
56	13016.	4.1144775	13076.	4.1164749	13136.	4.1184631	13196.	4.1204421	13256.	4.1224125	13316.	4.1243738
57	13017.	4.1145100	13077.	4.1165081	13137.	4.1184062	13197.	4.1204752	13257.	4.1244453	13317.	4.1244064
58	13018.	4.1145443	13078.	4.1165413	13138.	4.1185293	13198.	4.1205081	13258.	4.1224780	13318.	4.1244390
59	13019.	4.1145776	13079.	4.1165745	13139.	4.1185613	13199.	4.1205410	13159.	4.1225108	13319.	4.1244716
60	13020.	4.1146110	13080.	4.1166077	13140.	4.1185954	13200.	4.1205739	13200.	4.1225435	13320.	4.1245042

M	42		43		44		45		46		47	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	13321.	4.1245368	13381.	4.1264886	13441,	4.1284316	13501.	4.1303659	13561.	4.1322917	13621.	4.1342090
2	13322.	4.1245694	13382.	4.1265210	13442.	4.1284639	13502.	4.1303981	13562.	4.1323237	13622.	4.1342409
3	13323.	4.1246020	13383.	4.1265535	13443.	4.1284962	13503.	4.1304303	13563.	4.1323558	13623.	4.1342728
4	13324.	4.1246346	13384.	4.1165859	13444.	4.1285285	13504.	4.1304624	13564.	4.1323878	13624.	4.1343046
5	13325.	4.1246672	13385.	4.1266184	13445.	4.1285608	13505.	4.1304946	13565.	4.1324198	13625.	4.1343365
6	13326.	4.1146998	13386.	4.1266508	13446.	4.1285931	13506.	4.1305267	13566.	4.1324518	13626.	4.1343684
7	13327.	4.1247324	13387.	4.1266833	13447.	4.1286254	13507.	4.1305589	13567.	4.1324838	13627.	4.1344003
8	13328.	4.1247650	13388.	4.1267157	13448.	4.1286577	13508.	4.1305911	13568.	4.1325158	13628.	4.1344321
9	13329.	4.1247976	13389.	4.1267481	13449.	4.1286900	13509.	4.1306232	13569.	4.1325478	13629.	4.1344640
10	13330.	4.1248301	13390.	4.1267806	13450.	4.1287223	13510.	4.1306553	13570.	4.1325798	13630.	4.1344959
11	13331	4.1248627	13391.	4.1268130	13451.	4.1287546	13511.	4.1306875	13571.	4.1326119	13631.	4.1345277
12	13332.	4.1248953	13392.	4.1268454	13452.	4.1287869	13512.	4.1307196	13572.	4.1326439	13632.	4.1345596
13	13333.	4.1249279	13393.	4.1268779	13453.	4.1288191	13513.	4.1307518	13573.	4.1326758	13633.	4.1345914
14	13334.	4.1249605	13394.	4.1269103	13454.	4.1288514	13514.	4.1307839	13574.	4.1327078	13634.	4.1346233
15	13335.	4.1249930	13395.	4.1269427	13455.	4.1288837	13515.	4.1308161	13575.	4.1327398	13635.	4.1346552
16	13336.	4.1250256	13396.	4.1269751	13456.	4.1289160	13516.	4.1308482	13576.	4.1327718	13636.	4.1346870
17	13337.	4.1250582	13397.	4.1270076	13457.	4.1289483	13517.	4.1308803	13577.	4.1328038	13637.	4.1347188
18	13338.	4.1250907	13398.	4.1270400	13458.	4.1289805	13518.	4.1309124	13578.	4.1328358	13638.	4.1347507
19	13339.	4.1251233	13399.	4.1270724	13459.	4.1290128	13519.	4.1309446	13579.	4.1328678	13639.	4.1347825
20	13340.	4.1251558	13400.	4.1271048	13460.	4.1290451	13520.	4.1309767	13580.	4.1328998	13640.	4.1348144
21	13341.	4.1251884	13401.	4.1271372	13461.	4.1290773	13521.	4.1310088	13581.	4.1329317	13641.	4.1348462
22	13342.	4.1252209	13402.	4.1271696	13462.	4.1291096	13512.	4.1310409	13582.	4.1329637	13642.	4.1348780
23	13343.	4.1251535	13403.	4.1272020	13463.	4.1291418	13523.	4.1310730	13583.	4.1329957	13643.	4.1349099
24	13344.	4.1252860	13404.	4.1272344	13464.	4.1291741	13524.	4.1311052	13584.	4.1330277	13644.	4.1349417
25	13345.	4.1253186	13405.	4.1272668	13465.	4.1292064	13525.	4.1311373	13585.	4.1330596	13645.	4.1349735
26	13346.	4.1253511	13406.	4.1272992	13466.	4.1292386	13526.	4.1311694	13586.	4.1330916	13646.	4.1350054
27	13347.	4.1253837	13407.	4.1273316	13467.	4.1292709	13527.	4.1312015	13587.	4.1331236	13647.	4.1350372
28	13348.	4.1254162	13408.	4.1273640	13468.	4.1293031	13528.	4.1312336	13588.	4.1331555	13648.	4.1350690
29	13349.	4.1254487	13409.	4.1273964	13469.	4.1293354	13529.	4.1312657	13589.	4.1331875	13649.	4.1351008
30	13350.	4.1254813	13410.	4.1274288	13470.	4.1293676	13530.	4.1312978	13590.	4.1332195	13650.	4.1351327
31	13351.	4.1255138	13411.	4.1274612	13471.	4.1293998	13531.	4.1313299	13591.	4.1332514	13 51.	4.1351645
32	13352.	4.1255463	13412.	4.1274935	13472.	4.1294321	13532.	4.1313620	13592.	4.1332834	13652.	4.1351963
33	13353.	4.1255788	13413.	4.1275259	13473.	4.1294643	13533.	4.1313941	13593.	4.1333153	13653.	4.1352281
34	13354.	4.1256114	13414.	4.1275583	13474.	4.1294965	13534.	4.1314262	13594.	4.1333473	13654.	4.1352599
35	13355.	4.1256439	13415.	4.1275907	13475.	4.1295288	13535.	4.1314583	13595.	4.1333792	13655.	4.1352917
36	13356.	4.1256764	13416.	4.1276230	13476.	4.1295610	13536.	4.1314903	13596.	4.1334112	13656.	4.1353235
37	13357.	4.1257089	13417.	4.1276554	13477.	4.1295932	13537.	4.1315224	13597.	4.1334431	13657.	4.1353553
38	13358.	4.1257414	13418.	4.1276878	13478.	4.1296255	13538.	4.1315545	13598.	4.1334750	13 58.	4.1353871
39	13359.	4.1257739	13419.	4.1277202	13479.	4.1296577	13539.	4.1315866	13590.	4.1335070	13659.	4.1354189
40	13360.	4.1258065	13420.	4.1277525	13480.	4.1296899	13540.	4.1316187	13600.	4.1335389	13660.	4.1354507
41	13361.	4.1258390	13421.	4.1277849	13481.	4.1297221	13541.	4.1316507	13601.	4.1335708	13661.	4.1354825
42	13362.	4.1258715	13422.	4.1278172	13482.	4.1297543	13542.	4.1316828	13602.	4.1336028	13662.	4.1355143
43	13363.	4.1259040	13423.	4.1278496	13483.	4.1297865	13543.	4.1317149	13603.	4.1336347	13663.	4.1355461
44	13364.	4.1259365	13424.	4.1278819	13484.	4.1298187	13544.	4.1317469	13604.	4.1336666	13664.	4.1355779
45	13365.	4.1259690	13425.	4.1279143	13485.	4.1298510	13545.	4.1317790	13605.	4.1336985	13665.	4.1356096
46	13366.	4.1260015	13426.	4.1279466	13486.	4.1298832	13546.	4.1318111	13606.	4.1337305	13666.	4.1356414
47	13367.	4.1260339	13427.	4.1279790	13487.	4.1299154	13547.	4.1318431	13607.	4.1337624	13667.	4.1356732
48	13368.	4.1260664	13428.	4.1280113	13488.	4.1299476	13548.	4.1318752	13608.	4.1337943	13668.	4.1357050
49	13369.	4.1260989	13429.	4.1280437	13489.	4.1299798	13549.	4.1319072	13609.	4.1338262	13669.	4.1357367
50	13370.	4.1261314	13430.	4.1280760	13490.	4.1300120	13550.	4.1319393	13610.	4.1338581	13670.	4.1357685
51	13371.	4.1261639	13431.	4.1281083	13491.	4.1300441	13551.	4.1319713	13611.	4.1338900	13671.	4.1358003
52	13372.	4.1261964	13432.	4.1281407	13492.	4.1300763	13552.	4.1320034	13612.	4.1339219	13672.	4.1358320
53	13373.	4.1262288	13433.	4.1181730	23493.	4.1301085	13553.	4.1320354	13613.	4.1339538	13673.	4.1358638
54	13374.	4.1262613	13434.	4.1282053	13494.	4.1301407	13554.	4.1320675	13614.	4.1339857	13674.	4.1358956
55	13375.	4.1262938	13435.	4.1182377	13495.	4.1301729	13555.	4.1320995	13615.	4.1340176	13675.	4.1359273
56	13376.	4.1263263	13436.	4.1282700	13496.	4.1302051	13556.	4.1321316	13616.	4.1340495	13676.	4.1359591
57	13377.	4.1263587	13437.	4.1283023	13497.	4.1302372	13557.	4.1321636	13617.	4.1340814	13677.	4.1359908
58	13378.	4.1263912	13438.	4.1283346	13498.	4.1302694	13558.	4.1321956	13618.	4.1341133	13678.	4.1360226
59	13379.	4.1264237	13439.	4.1283670	13499.	4.1303016	13559.	4.1322277	13619.	4.1341452	13679.	4.1360543
60	13380.	4.1264561	13440.	4.1283993	13500.	4.1303338	13560.	4.1322597	13620.	4.1341771	13680.	4.1360861

M	48		49		50		51		52		53	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	13681.	4.1361178	13741.	4.1380183	13801.	4.1399106	13861.	4.1417946	13921.	4.1436704	13981.	4.1455382
2	13682.	4.1361496	13742.	4.1380499	13802.	4.1399420	13862.	4.1418259	13922.	4.1437016	13982.	4.1455693
3	13683.	4.1361813	13743.	4.1380815	13803.	4.1399735	13863.	4.1418572	13923.	4.1437328	13983.	4.1456004
4	13684.	4.1362131	13744.	4.1381131	13804.	4.1400050	13864.	4.1418885	13924.	4.1437640	13984.	4.1456314
5	13685.	4.1362448	13745.	4.1381447	13805.	4.1400364	13865.	4.1419100	13925.	4.1437052	13985.	4.1456625
6	13686.	4.1362765	13746.	4.1381763	13806.	4.1400679	13866.	4.1419511	13926.	4.1438264	13986.	4.1456935
7	13687.	4.1363083	13747.	4.1382079	13807.	4.1400993	13867.	4.1419825	13927.	4.1438576	13987.	4.1457246
8	13688.	4.1363400	13748.	4.1382395	13808.	4.1401308	13868.	4.1420138	13928.	4.1438888	13988.	4.1457556
9	13689.	4.1363717	13749.	4.1382711	13809.	4.1401622	23869.	4.1420451	13929.	4.1439199	13989.	4.1457867
10	13690.	4.1364034	13750.	4.1383027	13810.	4.1401937	13870.	4.1420765	13930.	4.1439511	13990.	4.1458177
11	13691.	4.1364352	13751.	4.1383343	13811.	4.1402251	13871.	4.1421078	13931.	4.1439823	13991.	4.1458488
12	13692.	4.1364669	13752.	4.1383659	13812.	4.1402566	13872.	4.1421391	13932.	4.1440135	13992.	4.1458798
13	13693.	4.1364986	13753.	4.1383974	13813.	4.1402880	13873.	4.1421704	13933.	4.1440446	13993.	4.1459108
14	13694.	4.1365303	13754.	4.1384290	13814.	4.1403195	13874.	4.1422017	13934.	4.1440758	13994.	4.1459419
15	13695.	4.1365620	13755.	4.1384606	13815.	4.1403509	13875.	4.1422330	13935.	4.1441070	13995.	4.1459729
16	13696.	4.1365937	13756.	4.1384022	13816.	4.1403823	13876.	4.1422643	13936.	4.1441381	13996.	4.1460039
17	13697.	4.1366255	13757.	4.1385237	13817.	4.1404138	13877.	4.1422956	13937.	4.1441693	13997.	4.1460350
18	13698.	4.1366572	13758.	4.1385553	13818.	4.1404452	13878.	4.1423260	13938.	4.1442005	13998.	4.1460660
19	13699.	4.1366889	13759.	4.1385869	13819.	4.1404766	13879.	4.1423582	13939.	4.1442316	13999.	4.1460970
20	13700.	4.1367206	13760.	4.1386184	13820.	4.1405080	13880.	4.1423895	13940.	4.1442628	14000.	4.1461280
21	13701.	4.1367523	13761.	4.1386500	13821.	4.1405395	13881.	4.1424208	13941.	4.1441939	14001.	4.1461591
22	13702.	4.1367840	13762.	4.1386816	13822.	4.1405709	13882.	4.1424520	13942.	4.1443251	14002.	4.1461901
23	13703.	4.1368157	13763.	4.1387131	13823.	4.1406023	13883.	4.1424833	13943.	4.1443562	14003.	4.1462211
24	13704.	4.1368474	13764.	4.1387447	13824.	4.1406337	13884.	4.1425146	13944.	4.1443874	14004.	4.1462521
25	13705.	4.1368790	13765.	4.1387762	13825.	4.1406651	13885.	4.1425459	13945.	4.1444185	14005.	4.1462831
26	13706.	4.1369107	13766.	4.1388078	13826.	4.1406966	13886.	4.1425771	13946.	4.1444497	14006.	4.1463141
27	13707.	4.1369424	13767.	4.1388391	13827.	4.1407280	13887.	4.1426094	13947.	4.1444808	14007.	4.1463451
28	13708.	4.1369741	13768.	4.1388709	13828.	4.1407594	13888.	4.1426397	13948.	4.1445119	14008.	4.1463761
29	13709.	4.1370058	13769.	4.1389024	13829.	4.1407908	13889.	4.1426710	13949.	4.1445431	14009.	4.1464071
30	13710.	4.1370375	13770.	4.1389339	13830.	4.1408221	13890.	4.1427022	13950.	4.1445742	14010.	4.1464381
31	13711.	4.1370691	13771.	4.1389655	13831.	4.1408536	13801.	4.1427335	13951.	4.1446053	14011.	4.1464691
32	13712.	4.1371008	13772.	4.1389970	13832.	4.1408850	13892.	4.1427648	13952.	4.1446365	14012.	4.1465001
33	13713.	4.1371325	13773.	4.1390285	13833.	4.1409164	13893.	4.1427960	13953.	4.1446676	14013.	4.1465311
34	13714.	4.1371641	13774.	4.1390601	13834.	4.1409478	13894.	4.1428273	13954.	4.1446987	14014.	4.1465621
35	13715.	4.1371958	13775.	4.1390916	13835.	4.1409702	13895.	4.1428586	13955.	4.1447299	14015.	4.1465931
36	13716.	4.1372275	13776.	4.1391231	13836.	4.1410106	13896.	4.1428898	13956.	4.1447610	14016.	4.1466241
37	13717.	4.1372591	13777.	4.1391547	13837.	4.1410419	13897.	4.1429211	13957.	4.1447921	14017.	4.1466551
38	13718.	4.1372908	13778.	4.1391862	13838.	4.1410733	13898.	4.1429523	13958.	4.1448232	14018.	4.1466861
39	13719.	4.1373225	13779.	4.1392177	13839.	4.1411047	13899.	4.1429836	13959.	4.1448543	14019.	4.1467170
40	13720.	4.1373541	13780.	4.1392492	13840.	4.1411361	13900.	4.1430148	13960.	4.1448854	14020.	4.1467480
41	13721.	4.1373858	13781.	4.1392807	13841.	4.1411675	13901.	4.1430460	13961.	4.1449165	14021.	4.1467790
42	13722.	4.1374174	13782.	4.1393122	13842.	4.1411988	13902.	4.1430773	13962.	4.1449476	14022.	4.1468100
43	13723.	4.1374491	13783.	4.1393438	13843.	4.1412302	13903.	4.1431085	13963.	4.1449787	14023.	4.1468409
44	13724.	4.1374807	13784.	4.1393753	13844.	4.1412616	13904.	4.1431398	13964.	4.1450098	14024.	4.1468719
45	13725.	4.1375124	13785.	4.1394068	13845.	4.1412930	13905.	4.1431710	13965.	4.1450409	14025.	4.1469029
46	13726.	4.1375440	13786.	4.1394383	13846.	4.1413243	13906.	4.1432022	13966.	4.1450720	14026.	4.1469338
47	13727.	4.1375757	13787.	4.1394698	13847.	4.1413557	13907.	4.1432335	13967.	4.1451031	14027.	4.1469648
48	13728.	4.1376073	13788.	4.1395013	13848.	4.1413871	13908.	4.1432647	13968.	4.1451342	14028.	4.1469958
49	13729.	4.1376389	13789.	4.1395328	13849.	4.1414184	13909.	4.1432959	13969.	4.1451653	14029.	4.1470267
50	13730.	4.1376705	13790.	4.1395642	13850.	4.1414498	13910.	4.1433272	13970.	4.1451964	14030.	4.1470577
51	13731.	4.1377022	13791.	4.1395958	13851.	4.1414811	13911.	4.1433584	13971.	4.1452275	14031.	4.1470886
52	13732.	4.1377338	13792.	4.1396272	13852.	4.1415125	13912.	4.1433896	13972.	4.1452586	14032.	4.1471196
53	13733.	4.1377654	13793.	4.1396587	13853.	4.1415438	13913.	4.1434208	13973.	4.1452897	14033.	4.1471505
54	13734.	4.1377970	13794.	4.1396902	13854.	4.1415752	13914.	4.1434520	13974.	4.1453207	14034.	4.1471815
55	13735.	4.1378287	13795.	4.1397217	13855.	4.1416065	23915.	4.1434832	13975.	4.1453518	14035.	4.1472124
56	13736.	4.1378603	13796.	4.1397532	13856.	4.1416379	13916.	4.1435144	13976.	4.1453829	14036.	4.1472434
57	13737.	4.1378919	13797.	4.1397847	13857.	4.1416692	13917.	4.1435456	13977.	4.1454140	14037.	4.1472743
58	13738.	4.1379235	13798.	4.1398161	13858.	4.1417006	13918.	4.1435768	13978.	4.1454450	14038.	4.1473052
59	13739.	4.1379551	13799.	4.1398476	13859.	4.1417319	13919.	4.1436080	13979.	4.1454761	14039.	4.1473362
60	13740.	4.1379867	13800.	4.1398791	13860.	4.1417632	13920.	4.1436392	13980.	4.1455072	14040.	4.1473672

M	54		55		56		57		58		59	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	14041.	4.1473980	14101.	4.1492499	14161.	4.1510939	14221.	4.1529301	14281.	4.1547586	14341.	4.1565794
2	14042.	4.1474290	14102.	4.1491807	14162.	4.1511246	14222.	4.1529607	14282.	4.1547890	14342.	4.1566097
3	14043.	4.1474599	14103.	4.1493115	14163.	4.1511553	14223.	4.1529912	14283.	4.1548194	14343.	4.1566400
4	14044.	4.1474908	14104.	4.1493423	14164.	4.1511859	14224.	4.1530217	14284	4.1548498	14344.	4.1566703
5	14045.	4.1475217	14105.	4.1493731	14165.	4.1512166	14225.	4.1530523	14285.	4.1548802	14345.	4.1567006
6	14046.	4.1475527	14106.	4.1494039	14166.	4.1512471	14226.	4.1530828	14186.	4.1549106	14346.	4.1567308
7	14047.	4.1475836	14107.	4.1494347	14167.	4.1512779	14227.	4.1531133	14287.	4.1549410	14347.	4.1567011
8	14048.	4.1476145	14108.	4.1494655	14168.	4.1513085	14228.	4.1531439	14188.	4.1549714	14348.	4 1567914
9	14049.	4.1476454	14109.	4.1494961	14169.	4.1513392	14229.	4.1531744	14289.	4.1550018	14349.	4.1568216
10	14050.	4.1476763	14110.	4.1495270	14170.	4.1513699	14230.	4.1532049	14290.	4.1550322	14350.	4.1568519
11	14051.	4.1477072	14111.	4.1495578	14171.	4.1514005	14231.	4.1532354	14291.	4.1550626	14351.	4.1568822
12	14051.	4.1477381	14112.	4.1495866	14172.	4.1514311	14232.	4.1532659	14292.	4.1550930	14352.	4.1569124
13	14053.	4.1477690	14113.	4.1496193	14173.	4.1514618	14233.	4.1532964	14293.	4.1551234	14353.	4.1569427
14	14054.	4.1477999	14114.	4.1496501	14174.	4.1514924	14234.	4.1533270	14294.	4.1551538	14354.	4.1569729
15	14055.	4.1478308	14115.	4.1496809	14175.	4.1515231	14235.	4.1533575	14295.	4.1551842	14355.	4.1570032
16	14056.	4.1478617	14116.	4.1497116	14176.	4.1515537	14236.	4.1533880	14256.	4.1552145	14356.	4.1570334
17	14057.	4.1478926	14117.	4.1497424	14177.	4.1515843	14237.	4.1534185	14297.	4.1552449	14357.	4.1570637
18	14058.	4.1479235	14118.	4.1497732	14178.	4.1516150	14238.	4.1534490	14298.	4.1552753	14358.	4.1570939
19	14059.	4.1479544	14119.	4.1498039	14179.	4.1516456	14239.	4.2534795	14299.	4.1553057	14359.	4.1571242
20	14060.	4.1479853	14120.	4.1498347	14180.	4.1516762	14240.	4.1535100	14300.	4.1553360	14360.	4.1571544
21	14061.	4.1480162	14121.	4.1498655	14181.	4.1517069	14241.	4.1535405	14301.	4.1553664	14361.	4.1571847
22	14062.	4.1480471	14122.	4.1498962	14182.	4.1517375	14242.	4.1535710	14302.	4.1553968	14362.	4.1572149
23	14063.	4.1480780	14123.	4.1499270	14183.	4.1517681	14243.	4.1536015	14303.	4.1554271	14363.	4.1572452
24	14064.	4.1481089	14124.	4.1499577	14184.	4.1517987	14244.	4.1536320	14304.	4.1554575	14364.	4.1572754
25	14065.	4.1481397	14125.	4.1499885	14185.	4.1518293	14245.	4.1536625	14305.	4.1554879	14365.	4.1573056
26	14066.	4.1481706	14126.	4.1500191	14186.	4.1518900	14246.	4.1536929	14306.	4.1555182	14366.	4.1573359
27	14067.	4.1482015	14127.	4.1500499	14187.	4.1518906	14247.	4.1537234	14307.	4.155548	14367.	4.1573661
28	14068.	4.1482324	14128.	4.1500807	14188.	4.1519112	14248.	4.1537539	14308.	4.1555789	14368.	4.1573963
29	14069.	4.1482632	14129.	4.1501114	14189.	4.1519518	14249.	4.1537844	14309.	4.1556092	14369.	4.1574265
30	14070.	4.1481941	14130.	4.1501422	14190.	4.1519824	14250.	4.1538149	14310.	4.1556[illegible]96	14370.	4.1574568
31	14071.	4.1483250	14131.	4.1501729	14191.	4.1520130	14251.	4.1538453	14311.	4.1556700	14371.	4.1574570
32	14072.	4.1483558	14132.	4.1502036	14192.	4.1520436	14252.	4.1538758	14312.	4.1557003	14372.	4.1575172
33	14073.	4.1483807	14133.	4.1502344	14193.	4.1520741	14253.	4.1539063	14313.	4.1557307	14373.	4.1575474
34	14074.	4.1484175	14134.	4.1502651	14194.	4.1521048	14254.	4.1539368	14314.	4.1557610	14374.	4.1575776
35	14075.	4.1484484	14135.	4.1502958	14195.	4.1521354	14255.	4.1539672	14315.	4.1557914	14375.	4.1576079
36	14076.	4.1484793	14136.	4.1503265	14196.	4.1521660	14256.	4.1539977	14316.	4.1558217	14376.	4.1576381
37	14077.	4.1485101	14137.	4.1503573	14197.	4.1521966	14257.	4.1540281	14317.	4.1558520	14377.	4.1576683
38	14078.	4.1485410	14138.	4.1503880	14198.	4.1522272	14158.	4.1540586	14318.	4.1558824	14378.	4.1576985
39	14079.	4.1485718	14139.	4.1504187	14199.	4.1521578	14259.	4.1540891	14319.	4.1559127	14379.	4.1577287
40	14080.	4.1486017	14140.	4.1504494	14200.	4.1521883	14260.	4.1541195	14320.	4.1559430	14380.	4.1577589
41	14081.	4.1486335	14141.	4.1504801	14201.	4.1523189	14261.	4.1541503	14321.	4.1559[illegible]33	14381.	4.1577891
42	14082.	4.1486043	14142.	4.1505108	14202.	4.1523495	14262.	4.1541804	14322.	4.1560237	14382.	4.1578193
43	14083.	4.1486952	14143.	4.1505415	14203.	4.1523801	14263.	4.1541109	14323.	4.1560340	14383.	4.1578495
44	14084.	4.1487260	14144.	4.1505722	14204.	4.1524107	14264.	4.1542413	14324.	4.1560643	14384.	4.1578797
45	14085.	4.1487569	14145.	4.1506030	14205	4.1524412	14265.	4.1542718	14325.	4.1560946	14385.	4.1579099
46	14086.	4.1487877	14146.	4.1506337	14206.	4.1524718	14266.	4.1543022	14326.	4.1561249	14386.	4.1579401
47	14087.	4.1488185	14147.	4.1506644	14207.	4.1525024	14267.	4.1543327	14327.	4.1561553	14387.	4.1579702
48	14088.	4.1488493	14148.	4.1506951	14208.	4.1525329	14268.	4.1543431	14328.	4.1561854	14388.	4.1580004
49	14089.	4.1488802	14149.	4.1507257	14209.	4.1525635	14269.	4.1543935	14329.	4.1562159	14389.	4.1580306
50	14090.	4.1489110	14150.	4.1507564	14210.	4.1525941	14270.	4.1544240	14330.	4.1562462	14390.	4.1580608
51	14091.	4.1489418	14151.	4.1507871	14211.	4.1526146	14271.	4.1544544	14331.	4.1562765	14391.	4.1580910
52	14092.	4.1489726	14152.	4.1508178	14212.	4.1526552	14272.	4.1544848	14332.	4.15630[illegible]8	14392.	4.1581212
53	14093.	4.1490035	14153.	4.1508485	14213.	4.1526858	14273.	4.1545153	14333.	4.1563371	14393.	4.1581513
54	14094.	4.1490343	14154.	4.1509792	14214.	4.1527163	14274.	4.1545457	14334.	4.1563674	14394.	4.1581815
55	14095.	4.1490651	14155.	4.1509099	14215.	4.1527469	14275.	4.1545761	14335.	4.1563977	14395.	4.1582117
56	14096.	4.1490959	14156.	4.1509406	14216.	4.1527774	14276.	4.1546066	14336.	4.1564280	14396.	4.1582418
57	14097.	4.1491267	14157.	4.1509712	14217.	4.1528080	14277.	4.1546370	14337.	4.1564583	14397.	4.1582720
58	14098.	4.1491575	14158.	4.1510019	14218.	4.1528385	14278.	4.1546674	14338.	4.1564886	14398.	4.1583022
59	14099.	4.1491883	14159.	4.1510326	14219.	4.1518691	14279.	4.1546978	14339.	4.1565189	14399.	4.1583323
60	14100.	4.1492191	14160.	4.1510633	14220.	4.1528996	14280.	4.1547282	14340.	4.1565492	14400.	4.1583625

M	12		13		14		15		16		17	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	15121.	4.1795805	15181.	4.1813004	15241.	4.1830135	15301.	4.1847198	15361.	4.1864195	15421.	4.1881125
2	15122.	4.1796092	15182.	4.1813290	15242.	4.1830420	15302.	4.1847482	15362.	4.1864478	15422.	4.1881407
3	15123.	4.1796380	15183.	4.1813576	15243.	4.1830704	15303.	4.1847766	15363.	4.1864760	15423.	4.1881689
4	15124.	4.1796667	15184.	4.1813862	15244.	4.1830989	15304.	4.1848050	15364.	4.1865043	15424.	4.1881970
5	15125.	4.1796954	15185.	4.1814148	15245.	4.1831274	15305.	4.1848333	15365.	4.1865326	15425.	4.1882252
6	15126.	4.1797241	15186.	4.1814434	15246.	4.1831559	15306.	4.1848617	15366.	4.1865608	15426.	4.1882533
7	15127.	4.1797528	15187.	4.1814720	15247.	4.1831844	15307.	4.1848901	15367.	4.1865891	15427.	4.1882815
8	15128.	4.1797815	15188.	4.1815006	15248.	4.1832129	15308.	4.1849185	15368.	4.1866174	15428.	4.1883096
9	15129.	4.1798102	15189.	4.1815292	15249.	4.1832414	15309.	4.1849468	15369.	4.1866456	15429.	4.1883378
10	15130.	4.1798389	15190.	4.1815578	15250.	4.1832698	15310.	4.1849752	15370.	4.1866739	15430.	4.1883659
11	15131.	4.1798676	15191.	4.1815864	15251.	4.1832983	15311.	4.1850036	15371.	4.1867021	15431.	4.1883941
12	15132.	4.1798963	15192.	4.1816150	15252.	4.1833268	15312.	4.1850319	15372.	4.1867304	15432.	4.1884222
13	15133.	4.1799250	15193.	4.1816435	15253.	4.1833553	15313.	4.1850603	15373.	4.1867586	15433.	4.1884504
14	15134.	4.1799537	15194.	4.1816721	15254.	4.1833837	15314.	4.1850886	15374.	4.1867869	15434.	4.1884785
15	15135.	4.1799824	15195.	4.1817007	15255.	4.1834122	15315.	4.1851170	15375.	4.1868151	15435.	4.1885066
16	15136.	4.1800111	15196.	4.1817293	15256.	4.1834407	15316.	4.1851454	15376.	4.1868434	15436.	4.1885348
17	15137.	4.1800398	15197.	4.1817579	15257.	4.1834691	15317.	4.1851737	15377.	4.1868716	15437.	4.1885629
18	15138.	4.1800685	15198.	4.1817864	15258.	4.1834976	15318.	4.1852021	15378.	4.1868999	15438.	4.1885910
19	15139.	4.1800972	15199.	4.1818150	15259.	4.1835261	15319.	4.1852304	15379.	4.1869281	15439.	4.1886192
20	15140.	4.1801259	15200.	4.1818436	15260.	4.1835545	15320.	4.1852588	15380.	4.1869563	15440.	4.1886473
21	15141.	4.1801546	15201.	4.1818722	15261.	4.1835830	15321.	4.1852871	15381.	4.1869846	15441.	4.1886754
22	15142.	4.1801832	15202.	4.1819007	15262.	4.1836114	15322.	4.1853155	15382.	4.1870128	15442.	4.1887035
23	15143.	4.1802119	15203.	4.1819293	15263.	4.1836399	15323.	4.1853438	15383.	4.1870410	15443.	4.1887317
24	15144.	4.1802406	15204.	4.1819579	15264.	4.1836684	15324.	4.1853721	15384.	4.1870693	15444.	4.1887598
25	15145.	4.1802693	15205.	4.1819864	15265.	4.1836968	15325.	4.1854005	15385.	4.1870975	15445.	4.1887879
26	15146.	4.1802980	15206.	4.1810150	15266.	4.1837253	15326.	4.1854288	15386.	4.1871257	15446.	4.1888160
27	15147.	4.1803266	15207.	4.1810435	15267.	4.1837537	15327.	4.1854572	15387.	4.1871540	15447.	4.1888441
28	15148.	4.1803553	15208.	4.1820711	15268.	4.1837822	15328.	4.1854855	15388.	4.1871822	15448.	4.1888723
29	15149.	4.1803840	15209.	4.1821007	15269.	4.1838106	15329.	4.1855138	15389.	4.1872104	15449.	4.1889004
30	15150.	4.1804126	15210.	4.1821291	15270.	4.1838390	15330.	4.1855422	15390.	4.1872386	15450.	4.1889285
31	15151.	4.1804413	15211.	4.1821578	15271.	4.1838675	15331.	4.1855705	15391.	4.1872668	15451.	4.1889566
32	15152.	4.1804700	15212.	4.1821863	15272.	4.1838959	15332.	4.1855988	15392.	4.1872951	15452.	4.1889847
33	15153.	4.1804986	15213.	4.1822149	15273.	4.1839244	15333.	4.1856271	15393.	4.1873233	15453.	4.1890128
34	15154.	4.1805273	15214.	4.1822434	15274.	4.1830528	15334.	4.1856555	15394.	4.1873515	15454.	4.1800409
35	15155.	4.1805559	15215.	4.1822710	15275.	4.1839811	15335.	4.1856838	15395.	4.1873797	15455.	4.1890690
36	15156.	4.1805846	15216.	4.1823005	15276.	4.1840096	15336.	4.1857121	15396.	4.1874079	15456.	4.1890971
37	15157.	4.1806133	15217.	4.1823290	15277.	4.1840381	15337.	4.1857404	15397.	4.1874361	15457.	4.1891252
38	15158.	4.1806419	15218.	4.1823576	15278.	4.1840665	15338.	4.1857687	15398.	4.1874643	15458.	4.1891533
39	15159.	4.1806706	15219.	4.1823861	15279.	4.1840949	15339.	4.1857970	15399.	4.1874925	15459.	4.1891814
40	15160.	[illegible]	15220.	4.1824147	15280.	4.1841234	15340.	4.1858254	15400.	4.1875207	15460.	4.1892095
41	15161.	4.18072[illegible]8	15221.	4.1824432	15281.	4.1841518	15341.	4.1858537	15401.	4.1875489	15461.	4.1892376
42	15162.	4.1807565	15222.	4.1824717	15282.	4.1841802	15342.	4.1858820	15402.	4.1875771	15462.	4.1892657
43	15163.	4.1807851	15223.	4.1825002	15283.	4.1842086	15343.	4.1859103	15403.	4.1876053	15463.	4.1892938
44	15164.	4.1808138	15224.	4.1825288	15284.	4.1842370	15344.	4.1859386	15404.	4.1876335	15464.	4.1893218
45	15165.	4.1808424	15225.	4.1825573	15285.	4.1842654	15345.	4.1859669	15405.	4.1876617	15465.	4.1893499
46	15166.	4.1808711	15226.	4.1825858	15286.	4.1842939	15346.	4.1859951	15406.	4.1876899	15466.	4.1893780
47	15167.	4.1808997	15227.	4.1826143	15287.	4.1843223	15347.	4.1860235	15407.	4.1877181	15467.	4.1894061
48	15168.	4.1809283	15228.	4.1826429	15288.	4.1843507	15348.	4.1860518	15408.	4.1877463	15468.	4.1894342
49	15169.	4.1809570	15229.	4.1826714	15289.	4.1843791	15349.	4.1860801	15409.	4.1877745	15469.	4.1894622
50	15170.	4.1809856	15230.	4.1826999	15290.	4.1844075	15350.	4.1861084	15410.	4.1878016	15470.	4.1894903
51	15171.	4.1810142	15231.	4.1827284	15291.	4.1844359	15351.	4.1861367	15411.	4.1878308	15471.	4.1895184
52	15172.	4.1810428	15232.	4.1827569	15292.	4.1844643	15352.	4.1861650	15412.	4.1878590	15472.	4.1895465
53	15173.	4.1810715	15233.	4.1827854	15293.	4.1844927	15353.	4.1861932	15413.	4.1878872	15473.	4.1895745
54	15174.	4.1811001	15234.	4.1828140	15294.	4.1845211	15354.	4.1862215	15414.	4.1870154	15474.	4.1896026
55	15175.	4.1811287	15235.	4.1828425	15295.	4.1845495	15355.	4.1862498	15415.	4.1879435	15475.	4.1896307
56	15176.	4.1811573	15236.	4.1828710	15296.	4.1845779	15356.	4.1862781	15416.	4.1879717	15476.	4.1896587
57	15177.	4.1811859	15237.	4.1828995	15297.	4.1846063	15357.	4.1863064	15417.	4.1879999	15477.	4.1896868
58	15178.	4.1812145	15238.	4.1819280	15298.	4.1846347	15358.	4.1863347	15418.	4.1880280	15478.	4.1897148
59	15179.	4.1812431	15239.	4.1819565	15299.	4.1846630	15359.	4.1863629	15419.	4.1880562	15479.	4.1897429
60	15180.	4.1812718	15240.	4.1829850	15300.	4.1846914	15360.	4.1863912	15420.	4.1880844	15480.	4.1897710

M	18		19		20		21		22		23	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	15481.	4.1897990	15541.	4.1914790	15601.	4.1931524	15661.	4.1948195	15721.	4.1964802	15781.	4.1981345
2	15482.	4.1898271	15542.	4.1915069	15602.	4.1931803	15662.	4.1948472	15722.	4.1965078	15782.	4.1981620
3	15483.	4.1898551	15543.	4.1915348	15603.	4.1932081	15663.	4.1948749	25723.	4.1965354	15783.	4.1981895
4	15484.	4.1898832	15544.	4.1915628	15604.	4.1932359	15664.	4.1949027	15724.	4.1965630	15784.	4.1982171
5	15485.	4.1899112	15545.	4.1915907	15605.	4.1932638	15665.	4.1949304	15725.	4.1965907	15785.	4.1982446
6	15486.	4.1899393	15546.	4.1915187	15606.	4.1932916	15666.	4.1949581	15726.	4.1966183	25786.	4.1982721
7	15487.	4.1899673	15547.	4.1916466	15607.	4.1933194	15667.	4.1949858	15727.	4.1966459	15787.	4.1982996
8	15488.	4.1899953	15548.	4.1916745	15608.	4.1933473	15668.	4.1950136	15728.	4.1966735	15788.	4.1983171
9	15489.	4.1900234	15549.	4.1917025	15609.	4.1933751	15669.	4.1950413	15729.	4.1967011	15789.	4.1983546
10	15490.	4.1900514	15550.	4.1917304	15610.	4.1934029	15670.	4.1950690	15730.	4.1967187	15790.	4.1983821
11	15491.	4.1900795	15551.	4.1917583	15611.	4.1934307	15671.	4.1950967	15731.	4.1967563	15791.	4.1984096
12	15492.	4.1901075	15552.	4.1917862	15612.	4.1934585	15672.	4.1951244	15732.	4.1967839	15792.	4.1984371
13	15493.	4.1901355	15553.	4.1918142	15613.	4.1934864	15673.	4.1951521	15733.	4.1968115	15793.	4.1984646
14	15494.	4.1901636	15554.	4.1918421	15614.	4.1935142	15674.	4.1951798	15734.	4.1968391	15794.	4.1984921
15	15495.	4.1901916	15555.	4.1918700	15615.	4.1935410	15675.	4.1952075	15735.	4.1968667	15795.	4.1985196
16	15496.	4.1902196	15556.	4.1918979	15616.	4.1935698	15676.	4.1952353	15736.	4.1968943	15796.	4.1985471
17	15497.	4.1902476	15557.	4.1919259	15617.	4.1935976	15677.	4.1951630	15737.	4.1969219	15797.	4.1985746
18	15498.	4.1902757	15558.	4.1919538	15618.	4.1936254	15678.	4.1952907	15738.	4.1969495	15798.	4.1986021
19	15499.	4.1903037	15559.	4.1919817	15619.	4.1936532	15679.	4.1953184	15739.	4.1969771	15799.	4.1986296
20	15500.	4.1903317	15560.	4.1920096	15620.	4.1936810	15680.	4.1953461	15740.	4.1970047	15800.	4.1986571
21	15501.	4.1903597	15561.	4.1920375	15621.	4.1937088	15681.	4.1953738	15741.	4.1970323	15801.	4.1986846
22	15502.	4.1903877	15562.	4.1920654	15622.	4.1937366	15682.	4.1954014	15742.	4.1970599	15802.	4.1987121
23	15503.	4.1904157	15563.	4.1910933	15623.	4.1937644	15683.	4.1954291	15743.	4.1970875	15803.	4.1987395
24	15504.	4.1904438	15564.	4.1921212	15624.	4.1937912	15684.	4.1954568	15744.	4.1971151	15804.	4.1987670
25	15505.	4.1904718	15565.	4.1921491	15625.	4.1938200	15685.	4.1954845	15745.	4.1971427	15805.	4.1987945
26	15506.	4.1904998	15566.	4.1921770	15626.	4.1938478	15686.	4.1955121	15746.	4.1971702	15806.	4.1988220
27	15507.	4.1905278	15567.	4.1922049	15627.	4.1938756	15687.	4.1955395	15747.	[illegible]	15807.	4.1988495
28	15508.	4.1905558	15568.	4.1922328	15628.	4.1939034	15688.	[illegible]	15748.	4.1972254	15808.	[illegible]
29	15509.	4.1905838	15569.	4.1922607	15629.	4.1939312	15689.	4.1955953	15749.	[illegible]	15809	[illegible]
30	15510.	4.1906118	15570.	4.1922886	15630.	4.1939590	15690.	4.1956229	15750.	[illegible]	15810.	[illegible]
31	15511.	4.1906398	15571.	4.1923165	15631.	4.1939868	15691.	4.1956506	15751	4.1973081	15811.	[illegible]
32	15512.	4.1906678	15572.	4.1923444	15632.	4.1940145	15692.	4.1956783	15752.	4.1973357	15812.	[illegible]
33	15513.	4.1906958	15573.	4.1923723	15633.	4.1940423	15693.	4.1957060	15753.	[illegible]	15813.	[illegible]
34	15514.	4.1907238	15574.	4.1924001	15634.	4.1940701	15694.	4.1957336	15754.	4.1973908	15814.	4.1990417
35	15515.	4.1907518	15575.	4.1924281	15635.	4.1940979	15695.	4.1957613	15755.	[illegible]	15815.	[illegible]
36	15516.	4.1907798	15576.	4.1924559	15636.	4.1941257	15696.	[illegible]	15756.	[illegible]	15816.	[illegible]
37	15517.	4.1908078	15577.	4.1924838	15637.	4.1941534	15697.	4.1958167	15757.	4.1974735	15817.	4.1991241
38	15518.	4.1908357	15578.	4.1925117	15638.	4.1941812	15698.	4.1958443	15758.	4.1975011	15818.	4.1991516
39	15519.	4.1908637	15579.	4.1925396	15639.	4.1942090	15699.	4.1958720	15759.	4.1975287	15819.	4.1991790
40	15520.	4.1908917	15580.	4.1925675	15640.	4.1942307	15700.	4.1958997	15760.	4.1975562	15820.	4.1991065
41	15521.	4.1909197	15581.	4.1925953	15641.	4.1942645	15701.	4.1959273	15761.	4.1975838	15821.	4.1992339
42	15522.	4.1909477	15582.	4.1926232	15642.	4.1942923	15702.	4.1959550	15762.	4.1976113	15822.	[illegible]
43	15523.	4.1909757	15583.	4.1926511	15643.	4.1943200	15703.	4.1959816	15763.	4.1976389	15823.	4.1992888
44	15524.	4.1910036	15584.	4.1926789	15644.	4.1943478	15704.	4.1960103	15764.	4.1976664	15824.	4.1993163
45	15525.	4.1910316	15585.	4.1027068	15645.	4.1943756	15705.	4.1960379	15765.	4.1976940	15825.	4.1993437
46	15526.	4.1910596	15586.	4.1927347	15646.	4.1944033	15706.	4.1960656	15766.	4.1977215	15826.	4.1993712
47	15527.	4.1910876	15587.	4.1927625	15647.	4.1944311	15707.	4.1960932	15767.	4.1977491	15827.	4.1993986
48	15528.	4.1911155	15588.	4.1927904	15648.	4.1944588	15708.	4.1961109	15768.	4.1977766	15828.	4.1994260
49	15529.	4.1911435	15589.	4.1918183	15649.	4.1944866	15709.	4.1961485	15769.	4.1978041	15829.	4.1994535
50	15530.	4.1911715	15590.	4.1928461	15650.	4.1945143	15710.	4.1961762	15770.	4.1978317	15830.	4.1994809
51	15531.	4.1911994	15591.	4.1928740	15651.	4.1945421	15711.	4.1962038	15771.	4.1978502	15831.	4.1995083
52	15532.	4.1912274	15592.	4.1929018	25652.	4.1945698	15712.	4.1962315	15772.	4.1978868	15832.	4.1995358
53	15533.	4.1912553	15593.	4.1919297	15653.	4.1945978	15713.	4.1961591	15773.	4.1979141	15833.	4.1995632
54	15534.	4.1012833	15594.	4.1929575	15654.	4.1946253	15714.	4.1962868	15774.	4.1979418	15834.	4.1095906
55	15535.	4.1913113	15595.	4.1929854	15655.	4.1946531	15715.	4.1963144	15775.	4.1979694	15835.	4.1996181
56	15536.	4.1913392	15596.	4.1930132	15656.	4.1946808	15716.	4.1963420	15776.	4.1979969	15836.	4.1996455
57	15537.	4.1913672	15597.	4.1930411	15657.	4.1947086	15717.	4.1963697	15777.	4.1980244	15837.	4.1996729
58	15538.	4.1913951	15598.	4.1930689	15658.	4.1947363	15718.	4.1963973	15778.	4.1980520	15838.	4.1997003
59	15539.	4.1914231	15599.	4.1930968	15659.	4.1947640	15719.	4.1964249	15779.	4.1980795	15839.	4.1997278
60	15540.	4.1914510	15600.	4.1931246	15660.	4.1947918	15720.	4.1964525	25780.	4.1981070	15840.	4.1997552

M	24		25		26		27		28		29	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	15841.	4.1997826	15901.	4.2014244	15961.	4.2030601	16021.	4.2046896	16081.	4.2063131	16141.	4.2079304
2	15842.	4.1998100	15902.	4.2014517	15962.	4.2030873	16022.	4.2047167	16082.	4.2063401	16142.	4.2079573
3	15843.	4.1998374	15903.	4.1014791	15963.	4.2031145	16023.	4.2047438	16083.	4.2063671	16143.	4.2079842
4	15844.	4.1998648	15904.	4.2015064	15964.	4.2031417	16024.	4.2047709	16084.	4.2063941	16144.	4.2080111
5	15845.	4.1998922	15905.	4.2015337	15965.	4.2031689	16025.	4.2047980	16085.	4.2064211	16145.	4.2080380
6	15846.	4.1999197	15906.	4.2015610	15966.	4.2031961	16026.	4.2048252	16086.	4.2064481	16146.	4.2080649
7	15847.	4.1999471	15907.	4.2015883	15967.	4.2032233	16027.	4.2048522	16087.	4.2064751	16147.	4.2080918
8	15848.	4.1999745	15908.	4.2016156	15968.	4.2032505	16028.	4.2048793	16088.	4.2065021	16148.	4.2081187
9	15849.	4.2000019	15909.	4.2016429	15969.	4.2032777	16029.	4.2049064	16089.	4.2065291	16149.	4.2081456
10	15850.	4.2000293	15910.	4.2016701	15970.	4.2033049	16030.	4.2049335	16090.	4.2065560	16150.	4.2081725
11	15851.	4.2000567	15911.	4.2016975	15971.	4.2033321	16031.	4.2049606	16091.	4.2065830	16151.	4.2081994
12	15852.	4.2000841	15912.	4.2017248	15972.	4.2033593	16032.	4.2049877	16091.	4.2066100	16152.	4.2082263
13	15853.	4.2001115	15913.	4.2017521	15973.	4.2033865	16033.	4.2050148	16093.	4.2066370	16153.	4.2082532
14	15854.	4.2001389	15914.	4.2017794	15974.	4.2034137	16034.	4.2050419	16094.	4.2066640	16154.	4.2082801
15	15855.	4.2001662	15915.	4.2018066	15975.	4.2034409	16035.	4.2050690	16095.	4.2066910	16155.	4.2083070
16	15856.	4.2001936	15916.	4.2018339	15976.	4.2034681	16036.	4.1050960	16096.	4.2067180	16156.	4.2083338
17	15857.	4.2002210	15917.	4.2018612	15977.	4.2034952	16037.	4.2051231	16097.	4.2067449	16157.	4.2083607
18	15858.	4.2002484	15918.	4.2018885	15978.	4.2035124	16038.	4.2051502	16098.	4.2067719	16158.	4.2083876
19	15859.	4.2002758	15919.	4.2019158	15979.	4.2035496	16039.	4.2051773	16099.	4.2067989	16159.	4.2084145
20	15860.	4.2003032	15920.	4.2019431	15980.	4.2035768	16040.	4.2052044	16100.	4.2068259	16160.	4.2084414
21	15861.	4.2003306	15921.	4.2019703	15981.	4.2036040	16041.	4.2052314	16101.	4.2068529	16161.	4.2084682
22	15862.	4.2003579	15922.	4.2019976	15982.	4.2036311	16042.	4.2052585	16102.	4.2068798	16162.	4.2084951
23	15863.	4.2003853	15923.	4.2020249	15983.	4.2036583	16043.	4.2051856	16103.	4.2069068	16163.	4.2085220
24	15864.	4.2004127	15924.	4.2020522	15984.	4.2036855	16044.	4.2053127	16104.	4.2069338	16164.	4.2085488
25	15865.	4.2004401	15925.	4.2020794	15985.	4.2037126	16045.	4.2053397	16105.	4.2069607	16165.	4.2085757
26	15866.	4.2004675	15926.	4.2021067	15986.	4.2037398	16046.	4.2053668	16106.	4.2069877	16166.	4.2086026
27	15867.	4.2004948	15927.	4.2021340	15987.	4.2037670	16047.	4.2053939	16107.	4.2070147	16167.	4.2086294
28	15868.	4.2005222	15928.	4.2021612	15988.	4.2037942	16048.	4.2054209	16108.	4.2070416	16168.	4.2086563
29	15869.	4.2005496	15929.	4.2021885	15989.	4.2038213	16049.	4.2054480	16109.	4.2070686	16169.	4.2086832
30	15870.	4.2005769	15930.	4.2022158	15990.	4.2038485	16050.	4.2054750	16110.	4.2070955	16170.	4.2087100
31	15871.	4.2006041	15932.	4.2022430	15991.	4.2038756	16051.	4.2055021	16111.	4.2071225	16171.	4.2087369
32	15872.	4.2006317	15932.	4.2022703	15992.	4.2039028	16052.	4.2055292	16112.	4.2071495	16172.	4.2087637
33	15873.	4.2006590	15933.	4.2022976	15993.	4.2039299	16053.	4.2055562	16113.	4.2071764	16173.	4.2087906
34	15874.	4.2006864	15934.	4.2023248	15994.	4.2039571	16054.	4.2055833	16114.	4.2072034	16174.	4.2088174
35	15875.	4.2007137	15935.	4.2023521	15995.	4.2039842	16055.	4.2056203	16115.	4.2072303	16175.	4.2088443
36	15876.	4.2007411	15936.	4.2023791	15996.	4.2040114	16056.	4.2056374	16116.	4.2072573	16176.	4.2088712
37	15877.	4.2007684	15937.	4.2024066	15997.	4.2040385	16057.	4.2056644	16117.	4.207284.	16177.	4.2088980
38	15878.	4.2007958	15938.	4.2024338	15998.	4.2040657	16058.	4.2056915	16128.	4.2073112	16178.	4.2089248
39	15879.	4.2008231	15939.	4.2024611	15999.	4.2040928	16059.	4.2057185	16119.	4.2073381	16179.	4.2089517
40	15880.	4.2008505	15940.	4.202488	16000.	4.2041200	16060.	4.2057455	16120.	4.2073650	16180.	4.2089785
41	15881.	4.2008778	15941.	4.2025156	16001.	4.2041471	16061.	4.2057726	16121.	4.2073920	16181.	4.2090054
42	15882.	4.2009052	15942.	4.2025428	16002.	4.2041743	16062.	4.2057996	16122.	4.2074189	16182.	4.2090322
43	15883.	4.2009325	15943.	4.2025700	16003.	4.2042014	16063.	4.2058267	16123.	4.2074459	16183.	4.2090590
44	15884.	4.2009599	15944.	4.2025973	16004.	4.2042285	16064.	4.2058537	16124.	4.2074718	16184.	4.2090859
45	15885.	4.2009872	15945.	4.2026245	16005.	4.2042557	16065.	4.2058807	16125.	4.2074997	16185.	4.2091127
46	15886.	4.2010146	15946.	4.2026518	16006.	4.2042828	16066.	4.2059078	16126.	4.2075267	16186.	4.2091395
47	15887.	4.2010419	15947.	4.2026790	16007.	4.2043099	16067.	4.2059348	16127.	4.2075536	16187.	4.2091664
48	15888.	4.2010692	15948.	4.2027062	16008.	4.2043371	16068.	4.2059618	16128.	4.2075805	16188.	4.2091932
49	15889.	4.2010966	15949.	4.2027335	16009.	4.2043642	16069.	4.2059889	16129.	4.2076074	16189.	4.2092200
50	15890.	4.2011239	15950.	4.2027607	16010.	4.2043913	16070.	4.2060159	16230.	4.2076344	16190.	4.2092468
51	15891.	4.2011512	15951.	4.2027879	16011.	4.2044185	16071.	4.1060429	16131.	4.2076613	16191.	4.2092737
52	15892.	4.2012786	15952.	4.2028151	16012.	4.2044456	16072.	4.2060699	16132.	4.2076882	16192.	4.2093005
53	15893.	4.2012059	15953.	4.2028424	16013.	4.2044727	16073.	4.2060969	16133.	4.2077151	16193.	4.2093273
54	15894.	4.2012332	15954.	4.2028696	16014.	4.2044998	16074.	4.2061240	16234.	4.2077421	16194.	4.2093541
55	15895.	4.2012605	15955.	4.2028968	16025.	4.2045269	16075.	4.1061510	16135.	4.2077690	16195.	4.2093810
56	15896.	4.2012879	15956.	4.2029240	16016.	4.2045541	16076.	4.2061780	16136.	4.1077959	16196.	4.2094078
57	15897.	4.2013152	15957.	4.2029512	16017.	4.2045812	16077.	4.2062050	16137.	4.2078228	16197.	4.2094346
58	15898.	4.2013425	15958.	4.2029785	16018.	4.2046083	16078.	4.2062320	16138.	4.2078497	16198.	4.2094614
59	15899.	4.2013698	15959.	4.2030057	16019.	4.2046354	16079.	4.2062590	16139.	4.2078766	16199.	4.2094882
60	15900.	4.2013971	15960.	4.2030329	16020.	4.2046625	16080.	4.2062860	16140.	4.2079035	16200.	4.2095150

M	30		31		32		33		34		35	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit	N.	Logarit.
1	16201.	4.2095418	16261.	4.2111472	16321.	4.2127468	16381.	4.2143404	16441.	4.2159281	16501.	4.2175103
2	16201.	4.2095686	26162.	4.2111740	16322.	4.2127734	16382.	4.2143669	16442.	4.2159546	16502.	4.2175366
3	16203.	4.2095954	16263.	4.2112007	16323.	4.2128000	16383.	4.2143934	16443.	4.2159811	16503.	4.2175629
4	16204.	4.2096221	16264.	4.2112274	16324.	4.2128266	16384.	4.2144199	16444.	4.2160075	16504.	4.2175892
5	16205.	4.2096490	16265.	4.2112541	16325.	4.2118532	16385.	4.2144404	16445.	4.2160339	16505.	4.2176155
6	16206.	4.2096758	16266.	4.2112808	16326.	4.2128798	16386.	4.2144730	16446.	4.2160603	16506.	4.2176418
7	16207.	4.2007026	16167.	4.2113075	16327.	4.2129064	16387.	4.2144995	16447.	4.2160867	16507.	4.2176682
8	16208.	4.2097294	16168.	4.2113342	16328.	4.2129330	16388.	4.2145260	16448.	4.2161131	16508.	4.2176945
9	16209.	4.2097562	16269.	4.2113609	16329.	4.2129596	16389.	4.2145525	16449.	4.2161395	16509.	4.2177208
10	16210.	4.2097830	16270.	4.2113876	16330.	4.2129862	16390.	4.2145790	16450.	4.2461659	16510.	4.2177471
21	16211.	4.2098098	16271.	4.2114142	16331.	4.2130118	16391.	4.2146055	16451.	4.2161923	16511.	4.2177734
12	16212.	4.1098366	16272.	4.1114409	16332.	4.2130394	16392.	4.2146319	16452.	4.1161187	16512.	4.2177997
23	16213.	4.2098634	16273.	4.2114076	16333.	4.2130660	16393.	4.2146584	16453.	4.2162451	16513.	4.2178260
14	16214.	4.2098902	16274.	4.2114943	16334.	4.2130926	16394.	4.2146849	16454.	4.2162715	16514.	4.2178513
15	16215.	4.2099170	16175.	4.2115210	16335.	4.2131191	16395.	4.2147114	16455.	4.2162979	16515.	4.2178786
16	16116.	4.2099437	16276.	4.2115477	16336.	4.2131457	16396.	4.2147379	16456.	4.2163243	16516.	4.2179049
17	16117.	4.2099705	16277.	4.2115744	16337.	4.2131723	16397.	4.2147644	16457.	4.2163507	16517.	4.2179312
18	16218.	4.2099973	26178.	4.2116010	16338.	4.2131989	16398.	4.2147909	16458.	4.2163771	16518.	4.2179575
19	16229.	4.2100241	16279.	4.2116277	16339.	4.2132255	16399.	4.2148174	16459.	4.2164034	16519.	4.2179838
20	16220.	4.2100508	16280.	4.2116544	15340.	4.2132521	16400.	4.2148438	16460.	4.2164298	16520.	4.2180100
21	16221.	4.2100776	16281.	4.2116811	16341.	4.2132786	16401.	4.2148703	16461.	4.2164562	16521.	4.2180363
22	16222.	4.1101044	16282.	4.2117078	16342.	4.2133052	15402.	4.2148968	16462.	4.2164826	16522.	4.2180626
23	16123.	4.2101312	16283.	4.2117344	16343.	4.2133318	16403.	4.2149233	16463.	4.2165090	16523.	4.2180889
24	16224.	4.2101579	16284.	4.2117611	16344.	4.2133584	16404.	4.2149498	16464.	4.2165354	16524.	4.2181152
25	16225.	4.2101847	16185.	4.2117878	16345.	4.2133849	16405.	4.2149762	16465.	4.2165617	16525.	4.2181415
26	16226.	4.2102115	16286.	4.2118144	16346.	4.2134115	15406.	4.2150027	26466.	4.2165881	16516.	4.2181677
27	16227.	4.2102382	16287.	4.2118411	16347.	4.2134381	16407.	4.1150292	16467.	4.2160145	16517.	4.2181940
28	16228.	4.2102650	16288.	4.2118678	16348.	4.2134646	16408.	4.2150556	16468.	4.2166409	16528.	4.2182103
29	16219.	4.2102918	16189.	4.2118944	16349.	4.2134912	16409.	4.2150821	16469.	4.2166672	16529.	4.2182466
30	16230.	4.2103185	16190.	4.2119211	16350.	4.2135178	16410.	4.2151086	16470.	4.2166936	16530.	4.2182729
31	16231.	4.2103453	16291.	4.2119477	16351.	4.2135443	16411.	4.2151350	16471.	4.2167200	16531.	4.2182991
32	16232.	4.2103720	16192.	4.2119744	16352.	4.1135709	16411.	4.2151615	16472.	4.2167463	16532.	4.2183254
33	16233.	4.2103988	26293.	4.2120011	16353.	4.2135974	16413.	4.2151880	16473.	4.2167727	16533.	4.2183517
34	16234.	4.2104255	16294.	4.2120277	16354.	4.2136240	16414.	4.2152144	16474.	4.2167991	16534.	4.2183779
35	16235.	4.1104513	16195.	4.2120544	16355.	4.2136505	16415.	4.2152409	16475.	4.2168154	16535.	4.2184042
36	16236.	4.2104790	16296.	4.2120810	16356.	4.2136771	16416.	4.2152673	16476.	4.2168518	16536.	4.2184305
37	16237.	4.2105058	26297.	4.2121077	16357.	4.2137037	16417.	4.2151938	16477.	4.2168781	16537.	4.2184567
38	16238.	4.2105325	16298.	4.2121343	16358.	4.2137302	16418.	4.2153203	16478.	4.2169045	16538.	4.2184830
39	16239.	4.2205593	16299.	4.2121610	16359.	4.2137568	16419.	4.2153467	16479.	4.2169309	16539	4.2185092
40	16240.	4.2105860	16300.	4.2121876	16360.	4.2137833	16420.	4.2153732	16480.	4.2169572	16540.	4.2185355
41	16241.	4.2106128	16301.	4.2122142	16361.	4.2138098	16421.	4.2153996	16481.	4.2169836	16541.	4.2185618
42	16242.	4.2106395	16302.	4.2122409	26362.	4.2138364	16422.	4.2154260	16481.	4.2170299	16542.	4.2185880
43	16243.	4.2106662	16303.	4.2122675	16363.	4.2138619	16423.	4.2154525	16483.	4.2170363	16543.	4.2186143
44	16244.	4.2106930	16304.	4.2122941	16364.	4.2138895	16424.	4.2154789	16484.	4.2170620	16544.	4.2186405
45	16245.	4.2107197	16305.	4.2123208	16365.	4.2139160	16425.	4.2155054	16485.	4.2170890	16545.	4.2186668
46	10246.	4.2107464	16306.	4.2123474	16366.	4.2139425	16426.	4.2155318	16486.	4.2171153	16546.	4.2186930
47	16247.	4.2107732	16307.	4.1123741	16367.	4.2139691	16427.	4.2155583	16487.	4.2171416	16547.	4.2187193
48	16248.	4.2107999	16308.	4.2124007	16368.	4.1139956	16428.	4.2155847	16488.	4.2171680	16548.	4.2187455
49	16249.	4.2108166	16309.	4.1124273	16369.	4.2140221	16429.	4.2156111	16489.	4.2171943	16549.	4.2187718
50	16250.	4.2108534	16310.	4.2124540	16370.	4.2140487	16430.	4.2156376	16490.	4.2172207	16550.	4.2187980
51	16251.	4.2108801	16311.	4.1124806	16371.	4.2140752	16431.	4.2156640	16491.	4.2172470	16551.	4.2188243
52	10252.	4.1109068	16312.	4.2125072	16372.	4.2141017	16432.	4.2156904	16492.	4.2172733	16552.	4.2188505
53	16253.	4.2109335	16313.	4.2125338	16373.	4.2141283	16433.	4.2157169	16493.	4.2171997	16553.	4.2188767
54	16254.	4.2109603	16314.	4.2125605	16374.	4.2141548	16434.	4.2157433	16494.	4.2173260	16554.	4.2180030
55	10255.	4.1109870	16315.	4.2125871	16375.	4.2141813	16435.	4.2157697	16495.	4.2173523	16555.	4.2189192
56	16256.	4.2110137	16316.	4.2126137	16376.	4.2142078	16436.	4.2157961	16496.	4.2173786	16556.	4.2189554
57	16257.	4.2110404	16317.	4.2126403	16377.	4.2142343	16437.	4.2158226	16497.	4.2174050	16557.	4.2189816
58	16258.	4.2110671	16318.	4.2126669	16378.	4.2142609	16438.	4.2158490	16498.	4.2174313	16558.	4.2190079
59	16259.	4.1110938	16329.	4.2126935	16379.	4.2142874	16439.	4.2158754	16499.	4.2174576	16559.	4.2190342
60	16260.	4.2111205	16320.	4.2127202	16380.	4.2143139	16440.	4.2159018	16500.	4.2174839	16560.	4.2190603

M	36		37		38		39		40		41	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	16561.	4.2190866	16621.	4.2206571	16681.	4.2222221	16741.	4.2237814	16801.	4.2253351	16861.	4.2268833
2	16562.	4.2191128	16622.	4.2206833	16682.	4.2222481	16742.	4.2238073	16802.	4.2253610	16862.	4.2269091
3	16563.	4.2191390	16623.	4.2207094	16683.	4.2222741	16743.	4.2238333	16803.	4.2253868	16863.	4.2269348
4	16564.	4.2191652	16624.	4.2207355	16684.	4.2223001	16744.	4.2238592	16804.	4.2254127	16864.	4.2269606
5	16565.	4.2191914	16625.	4.2207617	16685.	4.2223262	16745.	4.2238852	16805.	4.2254385	16865.	4.2269863
6	16566.	4.2192177	16626.	4.2207878	16686.	4.2223522	16746.	4.2239111	16806.	4.2254644	16866.	4.2270121
7	16567.	4.2192439	16627.	4.2208139	16687.	4.2223783	16747.	4.2239370	16807.	4.2254902	16867.	4.2270378
8	16568.	4.2192701	16628.	4.2208400	16688.	4.2224043	16748.	4.2239630	16808.	4.2255160	16868.	4.2270636
9	16569.	4.2192963	16629.	4.2208661	16689.	4.2224303	16749.	4.2239889	16809.	4.2255419	16869.	4.2270893
10	16570.	4.2193225	16630.	4.2208922	16690.	4.2224563	16750.	4.2240148	16810.	4.2255677	16870.	4.2271151
11	16571.	4.2193487	16631.	4.2209184	16691.	4.2224824	16751.	4.2240407	16811.	4.2255935	16871.	4.2271408
12	16572.	4.2193749	16632.	4.2209445	16692.	4.2225084	16752.	4.2240667	16812.	4.2256194	16872.	4.2271666
13	16573.	4.2194011	16633.	4.2209706	16693.	4.2225344	16753.	4.2240926	16813.	4.2256452	16873.	4.2271923
14	16574	4.2194273	16634.	4.2209967	16694.	4.2225604	16754.	4.2241185	16814.	4.2256710	16874.	4.2272180
15	16575.	4.2194535	16635.	4.2210228	16695.	4.2225864	16755.	4.2241444	16815.	4.2256969	16875.	4.2272438
16	16576.	4.2194797	16636.	4.2210489	16696.	4.2226124	16756.	4.2241704	16816.	4.2257227	16876.	4.2272695
17	16577.	4.2195059	16637.	4.2210750	16697.	4.2226384	16757.	4.2241963	16817.	4.2257485	16877.	4.2272953
18	16578.	4.2195321	16638.	4.2211011	16698.	4.2226645	16758.	4.2242222	16818.	4.2257743	16878.	4.2273210
19	16579.	4.2195583	16639.	4.2211272	16699.	4.2226905	16759.	4.2242481	16819.	4.2258002	16879.	4.2273467
20	16580.	4.2195845	16640.	4.2211533	16700.	4.2227165	16760.	4.2242740	16820.	4.2258260	16880.	4.2273724
21	16581.	4.2196107	16641.	4.2211794	16701.	4.2227425	16761.	4.2242999	16821.	4.2258518	16881.	4.2273982
22	16582.	4.2196369	16642.	4.2212055	16702.	4.2227685	16762.	4.2243258	16822.	4.2258776	16882.	4.2274239
23	16583.	4.2196631	16643.	4.2212316	16703.	4.2227945	16763.	4.2243517	16823.	4.2259034	16883.	4.2274496
24	16584.	4.2196893	16644.	4.2212577	16704.	4.2228205	16764.	4.2243777	16824.	4.2259293	16884.	4.2274753
25	16585.	4.2197155	16645.	4.2212838	16705.	4.2228465	16765.	4.2244036	16825.	4.2259551	16885.	4.2275012
26	16586.	4.2197417	16646.	4.2213099	16706.	4.2228725	16766.	4.2244295	16826.	4.2259809	16886.	4.2275268
27	16587.	4.2197678	16647.	4.2213360	16707.	4.2228985	16767.	4.2244554	16827.	4.2260067	16887.	4.2275525
28	16588.	4.2197940	16648.	4.2213621	16708.	4.2229245	16768.	4.2244813	16828.	4.2260325	16888.	4.2275782
29	16589.	4.2198202	16649.	4.2213882	16709.	4.2229505	16769.	4.2245072	16829.	4.2260583	16889.	4.2276039
30	16590.	4.2198464	16650.	4.2214142	16710.	4.2229764	16770.	4.2245331	16830.	4.2260841	16890.	4.2276296
31	16591.	4.2198725	16651.	4.2214403	16711.	4.2230024	16771.	4.2245590	16831.	4.2261099	16891.	4.2276554
32	16592.	4.2198987	16652.	4.2214664	16712.	4.2230284	16772.	4.2245849	16832.	4.2261357	16892.	4.2276811
33	16593.	4.2199249	16653.	4.2214925	16713.	4.2230544	16773.	4.2246107	16833.	4.2261615	16893.	4.2277068
34	16594.	4.2199511	16654.	4.2215186	16714.	4.2230804	16774.	4.2246366	16834.	4.2261873	16894.	4.2277325
35	16595.	4.2199773	16655.	4.2215446	16715.	4.2231064	16775.	4.2246625	16835.	4.2262131	16895.	4.2277582
36	16596.	4.2200034	16656.	4.2215707	16716.	4.2231324	16776.	4.2246884	16836.	4.2262389	16896.	4.2277839
37	16597.	4.2200296	16657.	4.2215968	16717.	4.2231583	16777.	4.2247143	16837.	4.2262647	16897.	4.2278096
38	16598.	4.2200558	16658.	4.2216228	16718.	4.2231843	16778.	4.2247402	16838.	4.2262905	16898.	4.2278353
39	16599.	4.2200810	16659.	4.2216489	16719.	4.2232103	16779.	4.2247661	16839.	4.2263163	16899.	4.2278610
40	16600.	4.2201081	16660.	4.2216750	16720.	4.2232363	16780.	4.2247920	16840.	4.2263421	16900.	4.2278867
41	16601.	4.2201342	16661.	4.2217011	16721.	4.2232622	16781.	4.2248178	16841.	4.2263679	16901.	4.2279124
42	16602.	4.2201604	16662.	4.2217271	16722.	4.2232882	16782.	4.2248437	16842.	4.2263937	16902.	4.2279381
43	16603.	4.2201866	16663.	4.2217532	16723.	4.2233142	16783.	4.2248696	16843.	4.2264194	16903.	4.2279638
44	16604.	4.2202127	16664.	4.2217793	16724.	4.2233402	16784.	4.2248955	16844.	4.2264452	16904.	4.2279895
45	16605.	4.2202389	16665.	4.2218053	16725.	4.2233661	16785.	4.2249213	16845.	4.2264710	16905.	4.2280152
46	16606.	4.2202650	16666.	4.2218314	16726.	4.2233921	16786.	4.2249472	16846.	4.2264968	16906.	4.2280409
47	16607.	4.2202912	16667.	4.2218574	16727.	4.2234181	16787.	4.2249731	16847.	4.2265226	16907.	4.2280666
48	16608.	4.2203173	16668.	4.2218835	16728.	4.2234440	16788.	4.2249990	16848.	4.2265484	16908.	4.2280922
49	16609.	4.2203435	16669.	4.2219095	16729.	4.2234700	16789.	4.2250248	16849.	4.2265741	16909.	4.2281179
50	16610.	4.2203696	16670.	4.2219356	16730.	4.2234959	16790.	4.2250507	16850.	4.2265999	16910.	4.2281436
51	16611.	4.2203958	16671.	4.2219617	16731.	4.2235219	16791.	4.2250766	16851.	4.2266257	16911.	4.2281693
52	16612.	4.2204219	16672.	4.2219877	16732.	4.2235479	16792.	4.2251024	16852.	4.2266515	16912.	4.2281950
53	16613.	4.2204481	16673.	4.2220138	16733.	4.2235738	16793.	4.2251283	16853.	4.2266772	16913.	4.2282206
54	16614.	4.2204742	16674.	4.2220398	16734.	4.2235998	16794.	4.2251541	16854.	4.2267030	16914.	4.2282463
55	16615.	4.2205003	16675.	4.2220658	16735.	4.2236257	16795.	4.2251800	16855.	4.2267288	16915.	4.2282720
56	16616.	4.2205265	16676.	4.2220919	16736.	4.2236517	16796.	4.2252059	16856.	4.2267545	16916.	4.2282977
57	16617.	4.2205526	16677.	4.2221179	16737.	4.2236776	16797.	4.2252317	16857.	4.2267803	16917.	4.2283233
58	16618.	4.2205788	16678.	4.2221440	16738.	4.2237036	16798.	4.2252576	16858.	4.2268060	16918.	4.2283490
59	16619.	4.2206049	16679.	4.2221700	16739.	4.2237295	16799.	4.2252834	16859.	4.2268318	16919.	4.2283747
60	16620.	4.2206310	16680.	4.2221960	16740.	4.2237555	16800.	4.2253093	16860.	4.2268576	16920.	4.2284004

M	42		43		44		45		46		47	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	16921.	4.2284260	16981.	4.2299633	17041.	4.2314951	17101.	4.2330215	17161.	4.2345426	17221.	4.2360584
2	16922.	4.2284517	16982.	4.2299888	17042.	4.2315206	17102.	4.2330469	17162.	4.2345679	17222.	4.2360836
3	16923.	4.2284773	16983.	4.2300144	17043.	4.2315460	17103.	4.2330723	17163.	4.2345932	17223.	4.2361088
4	16924.	4.2285030	16984.	4.2300400	17044.	4.2315715	17104.	4.2330977	17164.	4.2346185	17224.	4.2361340
5	16925.	4.2285287	16985.	4.2300656	17045.	4.2315970	17105.	4.2331231	17165.	4.2346438	17225.	4.2361592
6	16926.	4.2285543	16986.	4.2300911	17046.	4.2316225	17106.	4.2331485	17166.	4.2346691	17226.	4.2361844
7	16927.	4.2285800	16987.	4.2301167	17047.	4.2316480	17107.	4.2331739	17167.	4.2346944	17227.	4.2362097
8	16928.	4.2286057	16988.	4.2301423	17048.	4.2316734	17108.	4.2331992	17168.	4.2347197	17228.	4.2362349
9	16929.	4.2286313	16989.	4.2301678	17049.	4.2316989	17109.	4.2332246	17169.	4.2347450	17229.	4.2362601
10	16930.	4.2286570	16990.	4.2301934	17050.	4.2317244	17110.	4.2332500	17170.	4.2347703	17230.	4.2362853
11	16931.	4.2286826	16991.	4.2302189	17051.	4.2317499	17111.	4.2332754	17171.	4.2347956	17231.	4.2363105
12	16932.	4.2287083	16992.	4.2302445	17052.	4.2317753	17112.	4.2333008	17172.	4.2348209	17232.	4.2363357
13	16933.	4.2287339	16993.	4.2302701	17053.	4.2318008	17113.	4.2333262	17173.	4.2348462	17233.	4.2363609
14	16934.	4.2287596	16994.	4.2302956	17054.	4.2318263	17114.	4.2333515	17174.	4.2348715	17234.	4.2363861
15	16935.	4.2287852	16995.	4.2303212	17055.	4.2318517	17115.	4.2333769	17175.	4.2348967	17235.	4.2364113
16	16936.	4.2288108	16996.	4.2303467	17056.	4.2318772	17116.	4.2334023	17176.	4.2349220	17236.	4.2364365
17	16937.	4.2288365	16997.	4.2303723	17057.	4.2319026	17117.	4.2334277	17177.	4.2349473	17237.	4.2364617
18	16938.	4.2288621	16998.	4.2303978	17058.	4.2319281	17118.	4.2334530	17178.	4.2349726	17238.	4.2364869
19	16939.	4.2288878	16999.	4.2304234	17059.	4.2319536	17119.	4.2334784	17179.	4.2349979	17239.	4.2365121
20	16940.	4.2289134	17000.	4.2304489	17060.	4.2319790	17120.	4.2335038	17180.	4.2350232	17240.	4.2365373
21	16941.	4.2289390	17001.	4.2304745	17061.	4.2320045	17121.	4.2335291	17181.	4.2350484	17241.	4.2365625
22	16942.	4.2289647	17002.	4.2305000	17062.	4.2320299	17122.	4.2335545	17182.	4.2350737	17242.	4.2365876
23	16943.	4.2289903	17003.	4.2305256	17063.	4.2320554	17123.	4.2335799	17183.	4.2350990	17243.	4.2366128
24	16944.	4.2290159	17004.	4.2305511	17064.	4.2320808	17124.	4.2336052	17184.	4.2351243	17244.	4.2366380
25	16945.	4.2290416	17005.	4.2305766	17065.	4.2321063	17125.	4.2336306	17185.	4.2351495	17245.	4.2366632
26	16946.	4.2290672	17006.	4.2306022	17066.	4.2321317	17126.	4.2336559	17186.	4.2351748	17246.	4.2366884
27	16947.	4.2290928	17007.	4.2306277	17067.	4.2321572	17127.	4.2336813	17187.	4.2352001	17247.	4.2367136
28	16948.	4.2291185	17008.	4.2306532	17068.	4.2321826	17128.	4.2337067	17188.	4.2352253	17248.	4.2367387
29	16949.	4.2291441	17009.	4.2306788	17069.	4.2322081	17129.	4.2337320	17189.	4.2352506	17249.	4.2367639
30	16950.	4.2291697	17010.	4.2307043	17070.	4.2322335	17130.	4.2337574	17190.	4.2352759	17250.	4.2367891
31	16951.	4.2291953	17011.	4.2307298	17071.	4.2322590	17131.	4.2337827	17191.	4.2353011	17251.	4.2368143
32	16952.	4.2292209	17012.	4.2307554	17072.	4.2322844	17132.	4.2338081	17192.	4.2353264	17252.	4.2368394
33	16953.	4.2292466	17013.	4.2307800	17073.	4.2323098	17133.	4.2338334	17193.	4.2353517	17253.	4.2368646
34	16954.	4.2292722	17014.	4.2308064	17074.	4.2323353	17134.	4.2338588	17194.	4.2353769	17254.	4.2368898
35	16955.	4.2292978	17015.	4.2308320	17075.	4.2323607	17135.	4.2338841	17195.	4.2354022	17255.	4.2369150
36	16956.	4.2293234	17016.	4.2308575	17076.	4.2323861	17136.	4.2339095	17196.	4.2354274	17256.	4.2369401
37	16957.	4.2293490	17017.	4.2308830	17077.	4.2324116	17137.	4.2339348	17197.	4.2354527	17257.	4.2369653
38	16958.	4.2293746	17018.	4.2309085	17078.	4.2324370	17138.	4.2339601	17198.	4.2354779	17258.	4.2369905
39	16959.	4.2294002	17019.	4.2309340	17079.	4.2324624	17139.	4.2339855	17199.	4.2355032	17259.	4.2370156
40	16960.	4.2294258	17020.	4.2309596	17080.	4.2324879	17140.	4.2340108	17200.	4.2355284	17260.	4.2370408
41	16961.	4.2294515	17021.	4.2309851	17081.	4.2325133	17141.	4.2340362	17201.	4.2355537	17261.	4.2370660
42	16962.	4.2294771	17022.	4.2310106	17082.	4.2325387	17142.	4.2340615	17202.	4.2355789	17262.	4.2370911
43	16963.	4.2295027	17023.	4.2310361	17083.	4.2325641	17143.	4.2340868	17203.	4.2356042	17263.	4.2371163
44	16964.	4.2295283	17024.	4.2310616	17084.	4.2325896	17144.	4.2341122	17204.	4.2356294	17264.	4.2371414
45	16965.	4.2295539	17025.	4.2310871	17085.	4.2326150	17145.	4.2341375	17205.	4.2356547	17265.	4.2371666
46	16966.	4.2295795	17026.	4.2311126	17086.	4.2326404	17146.	4.2341628	17206.	4.2356799	17266.	4.2371917
47	16967.	4.2296051	17027.	4.2311381	17087.	4.2326658	17147.	4.2341881	17207.	4.2357051	17267.	4.2372169
48	16968.	4.2196307	17028.	4.2311636	17088.	4.2326912	17148.	4.2342135	17208.	4.2357304	17268.	4.2372420
49	16969	4.2296562	17029.	4.2311891	17089.	4.2327166	17149.	4.2342388	17209.	4.2357556	17269.	4.2372672
50	16970.	4.2296818	17030.	4.2312146	17090.	4.2327421	17150.	4.2342641	17210.	4.2357809	17270.	4.2372923
51	16971.	4.2297074	17031.	4.2312401	17091.	4.2327675	17151.	4.2342894	17211.	4.2358061	17271.	4.2373175
52	16972.	4.2297330	17032.	4.2312656	17092.	4.2327929	17152.	4.2343148	17212.	4.2358313	17272.	4.2373426
53	16973.	4.2297586	17033.	4.2312911	17093.	4.2328183	17153.	4.2343401	17213.	4.2358566	17273.	4.2373678
54	16974.	4.2297842	17034.	4.2313166	17094.	4.2328437	17154.	4.2343654	17214.	4.2358818	17274.	4.2373929
55	16975.	4.2298098	17035.	4.2313421	17095.	4.2328691	17155.	4.2343907	17215.	4.2359070	17275.	4.2374181
56	16976.	4.2298354	17036.	4.2313676	17096.	4.2328945	17156.	4.2344160	17216.	4.2359323	17276.	4.2374432
57	16977.	4.2198609	17037.	4.2313931	17097.	4.2329199	17157.	4.2344414	17217.	4.2359575	17277.	4.2374683
58	16978.	4.2298865	17038.	4.2314186	17098.	4.2329453	17158.	4.2344667	17218.	4.2359827	17278.	4.2374935
59	16979.	4.2299121	17039.	4.2314441	17099.	4.2329707	17159.	4.2344920	17219.	4.2360079	17279.	4.2375186
60	16980.	4.2299377	17040.	4.2314696	17100.	4.2329961	17160.	4.2345173	17220.	4.2360331	17280.	4.2375437

M	48		49		50		51		52		53	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	17281.	4.2375689	17341.	4.2390741	17401.	4.2405742	17461.	4.2420691	17511.	4.2435589	17581.	4.2450436
2	17282	4.2375940	17342.	4.2390992	17402.	4.2405992	17462.	4.2420940	17522.	4.2435837	17582.	4.2450683
3	17283.	4.2376191	17343.	4.2391242	17403.	4.2406241	17463.	4.2421189	17523.	4.2436085	17583.	4.2450930
4	17284.	4.2376443	17344.	4.2391493	17404.	4.2406491	17464.	4.2421437	17514.	4.2436332	17584.	4.2451177
5	17285.	4.2376694	17345.	4.2391743	17405.	4.2406740	17465.	4.2421686	17525.	4.2436580	17585.	4.2451424
6	17286.	4.2376945	17346.	4.2391993	17406.	4.2406990	17466.	4.2421935	17526.	4.2436828	17586.	4.2451671
7	17287.	4.2377196	17347.	4.2392244	17407.	4.2407239	17467.	4.2422183	17527.	4.2437076	17587.	4.2451918
8	17288.	4.2377448	17348.	4.2392494	17408.	4.2407489	17468.	4.2422432	17528.	4.2437324	17588.	4.2452165
9	17289.	4.2377699	17349.	4.2392744	17409.	4.2407738	17469.	4.2422680	17529.	4.2437571	17589.	4.2452411
10	17290.	4.2377950	17350.	4.2392995	17410.	4.2407988	17470.	4.2422929	17530.	4.2437819	17590.	4.2452658
11	17291.	4.2378201	17351.	4.2393245	17411.	4.2408137	17471.	4.2423178	17531.	4.2438067	17591.	4.2452905
12	17292.	4.2378452	17352.	4.2393495	17412.	4.2408487	17472.	4.2423426	17532.	4.2438315	17592.	4.2453152
13	17293.	4.2378703	17353.	4.2393746	17413.	4.2408736	17473.	4.2423675	17533.	4.2438562	17593.	4.2453399
14	17294.	4.2378955	17354.	4.2393996	17414.	4.2408985	17474.	4.2423923	17534.	4.2438810	17594.	4.2453646
15	17295.	4.2379206	17355.	4.2394246	17415.	4.2409235	17475.	4.2424172	17535.	4.2439058	17595.	4.2453893
16	17296.	4.2379457	17356.	4.2394496	17416.	4.2409484	17476.	4.2424420	17536.	4.2439306	17596.	4.2454140
17	17297.	4.2379708	17357.	4.2394747	17417.	4.2409734	17477.	4.2424669	17537.	4.2439553	17597.	4.2454386
18	17298.	4.2379959	17358.	4.2394997	17418.	4.2409983	17478.	4.2424917	17538.	4.2439801	17598.	4.2454633
19	17299.	4.2380210	17359.	4.2395247	17419.	4.2410232	17479.	4.2425166	17539.	4.24400.8	17599.	4.2454880
20	17300.	4.2380461	17360.	4.2395497	17420.	4.2410482	17480.	4.2425414	17540.	4.2440296	17600.	4.2455127
21	17301.	4.2380712	17361.	4.2395747	17421.	4.2410731	17481.	4.2425663	17541.	4.2440543	17601.	4.2455373
22	17302.	4.2380963	17362.	4.2395998	17422.	4.2410980	17482.	4.2425921	17542.	4.2440791	17602.	4.2455620
23	17303.	4.2381214	17363.	4.2396248	17423.	4.2411229	17483.	4.2426160	17543	4.2441039	17603.	4.2455867
24	17304.	4.2381465	17364.	4.2396498	17424.	4.2411479	17484.	4.2426408	17544.	4.2441286	17604.	4.2456214
25	17305.	4.2381716	17365.	4.2396748	17425.	4.2411728	17485.	4.2426656	17545.	4.2441534	17605.	4.2456360
26	17306.	4.2381967	17366.	4.2396998	17426.	4.2411977	17486.	4.2426905	17546.	4.2441781	17606.	4.2456607
27	17307.	4.2382218	17367.	4.2397248	17427.	4.2412226	17487.	4.2427153	17547.	4.2441029	17607.	4.2456854
28	17308.	4.2382469	17368.	4.2397498	17428.	4.2412476	17488.	4.2427401	17548.	4.2442276	17608.	4.2457100
29	17309.	4.2382720	17369.	4.2397748	17429.	4.2412725	17489.	4.2427650	17549.	4.2442524	17609.	4.2457347
30	17310.	4.2382971	17370.	4.2397998	17430.	4.2412974	17490.	4.2427898	17550.	4.2442771	17610.	4.2457594
31	17311.	4.2383222	17371.	4.2398248	17431.	4.2413223	17491.	4.2428146	17551.	4.2443019	17611.	4.2457840
32	17312.	4.2383472	17372.	4.2398498	17432.	4.2413472	17492.	4.2428395	17552.	4.2443266	17612.	4.2458087
33	17313.	4.2383723	17373.	4.2398748	17433.	4.2413721	17493.	4.2428643	17553.	4.2443514	17613.	4.2458333
34	17314.	4.2383974	17374.	4.2398998	17434.	4.2413970	17494.	4.2428891	17554.	4.2443761	17614.	4.2458580
35	17315.	4.2384225	17375.	4.2399248	17435.	4.2414220	17495.	4.2429139	17555.	4.2444008	17615.	4.2458826
36	17316.	4.2384476	17376.	4.2399498	17436.	4.2414469	17496.	4.2429388	17556.	4.2444256	17616.	4.2459073
37	17317.	4.2384717	17377.	4.2399748	17437.	4.2414718	17497.	4.2429636	17557.	4.2444503	17617.	4.2459320
38	17318.	4.2384977	17378.	4.2399998	17438.	4.2414967	17498.	4.2429884	17558.	4.2444750	17618.	4.2459566
39	17319.	4.2385228	17379.	4.2400248	17439.	4.2415216	17499.	4.2430132	17559.	4.2444998	17619.	4.2459813
40	17320.	4.2385479	17380.	4.2400498	17440.	4.2415465	17500.	4.2430380	17560.	4.2445245	17620.	4.2460059
41	17321.	4.2385730	17381.	4.2400748	17441.	4.2415714	17501.	4.2430629	17561.	4.2445492	17621.	4.2460306
42	17322.	4.2385980	17382.	4.2400997	17442.	4.2415963	17502.	4.2430877	17562.	4.2445740	17622.	4.2460552
43	17323.	4.2386231	17383.	4.2401247	17443.	4.2416212	17503.	4.2431125	17563.	4.2445987	17623.	4.2460798
44	17324.	4.2386482	17384.	4.2401497	17444.	4.2416461	17504.	4.2431373	17564.	4.2446234	17624.	4.2461045
45	17325.	4.2386732	17385.	4.2401747	17445.	4.2416710	17505.	4.2431621	17565.	4.2446482	17625.	4.2461291
46	17326.	4.2386983	17386.	4.2401997	17446.	4.2416959	17506.	4.2431869	17566.	4.2446729	17626.	4.2461538
47	17327.	4.2387234	17387.	4.2402247	17447.	4.2417208	17507.	4.2432117	17567.	4.2446976	17627.	4.2461784
48	17328.	4.2387484	17388.	4.2402496	17448.	4.2417457	17508.	4.2432365	17568.	4.2447223	17628.	4.2462030
49	17329.	4.2387735	17389.	4.2402746	17449.	4.2417705	17509.	4.2432613	17569.	4.2447470	17629.	4.2462277
50	17330.	4.2387986	17390.	4.2402995	17450.	4.2417954	17510.	4.2432861	17570.	4.2447718	17630.	4.2462523
51	17331.	4.2388236	17391.	4.2403245	17451.	4.2418203	17511.	4.2433109	17571.	4.2447965	17631.	4.2462769
52	17332.	4.2388487	17392.	4.2403495	17452.	4.2418452	17512.	4.2433357	17572.	4.2448212	17632.	4.2463016
53	17333.	4.2388737	17393.	4.2403745	17453.	4.2418701	17513.	4.2433605	17573.	4.2448459	17633.	4.2463262
54	17334.	4.2388988	17394.	4.2403995	17454.	4.2418950	17514.	4.2433853	17574.	4.2448706	17634.	4.2463508
55	17335.	4.2389238	17395.	4.2404244	17455.	4.2419199	17515.	4.2434101	17575.	4.2448953	17635.	4.2463755
56	17336.	4.2389489	17396.	4.2404494	17456.	4.2419447	17516.	4.2434349	17576.	4.2449200	17636.	4.2464002
57	17337.	4.2389739	17397.	4.2404744	17457.	4.2419696	17517.	4.2434597	17577.	4.2449448	17637.	4.2464247
58	17338.	4.2389990	17398.	4.2404993	17458.	4.2419945	17518.	4.2434845	17578.	4.2449695	17638.	4.2464493
59	17339.	4.2390240	17399.	4.2405243	17459.	4.2420194	17519.	4.2435093	17579.	4.2449942	17639.	4.2464740
60	17340.	4.2390492	17400.	4.2405492	17460.	4.2420442	17520.	4.2435341	17580.	4.2450189	17640.	4.2464986

M	54		55		56		57		58		59	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	17641.	4.2465232	17701.	4.2479978	17761.	4.2494674	17821.	4.2509321	17881.	4.2523918	17941.	4.2538466
2	17642.	4.2465478	17702.	4.2480223	17762.	4.2494919	17822.	4.2509564	17882.	4.2524161	17942.	4.2538709
3	17643.	4.2465724	17703.	4.2480469	17763.	4.2495163	17823.	4.2509808	17883.	4.2524404	17943.	4.2538951
4	27644.	4.2465970	17704.	4.2480714	17764.	4.2495408	17824.	4.2510052	17884.	4.2524647	17944.	4.2539193
5	17645.	4.2466217	17705.	4.2480959	17765.	4.2495652	17825.	4.2510295	17885.	4.2524889	17945.	4.2539435
6	17646.	4.2466463	17706.	4.2481205	17766.	4.2495897	17826.	4.2510539	17886.	4.2525132	17946.	4.1539677
7	17647.	4.2466709	17707.	4.2481450	17767.	4.2496141	17827.	4.2510783	17887.	4.2525375	17947.	4.2539919
8	17648.	4.2466955	17708.	4.2481695	17768.	4.2496385	17828.	4.2511026	17888.	4.2525618	17948.	4.2540161
9	17649.	4.2467201	17709.	4.2481940	17769.	4.2496630	17820.	4.2511270	17889.	4.2525861	17949.	4.2540403
20	17650.	4.2467447	17710.	4.2482186	17770.	4.2496874	17830.	4.2511513	17890.	4.2526103	17950.	4.2540645
11	17651.	4.2467693	17711.	4.2482431	17771.	4.2497119	17831.	4.2511757	17891.	4.2526346	17951.	4.2540886
12	17652.	4.2467939	17712.	4.2482676	17772.	4.2497363	17832.	4.2511001	17892.	4.2526589	17952.	4.2541128
13	17653.	4.2468185	17713.	4.2482921	17773.	4.2497607	17833.	4.2512244	17893.	4.2526832	17953.	4.2541370
14	17654.	4.2468431	17714.	4.2483166	17774.	4.2497852	17834.	4.2512488	17894.	4.2527074	17954.	4.2541612
15	17655.	4.2468677	17715.	4.2483412	17775.	4.2408096	17835.	4.2512731	17895.	4.2527327	17955.	4.2541854
16	17656.	4.2468923	17716.	4.2483657	17776.	4.2498340	17836.	4.2512975	17896.	4.2527560	17956.	4.2542096
17	17657.	4.2469169	17717.	4.2483902	17777.	4.2498585	17837.	4.2513218	17897.	4.2527802	17957.	4.2542338
18	17658.	4.2469415	17718.	4.2484147	17778.	4.2498829	17838.	4.2513462	17898.	4.2528045	17958.	4.2542580
19	17659.	4.2469661	17719.	4.2484392	17779.	4.2499073	17839.	4.2513705	17899.	4.2528288	17959.	4.2542822
20	17660.	4.2469907	17720.	4.2484637	17780.	4.2499318	17840.	4.2513949	17900.	4.2528530	17960.	4.2543063
21	17661.	4.2470153	17721.	4.2484882	17781.	4.2499562	17841.	1.2514192	17901.	4.2528773	17961.	4.2543305
22	17662.	4.2470399	17722.	4.2485127	17782.	4.2499806	17842.	4.2514435	17902.	4.2529016	17962.	4.2543547
23	17663.	4.2470645	17723.	4.2485372	17783.	4.2500050	17843.	4.2514679	17903.	4.2529258	17963.	4.2543789
24	17664.	4.2470891	17724.	4.2485617	17784.	4.2500294	17844.	4.2514921	17904.	4.2529501	17964.	4.2544030
25	17665.	4.2471136	17725.	4.2485862	17785.	4.2500539	17845.	4.2515166	17905.	4.2529743	17965.	4.2544272
26	17666.	4.2471382	17726.	4.2486107	17786.	4.2500783	17846.	4.2515409	17906.	4.2529986	17966.	4.2544514
27	17667.	4.2471628	17727.	4.2486352	17787.	4.2501027	17847.	4.2515652	17907.	4.2530228	17967.	4.2544756
28	17668.	4.2471874	17728.	4.2486597	17788.	4.2501271	17848.	4.2515896	17908.	4.2530471	17968.	4.2544997
29	17669.	4.2472120	27729.	4.2486842	17789.	4.2501515	17849.	4.2516139	17909.	4.2530713	17969.	4.2545239
30	17670.	4.2472365	17730.	4.2487087	17790.	4.2501759	17850.	4.2516382	17910.	4.2530956	17970.	4.2545481
31	17671.	4.2472611	17731.	4.2487332	17791.	4.2502004	17851.	4.2516626	17911.	4.2531198	19971.	4.2545722
32	17672.	4.2472857	17732.	4.2487577	17792.	4.2502248	17852.	4.2516869	17912.	4.2531441	17972.	4.2545964
33	17673.	4.2473103	17733.	4.2487822	17793.	4.2502492	17853.	4.2517112	17913.	4.2531683	17973.	4.2546206
34	17674.	4.2473349	17734.	4.2488067	17794.	4.2502736	17854.	4.2517355	17914.	4.2531926	17974.	4.2546447
35	17675.	4.2473594	17735.	4.2488312	17795.	4.2502980	17855.	4.2517599	17915.	4.2532168	17975.	4.2546689
36	17676.	4.2473840	17736.	4.2488557	17796.	4.2503224	17856.	4.2517842	17916.	4.2532411	17976.	4.2546931
37	17677.	4.2474086	17737.	4.2488802	17797.	4.2503468	17857.	4.2518085	17917.	4.2532653	17977.	4.2547172
38	17678.	4.2474331	17738.	4.2489047	17798.	4.2503712	17858.	4.2518328	17918.	4.2532895	17978.	4.2547414
39	17679.	4.2474577	17739.	4.2489291	17799.	4.2503956	17859.	4.2518571	17919.	4.2533138	17979.	4.2547655
40	17680.	4.2474823	17740.	4.2489536	17800.	4.2504200	17860.	4.2518815	17920.	4.2533380	17980.	4.2547897
41	17681.	4.2475068	17741.	4.2489781	17801.	4.2504444	17861.	4.2519058	17921.	4.2533622	17981.	4.2548138
42	17682.	4.2475314	17742.	4.2490026	17802.	4.2504688	17862.	4.2519301	17922.	4.2533865	17982.	4.2548380
43	17683.	4.2475559	17743.	4.2490271	17803.	4.2504912	17863.	4.2519544	17923.	4.2534107	17983.	4.2548621
44	17684.	4.2475805	17744.	4.2490515	17804.	4.2505176	17864.	4.2519787	17924.	4.2534349	17984.	4.2548863
45	17685.	4.2476051	17745.	4.2490760	17805.	4.2505410	17865.	4.2520030	17925.	4.2534592	17985.	4.2549104
46	17686.	4.2476296	17746.	4.2491005	17806.	4.2505664	17866.	4.2520273	17926.	4.2534834	17986.	4.2549346
47	17687.	4.2476542	17747.	4.2491249	17807.	4.2505908	17867.	4.2520516	17927.	4.2535076	17987.	4.2549587
48	17688.	4.2476787	17748.	4.2491494	17808.	4.2506151	17868.	4.2520759	17928.	4.2535318	17988.	4.25[illegible]9829
49	17689.	4.2477033	17749.	4.2491739	17809.	4.2506195	17869.	4.2521002	17929.	4.2535561	17989.	4.2550070
50	17690.	4.2477278	17750.	4.2491984	17810.	4.2506639	17870.	4.2521246	17930.	4.2535803	17990.	4.2550312
51	17691.	4.2477524	17751.	4.2492228	17811.	4.2506883	17871.	4.2521489	17931.	4.2536045	17991.	4.2550553
52	17692.	4.2477769	17752.	4.2492473	17812.	4.2507127	17872.	4.2521732	17932.	4.2536287	17992.	4.2550794
53	17693.	4.2478015	17753.	4.2492718	17813.	4.2507372	17873.	4.2521975	17933.	4.2536529	17993.	4.2551036
54	17694.	4.2478260	17754.	4.2492962	17814.	4.2507614	17874.	4.2522218	17934.	4.2536772	17994.	4.2551277
55	17695.	4.2478506	17755.	4.2493207	17815.	4.2507858	17875.	4.2522461	17935.	4.2537014	17995.	4.2551519
56	17696.	4.2478751	17756.	4.2493451	17816.	4.2508102	17876.	4.2522703	27936.	4.2537256	17996.	4.2551760
57	17697.	4.2478997	17757.	4.2493696	17817.	4.2508346	17877.	4.2522946	17937.	4.2537498	17997.	4.1552002
58	17698.	4.2479242	17758.	4.2493941	17818.	4.2508590	17878.	4.2523189	17938.	4.2537740	17998.	4.2552242
59	17699.	4.2479487	17759.	4.2494185	17819.	4.2508833	17870.	4.2523432	17939.	4.2537982	17999.	4.2552484
60	17700.	4.2479733	17760.	4.2494430	17820.	4.2509077	17880.	4.2523675	27940.	4.2538224	18000.	4.2552725

M	0		1		2		3		4		5	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	18001.	4.2552966	18061.	4.2567418	18121.	4.2581822	18181.	4.2596178	18241.	4.2610486	18301.	4.2624748
2	18002.	4.2553208	18062.	4.2567658	18122.	4.2582061	18182.	4.2596417	19242.	4.2610725	18302.	4.2624986
3	18003.	4.2553449	18063.	4.2567899	18123.	4.2582301	18183.	4.2596655	18143.	4.2610963	18303.	4.2625223
4	18004.	4.2553690	18064.	4.2568139	18124.	4.2582541	18184.	4.2596894	18244.	4.2611201	18304.	4.2625460
5	18005.	4.2553931	18065.	4.2568380	18125.	4.2582780	18185.	4.2597133	18245.	4.2611439	18305.	4.2625697
6	18006.	4.2554172	18066.	4.2568610	18126.	4.2583020	18186.	4.2597372	18246.	4.2611677	18306.	4.2625935
7	18007.	4.2554414	18067.	4.2568860	18147.	4.2583259	18187.	4.2597611	18247.	4.2621915	18307.	4.2626172
8	18008.	4.2554655	18068.	4.2569101	18128.	4.2583499	18188.	4.2597849	18248.	4.2612153	18308.	4.2626409
9	18009.	4.2554896	18069.	4.2569341	18129.	4.2583738	18189.	4.2598088	18240.	4.2612391	18309.	4.2626646
10	18010.	4.2555137	18070.	4.2569582	18130.	4.2583978	18190.	4.2598327	18250.	4.2612629	18310.	4.2626883
11	18011.	4.2555378	18071.	4.2569822	18131.	4.2584218	18191.	4.2598566	18251.	4.2612867	18311.	4.2627121
12	18012.	4.2555619	18072.	4.2570062	18132.	4.2584457	18292.	4.2598804	18252.	4.2613105	18312.	4.2627358
13	18013.	4.2555860	18073.	4.2570302	18133.	4.2584697	18193.	4.2599043	18253.	4.2613343	18313.	4.2627595
14	18014.	4.2556102	18074.	4.2570543	18134.	4.2584936	18194.	4.2599282	18254.	4.2613580	18314.	4.2627832
15	18015.	4.2556343	18075.	4.2570783	18135.	4.2585176	18195.	4.2599521	18255.	4.2613818	18315.	4.2628069
16	18016.	4.2556584	18076.	4.2571023	18136.	4.2585415	18196.	4.2599759	18256.	4.2614056	18316.	4.2628306
17	18017.	4.2556825	18077.	4.2571264	18137.	4.2585655	18197.	4.2599998	18257.	4.2614294	18317.	4.2628543
18	18018.	4.2557066	18078.	4.2571504	18138.	4.2585894	18198.	4.2600237	18258.	4.2614552	18318.	4.2628781
19	18019.	4.2557307	18079.	4.2571744	18139.	4.2586133	18199.	4.2600475	18259.	4.2614770	18319.	4.2629018
20	18020.	4.2557548	18080.	4.2571984	18140.	4.2586373	18200.	4.2600714	18260.	4.2615008	18320.	4.2629255
21	18021.	4.2557789	18081.	4.2572224	18141.	4.2586612	18201.	4.2600951	18261.	4.2615246	18321.	4.2629492
22	18022.	4.2558030	18082.	4.2572465	18142.	4.2586851	18202.	4.2601192	18162.	4.2615483	18322.	4.2629729
23	18023.	4.2558271	18083.	4.2572705	18143.	4.2587091	18203.	4.2601430	18263.	4.2615721	18323.	4.2629960
24	18024.	4.2558512	18084.	4.2572945	18144.	4.2587330	18204.	4.2601668	18264.	4.2615959	18324.	4.2630203
25	18025.	4.2558753	18085.	4.2573185	18145.	4.2587570	18205.	4.2601907	18265.	4.2616197	18325.	4.2630440
26	18026.	4.2558994	18086.	4.2573425	18146.	4.2587809	18206.	4.2602145	18266.	4.2616435	18326.	4.2630677
27	18027.	4.2559235	18087.	4.2573665	18147.	4.2588048	18207.	4.2602384	18267.	4.2616672	18327.	4.2630914
28	18028.	4.2559475	18088.	4.2573905	18148.	4.2588288	18108.	4.2602622	18268.	4.2616910	18328.	4.2631151
29	18029.	4.2559716	18089.	4.2574146	18149.	4.2588527	18209.	4.2602861	18269.	4.2617148	18329.	4.2631388
30	18030.	4.2559957	18090.	4.2574386	18150	4.2588766	18210.	4.2603099	18270.	4.2617385	18330.	4.2631625
31	18031.	4.2560198	18091.	4.2574626	18151.	4.2589006	18211.	4.2603338	18271.	4.2617623	18331.	4.2631862
32	18032.	4.2560439	18092.	4.2574866	18152.	4.2589245	18212.	4.2603576	18272.	4.2617861	18332.	4.2632098
33	18033.	4.2560680	18093.	4.2575106	18153.	4.2589484	18213.	4.2603815	18273.	4.2618099	18333.	4.2632335
34	18034.	4.2560921	18094.	4.2575346	18154.	4.2589723	18214.	4.2604053	18274.	4.2618336	18334.	4.2632572
35	18035.	4.2561161	18095.	4.2575586	18155.	4.2589963	18215.	4.2604292	18275.	4.2618574	18335.	4.2632809
36	18036.	4.2561401	18096.	4.2575826	18156.	4.2590202	18216.	4.2604530	18276.	4.2618811	18336.	4.2633046
37	18037.	4.2561643	18097.	4.2576066	18157.	4.2590441	18217.	4.2604769	18277.	4.2619049	18337.	4.2633283
38	18038.	4.2561884	18098.	4.2576306	18158.	4.2590680	18218.	4.2605007	18278.	4.2619287	18338.	4.2633520
39	18039.	4.2562125	18009.	4.2576546	18159.	4.2590919	18219.	4.2605145	18279.	4.2619524	18339.	4.2633757
40	18040.	4.2562305	18100.	4.2576786	18160.	4.2591158	18220.	4.2605484	18280.	4.2619762	18340.	4.2633993
41	18041.	4.2562606	18102.	4.2577026	18161.	4.2591398	18121.	4.2605722	18281.	4.2619999	18341.	4.2634230
42	18042.	4.2562847	18102.	4.2577266	18162.	4.2591637	18212.	4.2605960	18282.	4.2620237	18342.	4.2634467
43	18043.	4.2563087	18103.	4.2577506	18163.	4.2591876	18223.	4.2606199	18283.	4.2620475	18343.	4.2634704
44	18044.	4.2563328	18104.	4.2577745	18164.	4.2592115	18224.	4.2606437	18284.	4.2620712	18344.	4.2634940
45	18045.	4.2563569	18105.	4.2577985	18165.	4.2592354	18225.	4.2606675	18285.	4.2620950	18345.	4.2635177
46	18046.	4.2563810	18106.	4.2578225	18166.	4.2592593	18226.	4.2606914	18286.	4.2621187	18346.	4.2635424
47	18047.	4.2564050	18107.	4.2578465	18167.	4.2592832	18127.	4.2607152	18287.	4.2621425	18347.	4.2635651
48	18048.	4.2564291	18108.	4.2578705	18168.	4.2593071	18228.	4.2607390	18288.	4.2621662	18348.	4.2635887
49	18049.	4.2564531	18109.	4.2578945	18169.	4.2593310	18229.	4.2607628	18289.	4.2621900	18349.	4.2636124
50	18050.	4.2564772	18110.	4.2579185	18170.	4.2593549	18230.	4.2607867	18290.	4.2622137	18350.	4.2636361
51	18051.	4.2565013	18111.	4.2579424	18171.	4.2593788	18231.	4.2608105	18291.	4.2622374	18351.	4.2636597
52	18052.	4.2565253	18112.	4.2579664	18172.	4.2594027	18132.	4.2608343	18292.	4.2622612	18352.	4.2636834
53	18053.	4.2565494	18113.	4.2579904	18173.	4.2594266	18233.	4.2608582	18293.	4.2622849	18353.	4.2637071
54	18054.	4.2565734	18114.	4.2580144	18174.	4.2594505	18234.	4.2608820	18294.	4.2623087	18354.	4.2637307
55	18055.	4.2565975	18125.	4.2580383	18175.	4.2594744	18235.	4.2609058	18295.	4.2623324	18355.	4.2637544
56	18056.	4.2566215	18116.	4.2580623	18176.	4.2594983	18236.	4.2609296	18296.	4.2623562	18356.	4.2637780
57	18057.	4.2566456	18117.	4.2580863	18177.	4.2595222	18137.	4.2609534	18297.	4.2623799	18357.	4.2638017
58	18058.	4.2566696	18118.	4.2581103	18178.	4.2595461	18238.	4.2609772	18298.	4.2624036	18358.	4.2638254
59	18059.	4.2566937	18119.	4.2581342	18179.	4.2595700	18239.	4.2610010	18299.	4.2624174	18359.	4.2638490
60	18060.	4.2567177	18120.	4.2581582	18180.	4.2595939	18240.	4.2610248	18300.	4.2624511	18360.	4.2638727

M	6		7		8		9		10		11	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	18361.	4.2638963	18421.	4.2653132	18481.	4.2667255	18541.	4.2681332	18601.	4.2695363	18661.	4.2709349
2	18362.	4.2639200	18422.	4.2653368	18482.	4.2667490	18542.	4.2681566	18602.	4.2695596	18662.	4.2709582
3	18363.	4.2639436	18423.	4.2653604	18483.	4.2667725	18543.	4.2681800	18603.	4.2695830	18663.	4.2709815
4	18364.	4.2639673	18424.	4.2653839	18484.	4.2667960	18544.	4.2682034	18604.	4.2696063	18664.	4.2710047
5	18365.	4.2639909	18425.	4.2654075	18485.	4.2668195	18545.	4.2682268	18605.	4.2696297	18665.	4.2710280
6	18366.	4.2640146	18426.	4.2654311	18486.	4.2668429	18546.	4.2682503	18606.	4.2696530	18666.	4.2710513
7	18367.	4.2640382	18427.	4.2654546	18487.	4.2668664	18547.	4.2681737	18607.	4.2696764	18667.	4.2710745
8	18368.	4.2640619	18428.	4.2654782	18488.	4.1668899	18548.	4.2682971	18608.	4.2696997	18668.	4.2710978
9	18369.	4.2640855	18429.	4.2655018	18489.	4.2669134	18549.	4.2683205	18609.	4.2697230	18669.	4.2711211
10	18370.	4.2641092	18430.	4.2655253	18490.	4.2669369	18550.	4.2683439	18610.	4.2697464	18670.	4.2711443
11	18371.	4.2641328	18431.	4.2655489	18491.	4.2669604	18551.	4.2683673	18611.	4.2697697	18671.	4.2711676
12	18372.	4.2642564	18432.	4.2655725	18492.	4.2669819	18552.	4.2683907	18612.	4.2697930	18672.	4.2711908
13	18373.	4.2641801	18433.	4.1655960	18493.	4.2670074	18553.	4.2684141	18613.	4.2698164	18673.	4.2712141
14	18374.	4.2642037	18434.	4.2656196	18494.	4.2670309	18554.	4.2684376	18614.	4.2698397	18674.	4.2711374
15	18375.	4.2642273	18435.	4.2656431	18495.	4.2670543	18555.	4.2684610	18615.	4.2698630	18675.	4.2712606
16	18376.	4.2642510	18436.	4.2656667	18496.	4.2670778	18556.	4.2684844	18616.	4.2698864	18676.	4.2711839
17	18377.	4.2641746	18437.	4.2656903	18497.	4.2671013	18557.	4.2685078	18617.	4.2699097	18677.	4.2713071
18	18378.	4.2642981	18438.	4.2657138	18498.	4.2671248	18558.	4.2685312	18618.	4.2699330	18678.	4.2713304
19	18379.	4.2643219	18439.	4.2657374	18492.	4.2671483	18559.	4.2685546	18619.	4.2699564	18679.	4.2713536
20	18380.	4.2643455	18440.	4.2657609	18500.	4.2671717	18560.	4.2685780	18620.	4.2699797	18680.	4.2713769
21	18381.	4.2643691	18441.	4.2657845	18501.	4.2671952	18561.	4.2686014	18621.	4.2700030	18681.	4.2714001
22	18382.	4.2643928	18442.	4.2658080	18502.	4.1672187	18562.	4.2686248	18622.	4.2700263	18682.	4.2714234
23	18383.	4.2644164	18443.	4.2658316	18503.	4.2672421	18563.	4.2686482	18623.	4.2700496	18683.	4.2714466
24	18384.	4.2644400	18444.	4.2658551	18504.	4.2672656	18564.	4.2686716	18624.	4.2700730	18684.	4.2714699
25	18385.	4.1644636	18445.	4.2658787	18505.	4.2672891	18565.	4.2686950	18625.	4.2700963	18685.	4.2714931
26	18386.	4.2644873	18446.	4.2659022	18506.	4.2673126	18566.	4.2687183	18626.	4.2701196	18686.	4.2715163
27	18387.	4.2645109	18447.	4.2659257	18507.	4.2673360	18567.	4.2687417	18627.	4.2701429	18687.	4.2715396
28	18388.	4.2645345	18448.	4.2659493	18508.	4.2673595	18568.	4.2687651	18628.	4.2701662	18688.	4.2715628
29	28389.	4.2645581	18449.	4.2659718	18509.	4.2673830	18569.	4.2687885	18629.	4.2701895	18689.	4.2715861
30	18350.	4.2645817	18450.	4.2659964	18510.	4.2674064	18570.	4.2688119	18630.	4.2702129	18690.	4.2716093
31	18391.	4.2646053	18451.	4.2660199	18511.	4.2674299	18571.	4.2688353	18631.	4.2702362	18691.	4.2716325
32	18392.	4.2646290	18452.	4.2660434	18512.	4.2674533	18572.	4.2688587	18632.	4.2702595	18692.	4.2716558
33	18393.	4.2646526	18453.	4.2660670	18513.	4.2674768	18573.	4.2688821	18633.	4.2702828	18693.	4.2716790
34	18394.	4.2646761	18454.	4.2660905	18514.	4.2675003	18574.	4.2689054	18634.	4.2703061	18694.	4.2717022
35	18395.	4.2646998	18455.	4.2661140	18515.	4.2675237	18575.	4.2689288	18635.	4.2703294	18695.	4.2717255
36	18396.	4.2647234	18456.	4.2661376	18516.	4.2675472	18576.	4.2689522	18636.	4.2703527	18696.	4.2717487
37	18397.	4.2647470	18457.	4.2661611	18517.	4.2675706	18577.	4.2689756	18637.	4.2703760	18697.	4.2717719
38	18398.	4.2647706	18458.	4.2661846	18518.	4.2675941	18578.	4.2689990	18638.	4.2703993	18698.	4.2717952
39	18399.	4.2647942	18459.	4.2662081	18519.	4.2676175	18579.	4.2690223	18639.	4.2704226	18699.	4.2718184
40	18400.	4.2648178	18460.	4.2662317	18520.	4.2676410	18580.	4.2690457	18640.	4.2704459	18700.	4.2718416
41	18401.	4.2648414	18461.	4.2662552	18521.	4.2676644	18581.	4.2690691	18641.	4.2704692	18701.	4.2718648
42	18402.	4.2648650	18462.	4.2662787	18522.	4.2676879	18582.	4.2690925	18642.	4.2704925	18702.	4.2718881
43	18403.	4.2648886	18463.	4.2663023	18523.	4.2677113	18583.	4.2691158	18643.	4.2705158	18703.	4.2719113
44	18404.	4.2649122	18464.	4.2663258	18524.	4.2677348	18584.	4.2691392	18644.	4.2705391	18704.	4.2719345
45	18405.	4.2649358	18465.	4.2663493	18525.	4.2677582	18585.	4.2691626	18645.	4.1705624	18705.	4.2719577
46	18406.	4.2649594	18466.	4.2663728	18526.	4.2677817	18586.	4.2691859	18646.	4.2705857	18706.	4.2719809
47	18407.	4.2649830	18467.	4.2663963	18527.	4.2678051	18587.	4.2692093	18647.	4.2706090	18707.	4.2720041
48	18408.	4.2650066	18468.	4.2664199	18528.	4.2678185	18588.	4.2692327	18648.	4.2706323	18708.	4.2720274
49	18409.	4.2650302	18469.	4.2664434	18519.	4.2678520	18589.	4.2692560	18649.	4.2706555	18709.	4.2720506
50	18410.	4.2650538	18470.	4.2664669	18530.	4.2678754	18590.	4.2692794	18650.	4.2706788	18710.	4.2720738
51	18411.	4.2650774	18471.	4.2664904	18531.	4.2678989	18591.	4.2693028	18651.	4.2707021	18711.	4.2720970
52	18412.	4.2651010	18472.	4.2665139	18532.	4.2679223	18592.	4.2693261	18652.	4.2707254	18712.	4.2721202
53	18413.	4.2651246	18473.	4.2665374	18533.	4.2679457	18593.	4.2693495	18653.	4.2707487	18713.	4.2721434
54	18414.	4.2651481	18474.	4.2665609	18534.	4.2679692	18594.	4.2693728	18654.	4.2707720	18714.	4.2721666
55	18415.	4.2651717	18475.	4.2665844	18535.	4.2679926	18595.	4.2693962	18655.	4.2707953	18715.	4.2721898
56	18416.	4.2651953	18476.	4.2666080	18536.	4.2680160	18596.	4.2694195	18656.	4.2708185	18716.	4.2722130
57	18417.	4.1652189	18477.	4.2666325	18537.	4.2680394	18597.	4.2694429	18657.	4.2708418	18717.	4.2722362
58	18428.	4.2652425	18478.	4.2666550	18538.	4.2680619	18598.	4.2694662	18658.	4.2708651	18718.	4.2722594
59	18419.	4.2652660	18479.	4.2666785	18539.	4.2680863	18599.	4.2694896	18659.	4.2708884	18719.	4.2722826
60	18420.	4.2652896	18480.	4.2667020	18540.	4.2681097	18600.	4.2695129	18660.	4.2709116	18720.	4.2723058

M	12		13		14		15		16		17	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	18721.	4.2723290	18781.	4.2737187	18841.	4.2751039	18901.	4.2764848	18961.	4.2778611	19022.	4.2792333
2	18722.	4.2723522	18782.	4.2737418	18842.	4.2751270	18902.	4.2765078	18962.	4.2778841	19022.	4.2792562
3	18723.	4.2723754	18783.	4.2737650	18843.	4.2751500	18903.	4.2765307	18963.	4.2779070	19023.	4.2792790
4	18724.	4.2723986	18784.	4.2737881	18844.	4.2751711	18904.	4.2765537	18964.	4.2779109	19024.	4.2793018
5	18725.	4.2724118	18785.	4.2738112	18845.	4.2751961	18905.	4.2765767	18965.	4.2779528	19025.	4.2793247
6	18726.	4.2724350	18786.	4.2738343	18846.	4.2752191	18906.	4.2765997	18966.	4.2779757	19026.	4.2793475
7	18727.	4.2724582	18787.	4.2738574	18847.	4.2752421	18907.	4.2766226	18967.	4.2779986	19027.	4.2793703
8	18728.	4.2724914	18788.	4.2738806	18848.	4.2752653	18908.	4.2766456	18968.	4.2780215	19028.	4.2793931
9	18729.	4.2725146	18789.	4.2739037	18849.	4.2752883	18909.	4.2766686	18969.	4.2780444	19029.	4.2794160
10	18730.	4.2725378	18790.	4.2739268	18850.	4.2753114	18910.	4.2766915	18970.	4.2780673	19030.	4.2794388
11	18731.	4.2725610	18791.	4.2739499	18851.	4.2753344	18911.	4.2767145	18971.	4.2780902	19031.	4.2794616
12	18732.	4.2725841	18792.	4.2739730	18852.	4.2753574	18912.	4.2767375	18972.	4.2781131	19032.	4.2794844
13	18733.	4.2726073	18793.	4.2739961	18853.	4.2753805	18913.	4.2767604	18973.	4.2781360	19033.	4.2795072
14	18734.	4.2726305	18794.	4.2740192	18854.	4.2754035	18914.	4.2767834	18974.	4.2781580	19034.	4.2795301
15	18735.	4.2726537	18795.	4.2740423	18855.	4.2754265	18915.	4.2768063	18975.	4.2781818	19035.	4.2795529
16	18736.	4.2726769	18796.	4.2740654	18856.	4.2754496	18916.	4.2768293	18976.	4.2782047	19036.	4.2795757
17	28737.	4.2727001	18797.	4.2740885	18857.	4.2754726	18917.	4.2768523	18077.	4.2782276	19037.	4.2795985
18	18738.	4.2727232	18798.	4.2741116	18858.	4.2754956	18918.	4.2768752	18978.	4.2781504	19038.	4.2796213
19	18739.	4.2727464	18799.	4.2741347	18850.	4.2755187	18919.	4.2768982	18979.	4.2782733	19039.	4.2796441
20	18740.	4.2727696	18800.	4.2741578	18860.	4.2755417	18920.	4.2769211	18980.	4.2782962	19040.	4.2796669
21	18741.	4.2727918	18801.	4.2741809	18861.	4.2755647	18921.	4.2769441	18981.	4.2783191	19041.	4.2796898
22	18742.	4.2728159	18802.	4.2742040	18862.	4.2755877	18922.	4.2769670	18982.	4.2783410	19042.	4.2797126
23	18743.	4.2728391	18803.	4.2742271	18863.	4.2756108	18923.	4.2769900	28983.	4.2783648	19043.	4.2797354
24	18744.	4.2728623	18804.	4.2742502	18864.	4.2756338	18924.	4.2770129	18984.	4.2783877	19044.	4.2797582
25	18745.	4.2728854	18805.	4.2742733	18865.	4.2756568	18925.	4.2770350	18985.	4.2784106	19045.	4.2797810
26	18746.	4.2729086	18806.	4.2741964	18866.	4.2756798	18926.	4.2770588	18986.	4.2784335	19046.	4.2798038
27	18747.	4.2729318	18807.	4.2743195	18867.	4.2757018	18927.	4.2770818	18987.	4.2784564	19047.	4.2798166
28	18748.	4.2729549	18808.	4.2743426	18868.	4.2757259	18928.	4.2771047	18988.	4.2784792	19048.	4.2798494
29	18749.	4.2729781	18809.	4.2743657	18869.	4.2757489	18929.	4.2771277	18980.	4.2785021	19049.	4.2798722
30	18750.	4.2730013	18810.	4.2743888	18870.	4.2757719	18930.	4.2771506	18990.	4.2785250	19050.	4.2798950
31	18751.	4.2730244	18811.	4.2744119	18871.	4.2757949	18931.	4.2771736	18991.	4.2785478	19051.	4.2799178
32	18752.	4.2730476	18812.	4.2744350	18872.	4.2758179	18932.	4.2771965	18992.	4.2785707	19052.	4.2799406
33	18753.	4.2730708	18813.	4.2744581	18871.	4.2758409	18933.	4.2772194	18993.	4.2785036	19053.	4.2799634
34	18754.	4.2730939	18814.	4.2744811	18874.	4.2758640	18934.	4.2772424	18994.	4.1786164	19054.	4.2790862
35	18755.	4.2731171	18815.	4.2745042	18875.	4.2758870	18935.	4.2772653	18995.	4.2786193	19055.	4.2800090
36	18756.	4.2731402	18816.	4.2745273	18876.	4.2759100	18936.	4.2772881	18996.	4.2786621	19056.	4.1800317
37	18757.	4.2731634	18817.	4.2745504	18877.	4.2759330	18937.	4.2773112	18997.	4.2786850	19057.	4.2800545
38	18758.	4.2731865	18818.	4.2745735	18878.	4.2759560	18938.	4.2773341	18998.	4.2787079	19058.	4.2800773
39	18759.	4.2731007	18819.	4.2745965	18879.	4.2759790	18939.	4.2773570	18999.	4.2787307	19059.	4.2801001
40	18760.	4.2732328	18820.	4.2746196	18880.	4.2760020	18940.	4.2773800	19000.	4.2787536	19060.	4.2801219
41	18761.	4.2732560	18811.	4.2746427	18881.	4.2760250	18941.	4.2774029	19001.	4.2787765	19061.	4.2801457
42	18762.	4.1731[illegible]01	18812.	4.2746658	18882.	4.2760480	18942.	4.2774258	19002.	4.2787993	19062.	4.2801685
43	18763.	4.2733021	18823.	4.2746888	18883.	4.2760710	18943.	4.2774488	19003.	4.2788222	19063.	4.2801912
44	18764.	4.2733254	18824.	4.2747119	18884.	4.2760940	18944.	4.2774717	19004.	4.2788450	19064.	4.2802140
45	28765.	4.2723486	18825.	4.2747350	18885.	4.2761170	18945.	4.2774946	19005.	4.2788679	19065.	4.2802368
46	18766.	4.2733717	18826.	4.2747581	18886.	4.2761400	18946.	4.2775175	19006.	4.2788907	19066.	4.2802596
47	18767.	4.2733949	18817.	4.2747811	18887.	4.2761630	18047.	4.2775405	29007.	4.2789136	19067.	4.2802824
48	18768.	4.2734180	18818.	4.2748042	18888.	4.2761860	18948.	4.2775634	19008.	4.2789364	19068.	4.2803051
49	18769.	4.2734411	18829.	4.2748273	18880.	4.2761090	18949.	4.2775863	19009.	4.2780593	19069.	4.2803279
50	18770.	4.2734643	18830.	4.2748503	18890.	4.2762320	18950.	4.2776092	19010.	4.2789812	19070.	4.2803507
51	28771.	4.2734874	18832.	4.2748734	18891.	4.2762549	18951.	4.2776322	19011.	4.2790050	19071.	4.2803735
52	18772.	4.2735105	18832.	4.2748964	18802.	4.2762779	18952.	4.2776550	19012.	4.2790278	19072.	4.2803962
53	18773.	4.2735337	18833.	4.2749195	18803.	4.2763009	18953.	4.2776780	19013.	4.2790506	19073.	4.1804190
54	18774.	4.2735568	18834.	4.2749426	18894.	4.2763239	18054.	4.2777009	19014.	4.2790735	19074.	4.2804418
55	18775.	4.2735799	18835.	4.2749656	18895.	4.2763469	18955.	4.2777138	19015.	4.2750963	19075.	4.2804645
56	28776.	4.2736031	18836.	4.2749887	18896.	4.2763699	18956.	4.2777467	19016.	4.2791192	19076.	4.2804873
57	18777.	4.2736162	18837.	4.2750117	18897.	4.2763920	18957.	4.2777696	19017.	4.2791410	19077.	4.2805102
58	18778.	4.2736493	18838.	4.2750348	18898.	4.2764158	18958.	4.2777925	19018.	4.2791648	19078.	4.2805328
59	18779.	4.2736725	18839.	4.2750578	18899.	4.2764388	18959.	4.2778154	19019.	4.2791877	19079.	4.2805556
60	18780.	4.2736956	18840.	4.2750809	18900.	4.2764618	18960.	4.2778383	19020.	4.2792105	19080.	4.2805784

M	18		19		20		21		22		23	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	19081.	4.2806011	19141.	4.2819646	19201.	4.2833238	19261.	4.2846788	19321.	4.2860296	19381.	4.2873762
2	19082.	4.2806239	19142.	4.2819873	19202.	4.2833465	19262.	4.2847014	19322.	4.2860521	19382.	4.2873986
3	19083.	4.2806467	19143.	4.2820100	19203.	4.2833691	19163.	4.2847239	19323.	4.2860746	19383.	4.2874210
4	19084.	4.2806694	19144.	4.2820327	19204.	4.2833927	19264.	4.2847465	19324.	4.2860970	19384.	4.2874434
5	19085.	4.2806922	19145.	4.2820554	19205.	4.2834143	19265.	4.2847690	19325.	4.2861195	19385.	4.2874658
6	19086.	4.2807149	19146.	4.2820781	19206.	4.2834369	19266.	4.2847916	19326.	4.2861420	19386.	4.2874882
7	19087.	4.2807377	19147.	4.2821007	19207.	4.2834595	19267.	4.2848141	19327.	4.2861644	19387.	4.2875106
8	19088.	4.2807604	19148.	4.2821234	19208.	4.2834821	19268.	4.2848366	19328.	4.2861869	19388.	4.2875330
9	19089.	4.2807832	19149.	4.2821461	19209.	4.2835048	19269.	4.2848592	19329.	4.2862094	19389.	4.2875554
10	19090.	4.2808059	19150.	4.2821688	19210.	4.2835274	19270.	4.2848817	19330.	4.2862319	19390.	4.2875778
11	19091.	4.2808287	19151.	4.2821915	19211.	4.2835500	19271.	4.2849043	19331.	4.2862543	19391.	4.2876002
12	19092.	4.2808514	19152.	4.2822141	19212.	4.2835726	19272.	4.2849268	19332.	4.2862768	19392.	4.2876226
13	19093.	4.2808742	19153.	4.2822368	19213.	4.2835952	19273.	4.2849493	19333.	4.2862993	19393.	4.2876450
14	19094.	4.2808969	19154.	4.2822595	19214.	4.2836178	19274.	4.2849719	19334.	4.2863217	19394.	4.2876674
15	19095.	4.2809197	19155.	4.2822821	19215.	4.2836404	19275.	4.2849944	19335.	4.2863442	19395.	4.2876898
16	19096.	4.2809424	19156.	4.2823048	19216.	4.2836630	19276.	4.2850169	19336.	4.2863666	19396.	4.2877122
17	19097.	4.2809651	19157.	4.2823275	19217.	4.2836856	19277.	4.2850394	19337.	4.2863891	19397.	4.2877346
18	19098.	4.2809879	19158.	4.2823502	19218.	4.2837082	19278.	4.2850620	19338.	4.2864116	19398.	4.2877570
19	19099.	4.2810106	19159.	4.2823728	19219.	4.2837308	19279.	4.2850845	19339.	4.2864340	19399.	4.2877793
20	19100.	4.2810334	19160.	4.2823955	19220.	4.2837534	19280.	4.2851070	19340.	4.2864565	19400.	4.2878017
21	19101.	4.2810561	19161.	4.2824182	19221.	4.2837760	19281.	4.2851296	19341.	4.2864789	19401.	4.2878241
22	19102.	4.2810788	19162.	4.2824408	19222.	4.2837986	19282.	4.2851521	19342.	4.2865014	19402.	4.2878465
23	19103.	4.2811016	19163.	4.2824635	19223.	4.2838112	19183.	4.2851740	19343.	4.2865238	19403.	4.2878689
24	19104.	4.2811243	19164.	4.2824862	19224.	4.2838438	19284.	4.2851971	19344.	4.2865463	19404.	4.2878913
25	19105.	4.2811470	19165.	4.2825088	19225.	4.2838663	19285.	4.2852196	19345.	4.2865687	19405.	4.2879136
26	19106.	4.2811698	19166.	4.2825315	19226.	4.2838889	19286.	4.2852421	19346.	4.2865912	19406.	4.2879360
27	19107.	4.2811925	19167.	4.2815541	19227.	4.2839115	19287.	4.2852647	19347.	4.2866136	19407.	4.2879584
28	19108.	4.2812152	19168.	4.2815768	19228.	4.2839341	19288.	4.2852872	19348.	4.2866361	19408.	4.2879808
29	19109.	4.2812380	19169.	4.2825995	19229.	4.2839567	19289.	4.2853097	19349.	4.2866585	19409.	4.2880032
30	19110.	4.2812607	19170.	4.2826221	19230.	4.2839793	19290.	4.2853322	19350.	4.2866810	19410.	4.2880255
31	19111.	4.2812834	19171.	4.2826448	19231.	4.2840019	19291.	4.2853547	19351.	4.2867034	19411.	4.2880479
32	19112.	4.2813061	19172.	4.2826674	19232.	4.2840245	19292.	4.2853773	19352.	4.2867256	19412.	4.2880703
33	19113.	4.2813289	19173.	4.2826901	19233	4.2840470	19293.	4.2853998	19353.	4.2867483	19413.	4.2880927
34	19114.	4.2813516	19174.	4.2827127	19234.	4.2840696	19294.	4.2854223	19354.	4.2867707	19414.	4.2881150
35	19115.	4.2813743	19175.	4.2827354	19235.	4.2840922	19295.	4.2854448	19355.	4.2867932	19415.	4.2881374
36	19116.	4.2813970	19176.	4.2827580	19236.	4.2841148	19296.	4.2854673	19356.	4.2868156	19416.	4.2881598
37	19117.	4.2814197	19177.	4.2827807	19237.	4.2841373	19297.	4.2854898	19357.	4.2868381	19417.	4.2881822
38	19118.	4.2814425	19178.	4.2828033	19238.	4.2841599	19298.	4.2855123	19358.	4.2868605	19418.	4.2882045
39	19119.	4.2814652	19179.	4.2828260	19139.	4.2841825	19299.	4.2855348	19359.	4.2868829	19419.	4.2882269
40	19120.	4.2814879	19180.	4.2818486	19240.	4.2842051	19300.	4.2855573	19360.	4.2869054	19420.	4.2882492
41	19121.	4.2815106	19181.	4.2828712	19241.	4.2842276	19301.	4.2855798	19361.	4.2869278	19422.	4.2882716
42	19122.	4.2815333	19182.	4.2828939	19242.	4.2842502	19302.	4.2856023	19362.	4.2869502	19422.	4.2882939
43	19123.	4.2815560	19183.	4.2829165	19243.	4.2842728	19303.	4.2856248	19363.	4.2869726	19423.	4.2883163
44	19124.	4.2815787	19184.	4.2829392	19244.	4.2842953	19304	4.2856473	19364.	4.2869951	19424.	4.2883387
45	19125.	4.2816014	19185.	4.2829618	19245.	4.2843179	19305.	4.2856698	19365.	4.2870175	19425.	4.2883610
46	19126.	4.2816242	19186.	4.2829844	19246.	4.2843405	19306.	4.2856923	19366.	4.2870400	19426.	4.2883834
47	19127.	4.2816469	19187.	4.2830071	19247.	4.2843630	19307.	4.2857148	19367.	4.2870624	19427.	4.2884057
48	19128.	4.2816696	19188.	4.2830297	19248.	4.2843856	19308.	4.2857373	19368.	4.2870848	19428.	4.2884281
49	19129.	4.2816913	19189.	4.2830523	19249.	4.2844082	19309.	4.2857598	19369.	4.2871072	19429.	4.2884504
50	19130.	4.2817150	19190.	4.2830750	19250.	4.2844307	19310.	4.2857823	19370.	4.2871296	19430.	4.2884728
51	19131.	4.2817377	19191.	4.2830976	19251.	4.2844533	19311.	4.2858048	19371.	4.2871520	19431.	4.2884952
52	19132.	4.2817604	19192.	4.2831202	19252.	4.2844759	19312.	4.2858273	19372.	4.2871745	19432.	4.2885175
53	19133.	4.2817831	19193.	4.2831429	19253.	4.1844984	19313.	4.2858497	19373.	4.2871969	19433.	4.2885399
54	19134.	4.2818058	19194.	4.2831655	19254.	4.2845210	19314.	4.2858722	19374.	4.2872193	19434.	4.2885622
55	19135.	4.2818285	19195.	4.2831881	19255.	4.2845435	19315.	4.1858947	19375.	4.2872417	19435.	4.2885845
56	19136.	4.2818512	19196.	4.2832107	19256.	4.2845661	19316.	4.1859172	19376.	4.2872641	19436.	4.2886069
57	19137.	4.2818739	19197.	4.2832334	19257.	4.2845886	19317.	4.1859397	19377.	4.2872865	19437.	4.2886192
58	19138.	4.2818966	19198.	4.2832560	19258.	4.2846112	19318.	4.2859622	19378.	4.2873090	19438.	4.2886516
59	19139.	4.2819192	19199.	4.2832786	19259.	4.2846337	19319.	4.2859846	19379.	4.2873314	19439.	4.2886739
60	19140.	4.2819419	19200.	4.2833012	19260.	4.2846563	19320.	4.2860071	19380.	4.2873538	19440.	4.2886963

M	24		25		26		27		28		29	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	19441.	4.2887186	19501.	4.2900569	19561.	4.2913911	19621.	4.2927111	19681.	4.2940472	19741.	4.2953691
2	19442.	4.2887409	19502.	4.2900792	19562.	4.2914133	19622.	4.2927333	19682.	4.2940691	19742.	4.2953911
3	19443.	4.2887633	19503.	4.2901014	19563.	4.2914355	19623.	4.2927554	19683.	4.2940913	19743.	4.2954131
4	19444.	4.2887856	19504.	4.2901237	19564.	4.2914577	19624.	4.2927776	19684.	4.2941134	19744.	4.2954351
5	19445.	4.2888079	19505.	4.2901460	19565.	4.2914799	19625.	4.2928097	19685.	4.2941354	19745.	4.2954571
6	19446.	4.2888303	19506.	4.2901681	19566.	4.2915010	19626.	4.2928318	19686.	4.2941575	19746.	4.2954791
7	19447.	4.2888526	19507.	4.2901905	19567.	4.2915242	19627.	4.2928539	19687.	4.2941795	19747.	4.2955011
8	19448.	4.2888749	19508.	4.2902127	19568.	4.2915464	19628.	4.2928760	19688.	4.2942016	19748.	4.2955231
9	19449.	4.2888973	19509.	4.2902350	19569.	4.2915686	19629.	4.2928981	19689.	4.2942237	19749.	4.2955451
10	19450.	4.2889196	19510.	4.2902573	19570.	4.2915908	19630.	4.2929203	19690.	4.2942457	19750.	4.2955671
11	19451.	4.2889419	19511.	4.2902795	19571.	4.2916130	19631.	4.2929424	19691.	4.2942678	19751.	4.2955891
12	19452.	4.2889643	19512.	4.2903018	19572.	4.2916352	19632.	4.2929645	19692.	4.2942898	19752.	4.2956111
13	19453.	4.2889866	19513.	4.2903240	19573.	4.2916574	19633.	4.2929867	19693.	4.2943119	19753.	4.2956331
14	19454.	4.2890089	19514.	4.2903463	19574.	4.2916796	19634.	4.2930088	19694.	4.2943339	19754.	4.2956550
15	19455.	4.2890312	19515.	4.2903686	19575.	4.2917018	19635.	4.2930309	19695.	4.2943560	19755.	4.2956770
16	19456.	4.2890536	19516.	4.2903908	19576.	4.2917240	19636.	4.2930530	19696.	4.2943780	19756.	4.2956990
17	19457.	4.2890759	19517.	4.2904131	19577.	4.2917461	19637.	4.2930751	19697.	4.2944001	19757.	4.2957210
18	19458.	4.2890982	19518	4.2904353	19578	4.2917683	19638.	4.2930973	19698.	4.2944221	19758.	4.2957430
19	19459.	4.2891205	19519.	4.2904576	19579.	4.2917905	19639.	4.2931194	19699.	4.2944442	19759.	4.2957650
20	19460.	4.2891428	19520.	4.2904798	19580.	4.2918127	19640.	4.2931415	19700.	4.2944662	19760.	4.2957869
21	19461.	4.2891652	19521.	4.2905021	19581.	4.2918349	19641.	4.2931636	19701.	4.2944883	19761.	4.2958089
22	19462.	4.2891875	19522.	4.2905243	19582.	4.2918570	19642.	4.2931857	19702.	4.2945103	19762.	4.2958309
23	19463.	4.2892098	19523.	4.2905466	19583.	4.2918792	19643.	4.2932078	19703.	4.2945324	19763.	4.2958529
24	19464.	4.2892321	19524.	4.2905688	19584.	4.2919014	19644.	4.2932299	19704.	4.2945544	19764.	4.2958748
25	19465.	4.2892544	19525.	4.2905910	19585.	4.2919236	19645.	4.2932520	19705.	4.2945764	19765.	4.2958968
26	19466.	4.2892767	19526.	4.2906133	19586.	4.2919458	19646.	4.2932741	19706.	4.2945985	19766.	4.2959188
27	19467.	4.2892990	19527.	4.2906355	19587.	4.2919679	19647.	4.2932961	19707.	4.2946105	19767.	4.2959408
28	19468.	4.2893213	19528.	4.2906578	19588.	4.2919901	19648.	4.2933183	19708.	4.2946426	19768.	4.2959627
29	19469.	4.2893436	19529.	4.2906800	19589.	4.2920123	19649.	4.2933405	19709.	4.2946646	19769.	4.2959847
30	19470.	4.2893660	19530.	4.2907022	19590.	4.2920344	19650.	4.2933626	19710.	4.2946866	19770.	4.2960067
31	19471.	4.2893883	19531.	4.2907245	19591.	4.2920566	19651.	4.2933847	19711.	4.2947087	19771.	4.2960286
32	19472.	4.2894106	19532.	4.2907467	19592.	4.2920788	19652.	4.2934068	19712.	4.2947307	19772.	4.2960506
33	19473.	4.2894330	19533.	4.2907690	19593.	4.2921009	19653.	4.2934289	19713.	4.2947527	19773.	4.2960726
34	19474.	4.2894552	19534.	4.2907912	19594.	4.2921231	19654.	4.2934510	19714.	4.2947748	19774.	4.2960945
35	19475.	4.2894775	19535.	4.2908134	19595.	4.2921453	19655.	4.2934730	19715.	4.2947968	19775.	4.2961165
36	19476.	4.2894998	19536.	4.2908356	19596.	4.2921674	19656.	4.2934951	19716.	4.2948188	19776.	4.2961385
37	19477.	4.2895221	19537.	4.2908579	19597.	4.2921895	19657.	4.2935172	19717.	4.2948408	19777.	4.2961604
38	19478.	4.2895444	19538.	4.2908801	19598.	4.2922118	19658.	4.2935393	19718.	4.2948629	19778.	4.2961824
39	19479.	4.2895667	19539.	4.2909023	19599.	4.2922339	19659.	4.2935614	19719.	4.2948849	19779.	4.2962043
40	19480.	4.2895890	19540.	4.2909246	19600.	4.2922561	19660.	4.2935835	19720.	4.2949069	19780.	4.2962263
41	19481.	4.2896113	19541.	4.2909468	19601.	4.2922782	19661.	4.2936056	19721.	4.2949289	19781.	4.2962482
42	19482.	4.2896335	19542.	4.2909690	19602.	4.2923004	19662.	4.2936277	19722.	4.2949510	19782.	4.2961702
43	19483.	4.2896558	19543.	4.2909912	19603.	4.2923225	19663.	4.2936498	19723.	4.2949730	19783.	4.2962922
44	19484.	4.2896781	19544.	4.2910135	19604.	4.2923447	19664.	4.2936719	19724.	4.2949950	19784.	4.2963141
45	19485.	4.2897004	19545	4.2910357	19605.	4.2923668	19665.	4.2936940	19725.	4.2950170	19785.	4.2963361
46	19486.	4.2897227	19546.	4.2910579	19606.	4.2923890	19666.	4.2937160	19726.	4.2950390	19786.	4.2963580
47	19487.	4.2897450	19547.	4.2910801	19607.	4.2924111	19667.	4.2937381	19727.	4.2950610	19787.	4.2963800
48	19488.	4.2897673	19548.	4.2911023	19608.	4.2924333	19668.	4.2937602	19728.	4.2950831	19788.	4.2964019
49	19489.	4.2897896	19549.	4.2911245	19609.	4.2924554	19669.	4.2937823	19729.	4.2951051	19789.	4.2964238
50	19490.	4.2898118	19550.	4.2911468	19610.	4.2924776	19670.	4.2938044	19730.	4.2951271	19790.	4.2964458
51	19491.	4.2898341	19551.	4.2911690	19611.	4.2924997	19671.	4.2938264	19731.	4.2951491	19791.	4.2964677
52	19492.	4.2898564	19552.	4.2911912	19612.	4.2925219	19672.	4.2938485	19732.	4.2951711	19792.	4.2964897
53	19493.	4.2898787	19553.	4.2912134	19613.	4.2925440	19673.	4.2938706	19733.	4.2951931	19793.	4.2965116
54	19494.	4.2899010	19554.	4.2912356	19614.	4.2925662	19674.	4.2938927	19734.	4.2952151	19794.	4.2965336
55	19495.	4.2899232	19555.	4.2912578	19615.	4.2925883	19675.	4.2939147	19735.	4.2952371	19795.	4.2965555
56	19496.	4.2899455	19556.	4.2912800	19616.	4.2926105	19676.	4.2939368	19736.	4.2952591	19796.	4.2965774
57	19497.	4.2899678	19557.	4.2913022	19617.	4.2926326	19677.	4.2939589	19737.	4.2952811	19797.	4.2965994
58	19498.	4.2899901	19558.	4.2913244	19618.	4.2926547	19678.	4.2939810	19738.	4.2953031	19798.	4.2966213
59	19499.	4.2900123	19559.	4.2913466	19619.	4.2926769	19679.	4.2940030	19739.	4.2953251	19799.	4.2966433
60	19500.	4.2900346	19560.	4.2913689	19620.	4.2926990	19680.	4.2940251	19740.	4.2953471	19800.	4.2966652

M	30		31		32		33	
S	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.	N.	Logarit.
1	19801.	4.2966871	19861.	4.2980011	19921.	4.2993111	19981.	4.3006172
2	19802.	4.2967091	19862.	4.2980230	19922.	4.2993329	19982.	4.3006390
3	19803.	4.2967310	19863.	4.2980448	19923.	4.2993547	19983.	4.3006607
4	19804.	4.2967529	19864.	4.2980667	19924.	4.2993765	19984.	4.3006824
5	19805.	4.2967748	19865.	4.2980886	19925.	4.2993983	19985.	4.3007042
6	19806.	4.2967968	19866.	4.2981104	19926.	4.2994201	19986.	4.3007259
7	19807.	4.2968187	19867.	4.2981323	19927.	4.2994419	19987.	4.3007476
8	19808.	4.2968406	19868.	4.2981542	19928.	4.2994637	19988.	4.3007693
9	19809.	4.2968626	19869.	4.2981760	19929.	4.2994855	19989.	4.3007911
10	19810.	4.2968845	19870.	4.2981979	19930.	4.2995073	19990.	4.3008128
11	19811.	4.2969064	19871.	4.2982197	19931.	4.2995291	19991.	4.3008345
12	19812.	4.2969283	19872.	4.2982416	19932.	4.2995509	19992.	4.3008562
13	19813.	4.2969502	19873.	4.2982634	19933.	4.2995727	19993.	4.3008780
14	19814.	4.2969722	19874.	4.2982853	19934.	4.2995945	19994.	4.3008997
15	19815.	4.2969941	19875.	4.2983071	19935.	4.2996162	19995.	4.3009214
16	19816.	4.2970160	19876.	4.2983290	19936.	4.2996380	19996.	4.3009431
17	19817.	4.2970379	19877.	4.2983508	19937.	4.2996598	19997.	4.3009648
18	19818.	4.2970598	19878.	4.2983727	19938.	4.2996816	19998.	4.3009866
19	19819.	4.2970817	19879.	4.2983945	19939.	4.2997034	19999.	4.3010083
20	19820.	4.2971037	19880.	4.2984164	19940.	4.2997252	20000.	4.3010300
21	19821.	4.2971256	19881.	4.2984382	19941.	4.2997409		
22	19822.	4.2971475	19882.	4.2984601	19942.	4.2997687		
23	19823.	4.2971694	19883	4.2984819	19943.	4.2997905		
24	19824.	4.2971913	19884.	4.2985038	19944.	4.2998123		
25	19825.	4.2972132	19885.	4.2985256	19945.	4.2998340		
26	19826.	4.2972351	19886.	4.2985474	19946.	4.2998558		
27	19827.	4.2972570	19887.	4.2985693	19947.	4.2998776		
28	19828.	4.2972789	19888.	4.2985911	19948.	4.2998994		
29	19829.	4.2973008	19889.	4.2986129	19949.	4.2999211		
30	19830.	4.2973227	19890.	4.2986348	19950.	4.2999429		
31	19831.	4.2973446	19891.	4.2986566	19951.	4.2999647		
32	19832.	4.2973665	19892.	4.2986785	19952.	4.2999864		
33	19833.	4.2973884	19893.	4.2987003	19953.	4.3000082		
34	19834.	4.2974103	19894.	4.2987221	19954.	4.3000300		
35	19835.	4.2974322	19895.	4.2987439	19955.	4.3000517		
36	19836.	4.2974541	19896.	4.2987658	19956.	4.3000735		
37	19837.	4.2974760	19897.	4.2987876	19957.	4.3000953		
38	19838.	4.2974979	19898.	4.2988094	19958.	4.3001170		
39	19839.	4.2975198	19899.	4.2988313	19959.	4.3001388		
40	19840.	4.2975417	19900.	4.2988531	19960.	4.3001605		
41	19841.	4.2975636	19901.	4.2988749	19961.	4.3001823		
42	19842.	4.2975854	19902.	4.2988967	19962.	4.3002041		
43	19843.	4.2976073	19903.	4.2989185	19963.	4.3002258		
44	19844.	4.2976292	19904.	4.2989404	19964.	4.3002476		
45	19845.	4.2976511	19905.	4.2989622	19965.	4.3002693		
46	19846.	4.2976730	19906.	4.2989840	19966.	4.3002911		
47	19847.	4.2976949	19907.	4.2990058	19967.	4.3003128		
48	19848.	4.2977168	19908.	4.2990276	19968.	4.3003346		
49	19849.	4.2977386	19909.	4.2990494	19969.	4.3003563		
50	19850.	4.2977605	19910.	4.2990713	19970.	4.3003781		
51	19851.	4.2977824	19911.	4.2990931	19971.	4.3003998		
52	19852.	4.2978043	19912.	4.2991149	19972.	4.3004216		
53	19853.	4.2978261	19913.	4.2991367	19973.	4.3004433		
54	19854.	4.2978480	19914.	4.2991585	19974.	4.3004650		
55	19855.	4.2978699	19915.	4.2991803	19975.	4.3004868		
56	19856.	4.2978918	19916.	4.2992022	19976.	4.3005085		
57	19857.	4.2979136	19917.	4.2992239	19977.	4.3005303		
58	19858.	4.2979355	19918.	4.2992457	19978.	4.3005520		
59	19859.	4.2979574	19919.	4.2992675	19979.	4.3005737		
60	19860.	4.2979792	19920.	4.2992893	19980.	4.3005955		

TAVOLA

DEI

SENI, TANGENTI, E SECANTI

Per un raggio di 100000.00 parti

E DEI

LOGARITMI

DE' SENI, E TANGENTI

Supposto il Logaritmo del raggio = 10.0000000

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Coferant.	Log. Sen.	L. Cofen.	L. Tang	L. Cotang.	M
0	0	100000.00	0	Infinit.	100000.00	Infinit	0	0	0	Infinit.	60
2	29.09	99999.99	29.09	343774667.	100000.00	343774682.	6.4637261	10.0000000	6.4637261	13.5362739	59
2	58.18	99999.98	58.18	171887319.	100000.02	171887348.	6.7647561	9.9999999	6.7647562	13.2352438	58
3	87.27	99999.96	87.27	114591530.	100000.04	114591574.	6.9408473	9.9999998	6.9408475	13.0591525	57
4	116.36	99999.93	116.36	85943630.	100000.07	85943689.	7.0657860	9.9999997	7.0657863	12.9342137	56
5	145.44	99999.89	245.44	68754887.	100000.11	68754960.	7.1626960	9.9999995	7.1626964	12.8373036	55
6	174.53	99999.85	174.53	57195721.	100000.16	57195809.	7.2418771	9.9999993	7.2418778	12.7581122	54
7	203.62	99999.79	203.62	49110600.	100000.21	49110702.	7.3088239	9.9999991	7.3088248	12.6911752	53
8	232.71	99999.73	232.71	42971757.	100000.27	42971873.	7.3668157	9.9999988	7.3668169	12.6331831	52
9	261.80	99999.66	261.80	38197099.	100000.34	38197230.	7.4179681	9.9999985	7.4179696	12.5820304	51
10	290.89	99999.58	290.89	34377371.	100000.42	34377516.	7.4637255	9.9999982	7.4637273	12.5362727	50
11	319.98	99999.49	319.98	31252137.	100000.51	31252297.	7.5051181	9.9999978	7.5051203	12.4948797	49
12	349.06	99999.39	349.07	28647773.	100000.61	28647948.	7.5419065	9.0999974	7.5429091	12.4570909	48
13	378.15	99999.28	378.16	26444080.	100000.72	26444269.	7.5776684	9.9999969	7.5776715	12.4223285	47
14	407.24	99999.27	407.25	24555198.	100000.83	24555402.	7.6098530	9.9999964	7.6098566	12.3901434	46
15	436.33	99999.05	436.33	22918166.	100000.95	22918385.	7.6398160	9.9999959	7.6398201	12.3601799	45
16	465.42	99998.92	465.42	21485762.	100001.08	21485995.	7.6678445	9.9999953	7.6678492	12.3321508	44
17	494.51	99998.78	494.51	20221875.	100001.22	20222122.	7.6941733	9.9999947	7.6941786	12.3058214	43
18	523.60	99998.63	523.60	19098419.	100001.37	19098680.	7.7189960	9.9999940	7.7190026	12.2809974	42
19	552.68	99998.47	552.69	18093220.	100001.53	18093496.	7.7424775	9.9999934	7.7424841	12.2575159	41
20	581.77	99998.37	581.78	17188540.	100001.70	17188831.	7.7647537	9.9999927	7.7647610	12.2352390	40
21	610.86	99998.13	610.87	16370019.	100001.87	16370325.	7.7859427	9.9999919	7.7859508	12.2140492	39
22	639.95	99997.95	639.96	15625908.	100002.05	15626218.	7.8061458	9.9999911	7.8061547	12.1938453	38
23	669.04	99997.76	669.05	14946502.	100002.24	14946837.	7.8254507	9.9999903	7.8254604	12.1745396	37
24	698.13	99997.56	698.14	14323712.	100002.44	14324061.	7.8439338	9.9999894	7.8439444	12.1560556	36
25	727.21	99997.36	727.23	13750745.	100002.65	13752108.	7.8616623	9.9999885	7.8616738	12.1383262	35
26	756.30	99997.14	756.32	13221851.	100002.86	13222229.	7.8786953	9.9999876	7.8787077	12.1212923	34
27	785.39	99996.92	785.41	12732134.	100003.08	12732526.	7.8950854	9.9999866	7.8950988	12.1049012	33
28	824.48	99996.68	814.50	12277396.	100003.31	12277803.	7.9108793	9.9999856	7.9108938	12.0891062	31
29	843.57	99996.44	843.60	11854018.	100003.55	11854440.	7.9261190	9.9999845	7.9261344	12.0738656	31
30	872.65	99996.19	872.69	11458865.	100003.80	11459301.	7.9408419	9.9999835	7.9408584	12.0591416	30
31	901.74	99995.93	901.78	11089205.	100004.06	11089656.	7.9550819	9.9999823	7.9550996	12.0449004	29
32	930.84	99995.66	930.87	10742648.	100004.33	10743114.	7.9688698	9.9999812	7.9688886	12.0311114	28
33	959.92	99995.39	959.96	10417094.	100004.61	10417574.	7.9822334	9.9999800	7.9822534	12.0177466	27
34	989.00	99995.11	989.05	10110690.	100004.89	10111185.	7.9951980	9.9999788	7.9952192	12.0047808	26
35	1018.09	99994.81	2018.14	9821794.3	100005.18	9822303.3	8.0077867	9.9999775	8.0078092	11.9921908	25
36	1047.18	99994.51	1047.25	9548947.5	100005.48	9549471.1	8.0100207	9.9999762	8.0100445	11.9799555	24
37	1076.27	99994.21	1076.33	9290848.7	100005.79	9291386.9	8.0319195	9.9999748	8.0319440	11.9680554	23
38	2105.35	99993.89	1105.42	9046333.6	100006.11	9046886.3	8.0435009	9.9999735	8.0435274	11.9564726	22
39	1134.44	99993.56	1134.51	8814357.2	100006.44	8814924.4	8.0547814	9.9999721	8.0548094	11.9451906	21
40	1163.53	99993.23	1163.01	8593979.1	100006.77	8594560.9	8.0657763	9.9999706	8.0658057	11.9341943	20
41	1292.61	99992.89	1192.70	8384350.7	100007.11	8384947.0	8.0764997	9.9999691	8.0765306	11.9234694	19
42	1221.70	99992.54	1221.79	8184704.1	100007.46	8185315.0	8.0869646	9.9999676	8.0869970	11.9130030	18
43	1250.79	99992.18	1250.88	7994343.0	100007.82	7994968.4	8.0971832	9.9999660	8.0972172	11.9027828	17
44	1279.87	99991.81	1279.98	7812634.2	100008.19	7813274.2	8.1071669	9.9999644	8.1072025	11.8927975	10
45	1308.96	99991.43	1309.07	7639000.9	100008.57	7639655.4	8.1169262	9.9999628	8.1169634	11.8830366	15
46	1338.05	99991.04	1338.17	7472916.5	100008.96	7473585.6	8.1264710	9.9999611	8.1265099	11.8734901	14
47	1367.13	99990.65	1367.26	7313899.1	100009.35	7314582.7	8.1358104	9.9999594	8.1358510	11.8641490	13
48	1396.22	99990.25	1396.35	7161507.0	100009.75	7162205.2	8.1449532	9.9999577	8.1449956	11.8550044	12
49	1425.30	99989.84	1425.45	7015334.6	100010.16	7016047.4	8.1539075	9.9999559	8.1539516	11.8460484	11
50	1454.39	99989.42	1454.54	6875008.7	100010.58	6875736.0	8.1616808	9.9999541	8.1627267	11.837273	10
51	1483.48	99988.99	1483.64	6740185.4	100011.01	6740927.2	8.1712804	9.9999511	8.1713282	11.8286718	9
52	1512.56	99988.55	1512.73	6610547.2	100011.45	6611303.6	8.1797129	9.9999501	8.1797626	11.8202374	8
53	1541.65	99988.11	1541.83	6485800.7	100011.89	6486571.6	8.1879848	9.9999484	8.1880364	11.8119636	7
54	1570.73	99987.66	1570.93	6365674.1	100012.34	6366459.5	8.1961020	9.9999464	8.1961556	11.8038444	6
55	1599.82	99987.20	1600.02	6249915.4	100012.80	6250715.3	8.2040703	9.9999444	8.2041259	11.7958741	5
56	1628.90	99986.73	1619.12	6138190.5	100013.27	6139105.0	8.2118949	9.9999424	8.2119516	11.7880474	4
57	1657.99	99986.25	1658.21	6030582.0	100013.75	6031411.0	8.2195811	9.9999403	8.2196408	11.7803592	3
58	1687.07	99985.76	1687.38	5926587.2	100014.24	5927430.8	8.2271335	9.9999382	8.2271953	11.7728047	2
59	1716.16	99985.27	1716.41	5826117.4	100014.73	5826975.5	8.2345568	9.9999360	8.2346208	11.7653792	1
60	1745.24	99984.77	1745.51	5728096.2	100015.23	5729868.0	8.2418553	9.9999338	8.2419215	11.7580785	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	Log.Cof.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecante	Log. Sen.	L. Cosen.	Lo. Tang.	L. Cotang.	M
0	1745.24	99984.77	1745.51	5718996.2	100015.23	5719868.8	8.2418553	9.9999338	8.2419215	11.7580785	60
1	1774.32	99984.26	1774.60	5635059.0	100015.74	5635946.1	8.2490332	9.9999316	8.2491015	11.7508985	59
2	1803.41	99983.74	1803.70	5544151.7	100016.26	5545053.4	8.2560943	9.9999294	8.2561649	11.7438351	58
3	1832.49	99983.21	1832.80	5456230.0	100016.79	5457046.3	8.2630424	9.9999271	8.2631153	11.7368847	57
4	1861.58	99982.67	1861.90	5370858.7	100017.33	5371789.6	8.2698810	9.9999247	8.2699563	11.7300437	56
5	1890.66	99982.12	1891.00	5288210.9	100017.88	5289156.3	8.2766136	9.9999224	8.2766912	11.7233088	55
6	1919.74	99981.57	1920.10	5208067.3	100018.43	5209027.2	8.2832434	9.9999200	8.2833234	11.7166766	54
7	1948.83	99981.01	1949.20	5130315.7	100018.99	5131290.1	8.2897734	9.9999175	8.2898559	11.7101441	53
8	1977.91	99980.44	1978.30	5054850.6	100019.56	5055839.6	8.2962067	9.9999150	8.2962917	11.7037083	52
9	2006.99	99979.86	2007.40	4981572.6	100020.14	4982576.2	8.3025460	9.9999125	8.3026333	11.6973665	51
10	2036.08	99979.27	2036.50	4910388.1	100020.73	4911406.2	8.3087941	9.9999100	8.3088842	11.6911158	50
11	2065.16	99978.67	2065.60	4841208.4	100021.33	4842241.1	8.3149536	9.9999074	8.3150462	11.6849538	49
12	2094.24	99978.06	2094.70	4773950.2	100021.94	4774997.3	8.3210269	9.9999047	8.3211221	11.6788779	48
13	2123.32	99977.45	2123.80	4708534.3	100022.55	4709596.0	8.3270163	9.9999021	8.3271143	11.6728857	47
14	2152.41	99976.83	2152.91	4644886.2	100023.17	4645962.3	8.3329243	9.9998994	8.3330249	11.6669751	46
15	2181.49	99976.20	2182.01	4582935.1	100023.80	4584025.9	8.3387529	9.9998966	8.3388563	11.6611437	45
16	2210.57	99975.56	2211.11	4522614.1	100024.44	4523719.4	8.3445043	9.9998939	8.3446105	11.6553895	44
17	2239.65	99974.91	2240.21	4463859.6	100025.09	4464979.5	8.3501805	9.9998911	8.3502895	11.6497105	43
18	2268.73	99974.25	2269.32	4406611.3	100025.75	4407745.8	8.3557835	9.9998882	8.3558953	11.6441047	42
19	2297.81	99973.59	2298.42	4350812.2	100026.41	4351961.2	8.3613150	9.9998853	8.3614297	11.6385703	41
20	2326.90	99972.92	2327.33	4296407.7	100027.08	4297571.3	8.3667769	9.9998824	8.3668945	11.6331055	40
21	2355.98	99972.24	2356.63	4243346.4	100027.76	4244524.5	8.3721710	9.9998794	8.3722915	11.6277085	39
22	2385.06	99971.55	2385.74	4191579.0	100028.45	4192771.6	8.3774988	9.9998764	8.3776223	11.6223777	38
23	2414.14	99970.85	2414.84	4141058.8	100029.15	4142266.0	8.3827620	9.9998734	8.3828886	11.6171114	37
24	2443.21	99970.14	2443.95	4091741.2	100029.86	4092962.9	8.3879621	9.9998703	8.3880918	11.6119082	36
25	2472.30	99969.43	2473.05	4043583.7	100030.58	4044820.0	8.3931008	9.9998671	8.3932336	11.6067664	35
26	2501.38	99968.71	2502.16	3996546.0	100031.30	3997796.9	8.3981795	9.9998641	8.3983152	11.6016848	34
27	2530.46	99967.98	2531.27	3950589.5	100032.03	3951854.8	8.4031990	9.9998609	8.4033381	11.5966619	33
28	2559.54	99967.24	2560.38	3905677.1	100032.77	3906957.0	8.4081614	9.9998577	8.4083037	11.5916963	32
29	2588.62	99966.49	2589.48	3861773.8	100033.52	3863068.3	8.4130676	9.9998544	8.4132132	11.5867868	31
30	2617.69	99965.73	2618.59	3818845.9	100034.28	3820155.0	8.4179190	9.9998511	8.4180679	11.5819321	30
31	2646.77	99964.96	2647.70	3776[illegible]1.3	100035.05	3778184.9	8.4227168	9.9998478	8.4228690	11.5771310	29
32	2675.85	99964.19	2676.81	3735789.1	100035.81	3737127.3	8.4274621	9.9998445	8.4276176	11.5723824	28
33	2704.93	99963.41	2705.92	3695600.1	100036.60	3696951.8	8.4321561	9.9998411	8.4323150	11.5676850	27
34	2734.01	99962.62	2735.03	3656265.9	100037.39	3657633.2	8.4367995	9.9998376	8.4369622	11.5630378	26
35	2763.09	99961.82	2764.14	3617759.6	100038.19	3619141.4	8.4413944	9.9998342	8.4415603	11.5584397	25
36	2792.16	99961.01	2793.25	3580055.3	100039.00	3581451.7	8.4459409	9.9998306	8.4461103	11.5538897	24
37	2821.24	99960.19	2822.36	3543128.2	100039.81	3544539.1	8.4504402	9.9998271	8.4506131	11.5493869	23
38	2850.32	99959.36	2851.48	3506954.6	100040.65	3508380.0	8.4548934	9.9998235	8.4550699	11.5449301	22
39	2879.40	99958.53	2880.59	3471511.5	100041.48	3472951.5	8.4593013	9.9998199	8.4594814	11.5405186	21
40	2908.47	99957.69	2909.70	3436777.1	100042.32	3438231.6	8.4636649	9.9998162	8.4638486	11.5361514	20
41	2937.55	99956.84	2938.82	3402730.3	100043.17	3404199.4	8.4679850	9.9998125	8.4681725	11.5318275	19
42	2966.62	99955.98	2967.93	3369350.9	100044.03	3370834.5	8.4722626	9.9998088	8.4724538	11.5275462	18
43	2995.70	99955.11	2997.05	3336619.4	100044.90	3338117.6	8.4764984	9.9998050	8.4766933	11.5233067	17
44	3024.78	99954.24	3026.16	3304517.3	100045.78	3306030.0	8.4806932	9.9998012	8.4808910	11.3191080	16
45	3053.85	99953.36	3055.28	3273016.4	100046.67	3274553.6	8.4848479	9.9997974	8.4850505	11.5149495	15
46	3082.93	99952.47	3084.39	3242119.5	100047.56	3243671.3	8.4889632	9.9997935	8.4891696	11.5108304	14
47	3112.00	99951.57	3113.51	3211809.9	100048.46	3213366.3	8.4930398	9.9997896	8.4932501	11.5067498	13
48	3141.08	99950.66	3142.63	3181051.6	100049.37	3183622.5	8.4970784	9.9997856	8.4972918	11.5027072	12
49	3170.15	99949.74	3171.74	3152839.2	100050.29	3154424.6	8.5010798	9.9997817	8.5011982	11.4987018	11
50	3199.22	99948.81	3200.86	3124157.7	100051.22	3125757.7	8.5050447	9.9997776	8.5052671	11.4947329	10
51	3228.30	99947.88	3229.98	3095992.8	100052.15	3097607.4	8.5089736	9.9997736	8.5092001	11.4907999	9
52	3257.37	99946.94	3259.10	3068330.7	100053.09	3069959.8	8.5128673	9.9997695	8.5130978	11.4869022	8
53	3286.44	99945.99	3288.22	3041158.0	100054.05	3042801.7	8.5167264	9.9997651	8.5169610	11.4830390	7
54	3315.51	99945.03	3317.34	3014461.9	100055.01	3016120.1	8.5205514	9.9997611	8.5207901	11.4792098	6
55	3344.39	99944.06	3346.46	2988229.9	100055.98	2989902.6	8.5243430	9.9997570	8.5245860	11.4754140	5
56	3373.66	99943.08	3375.58	2962449.9	100056.96	2964137.3	8.5281017	9.9997527	8.5283490	11.4716510	4
57	3402.73	99942.09	3404.71	2937110.6	100057.95	2938812.4	8.5318281	9.9997484	8.5320797	11.4679203	3
58	3431.81	99941.09	3433.83	2912200.5	100058.94	2913916.9	8.5355228	9.9997441	8.5357787	11.4642213	2
59	3460.88	99940.09	3462.95	2887708.9	100059.94	2889439.8	8.5391863	9.9997398	8.5394466	11.4605334	1
60	3489.95	99939.08	3492.08	2863623.3	100060.95	2865370.8	8.5428192	9.9997354	8.5430838	11.4569162	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tang.	Cosec.	Secan.	Log. Cos.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

88. Gr.

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang	Secante	Cofecant.	Log. Sen.	L. Cofen	Lo Tang.	L. Cotang.	M
0	3489.95	99939.08	3492.08	2863625.3	100060.95	2865370.8	8.5428192	9.9997354	8.5430838	11.4569162	60
1	3519.02	99938.06	3521.20	2839939.7	100061.97	2841699.7	8.5464218	9.9997309	8.5466909	11.4533091	59
2	3548.09	99937.03	3550.33	2816642.2	100063.00	2818416.8	8.5499948	9.9997265	8.5501683	11.4497317	58
3	3577.16	99935.99	3579.45	2793723.3	100064.04	2795512.5	8.5535386	9.9997220	8.5538166	11.4461834	57
4	3606.23	99934.95	3608.58	2771174.0	100065.09	2772977.7	8.5570536	9.9997174	8.5573362	11.4426638	56
5	3635.30	99933.90	3637.71	2748985.3	100066.15	2750903.5	8.5605404	9.9997128	8.5608276	11.4391724	55
6	3664.37	99932.84	3666.83	2727148.6	100067.21	2728981.4	8.5639994	9.9997082	8.5642912	11.4357088	54
7	3693.44	99931.77	3695.96	2705655.7	100068.28	2707503.0	8.5674310	9.9997036	8.5677275	11.4322725	53
8	3722.51	99930.69	3725.09	2684498.4	100069.36	2686360.3	8.5708357	9.9996989	8.5711368	11.4188632	52
9	3751.58	99929.60	3754.22	2663669.0	100070.45	2665545.5	8.5742139	9.9996942	8.5745197	11.4254803	51
10	3780.65	99928.51	3783.35	2643160.0	100071.55	2645051.0	8.5775660	9.9996894	8.5778766	11.4221234	50
11	3809.71	99927.40	3812.48	2622963.8	100072.66	2624869.4	8.5808923	9.9996846	8.5812077	11.4187923	49
12	3838.78	99926.29	3841.61	2603073.6	100073.77	2604993.7	8.5841933	9.9996798	8.5845136	11.4154864	48
13	3867.85	99925.17	3870.74	2583482.3	100074.89	2585416.9	8.5874694	9.9996749	8.5877945	11.4122055	47
14	3896.91	99924.04	3899.88	2564183.2	100076.02	2566132.4	8.5907209	9.9996700	8.5910509	11.4089491	46
15	3925.98	99922.90	3929.01	2545170.0	100077.16	2547133.7	8.5939483	9.9996650	8.5942832	11.4057168	45
16	3955.05	99921.75	3958.14	2526436.1	100078.31	2528414.4	8.5971517	9.9996601	8.5974917	11.4025083	44
17	3984.11	99920.60	3987.28	2507975.7	100079.47	2509968.5	8.6003317	9.9996550	8.6006767	11.3993233	43
18	4013.18	99919.44	4016.41	2489782.6	100080.63	2401790.0	8.6034886	9.9996500	8.6038386	11.3961614	42
19	4041.24	99918.27	4045.55	2471851.2	100081.80	2473873.1	8.6066226	9.9996449	8.6069777	11.3930223	41
20	4071.31	99917.09	4074.69	2454175.8	100082.98	2456212.3	8.6097341	9.9996398	8.6100943	11.3899057	40
21	4100.37	99915.90	4103.83	2436750.9	100084.17	2438802.0	8.6128235	9.9996346	8.6131889	11.3868111	39
22	4129.44	99914.70	4132.96	2419571.4	100085.37	2421637.0	8.6158910	9.9996294	8.6162616	11.3837384	38
23	4158.50	99913.49	4162.10	2402632.0	100086.58	2404712.1	8.6189369	9.9996242	8.6193127	11.3806873	37
24	4187.57	99912.28	4191.24	2385927.7	100087.80	2388022.4	8.6219616	9.9996189	8.6223427	11.3776573	36
25	4216.63	99911.06	4220.38	2369453.7	100089.02	1371563.0	8.6249653	9.9996136	8.6253518	11.3746482	35
26	4245.69	99909.83	4249.52	2353205.1	100090.25	2355329.0	8.6279484	9.9996082	8.6283402	11.3716598	34
27	4274.75	99908.59	4278.66	2337177.7	100091.49	2339316.1	8.6309111	9.9996028	8.6313083	11.3686917	33
28	4303.82	99907.34	4307.81	1321366.6	100092.74	2323519.6	8.6338537	9.9995974	8.6342563	11.3657437	32
29	4332.88	99906.06	4336.95	2305769.7	100094.00	2307935.1	8.6367764	9.9995919	8.6371845	11.3628155	31
30	4361.94	99904.82	4366.09	2290376.5	100095.27	2292558.6	8.6396796	9.9995865	8.6400931	11.3599069	30
31	4391.00	99903.55	4395.24	2275189.2	100096.55	2277385.7	8.6425634	9.9995809	8.6429825	11.3570175	29
32	4420.06	99902.27	4424.38	2260201.5	100097.83	2262412.6	8.6454282	9.9995753	8.6458528	11.3541472	28
33	4449.12	99900.98	4453.53	2245409.6	100099.12	2247635.2	8.6482742	9.9995697	8.6487044	11.3512956	27
34	4478.18	99899.68	4482.68	2230809.7	100100.42	2233049.9	8.6511016	9.9995641	8.6515375	11.3484625	26
35	4507.24	99898.37	4511.82	2216398.0	100101.73	2218652.8	8.6539107	9.9995584	8.6543522	11.3456478	25
36	4536.30	99897.05	4540.97	2202171.0	100103.05	2204440.3	8.6567017	9.9995527	8.6571490	11.3428510	24
37	4565.36	99895.73	4570.12	2188125.1	100104.38	2190409.0	8.6594748	9.9995469	8.6599279	11.3400721	23
38	4594.42	99894.40	4599.27	2174256.9	100105.71	2176555.3	8.6622303	9.9995411	8.6626891	11.3373109	22
39	4623.47	99893.06	4628.42	2160563.0	100107.05	1162875.9	8.6649684	9.9995353	8.6654331	11.3345669	21
40	4652.53	99891.71	4657.57	2147040.1	100108.40	2149367.6	8.6676893	9.9995295	8.6681598	11.3318402	20
41	4681.59	99890.35	4686.73	2133685.1	100109.76	2136027.2	8.6703932	9.9995236	8.6708697	11.3291303	19
42	4710.65	99888.98	4715.88	2120494.9	100111.13	2122851.5	8.6730804	9.9995176	8.6735628	11.3264372	18
43	4739.70	99887.61	4745.03	1107456.4	100112.51	2109837.5	8.6757510	9.9995116	8.6762393	11.3237607	17
44	4768.76	99886.23	4774.19	2094596.6	100113.90	2096982.4	8.6784052	9.9995056	8.6788996	11.3211004	16
45	4797.81	99884.84	4803.34	2081882.8	100115.30	2084283.0	8.6810433	9.9994996	8.6815437	11.3184563	15
46	4826.88	99883.44	4832.50	2069322.0	100116.70	2071736.8	8.6836654	9.9994935	8.6841719	11.3158281	14
47	4855.92	99882.03	4861.66	2056911.3	100118.11	2059340.9	8.6862718	9.9994874	8.6867844	11.3132156	13
48	4884.98	99880.61	4890.82	2044648.6	100119.53	2047092.3	8.6888625	9.9994812	8.6893813	11.3106187	12
49	4914.03	99879.18	4919.97	2032530.7	100120.96	2034989.2	8.6914379	9.9994750	8.6919629	11.3080371	11
50	4943.08	99877.75	4949.13	2010555.3	100122.40	2023028.4	8.6939980	9.9994688	8.6945292	11.3054708	10
51	4972.14	99876.21	4978.29	2008719.9	100123.85	2011207.5	8.6965431	9.9994625	8.6970806	11.3029194	9
52	5001.19	99874.86	5007.46	1997021.9	100125.30	1999524.1	8.6990734	9.9994562	8.6996172	11.3003828	8
53	5030.24	99873.40	5036.62	1985459.1	100126.76	1987975.8	8.7015889	9.9994498	8.7021390	11.2978610	7
54	5059.29	99871.93	5065.78	1974029.1	100128.23	1976559.5	8.7040899	9.9994435	8.7046465	11.2953535	6
55	5088.35	99870.45	5094.95	1962729.6	100129.71	1965275.4	8.7065766	9.9994370	8.7071395	11.2928605	5
56	5117.40	99868.97	5124.11	1951558.4	100131.20	1954118.7	8.7090490	9.9994306	8.7096185	11.2903815	4
57	5146.45	99867.48	5153.28	1940513.3	100132.70	1943088.2	8.7115075	9.9994241	8.7120834	11.2879166	3
58	5175.50	99865.98	5182.44	1929592.2	100134.20	1932181.6	8.7139520	9.9994176	8.7145345	11.2854655	2
59	5204.55	99864.47	5211.61	1918793.0	100135.71	1921397.0	8.7163829	9.9994110	8.7169719	11.2830281	1
60	5233.60	99862.96	5240.78	1908113.7	100137.23	1010732.3	8.7188002	9.9994044	8.7193958	11.2806042	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	L.Cofec.	L. Sec.	L. Cot.	L. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan.	Log Sen	Log. Cos.	L. Tang.	L. Cotang	M
0	5233.60	99862.95	5240.78	1908113.7	100137.23	1910732.2	8.7188002	9.9994244	8.7193958	11.2806042	60
1	5262.64	99861.42	5269.95	1897552.3	100138.76	1900185.4	8.7212040	9.9993978	8.7218063	11.2781937	59
2	5291.69	99859.89	5299.12	1887106.8	100140.30	1889754.5	8.7235946	9.9993911	8.7242035	11.2757965	58
3	5320.74	99858.35	5328.29	1876775.4	100141.85	1879437.5	8.7259721	9.9993844	8.7265877	11.2734123	57
4	5349.79	99856.80	5357.46	1866556.2	100143.41	1869133.0	8.7283366	9.9993776	8.7289589	11.2710411	56
5	5378.83	99855.24	5386.63	1856447.3	100144.98	1859138.7	8.7306881	9.9993708	8.7313174	11.2686826	55
6	5407.88	99853.67	5415.81	1846447.1	100146.55	1849153.0	8.7330272	9.9993640	8.7336631	11.2663369	54
7	5436.93	99852.09	5444.98	1836553.7	100148.13	1839274.2	8.7353535	9.9993571	8.7359964	11.2640036	53
8	5465.97	99850.50	5474.16	1826765.4	100149.71	1829500.5	8.7376675	9.9993503	8.7383172	11.2616828	52
9	5495.02	99848.91	5503.33	1817080.7	100151.32	1819830.3	8.7399691	9.9993433	8.7406258	11.2593742	51
10	5524.00	99847.31	5532.51	1807497.7	100152.93	1810261.9	8.7422586	9.9993364	8.7429222	11.2570778	50
11	5553.11	99845.70	5561.69	1798015.0	100154.55	1800793.7	8.7445360	9.9993293	8.7452067	11.2547933	49
22	5582.15	99844.08	5590.87	1788631.0	100156.17	1791424.3	8.7468015	9.9993223	8.7474792	11.2525208	48
13	5611.19	99841.45	5620.05	1779344.2	100157.80	1782152.0	8.7490553	9.9993152	8.7497400	11.2502600	47
14	5640.24	99840.81	5649.23	1770152.9	100159.44	1772975.3	8.7512973	9.9993081	8.7519892	11.2480108	46
15	5669.28	99839.16	5678.41	1761055.9	100161.09	1763892.8	8.7535278	9.9993009	8.7542269	11.2457731	45
16	5698.32	99837.51	5707.59	1752051.6	100162.75	1754903.0	8.7557469	9.9992938	8.7564531	11.2435469	44
17	5717.36	99835.85	5736.78	1743138.5	100164.42	1746004.6	8.7579546	9.9992865	8.7586681	11.2413319	43
18	5756.40	99834.18	5765.96	1734315.5	100166.10	1737196.0	8.7601512	9.9992791	8.7608719	11.2391281	42
19	5785.44	99832.50	5795.15	1725580.9	100167.78	1728476.1	8.7623366	9.9992720	8.7630647	11.2369353	41
20	5814.48	99830.81	5824.34	1716933.7	100169.47	1719843.4	8.7645111	9.9991646	8.7651465	11.2347535	40
21	5843.52	99829.11	5853.52	1708372.3	100171.17	1711196.6	8.7666747	9.9992572	8.7674175	11.2325825	39
22	5872.56	99817.41	5882.71	1699895.7	100172.88	1702834.6	8.7688275	9.9992498	8.7695777	11.2304223	38
23	5901.60	99825.70	5911.90	1691502.5	100174.60	1694555.9	8.7709697	9.9992424	8.7717274	11.2282726	37
24	5930.64	99823.98	5941.09	1683191.5	100176.33	1686150.4	8.7731014	9.9992349	8.7738665	11.2261335	36
25	5959.67	99822.25	5970.29	1674961.4	100178.07	1677943.9	8.7752226	9.9992274	8.7759951	11.2240049	35
26	5988.71	99820.51	5999.48	1666811.2	100179.81	1669808.1	8.7773334	9.9992198	8.7781136	11.2218864	34
27	6017.75	99818.76	6018.67	1658739.6	100181.56	1661751.2	8.7794340	9.9992122	8.7802218	11.2197782	33
28	6046.78	99817.01	6057.87	1650745.5	100183.32	1653771.7	8.7815244	9.9992046	8.7823199	11.2176801	32
29	6075.82	99815.25	6087.06	1642827.9	100185.09	1645868.6	8.7836048	9.9991969	8.7844079	11.2155921	31
30	6104.85	99813.48	6116.26	1634985.6	100186.87	1638040.6	8.7856753	9.9991892	8.7864861	11.2135139	30
31	6133.89	99811.70	6145.46	1627217.4	100188.66	1630287.3	8.7877350	9.9991815	8.7885544	11.2114456	29
32	6162.92	99809.91	6174.66	1619522.5	100190.46	1622606.9	8.7897867	9.9991737	8.7906130	11.2093870	28
33	6191.96	99808.11	6203.86	2611899.8	100192.26	1614998.7	8.7918278	9.0991659	8.7926610	11.2073380	27
34	6220.99	99806.30	6233.06	1604348.2	100194.07	1607461.7	8.7938594	9.9991580	8.7947014	11.2052986	26
35	6250.02	99804.49	6262.26	1596866.7	100195.89	1599994.8	8.7958814	9.9991501	8.7967313	11.2032687	25
36	6279.05	99802.67	6191.47	1589454.5	100197.72	1592597.1	8.7978941	9.9991422	8.7987519	11.2012481	24
37	6308.08	99800.84	6320.67	1582110.4	100199.59	1585267.6	8.7998974	9.9991342	8.8007632	11.1992368	23
38	6337.11	99799.00	6349.88	1574833.7	100201.41	1578005.4	8.8018915	9.9991262	8.8027653	11.1972347	22
39	6366.14	99797.15	6379.08	1567623.3	100203.26	1570809.6	8.8038764	9.9991182	8.8047583	11.1952417	21
40	6395.17	99795.29	6408.29	1560478.4	100205.11	1563679.3	8.8058523	9.9991101	8.8067422	11.1932578	20
41	6424.20	99793.43	6437.50	1553398.1	100106.99	1556613.5	8.8078192	9.9991020	8.8087171	11.1912828	19
42	6453.23	99791.56	6466.71	1546381.4	100108.87	1549611.4	8.8097772	9.9990938	8.8106834	11.1893166	18
43	6482.26	99789.68	6495.92	1539427.6	100110.76	1542672.1	8.8117264	9.9990856	8.8116407	11.1873593	17
44	6511.29	99787.79	6525.13	1532535.8	100212.66	1535794.9	8.8136668	9.9990774	8.8145894	11.1854106	16
45	6540.31	99785.89	6554.35	1525705.2	100214.57	1528978.8	8.8155985	9.9990691	8.8165294	11.1834706	15
46	6569.34	99783.98	6583.56	1518934.9	100216.49	1522223.1	8.8175217	9.9990608	8.8184608	11.1815392	14
47	6598.36	99782.06	6612.78	1512124.2	100218.41	1515527.0	8.8194363	9.9990525	8.8203838	11.1796162	13
48	6627.39	99780.14	6641.99	1505572.5	100120.34	1508889.6	8.8213415	9.9990441	8.8222984	11.1777016	12
49	6656.41	99778.21	6671.21	1498978.4	100222.28	1502310.3	8.8232404	9.9990357	8.8242046	11.1757954	11
50	6685.44	99776.27	6700.43	1492441.7	100224.13	1495788.2	8.8251299	9.9990273	8.8261026	11.1738974	10
51	6714.46	99774.32	6729.65	1485961.5	100226.19	1489322.6	8.8270112	9.9990188	8.8279924	11.1720076	9
52	6743.48	99772.36	6758.87	1479537.2	100228.16	1482912.8	8.8288844	9.9990103	8.8298741	11.1701159	8
53	6772.51	99770.39	6788.09	1473167.9	100230.13	1476558.0	8.8307495	9.9990017	8.8317478	11.1682522	7
54	6801.53	99768.42	6817.32	1466851.9	100232.11	1470157.6	8.8326066	9.9989931	8.8336134	11.1663866	6
55	6830.55	99766.44	6846.54	1460591.6	100234.10	1464010.9	8.8344557	9.9989845	8.8354712	11.1645288	5
56	6859.57	99764.45	6875.77	1454383.3	100236.10	1457817.1	8.8362969	9.9989758	8.8373212	11.1626789	4
57	6888.59	99762.45	6904.99	1448227.3	100238.11	1451675.7	8.8381304	9.9989671	8.8391633	11.1608367	3
58	6917.61	99760.44	6934.22	1442123.0	100240.13	1445585.9	8.8399561	9.9989584	8.8409977	11.1590023	2
59	6946.63	99758.42	6963.45	1436069.6	100242.16	1439547.1	8.8417741	9.9989496	8.8428245	11.1571755	1
60	6975.65	99756.40	6992.68	1430066.6	100244.19	1433558.7	8.8435845	9.9989408	8.8446437	11.1553563	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	Lo. Cos.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

8[illegible]. Gr.

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan.	Log. Sen.	L.Cosen.	L. Tang	L.Cotang.	M
0	6975.65	99756.40	6991.68	1430066.6	100244.19	1433558.7	8.8435845	9.9989408	8.8446437	11.1553563	60
1	7004.66	99754.36	7021.91	1424113.4	100246.23	1427620.0	8.8453874	9.9989319	8.8464554	11.1535446	59
2	7033.68	99752.38	7051.15	1418209.2	100248.28	1421730.4	8.8471827	9.9989230	8.8482597	11.1517403	58
3	7062.70	99750.23	7080.38	1412353.6	100250.34	1415889.4	8.8489707	9.9989141	8.8500566	11.1499434	57
4	7091.71	99748.22	7109.61	1406545.9	100252.41	1410096.2	8.8507512	9.9989052	8.8518461	12.1481539	56
5	7120.73	99746.15	7138.85	1400785.6	100254.49	1404350.4	8.8525245	9.9988962	8.8536283	11.1463717	55
6	7149.74	99744.07	7168.09	1395071.9	100256.58	1398651.4	8.8542905	9.9988871	8.8554034	11.1445966	54
7	7178.76	99741.99	7197.33	1389404.5	100258.68	1392998.5	8.8560493	9.9988780	8.8571713	11.1428187	53
8	7207.77	99739.90	7226.57	1383782.7	100260.78	1387391.3	8.8578010	9.9988689	8.8589321	11.1410679	52
9	7236.78	99737.80	7255.81	1378206.0	100262.89	1381829.1	8.8595457	9.9988598	8.8606859	11.1393141	51
10	7265.80	99735.69	7285.05	1372673.8	100265.01	1376311.5	8.8612833	9.9988506	8.8624327	11.1375673	50
11	7294.81	99733.57	7314.30	1367185.6	100267.14	1370837.9	8.8630139	9.9988414	8.8641725	11.1358275	49
12	7323.82	99731.44	7343.54	1361740.9	100269.28	1365407.7	8.8647376	9.9988321	8.8659055	11.1340945	48
13	7352.83	99729.31	7372.79	1356339.1	100271.43	1360020.5	8.8664545	9.9988228	8.8676317	11.1323683	47
14	7381.84	99727.17	7402.03	1350979.9	100273.58	1354675.8	8.8681646	9.9988135	8.8693511	11.1306489	46
15	7410.85	99725.02	7431.28	1345662.5	100275.74	1349373.1	8.8698680	9.9988041	8.8710638	11.1289361	45
16	7439.86	99722.86	7460.53	1340386.7	100277.91	1344111.8	8.8715646	9.9987947	8.8727699	11.1272301	44
17	7468.87	99720.69	7489.79	1335151.8	100280.09	1338891.4	8.8732546	9.9987853	8.8744694	11.1255306	43
18	7497.87	99718.51	7519.04	1329957.4	100282.28	1333711.6	8.8749382	9.9987758	8.8761623	11.1238377	42
19	7526.88	99716.32	7548.29	1324803.1	100284.48	1328571.9	8.8766150	9.9987663	8.8778487	11.1221513	41
20	7555.89	99714.13	7577.55	1319688.3	100286.68	1323471.6	8.8782854	9.9987567	8.8795286	11.1204714	40
21	7584.89	99711.93	7606.80	1314612.7	100288.89	1318410.6	8.8799493	9.9987471	8.8812022	11.1187978	39
22	7613.90	99709.72	7636.01	1309575.7	100291.11	1313388.1	8.8816069	9.9987375	8.8828694	11.1171306	38
23	7642.90	99707.50	7665.32	1304576.9	100293.34	1308404.0	8.8832581	9.9987278	8.8845303	11.1154697	37
24	7671.90	99705.27	7694.58	1299616.0	100295.58	1303457.6	8.8849031	9.9987181	8.8861850	11.1138150	36
25	7700.91	99703.03	7723.84	1294692.4	100197.83	1298548.6	8.8865418	9.9987084	8.8878334	11.1121666	35
26	7729.91	99700.79	7753.11	1289805.8	100300.09	1293676.5	8.8881743	9.9986986	8.8894757	11.1105243	34
27	7758.91	99698.54	7782.37	1284955.7	100301.36	1288841.0	8.8898007	9.9986888	8.8911119	11.1088881	33
28	7787.91	99696.28	7811.64	1280141.7	100304.64	1284041.5	8.8914209	9.9986790	8.8927420	11.1072580	32
29	7816.91	99694.01	7840.90	1275363.4	100306.93	1279277.9	8.8930351	9.9986691	8.8943660	11.1056340	31
30	7845.91	99691.73	7870.17	1270620.5	100309.22	1274549.5	8.8946433	9.9986591	8.8959841	11.1040158	30
31	7874.91	99689.44	7899.44	1265912.5	100311.52	1269856.0	8.8962455	9.9986492	8.8975963	11.1024037	29
32	7903.91	99687.15	7928.71	1261239.0	100313.83	1265197.1	8.8978418	9.9986392	8.8992026	11.1007974	28
33	7932.90	99684.85	7957.98	1156599.7	100316.15	1260572.4	8.8994322	9.9986292	8.9008030	11.0991970	27
34	7961.90	99682.54	7987.26	1251994.2	100318.48	1255981.5	8.9010168	9.9986191	8.9023977	11.0976023	26
35	7990.90	99680.22	8016.53	1247422.1	100320.81	1251424.0	8.9025955	9.9986090	8.9039866	11.0960134	25
36	8019.89	99677.89	8045.81	1242883.1	100323.15	1246899.5	8.9041685	9.9985988	8.9055697	11.0944303	24
37	8048.89	99675.55	8075.09	1238376.8	100325.50	1242407.8	8.9057358	9.9985886	8.9071472	11.0928528	23
38	8077.88	99673.20	8104.37	1233902.8	100327.86	1237948.4	8.9072975	9.9985784	8.9087190	11.0912810	22
39	8106.87	99670.85	8133.65	1229460.8	100330.23	1233521.0	8.9088535	9.9985682	8.9102853	11.0897147	21
40	8135.87	99668.49	8162.93	1225050.6	100332.61	1219125.2	8.9104039	9.9985579	8.9118460	11.0881540	20
41	8164.86	99666.12	8192.22	1220671.6	100335.00	1224760.8	8.9119487	9.9985475	8.9134012	11.0865988	19
42	8193.85	99663.74	8211.50	1216323.6	100337.40	1220427.4	8.9134881	9.9985372	8.9149509	11.0850491	18
43	8222.84	99661.35	8150.78	1212006.2	100339.80	1216124.6	8.9150219	9.9985268	8.9164952	11.0835048	17
44	8251.83	99658.95	8280.07	1207719.2	100342.21	1211852.2	8.9165504	9.9985162	8.9180340	11.0819660	16
45	8280.81	99656.55	8309.36	1103462.2	100344.63	1207609.8	8.9180734	9.9985058	8.9195675	11.0804325	15
46	8309.81	99654.14	8338.65	1199234.9	100347.06	1203397.0	8.9195911	9.9984953	8.9210057	11.0789043	14
47	8338.80	99651.72	8367.94	1195037.0	100349.50	1199213.7	8.9211034	9.9984848	8.9226186	11.0773814	13
48	8367.78	99649.29	8397.23	1190869.2	100351.95	1195059.5	8.9226105	9.9984742	8.9241363	11.0758637	12
49	8396.77	99646.85	8426.53	1186728.2	100354.41	1190934.0	8.9241123	9.9984636	8.9256487	11.0743513	11
50	8425.76	99644.40	8455.83	1182616.7	100356.87	1186837.0	8.9256089	9.9984519	8.9271560	11.0728440	10
51	8454.74	99641.94	8485.12	1178533.3	100359.34	1181768.1	8.9271003	9.9984422	8.9186581	11.0723419	9
52	8483.73	99639.48	8514.42	1174477.9	100361.82	1178727.4	8.9285866	9.9984315	8.9301551	11.0698448	8
53	8512.71	99637.01	8543.72	1170450.0	100364.31	1174714.1	8.9300678	9.9984207	8.9316471	11.0683529	7
54	8541.60	99634.53	8573.02	1166449.5	100366.81	1170728.2	8.9315439	9.9984099	8.9331340	11.0668660	6
55	8570.67	99632.04	8602.33	1162476.1	100369.32	1166769.3	8.9330150	9.9983990	8.9346160	11.0653840	5
56	8509.66	99629.54	8631.63	1158519.4	100371.84	1162837.2	8.9344811	9.9983881	8.9360919	11.0639071	4
57	8618.64	99627.03	8660.94	1154609.3	100374.36	1158931.6	8.9359422	9.9983772	8.9375650	11.0624350	3
58	8657.62	99624.52	8690.25	1150715.4	100376.89	1155051.3	8.9373983	9.9983663	8.9390321	11.0609679	2
59	8686.60	99622.00	8719.56	1146847.4	100379.43	1151199.0	8.9388496	9.9983553	8.9404944	11.0595056	1
60	8715.57	99619.47	8748.87	1143005.2	100381.98	1147371.3	8.9402960	9.9983442	8.9419518	11.0580482	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tang.	Cosec.	Secan.	Lo.Cos.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan	Log. Sen.	L. Cosen.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	8715.57	99619.47	8748.87	1143005.2	100381.98	1147371.3	8.9402960	9.9983442	8.9419518	11.0580482	60
1	8744.55	99616.93	8778.18	1139188.5	100384.54	1143569.2	8.9417376	9.9983331	8.9434044	11.0565956	59
2	8775.53	99614.38	8807.49	1135397.0	100387.11	1139792.2	8.9431743	9.9983220	8.9448523	11.0551477	58
3	8802.51	99611.82	8836.81	1131630.4	100389.69	1136040.2	8.9446063	9.9983109	8.9462954	11.0537046	57
4	8831.48	99609.26	8866.12	1127888.5	100392.28	1132312.9	8.9460335	9.9982997	8.9477338	11.0522662	56
5	8860.46	99606.69	8895.44	1124171.2	100394.87	1128610.1	8.9474561	9.9982885	8.9491676	11.0508324	55
6	8889.43	99604.11	8924.76	1120478.0	100397.47	1124931.6	8.9488739	9.9982772	8.9505967	11.0494033	54
7	8918.40	99601.52	8954.08	1116808.9	100400.08	1121277.0	8.9502871	9.9982659	8.9520212	11.0479789	53
8	8947.38	99598.92	8983.41	1113163.5	100402.70	1117646.2	8.9516957	9.9982546	8.9534420	11.0465590	52
9	8976.35	99596.31	9012.73	1109541.6	200405.33	1114038.9	8.9530996	9.9982433	8.9548564	11.0451436	51
10	9005.32	99593.69	9042.06	1105943.1	100407.97	1110454.9	8.9544991	9.9982318	8.9562672	11.0437328	50
11	9034.29	99591.07	9071.38	1102367.9	100410.61	1106894.0	8.9558940	9.9982204	8.9576735	11.0423265	49
12	9063.26	99588.44	9100.71	1098815.0	100413.26	1103356.0	8.9572843	9.9982089	8.9590754	11.0409246	48
13	9092.23	99585.80	9130.04	1095285.0	100415.92	1099840.6	8.9586703	9.9981974	8.9604728	11.0395272	47
14	9121.19	99583.15	9159.38	1091777.5	100418.59	1096347.6	8.9600517	9.9981859	8.9618659	11.0381341	46
15	9150.16	99580.49	9188.71	1088292.1	100421.27	1092876.8	8.9614288	9.9981743	8.9632545	11.0367455	45
16	9179.13	99577.82	9218.09	1084828.8	100423.96	1089428.1	8.9628014	9.9981627	8.9646388	11.0353612	44
17	9208.09	99575.25	9247.38	1081387.2	100426.66	1086001.1	8.9641697	9.9981510	8.9660188	11.0339812	43
18	9237.06	99572.47	9276.72	1077967.3	100429.37	1082595.7	8.9655337	9.9981393	8.9675944	11.0326056	42
19	9266.02	99569.78	9306.06	1074568.7	100432.08	1079211.7	8.9668934	9.9981276	8.9687658	11.0312342	41
20	9294.99	99567.08	9335.40	1071191.3	100434.80	1075848.8	8.9681487	9.9981158	8.9701330	12.0298670	40
21	9323.95	99564.37	9364.74	1067834.8	100437.53	1072507.0	8.9695999	9.9981040	8.9714959	11.0285041	39
22	9352.91	99561.65	9394.09	1064499.2	100440.27	1069185.9	8.9709468	9.9980921	8.9728547	11.0271453	38
23	9381.87	99558.92	9423.44	1061184.1	100443.02	1065885.4	8.9722895	9.9980802	8.9742092	11.0257908	37
24	9410.83	99556.19	9452.78	1057889.5	100445.78	1062605.4	8.9736180	9.9980683	8.9755597	11.0244403	36
25	9439.79	99553.45	9482.13	1054615.1	100448.55	1059345.5	8.9749624	9.9980563	8.9769060	11.0230940	35
26	9468.75	99550.70	9511.48	1051360.6	100451.33	1056105.7	8.9762926	9.9980443	8.9782483	11.0217517	34
27	9497.71	99547.94	9540.84	1048126.1	100454.11	1052885.7	8.9776188	9.9980323	8.9795865	11.0204135	33
28	9526.66	99545.17	9570.19	1044911.2	100456.90	1049685.4	8.9789408	9.9980102	8.9809106	11.0190794	32
29	9555.62	99542.40	9599.55	1041715.8	100459.70	1046504.6	8.9802589	9.9980081	8.9822507	11.0177493	31
30	9584.58	99539.62	9618.90	1038539.7	100462.51	1043343.0	8.9815729	9.9979960	8.9835769	11.0164231	30
31	9613.53	99536.83	9658.26	1035382.7	100465.33	1040200.7	8.9828829	9.9979838	8.9848991	11.0151009	29
32	9642.48	99534.03	9687.63	1032244.7	100468.16	1037077.2	8.9841889	9.9979716	8.9862173	11.0137827	28
33	9671.44	99531.22	9716.99	1029125.5	100470.99	1033972.6	8.9854910	9.9979593	8.9875317	11.0124683	27
34	9700.39	99528.40	9746.35	1026024.0	100473.83	1030886.6	8.9867891	9.9979470	8.9888421	11.0111579	26
35	9729.34	99525.57	9775.72	1022941.8	100476.68	1027819.0	8.9880834	9.9979347	8.9901487	11.0098513	25
36	9758.29	99522.74	9805.09	1019878.9	100479.54	1024760.7	8.9893737	9.9979223	8.9914514	11.0085486	24
37	9787.24	99519.90	9834.46	1016833.2	100482.41	1021738.5	8.9906602	9.9979099	8.9927503	11.0072497	23
38	9816.19	99517.05	9863.83	1013805.4	100485.29	1018725.4	8.9919429	9.9978975	8.9940454	11.0059546	22
39	9845.14	99514.19	9893.20	1010795.4	100488.18	1015730.1	8.9932217	9.9978850	8.9953367	11.0046633	21
40	9874.08	99511.32	9922.57	1007803.1	100491.08	1012752.2	8.9944968	9.9978725	8.9966243	11.0033757	20
41	9903.03	99508.44	9951.95	1004828.3	100493.99	1009792.0	8.9957681	9.9978599	8.9979081	11.0020919	19
42	9931.97	99505.55	9981.33	1001870.8	100496.90	1006849.1	8.9970356	9.9978473	8.9991883	11.0008117	18
43	9960.92	99502.66	10010.72	998930.50	100499.82	1003923.4	8.9982994	9.9978347	9.0004647	10.9995353	17
44	9989.86	99499.76	10040.09	996007.24	100502.75	1001014.7	8.9995595	9.9978220	9.0017375	10.9982625	16
45	10018.81	99496.85	10069.47	993100.88	100505.69	998122.91	9.0008160	9.9978093	9.0030066	10.9969934	15
46	10047.75	99493.93	10098.85	990211.25	100508.64	995247.87	9.0020687	9.9977966	9.0042721	10.9957279	14
47	20076.69	99491.00	10128.24	987338.23	100511.60	992389.43	9.0033179	9.9977838	9.0055540	10.9944660	13
48	10105.63	99488.06	10157.63	984481.66	100514.57	999547.44	9.0045634	9.9977710	9.0067924	10.9932076	12
49	10134.57	99485.12	10187.02	981641.40	100517.54	986721.76	9.0058053	9.9977582	9.0080471	10.9919529	11
50	10163.51	99482.17	10216.41	978817.32	100520.58	983911.27	9.0070436	9.9977453	9.0092984	10.9907016	10
51	10192.45	99479.21	10245.80	976009.27	100523.51	981118.80	9.0082784	9.9977324	9.0105461	10.9804539	9
52	10221.38	99476.24	10275.20	973217.13	100526.51	978341.24	9.0095096	9.9977194	9.0117903	10.9882097	8
53	10250.32	99473.26	10304.60	970440.75	100529.52	975579.44	9.0107374	9.9977064	9.0130310	10.9869690	7
54	10279.25	99470.27	10334.00	967680.00	100532.54	972833.27	9.0119616	9.9976934	9.0142682	10.9857318	6
55	10308.19	99467.28	10363.40	964934.75	100535.57	970102.60	9.0131823	9.9976803	9.0155021	10.9844979	5
56	10337.12	99464.28	10392.80	962204.86	100538.60	967387.30	9.0143996	9.9976672	9.0167325	10.9832675	4
57	10366.05	99461.27	10422.20	959490.22	100541.64	964687.24	9.0156135	9.9976540	9.0179594	10.9820406	3
58	10394.99	99458.25	10451.60	956790.68	100544.69	962001.29	9.0168239	9.9976408	9.0191831	10.9808169	2
59	10423.92	99455.22	10481.01	954106.13	100547.75	959332.33	9.0180309	9.9976276	9.0204033	10.9795967	1
60	10452.85	99452.18	10510.42	951436.45	100550.92	956677.22	9.0192346	9.9976143	9.0216202	10.9783798	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	Lo. Cof	L. Seno.	Lo Cot.	L. Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cofecant.	Log. Sen.	L. Cofen	Lo Tan.	L. Cotang.	M
0	10452.85	99452.18	10510.42	951436.45	100550.82	950677.21	9.0192346	9.9976143	9.0216201	10.9783798	60
1	10481.78	99449.14	10539.83	948781.49	100553.90	954036.86	9.0204348	9.9976010	9.0228338	10.9771662	59
2	10510.70	99446.09	10569.24	946141.16	100556.99	951411.10	9.0216318	9.9975877	9.0240441	10.9759559	58
3	10539.63	99443.93	10598.66	943515.31	100560.09	948799.84	9.0228254	9.9975743	9.0252510	10.9747490	57
4	10568.56	99439.96	10628.08	940903.84	100563.20	946202.96	9.0240157	9.9975609	9.0264548	10.9735452	56
5	10597.48	99436.88	10657.50	938306.63	100566.31	943620.33	9.0252017	9.9975475	9.0276552	10.9723448	55
6	10626.41	99433.79	10686.92	935723.55	100569.43	941051.84	9.0263865	9.9975340	9.0288524	10.9711476	54
7	10655.33	99430.69	10716.34	933154.50	100572.56	938497.38	9.0275669	9.9975205	9.0300464	10.9699536	53
8	10684.15	99427.59	10745.76	930599.36	100575.70	935956.82	9.0287442	9.9975069	9.0312373	10.9687627	52
9	10713.18	99424.48	10775.19	928058.02	100578.85	933430.06	9.0299182	9.9974933	9.0324249	10.9675751	51
10	10742.10	99421.36	10804.62	925530.35	100582.01	930916.99	9.0310890	9.9974797	9.0336093	10.9663907	50
11	10771.02	99418.23	10834.05	923016.27	100585.18	928417.49	9.0322567	9.9974660	9.0347906	10.9652094	49
12	10799.94	99415.09	10863.48	920515.64	100588.35	925931.45	9.0334212	9.9974523	9.0359688	10.9640312	48
13	10828.85	99411.94	10892.91	918028.38	100591.53	923458.77	9.0345825	9.9974386	9.0371439	10.9628561	47
14	10857.77	99408.79	10922.34	915554.36	100594.72	920999.34	9.0357407	9.9974248	9.0383159	10.9616841	46
15	10886.69	99405.63	10951.78	913093.48	100597.92	918553.05	9.0368958	9.9974110	9.0394848	10.9605152	45
16	10915.60	99402.46	10981.22	910645.64	100601.13	916119.80	9.0380477	9.9973972	9.0406506	10.9593494	44
17	10944.52	99399.28	11010.66	908210.74	100604.35	913699.49	9.0391966	9.9973833	9.0418134	10.9581866	43
18	10973.43	99396.09	11040.10	905788.67	100607.58	911292.00	9.0403424	9.9973694	9.0429731	10.9570269	42
19	11002.34	99392.89	11069.54	903379.33	100610.81	908897.25	9.0414852	9.9973554	9.0441299	10.9558701	41
20	11031.26	99389.69	11098.99	900982.61	100614.05	906515.12	9.0426249	9.9973414	9.0452836	10.9547164	40
21	11060.17	99386.48	11128.44	898598.43	100617.30	904145.53	9.0437617	9.9973273	9.0464343	10.9535657	39
22	11089.08	99383.26	11157.89	896226.08	100620.56	901788.37	9.0448954	9.9973132	9.0475821	10.9524179	38
23	11117.99	99380.03	11187.34	893867.26	100623.83	899443.54	9.0460261	9.9972991	9.0487270	10.9512730	37
24	11146.89	99376.79	11216.79	891520.08	100627.11	897110.95	9.0471538	9.9972850	9.0498689	10.9501311	36
25	11175.80	99373.54	11246.25	889185.05	100630.40	894790.51	9.0482786	9.9972708	9.0510078	10.9489922	35
26	11204.71	99370.28	11275.71	886862.06	100633.70	892482.11	9.0494005	9.9972566	9.0521439	10.9478561	34
27	11233.61	99367.02	11305.17	884551.03	100637.01	890185.67	9.0505194	9.9972423	9.0532771	10.9467229	33
28	11262.52	99363.75	11334.63	882251.86	100640.32	887901.09	9.0516354	9.9972280	9.0544074	10.9455926	32
29	11291.42	99360.47	11364.09	879964.46	100643.64	885628.28	9.0527485	9.9972137	9.0555349	10.9444651	31
30	11320.32	99357.18	11393.56	877688.74	100646.97	883367.15	9.0538588	9.9971993	9.0566595	10.9433405	30
31	11349.22	99353.88	11423.03	875424.61	100650.31	881117.61	9.0549661	9.9971849	9.0577813	10.9422187	29
32	11378.12	99350.58	11452.50	873171.98	100653.66	878879.57	9.0560706	9.9971704	9.0589002	10.9410998	28
33	11407.02	99347.27	11481.97	870930.77	100657.02	876652.95	9.0571723	9.9971559	9.0600164	10.9399836	27
34	11435.92	99343.95	11511.44	868700.88	100660.35	874437.06	9.0582711	9.9971414	9.0611297	10.9388703	26
35	11464.81	99340.62	11540.91	866482.23	100663.77	872133.61	9.0593672	9.9971268	9.0622403	10.9377597	25
36	11493.71	99337.28	11570.39	864274.75	100667.15	870040.71	9.0604604	9.9971122	9.0633481	10.9366518	24
37	11522.01	99333.93	11599.87	862078.33	100670.54	867858.89	9.0615509	9.9970976	9.0644533	10.9355467	23
38	11551.51	99330.57	11629.35	859891.50	100673.94	865688.05	9.0626386	9.9970829	9.0655556	10.9344444	22
39	11580.40	99327.20	11658.83	857718.38	100677.35	863528.12	9.0637235	9.9970682	9.0666553	10.9333447	21
40	11609.29	99323.83	11688.31	855554.68	100680.77	861379.01	9.0648057	9.9970535	9.0677522	10.9322478	20
41	11638.18	99320.45	11717.80	853401.72	100684.2[illegible]	859240.65	9.0658852	9.9970387	9.0688465	10.9311535	19
42	11667.07	99317.06	11747.29	851259.43	100687.64	857112.95	9.0669619	9.9970239	9.0699381	10.9300619	18
43	11695.96	99313.6[illegible]	11776.78	849127.72	100691.08	854995.84	9.0680360	9.9970090	9.0710270	10.9289730	17
44	11724.85	99310.15	11806.28	847006.51	100694.5[illegible]	852889.23	9.0691074	9.9969941	9.0721133	10.9278867	16
45	11753.74	99306.84	11835.78	844895.73	100697.99	850793.04	9.0701761	9.9969792	9.0731969	10.9268031	15
46	11781.63	99303.42	11865.28	842795.31	100701.46	848707.21	9.0712421	9.9969642	9.0742779	10.9257221	14
47	11811.51	99299.99	11894.78	840705.15	100704.94	846631.65	9.0723055	9.9969492	9.0753563	10.9246437	13
48	11840.40	99296.55	11924.28	838625.19	100708.43	844566.29	9.0733603	9.9969342	9.0764321	10.9235679	12
49	11869.28	99293.10	11953.78	836555.36	100711.93	842511.05	9.0744244	9.9969191	9.0775053	10.9224947	11
50	11898.16	99289.64	11983.28	834495.57	100715.44	840465.86	9.0754799	9.9969040	9.0785760	10.9214240	10
51	11927.04	99286.17	12012.79	832445.77	100718.96	838430.65	9.0765329	9.9968888	9.0796441	10.9203559	9
52	11955.93	99282.70	12042.30	830405.86	100722.48	836405.34	9.0775832	9.9968736	9.0807096	10.9192904	8
53	11984.81	99279.22	12071.81	818375.79	100726.01	834389.86	9.0786310	9.9968584	9.0817726	10.9182274	7
54	12013.68	99275.73	12101.32	826355.47	100729.55	832384.15	9.0796762	9.9968431	9.0828331	10.9171669	6
55	12042.56	99272.23	12130.84	824344.85	100733.10	830384.12	9.0807189	9.9968278	9.0838911	10.9161089	5
56	12071.44	99268.72	12160.36	822344.34	100736.66	828401.71	9.0817590	9.9968125	9.0849466	10.9150534	4
57	12102.31	99265.21	12189.88	820352.39	100740.23	826424.85	9.0827966	9.9967972	9.0859996	10.9140004	3
58	12129.19	99261.69	12219.40	818370.41	100743.81	824457.48	9.0838317	9.9967817	9.0870501	10.9129499	2
59	12158.06	99258.16	12248.93	816397.86	100747.40	822499.52	9.0848643	9.9967662	9.0880981	10.9119019	1
60	12186.93	99254.62	12278.46	814434.64	100750.99	820550.90	9.0858945	9.9967507	9.0891438	10.9108562	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	L. Cofen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan.	Log. Sen.	L.Cosen.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	12186.93	99154.62	11178.46	814434.64	100750.99	810550.90	9.0858945	9.9967507	9.0891438	10.9108562	60
1	12215.81	99151.07	12307.99	812480.71	100754.59	818612.57	9.0869221	9.9967352	9.0901869	10.9098131	59
2	12244.68	99247.51	12337.52	810535.99	100758.20	816681.45	9.0879473	9.9967196	9.0912277	10.9087723	58
3	12273.55	99244.94	12367.06	808600.42	100761.82	814760.48	9.0889700	9.9967040	9.0911660	10.9077340	57
4	12302.41	99240.36	12396.58	806673.94	100765.45	812848.60	9.0899903	9.9966884	9.0943020	10.9066980	56
5	12331.28	99236.78	12416.12	804756.47	100769.09	810945.73	9.0910081	9.9966727	9.0943355	10.9056645	55
6	12360.15	99233.19	12455.66	802847.96	100772.74	809051.82	9.0920237	9.9966570	9.0953667	10.9046333	54
7	12389.01	99129.59	12485.20	800948.35	100776.39	807166.81	9.0930367	9.9966412	9.0963955	10.9036045	53
8	12417.88	99225.98	12514.74	799057.56	100780.05	805290.62	9.0940474	9.9966254	9.0974219	10.9025781	52
9	12446.74	99222.36	12544.29	797175.55	100783.72	803423.21	9.0950556	9.9966096	9.0984460	10.9015540	51
10	12475.60	99218.74	12573.84	795302.24	100787.40	801564.50	9.0960615	9.9965937	9.0994678	10.9005321	50
11	12504.46	99215.11	12603.39	793437.58	100791.09	799714.45	9.0970651	9.9965778	9.1004872	10.8995128	49
12	12533.32	99211.47	12632.94	791581.51	100794.79	797872.98	9.0980662	9.9965619	9.1015044	10.8984956	48
13	12562.18	99107.82	12662.49	789733.96	100708.50	796040.03	9.0990651	9.9965459	9.1025192	10.8974808	47
14	12591.04	99204.16	12692.05	787894.89	100802.21	794215.56	9.1000616	9.9965299	9.1035317	10.8964683	46
15	12619.90	99200.49	12721.61	786064.23	100805.95	792399.50	9.1010558	9.9965138	9.1045420	10.8954580	45
16	12648.75	99196.81	12751.17	784141.91	100809.69	790591.79	9.1020477	9.9964977	9.1055500	10.8944500	44
17	12677.61	99193.13	12780.73	782417.90	100813.43	788792.38	9.1030373	9.9964816	9.1065557	10.8934443	43
18	12706.46	99189.44	12810.29	780622.22	100817.18	787001.20	9.1040246	9.9964655	9.1075591	10.8924409	42
19	12735.31	99185.74	12839.86	778824.53	100820.94	785218.21	9.1050096	9.9964493	9.1085604	10.8914396	41
20	12764.16	99182.03	12869.43	777035.06	100824.71	783443.35	9.1059924	9.9964330	9.1095594	10.8904406	40
21	12793.01	99178.32	12899.00	775253.66	100928.49	781676.56	9.1069729	9.9964167	9.1105562	10.8894438	39
22	12821.86	99174.59	12928.57	773480.28	100832.28	779917.78	9.1079512	9.9964004	9.1115508	10.8884492	38
23	12850.71	99170.86	12958.15	771714.86	100836.07	778166.97	9.1089272	9.9963841	9.1125431	10.8884569	37
24	12879.56	99167.12	12987.73	769957.35	100839.88	776424.06	9.1099010	9.9963677	9.1135333	10.8864667	36
25	12908.41	99163.37	13017.31	768207.69	100843.70	774689.01	9.1108726	9.9963513	9.1145213	10.8854787	35
26	12937.15	99159.61	23046.89	766465.84	100847.52	771961.76	9.1118420	9.9963348	9.1155072	10.8844928	34
27	12966.09	99155.84	13076.48	764731.74	100851.35	771242.27	9.1118092	9.9963183	9.1164909	10.8835091	33
28	12994.94	99152.06	13106.07	763005.33	100855.19	769530.47	9.1137742	9.9963018	9.1174724	10.8815276	32
29	13023.78	99148.28	13135.66	761286.57	100859.04	767826.31	9.1147370	9.9961852	9.1184518	10.8825482	31
30	13052.62	99144.49	13165.25	759575.41	100862.90	766129.76	9.1156977	9.9962686	9.1194291	10.8805709	30
31	13081.46	99140.69	13194.84	757871.79	100866.77	764440.75	9.1166562	9.9962519	9.1204043	10.8795957	29
32	13110.30	99136.88	13224.44	756175.67	100870.65	762759.23	9.1176125	9.9962352	9.1213773	10.8780227	18
33	13139.13	99133.06	13254.04	754486.90	100874.53	761085.16	9.1185667	9.9962183	9.1223482	10.8776518	27
34	13167.97	99129.23	13283.64	752805.71	100878.42	759418.49	9.1195188	9.9962017	9.1233171	10.8760829	26
35	13196.81	99125.39	13313.24	751131.78	100882.32	757759.16	9.1204688	9.9961849	9.1242839	10.8757161	15
36	13225.64	99111.55	13342.85	749465.14	100886.23	756107.13	9.1114167	9.9961681	9.1252486	10.8747514	24
37	13254.47	99117.70	13372.46	747805.76	100890.15	754462.36	9.1223624	9.9961512	9.1262112	10.8737888	23
38	13283.30	99113.84	13402.07	746153.57	100894.08	752824.78	9.1233061	9.9961343	9.1271718	10.8728282	22
39	13312.13	99109.97	13431.68	744508.55	100898.02	751194.37	9.1242477	9.9961174	9.1281303	10.8718697	21
40	13340.96	99106.09	13461.29	741870.64	100901.97	749571.05	9.1251872	9.9961004	9.1290868	10.8709131	20
41	13369.79	99102.21	13490.91	741239.78	100905.92	747954.82	9.1261246	9.9960834	9.1300413	10.8699587	19
42	13398.62	99098.32	13520.53	739615.05	100909.88	746345.60	9.1270600	9.9960663	9.1309937	10.8690063	18
43	13427.44	99094.42	13550.15	737900.09	100913.85	744743.35	9.1279934	9.9960492	9.1319442	10.8680558	17
44	13456.27	99090.51	13579.77	736380.16	100917.83	743148.03	9.1289247	9.9960321	9.1318926	10.8671074	16
45	13485.09	99086.59	13609.40	734786.10	100921.82	741559.59	9.1298539	9.9960149	9.1338391	10.8661609	15
46	13513.92	99082.66	13639.03	733189.89	100925.8	739977.98	9.1307812	9.9959977	9.1347835	10.8651165	14
47	13542.74	99078.72	13668.66	731600.47	100929.8	738403.18	9.1317064	9.9959804	9.1357260	10.8632740	13
48	13571.56	99074.78	13698.29	730017.80	100933.85	736835.12	9.1326297	9.9959631	9.1366665	10.8633335	12
49	13600.38	99070.83	13727.93	728441.84	100937.88	735273.77	9.1335509	9.9959458	9.1376051	10.8623949	11
50	13629.19	99066.87	13757.57	726872.55	100941.92	733719.09	9.1344702	9.9959284	9.1385417	10.8614583	10
51	13658.01	99062.90	13787.21	725309.87	100945.96	732171.02	9.1353875	9.9959111	9.1394764	10.8605236	9
52	13686.83	99058.92	13816.85	723753.78	100950.01	730629.54	9.1363028	9.9958936	9.1404092	10.8595908	8
53	13715.64	99054.93	13846.50	722204.22	100954.07	729094.60	9.1372161	9.9958761	9.1413400	10.8586600	7
54	13744.45	99050.94	13876.15	720661.16	100958.14	727566.16	9.1381275	9.9958596	9.1422689	10.8577311	6
55	13773.27	99046.94	13905.80	719124.56	100962.22	726044.17	9.1390370	9.9958411	9.1431959	10.8568041	5
56	13802.08	99042.93	13935.45	717594.37	100966.31	724528.59	9.1399445	9.9958235	9.1441220	10.8558790	4
57	13830.89	99038.91	13965.10	716070.56	100970.41	723019.40	9.1408501	9.9958059	9.1450442	10.8549558	3
58	13859.70	99034.88	13994.76	714553.08	100974.52	721516.53	9.1417537	9.9957882	9.1459655	10.8540345	2
59	13888.50	99030.84	14024.42	713041.90	100978.64	720019.96	9.1426555	9.9957705	9.1468850	10.8531150	1
60	13917.31	99026.80	14054.08	711536.97	100982.76	718529.65	9.1435553	9.9957528	9.1478025	10.8521975	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tang.	Cofec.	Secan.	Lo.Cof.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Corang.	Secante.	Cofecant.	Log. Sen.	Log. Cof.	L. Tang	L. Corang	M
0	13917.31	99026.80	14054.08	711536.97	100982.76	718529.65	9.1435553	9.9957528	9.1478402	10.8521975	60
1	13946.12	99022.75	14083.74	710038.26	100986.89	717045.56	9.1444532	9.9957350	9.1487182	10.8512818	59
2	13974.92	99018.69	14113.41	708545.73	100991.01	715567.64	9.1453493	9.9957172	9.1496321	10.8503679	58
3	14003.72	99014.62	14143.08	707059.34	100995.18	714095.87	9.1462435	9.9956901	9.1505441	10.8494559	57
4	14032.52	99010.54	14172.75	705579.05	100999.34	712630.19	9.1471358	9.9956815	9.1514543	10.8485457	56
5	14061.32	99006.45	14202.43	704104.82	101003.51	711170.58	9.1480262	9.9956635	9.1523627	10.8476373	55
6	14090.12	99002.36	14232.11	702636.62	101007.69	709717.00	9.1489148	9.9956456	9.1532692	10.8467308	54
7	14118.92	98998.26	14261.79	701174.41	101011.88	708269.41	9.1498015	9.9956276	9.1541739	10.8458261	53
8	14147.72	98994.15	14291.47	699718.06	101016.07	706827.77	9.1506864	9.9956095	9.1550769	10.8449231	52
9	14176.51	98990.03	14321.15	698267.81	101020.27	705392.05	9.1515694	9.9955915	9.1559780	10.8440220	51
10	14205.31	98985.90	14350.84	696823.35	101024.48	703962.20	9.1524507	9.9955734	9.1568773	10.8431227	50
11	14234.10	98981.76	14380.53	695384.73	101028.70	702538.20	9.1533301	9.9955552	9.1577748	10.8422252	49
12	14262.89	98977.62	14410.22	693951.92	101032.93	701120.01	9.1542076	9.9955370	9.1586706	10.8413294	48
13	14291.68	98973.47	14439.91	692524.89	101037.17	699707.60	9.1550834	9.9955188	9.1595646	10.8404354	47
14	14320.47	98969.32	14469.61	691103.59	101041.42	698300.92	9.1559574	9.9955005	9.1604569	10.8395431	46
15	14349.26	98965.14	14499.32	689687.99	101045.68	696899.94	9.1568296	9.9954822	9.1613473	10.8386527	45
16	14378.05	98960.96	14529.01	688278.07	101049.95	695504.64	9.1577000	9.9954639	9.1622362	10.8377639	44
17	14406.84	98956.77	14558.71	686873.78	101054.23	694114.96	9.1585686	9.9954455	9.1631231	10.8368769	43
18	14435.62	98952.57	14588.41	685475.08	101058.51	692730.89	9.1594354	9.9954271	9.1640083	10.8359917	42
19	14464.40	98948.37	14618.13	684081.96	101062.80	691352.39	9.1603005	9.9954087	9.1648919	10.8351081	41
20	14493.19	98944.16	14647.84	682694.37	101067.10	689979.42	9.1611639	9.9953902	9.1657737	10.8342263	40
21	14521 97	98939.94	14677.55	681312.27	101071.41	688611.95	9.1620254	9.9953717	9.1666538	10.8333462	39
22	14550.75	98935.71	14707.27	679935.65	101075.73	687249.95	9.1628853	9.9953531	9.1675322	10.8324678	38
23	14579.53	98931.47	14736.99	678564.46	101080.06	685893.38	9.1637434	9.9953345	9.1684089	10.8315911	37
24	14608.30	98927.23	14766.71	677198.67	101084.40	684542.22	9.1645998	9.9953159	9.1692839	10.8307161	36
25	14637.08	98922.98	14796.44	675838.26	101088.75	683196.42	9.1654544	9.9952971	9.1701572	10.8298428	35
26	14665.85	98918.72	14826.17	674483.18	101093.11	681855.97	9.1663074	9.9952785	9.1710289	10.8289711	34
27	14694.63	98914.45	14855.90	673133.48	101097.47	680520.82	9.1671586	9.9951597	9.1718989	10.8281011	33
28	14723.40	98910.17	14885.63	671788.91	101101.84	679190.95	9.1680081	9.9952409	9.1727672	10.8272328	32
29	14752.17	98905.88	14915.36	670449.66	101106.22	677866.32	9.1688559	9.9952221	9.1736338	10.8263662	31
30	14780.94	98901.58	14945.10	669115.62	101110.61	676546.91	9.1697021	9.9952033	9.1744988	10.8255012	30
31	14809.71	98897.28	14974.84	667786.77	101115.01	675232.68	9.1705465	9.9951844	9.1753622	10.8246378	29
32	14838.48	98892.97	15004.58	666463.07	101119.42	673923.60	9.1713893	9.9951654	9.1762239	10.8237761	28
33	14867.24	98888.65	15034.33	665144.49	101123.84	672619.65	9.1722305	9.9951464	9.1770840	10.8229160	27
34	14896.01	98884.32	15064.08	663831.00	101128.27	671320.79	9.1730699	9.9951274	9.1779425	10.8220575	26
35	14924.77	98879.98	15093.83	662522.58	101132.71	670026.99	9.1739077	9.9951084	9.1787993	10.8212007	25
36	14953.53	98875.63	15123.58	661219.19	101137.15	668738.21	9.1747439	9.9950893	9.1796546	10.8203454	24
37	14982.30	98871.28	15153.33	659920.80	101141.60	667454.46	9.1755784	9.9950702	9.1805082	10.8194918	23
38	15011.06	98866.92	15183.09	658627.39	101146.06	666175.68	9.1764112	9.9950510	9.1813602	10.8186398	22
39	15039.81	98862.55	15212.8[illegible]	657338.92	101150.53	664901.84	9.1772425	9.9950318	9.1822106	10.8177894	21
40	15068.57	98858.17	15242.61	656055.38	101155.01	663632.93	9.1780721	9.9950126	9.1830595	10.8169405	20
41	15097.33	98853.78	15272.38	654776.72	101159.50	662368.90	9.1789001	9.9949933	9.1839068	10.8160932	19
42	15126.08	98849.38	15302.15	653502.93	101164.00	661109.73	9.1797265	9.9949740	9.1847525	10.8152475	18
43	15154.84	98844.98	15331.91	652233.96	101168.51	659855.40	9.1805522	9.9949546	9.1855966	10.8144034	17
44	15183.59	98840.57	15361.89	650969.81	101173.03	658605.87	9.1813744	9.9949352	9.1864392	10.8135608	16
45	15212.34	98836.25	15391.47	649710.43	101177.56	657361.12	9.1821960	9.9949158	9.1872802	10.8127198	15
46	15241.09	98831.72	15421.25	648455.81	101181.09	656121.13	9.1830160	9.9948964	9.1881196	10.8118804	14
47	15269.84	98827.28	15451.03	647205.91	101186.63	654885.86	9.1838344	9.9948769	9.1889575	10.8110425	13
48	15298.58	98822.83	15480.82	645960.70	101191.18	653655.28	9.1846512	9.9948573	9.1897939	10.8102061	12
49	15327.33	98818.38	15510.61	644720.17	101195.74	652429.38	9.1854665	9.9948377	9.1906287	10.8093713	11
50	15356.07	98813.92	15540.40	643484.28	101200.31	651208.12	9.1862802	9.9948181	9.1914621	10.8085379	10
51	15384.82	98809.45	15570.19	642253.01	101204.89	649991.48	9.1870923	9.9947985	9.1922939	10.8077061	9
52	15413.56	98804.97	15599.98	641026.33	101209.48	648779.44	9.1879029	9.9947788	9.1931241	10.8068759	8
53	15442.30	98800.48	15629.78	639804.22	101214.08	647571.95	9.1887120	9.9947592	9.1939529	10.8060471	7
54	15471.04	98795.98	15659.58	638586.65	101218.69	646369.01	9.1895195	9.9947393	9.1947802	10.8052198	6
55	15499.78	98791.48	15689.38	637373.59	101223.31	645170.59	9.1903254	9.9947195	9.1956059	10.8043941	5
56	15528.51	98786.97	15719.19	636165.01	101227.93	643976.66	9.1911299	9.9946997	9.1964302	10.8035698	4
57	15557.25	98782.45	15749.00	634960.92	101232.56	642787.19	9.1919328	9.9946798	9.1972530	10.8027470	3
58	15585.98	98777.92	15778.81	633761.26	101237.20	641602.16	9.1927342	9.9946599	9.1980743	10.8019257	2
59	15614.72	98773.38	15808.62	632566.01	101241.85	640421.54	9.1935342	9.9946399	9.1988941	10.8012059	1
60	15643.45	98768.83	15838.44	631375.15	101246.51	639245.32	9.1943324	9.9946199	9.1997125	10.8002875	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang	Tangent.	Cofec.	Secant.	L.Cofen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secant.	Cofecan.	Log. Sen	L. Cof.	L. Tan.	L Cotang.	M
0	15643.45	98768.83	15838.44	631375.15	101246.51	639245.32	9.1943324	9.9946199	9.1997125	10.8002875	60
1	15672.18	98764.28	15868.26	630188.66	101251.18	638073.47	9.1951293	9.9945999	9.2005294	10.7994706	59
2	15700.91	98759.72	15898.08	629006.51	101255.86	636905.95	9.1959247	9.9945798	9.2013449	10.7986551	58
3	15729.63	98755.15	15917.91	627828.68	101260.55	635742.76	9.1967186	9.9945597	9.2021588	10.7978412	57
4	15758.36	98750.57	15957.74	626655.14	101265.25	634582.46	9.1975110	9.9945396	9.2029714	10.7970286	56
5	15787.08	98745.98	15987.57	625485.88	101269.96	633429.23	9.1983019	9.9945194	9.2037825	10.7962175	55
6	15815.81	98741.38	16017.40	624320.86	101274.67	632278.84	9.1990913	9.9944992	9.2045922	10.7954078	54
7	15844.53	98736.77	16047.24	623160.07	101279.39	631132.69	9.1998793	9.9944789	9.2054004	10.7945996	53
8	15873.25	98732.16	16077.08	622003.47	101284.12	629990.73	9.2006658	9.9944587	9.2062072	10.7937928	52
9	15901.97	98727.54	16106.92	620851.06	101288.86	628852.95	9.2014509	9.9944383	9.2070126	10.7929874	51
10	15930.69	98722.91	16136.77	619702.79	101293.61	627719.33	9.2022345	9.9944180	9.2078165	10.7921835	50
11	15959.40	98718.27	16166.62	618558.07	101298.37	626589.84	9.2030167	9.9943975	9.2086191	10.7913809	49
12	15988.12	98713.62	16196.47	617418.65	101303.14	625464.46	9.2037974	9.9943772	9.2094203	10.7905797	48
13	16016.83	98708.97	16226.32	616282.72	101307.92	624343.16	9.2045766	9.9943566	9.2102200	10.7897800	47
14	16045.55	98704.31	16256.17	615150.85	101312.71	623225.94	9.2053545	9.9943361	9.2110184	10.7889816	46
15	16074.26	98699.64	16286.03	614023.03	101317.51	622112.75	9.2061309	9.9943156	9.2118153	10.7881847	45
16	16102.97	98694.96	16315.89	612899.23	101322.31	621003.59	9.2069059	9.9942950	9.2126109	10.7873891	44
17	16131.67	98690.27	16345.76	611779.43	101327.12	619898.43	9.2076795	9.9942743	9.2134051	10.7865949	43
18	16160.38	98685.57	16375.63	610663.60	101331.94	618797.25	9.2084516	9.9941537	9.2141980	10.7858020	42
19	16189.09	98680.86	16405.50	609551.74	101336.77	617700.03	9.2092224	9.9942330	9.2149894	10.7850106	41
20	16217.79	98676.15	16435.37	608443.81	101341.61	616606.74	9.2099917	9.9942122	9.2157795	10.7842205	40
21	16246.50	98671.43	16465.25	607339.79	101346.46	615517.36	9.2107597	9.9941914	9.2165683	10.7834317	39
22	16275.20	98666.70	16495.13	606239.67	101351.32	614431.89	9.2115263	9.9941706	9.2173556	10.7826444	38
23	16303.90	98661.96	16525.01	605143.43	101356.19	613350.28	9.2122914	9.9941498	9.2181417	10.7818583	37
24	16332.60	98657.21	16554.89	604051.03	101361.07	612272.53	9.2130552	9.9941289	9.2189264	10.7810736	36
25	16361.29	98652.46	16584.78	602962.47	101365.05	611198.61	9.2138176	9.9941080	9.2197097	10.7802903	35
26	16389.99	98647.70	16614.67	601877.72	101370.84	610128.50	9.2145787	9.9940870	9.2204917	10.7795083	34
27	16418.68	98642.93	16644.56	600796.76	101375.74	609062.19	9.2153384	9.9940660	9.2212724	10.7787276	33
28	16447.38	98638.15	16674.46	599719.57	101380.61	607999.64	9.2160967	9.9940449	9.2220518	10.7779482	32
29	16476.07	98633.36	16704.36	598645.24	101385.57	606940.85	9.2168536	9.9940238	9.2228298	10.7771702	31
30	16504.76	98628.56	16734.26	597576.44	101390.50	605885.80	9.2176092	9.9940027	9.2236065	10.7763935	30
31	16533.45	98623.75	16764.16	596510.45	101395.44	604834.45	9.2183635	9.9939815	9.2243819	10.7756181	29
32	16562.14	98618.94	16794.07	595448.15	101400.39	603786.80	9.2191164	9.9939602	9.2251561	10.7748439	28
33	16590.82	98614.12	16823.98	594389.52	101405.35	602742.82	9.2198680	9.9939391	9.2259289	10.7740711	27
34	16619.51	98609.19	16853.89	593334.55	101410.32	601702.50	9.2206182	9.9939178	9.2267004	10.7732996	26
35	16648.19	98604.45	16883.81	592283.22	101415.30	600665.81	9.2213671	9.9938965	9.2274706	10.7725294	25
36	16676.87	98599.60	16913.73	591235.50	101420.29	599632.74	9.2221147	9.9938752	9.2282395	10.7717605	24
37	16705.55	98594.74	16943.65	590191.38	101425.29	598603.26	9.2228609	9.9938538	9.2290071	10.7709929	23
38	16734.23	98589.88	16973.58	589150.84	101430.29	597577.37	9.2236059	9.9938324	9.2297735	10.7702265	22
39	16762.91	98585.01	17003.51	588113.86	101435.30	596555.04	9.2243495	9.9938109	9.2305386	10.7694614	21
40	16791.59	98580.13	17033.44	587080.42	101440.32	595536.25	9.2250918	9.9937894	9.2313024	10.7686976	20
41	16820.26	98575.24	17063.37	586050.51	101445.35	594520.98	9.2258328	9.9937676	9.2320650	10.7679350	19
42	16848.94	98570.34	17093.31	585024.10	101450.39	593509.22	9.2265725	9.9937463	9.2328262	10.7671738	18
43	16877.61	98565.44	17123.25	584001.17	101455.44	592500.95	9.2273110	9.9937247	9.2335863	10.7664137	17
44	16906.28	98560.53	17153.19	582981.72	101460.50	591496.14	9.2280481	9.9937030	9.2343451	10.7656549	16
45	16934.95	98555.61	17183.24	581965.72	101465.57	590494.79	9.2287839	9.9936811	9.2351026	10.7648974	15
46	16963.62	98550.68	17213.09	580953.85	101470.64	589496.88	9.2295185	9.9936596	9.2358589	10.7641411	14
47	16992.28	98545.74	17243.04	579944.00	101475.72	588502.38	9.2302518	9.9936378	9.2366130	10.7633868	13
48	17020.95	98540.79	17273.00	578038.25	101480.81	587511.28	9.2309838	9.9936160	9.2373678	10.7626322	12
49	17049.62	98535.83	17302.96	577935.88	101485.92	586523.56	9.2317145	9.9935942	9.2381103	10.7618797	11
50	17078.28	98530.87	17332.91	576936.88	101491.02	585539.20	9.2324440	9.9935723	9.2388717	10.7611283	10
51	17106.94	98525.90	17362.88	575941.22	101496.14	584558.20	9.2331722	9.9935504	9.2396218	10.7603782	9
52	17135.60	98510.92	17392.85	574948.80	101501.27	583580.53	9.2338991	9.9935285	9.2403708	10.7596292	8
53	17164.25	98515.93	17422.82	573959.88	101506.41	582606.17	9.2346249	9.9935065	9.2411185	10.7588815	7
54	17192.98	98510.93	17452.79	572974.16	101511.56	581635.10	9.2353494	9.9934845	9.2418650	10.7581350	6
55	17221.56	98505.92	17482.77	571991.73	101516.72	580667.12	9.2360726	9.9934614	9.2426103	10.7573897	5
56	17250.22	98500.91	17512.75	571012.56	101521.89	579702.80	9.2367946	9.9934403	9.2433543	10.7566457	4
57	17278.87	98495.89	17542.73	570036.62	101527.07	578742.33	9.2375153	9.9934181	9.2440972	10.7559028	3
58	17307.52	98490.86	17572.72	569063.94	101532.26	577781.50	9.2382349	9.9933959	9.2448389	10.7551611	2
59	17336.17	98485.82	17602.71	568094.46	101537.46	576828.67	9.2389532	9.9933737	9.2455794	10.7544206	1
60	17364.82	98480.77	17632.70	567128.18	101542.67	575877.05	9.2396702	9.9933515	9.2463188	10.7536812	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secante.	Lo. Cof.	L. Seno.	L. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecant.	Log. Sen.	L. Cosen	Lo Tan.	L. Cotang.	M
0	17364.82	98480.77	17632.70	567128.18	101542.67	575877.05	9.2396702	9.9933515	9.2463188	10.7536812	60
1	17393.40	98475.71	17662.69	566165.09	101547.88	574928.61	9.2403861	9.9933202	9.2470569	10.7529431	59
2	17422.11	98470.65	17692.69	565205.16	101553.10	573983.33	9.2411007	9.9933059	9.2477939	10.7522061	58
3	17450.75	98465.58	17722.69	564248.38	101558.33	573041.21	9.2418141	9.9932845	9.2485207	10.7514703	57
4	17479.39	98460.50	17752.69	563294.74	101563.57	572102.23	9.2425264	9.9932621	9.2492643	10.7507357	56
5	17508.03	98455.41	17782.70	562344.21	101568.82	571166.36	9.2432374	9.9932396	9.2499978	10.7500022	55
6	17536.67	98450.31	17812.71	561396.80	101574.08	570233.60	9.2439472	9.9932171	9.2507301	10.7492699	54
7	17565.31	98445.21	17842.72	560452.47	101579.35	569303.93	9.2446558	9.9931946	9.2514612	10.7485388	53
8	17593.95	98440.10	17872.74	559511.21	101584.63	568377.34	9.2453632	9.9931720	9.2521912	10.7478088	52
9	17622.58	98434.98	17902.76	558573.02	101589.92	567453.80	9.2460695	9.9931494	9.2529200	10.7470800	51
10	17651.21	98429.85	17932.78	557637.86	101595.21	566533.31	9.2467745	9.9931268	9.2536477	10.7463523	50
11	17679.84	98424.71	17962.81	556705.74	101600.51	565615.84	9.2474784	9.9931041	9.2543743	10.7456257	49
12	17708.47	98419.56	17992.84	555776.63	101605.82	564701.40	9.2481811	9.9930814	9.2550997	10.7449003	48
13	17737.10	98414.40	18022.87	554850.52	101611.14	563780.95	9.2488827	9.9930587	9.2558240	10.7441760	47
14	17765.73	98409.24	18052.91	553927.40	101616.47	562881.48	9.2495830	9.9930359	9.2565472	10.7434528	46
15	17794.35	98404.07	18082.95	553007.24	101621.81	561975.99	9.2502822	9.9930131	9.2572692	10.7427308	45
16	17822.98	98398.89	28112.99	552090.05	101627.16	561073.45	9.2509803	9.9929902	9.2579901	10.7420099	44
17	17851.60	98393.70	18143.03	551175.79	101632.52	560173.86	9.2516772	9.9929673	9.2587099	10.7412901	43
18	17880.22	98388.50	18173.08	550264.46	101637.89	559277.19	9.2523729	9.9929444	9.2594285	10.7405715	42
19	17908.84	98383.29	18203.13	549356.04	101643.27	558383.43	9.2530675	9.9929214	9.2601461	10.7398539	41
20	17937.46	98378.08	18233.18	548450.52	101648.66	557492.58	9.2537609	9.9928984	9.2608625	10.7391375	40
21	17966.07	98372.86	18263.24	547547.88	101654.06	556604.60	9.2544532	9.9928753	9.2615779	10.7384221	39
22	17994.69	98367.63	18293.30	546648.12	101659.46	555719.50	9.2551444	9.9928522	9.2622921	10.7377079	38
23	18023.30	98362.39	18323.36	545751.21	101664.87	554837.26	9.2558344	9.9928291	9.2630053	10.7369947	37
24	18051.91	98357.14	18353.43	544857.15	101670.29	553957.86	9.2565233	9.9928059	9.2637173	10.7362827	36
25	18080.52	98351.89	18383.50	543965.92	101675.72	553081.29	9.2572110	9.9927827	9.2644283	10.7355717	35
26	18109.13	98346.63	18413.57	543077.50	101681.16	552207.54	9.2578977	9.9927595	9.2651382	10.7348618	34
27	18137.74	98341.36	18443.65	542191.88	101686.61	551336.59	9.2585832	9.9927362	9.2658470	10.7341530	33
28	18166.35	98336.08	18473.75	541309.05	101692.07	550468.43	9.2592676	9.9927129	9.2665547	10.7334453	32
29	18194.95	98330.79	18503.81	540429.01	101697.54	549603.05	9.2599509	9.9926895	9.2672613	10.7327387	31
30	18223.55	98325.49	18533.90	539551.72	101703.02	548740.43	9.2606330	9.9926661	9.2679669	10.7320331	30
31	18252.15	98320.18	18563.99	538677.18	101708.51	547880.55	9.2613141	9.9926427	9.2686714	10.7313286	29
32	18280.75	98314.87	18594.08	537805.38	101714.01	547023.42	9.2619941	9.9926192	9.2693749	10.7306251	28
33	18309.35	98300.55	18624.18	536936.30	101719.52	546169.01	9.2626729	9.9925957	9.2700772	10.7299128	27
34	18337.95	98304.22	18654.28	536069.93	101725.04	545317.31	9.2633507	9.9925722	9.2707786	10.7292214	26
35	18366.54	98298.88	18684.38	535206.26	101730.56	544468.31	9.2640274	9.9925486	9.2714788	10.7285212	25
36	18395.13	98293.53	18714.49	534345.27	101736.09	543621.99	9.2647030	9.9925250	9.2721780	10.7278220	24
37	18423.73	98288.17	18744.60	533486.96	101741.63	542778.35	9.2653775	9.9925013	9.2728762	10.7271238	23
38	18452.32	98282.81	18774.71	532631.31	101747.18	541937.37	9.2660509	9.9924776	9.2735733	10.7264267	22
39	18480.91	98277.44	18804.83	531778.30	101752.74	541099.03	9.2667232	9.9924539	9.2742694	10.7257306	21
40	18509.49	98272.06	18834.95	530927.93	101758.31	540263.33	9.2673945	9.9924301	9.2749644	10.7250356	20
41	18538.08	98266.67	18865.07	530080.18	101763.89	539430.26	9.2680647	9.9924063	9.2756584	10.7243416	19
42	18566.66	98261.27	18805.20	529235.05	101769.48	538599.79	9.2687338	9.9923824	9.2763514	10.7236486	18
43	18595.24	98255.87	18925.33	528392.51	101775.08	537771.92	9.2694019	9.9923585	9.2770434	10.7229566	17
44	18623.82	98250.46	18955.46	527552.55	101780.69	536946.64	9.2700689	9.9923346	9.2777343	10.7222657	16
45	18652.40	98245.04	18985.59	526715.17	101786.31	536123.93	9.2707348	9.9923106	9.2784242	10.7215758	15
46	18680.98	98239.61	19015.73	525880.35	101791.94	535303.79	9.2713997	9.9922866	9.2791131	10.7208869	14
47	18709.56	98234.17	19045.87	525048.09	101797.58	534486.20	9.2720635	9.9922626	9.2798009	10.7201991	13
48	18738.13	98228.72	19076.01	524218.36	101803.22	533671.14	9.2727263	9.9922385	9.2804878	10.7195122	12
49	18766.70	98223.27	19106.17	523391.16	101808.87	532858.61	9.2733880	9.9922144	9.2811736	10.7188264	11
50	18795.27	98217.81	19136.32	522566.47	101814.53	532048.60	9.2740487	9.9921902	9.2818585	10.7181415	10
51	18823.84	98212.34	19166.48	521744.28	101820.20	531241.09	9.2747083	9.9921660	9.2825423	10.7174577	9
52	18852.41	98206.86	19196.64	520924.59	101825.88	530436.08	9.2753669	9.9921418	9.2832251	10.7167749	8
53	18880.98	98201.37	19226.80	520107.38	101831.57	529633.54	9.2760245	9.9921175	9.2839070	10.7160930	7
54	18909.54	98195.87	19256.96	519292.64	101837.27	528833.47	9.2766811	9.9920932	9.2845878	10.7154122	6
55	18938.11	98190.36	19287.13	518480.35	101842.98	528035.87	9.2773366	9.9920689	9.2852677	10.7147323	5
56	18966.67	98184.85	19317.30	517670.51	101848.70	527240.70	9.2779911	9.9920445	9.2859466	10.7140534	4
57	18995.23	98179.33	19347.48	516863.11	101854.43	526447.98	9.2786445	9.9920201	9.2866245	10.7133755	3
58	19023.79	98173.80	19377.66	516058.13	101860.17	525657.68	9.2792970	9.9919956	9.2873014	10.7126986	2
59	19052.34	98168.26	19407.84	515255.57	101865.92	524869.79	9.2799484	9.9919711	9.2879773	10.7120227	1
60	19080.90	98162.71	19438.03	514455.40	101871.68	524084.31	9.2805988	9.9919466	9.2886523	10.7113477	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L. Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secant.	Cofecan.	Log. Sen.	L.Cofen.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	19080.90	98162.71	19438.03	514455.40	101871.68	524084.31	9.2805988	9.9919466	9.2886523	10.7113477	60
1	19109.45	98157.16	19468.22	513657.63	101877.44	523301.21	9.2812483	9.9919220	9.2893263	10.7106737	59
2	19138.00	98151.60	19498.41	512862.24	101883.21	522520.50	9.2818963	9.9918974	9.2899993	10.7100007	58
3	19166.55	98146.03	19528.61	512069.11	101888.99	521742.10	9.2825441	9.9918727	9.2906713	10.7093287	57
4	19195.10	98140.45	19558.81	511278.55	101894.78	520900.18	9.2831905	9.9918480	9.2913424	10.7086576	56
5	19223.65	98134.86	19589.01	510490.24	101900.58	520192.54	9.2838359	9.9918233	9.2920126	10.7079874	55
6	19252.20	98129.26	19619.22	509704.26	101906.39	519421.25	9.2844803	9.9917986	9.2926817	10.7073183	54
7	19280.74	98123.66	19649.43	508920.01	101912.21	518652.28	9.2851237	9.9917738	9.2933500	10.7066500	53
8	19309.28	98118.05	19679.64	508139.28	101918.04	517885.63	9.2857661	9.9917489	9.2940171	10.7059828	52
9	19337.82	98112.43	19709.86	507360.25	101923.88	517121.28	9.2864076	9.9917240	9.2946836	10.7053164	51
10	19366.36	98106.80	19740.08	506583.52	101929.73	516359.24	9.2870480	9.9916991	9.2953489	10.7046511	50
11	19394.90	98101.16	19770.30	505809.07	101935.59	515599.48	9.2876875	9.9916741	9.2960134	10.7039866	49
12	19423.44	98095.51	19800.53	505036.90	101941.46	514841.99	9.2883260	9.9916491	9.2966769	10.7033231	48
13	19451.97	98089.86	19830.76	504267.00	101947.34	514086.77	9.2889636	9.9916241	9.2973395	10.7026605	47
14	19480.50	98084.20	19861.00	503499.35	101953.23	513333.81	9.2896001	9.9915990	9.2980011	10.7019989	46
15	19509.03	98078.53	19891.24	502733.95	101959.12	512583.09	9.2902357	9.9915739	9.2986618	10.7013382	45
16	19537.56	98072.85	19921.48	501970.78	101965.02	511834.61	9.2908704	9.9915488	9.2993216	10.7006784	44
17	19566.09	98067.16	19951.72	501209.84	101970.93	511088.35	9.2915040	9.9915236	9.2999804	10.7000196	43
18	19594.61	98061.46	19981.97	500451.11	101976.85	510344.31	9.2921367	9.9914984	9.3006383	10.6993617	42
19	19623.14	98055.76	20012.22	499694.59	101982.78	509602.48	9.2927685	9.9914731	9.3012954	10.6987046	41
20	19651.66	98050.05	20042.48	498940.27	101988.72	508861.84	9.2933993	9.9914478	9.3019514	10.6980486	40
21	19680.18	98044.33	20072.74	498188.13	101994.67	508125.39	9.2940291	9.9914225	9.3026066	10.6973934	39
22	19708.70	98038.60	20103.00	497438.17	102000.63	507390.12	9.2946580	9.9913971	9.3032609	10.6967391	38
23	19737.22	98032.86	20133.27	496690.37	102006.60	506657.01	9.2952859	9.9913717	9.3039143	10.6960857	37
24	19765.73	98027.11	20163.54	495944.74	102012.58	505926.06	9.2959129	9.9913462	9.3045667	10.6954333	36
25	19794.25	98021.36	20193.81	495201.25	102018.57	505197.26	9.2965390	9.9913207	9.3052183	10.6947817	35
26	19822.76	98015.60	20224.09	494459.90	102024.57	504470.60	9.2971641	9.9912952	9.3058689	10.6941311	34
27	19851.27	98009.83	20254.37	493720.68	102030.58	503746.07	9.2977883	9.9912696	9.3065187	10.6934813	33
28	19879.78	98004.05	20284.65	492983.58	102036.60	503023.67	9.2984116	9.9912440	9.3071675	10.6918325	32
29	19908.29	97998.26	20314.94	492248.59	102042.63	502303.37	9.2990339	9.9912184	9.3078155	10.6921845	31
30	19936.79	97992.47	20345.23	491515.70	102048.67	501585.17	9.2996553	9.9911927	9.3084626	10.6915374	30
31	19965.30	97986.67	20375.52	490784.91	102054.71	500869.07	9.3002758	9.9911670	9.3091088	10.6908912	29
32	19993.80	97980.86	20405.81	490056.20	102060.76	500155.05	9.3008953	9.9911412	9.3097541	10.6902459	28
33	20022.30	97975.04	20436.12	489329.56	102066.82	499443.21	9.301514	9.9911154	9.3103985	10.6896015	27
34	20050.80	97969.21	20466.43	488604.99	102072.89	498733.23	9.3021317	9.9910896	9.3110421	10.6889579	26
35	20079.30	97963.37	20496.74	487882.48	102078.97	498025.41	9.3027485	9.9910637	9.3116848	10.6883152	25
36	20107.79	97957.52	20527.05	487162.01	102085.06	497319.64	9.3033644	9.9910378	9.3123266	10.6876734	24
37	20136.29	97951.67	20557.37	486443.59	102091.16	496615.91	9.3039794	9.9910119	9.3129675	10.6870325	23
38	20164.78	97945.81	20587.69	485727.19	102097.27	495914.21	9.3045934	9.9909859	9.3136076	10.6863924	22
39	20193.27	97939.94	20618.01	485012.82	102103.39	495214.53	9.3052066	9.9909599	9.3142468	10.6857532	21
40	20221.76	97934.06	20648.34	484300.45	102109.52	494516.87	9.3058189	9.9909338	9.3148851	10.6851149	20
41	20250.24	97928.17	20678.67	483590.10	102115.66	493821.20	9.3064303	9.9909077	9.3155226	10.6844774	19
42	20278.73	97922.28	20709.00	482881.74	102121.81	493127.54	9.3070407	9.9908815	9.3161592	10.6838408	18
43	20307.21	97916.38	20739.34	482175.36	102127.97	492435.86	9.3076503	9.9908553	9.3167950	10.6832050	17
44	20335.69	97910.47	20769.68	481470.96	102134.14	491746.16	9.3081590	9.9908291	9.3174299	10.6825701	16
45	20364.17	97904.55	20800.03	480768.54	102140.32	491058.44	9.3088668	9.9904018	9.3180640	10.6819360	15
46	20392.65	97898.62	20830.38	480068.08	102146.50	490372.67	9.3094737	9.9907765	9.3186972	10.6813028	14
47	20421.13	97892.68	20860.73	479369.57	102152.69	489688.86	9.3100798	9.9907502	9.3193295	10.6806705	13
48	20449.61	97886.74	20891.09	478673.00	102158.89	489007.00	9.3106849	9.9907239	9.3199611	10.6800389	12
49	20478.08	97880.79	20921.45	477978.37	102165.10	488327.07	9.3112892	9.9906975	9.3205918	10.6794082	11
50	20506.55	97874.83	20951.81	477285.67	102171.32	487649.07	9.3118926	9.9906710	9.3212216	10.6787784	10
51	20535.02	97868.86	20982.18	476594.90	102177.55	486972.99	9.3124951	9.9906445	9.3218506	10.6781404	9
52	20563.49	97862.88	21012.55	475906.03	102183.79	486298.83	9.3130968	9.9906180	9.3224788	10.67[illegible]5212	8
53	20591.95	97856.89	21042.93	475219.07	102190.04	485626.57	9.3136976	9.9905914	9.3231061	10.6768939	7
54	20620.42	97850.90	21073.31	474534.01	102196.30	484956.21	9.3141975	9.9905648	9.3237327	10.6762673	6
55	20648.88	97844.90	21103.69	473850.83	102202.57	484287.74	9.3148965	9.9905382	9.3243584	10.6756416	5
56	20677.34	97838.89	21134.07	473169.54	102208.85	483621.14	9.3154947	9.9905115	9.3249832	10.6750168	4
57	20705.80	97832.87	21164.46	472490.12	102215.14	482956.43	9.3160921	9.9904848	9.3256073	10.6743927	3
58	20734.26	97826.84	21194.85	471812.56	102221.44	482293.57	9.3166885	9.9904580	9.3261305	10.6737695	2
59	20762.71	97820.80	21225.25	471136.85	102227.75	481632.58	9.3172841	9.9904312	9.3268529	10.6731471	1
60	20791.17	97814.76	21255.65	470463.01	102234.07	480973.43	9.3178789	9.9904044	9.3274745	10.6725255	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tang.	Cofec.	Secan.	Lo.Cof.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cofecant.	Log. Sen	L. Cof.	L. Tang.	L. Cotang.	M
0	20791.17	97814.76	21255.65	470463.01	102234.07	480973.43	9.3178789	9.9904044	9.3274745	10.6725255	60
1	20819.61	97808.71	21286.06	469791.00	102240.40	480316.13	9.3184728	9.9903775	9.3280953	10.6719047	59
2	20848.07	97802.65	21316.47	469120.83	102246.73	479660.66	9.3190659	9.9903506	9.3287153	10.6712847	58
3	20876.52	97796.58	21346.88	468452.48	102253.07	479007.02	9.3196581	9.9903237	9.3293345	10.6706655	57
4	20904.97	97790.50	21377.30	467785.95	102259.42	478355.20	9.3202495	9.9902967	9.3299528	10.6700472	56
5	20933.41	97784.41	21407.72	467121.24	102265.78	477705.19	9.3208400	9.9902697	9.3305704	10.6694296	55
6	20961.86	97778.32	21438.14	466458.32	102272.15	477056.99	9.3214197	9.9902426	9.3311872	10.6688128	54
7	20990.30	97772.22	21468.57	465797.21	102278.53	476410.58	9.3220186	9.9902155	9.3318031	10.6681969	53
8	21018.74	97766.11	21499.00	465137.88	102284.92	475765.96	9.3226066	9.9901883	9.3324183	10.6675817	52
9	21047.18	97759.99	21529.44	464480.34	102291.32	475123.12	9.3231938	9.9901611	9.3330327	10.6669673	51
10	21075.61	97753.86	21559.88	463824.57	102297.73	474482.06	9.3237802	9.9901339	9.3336463	10.6663537	50
11	21104.05	97747.73	21590.32	463170.56	102304.15	473842.77	9.3243657	9.9901067	9.3342591	10.6657409	49
12	21132.48	97741.59	21620.77	462518.32	102310.58	473205.23	9.3249505	9.9900794	9.3348711	10.6651289	48
13	21160.91	97735.44	21651.22	461867.83	102317.02	472569.45	9.3255344	9.9900521	9.3354823	10.6645177	47
14	21189.34	97729.28	21681.67	461219.08	102323.47	471935.42	9.3261174	9.9900247	9.3360917	10.6639073	46
15	21217.77	97723.11	21712.13	460572.07	102329.93	471303.13	9.3266997	9.9809973	9.3367024	10.6632976	45
16	21246.19	97716.93	21742.59	459926.80	102336.40	470672.56	9.3272811	9.9899698	9.3373113	10.6626887	44
17	21274.61	97710.75	21773.06	459283.25	102342.88	470043.72	9.3278617	9.9899423	9.3379194	10.6620806	43
18	21303.04	97704.56	21803.53	458642.41	102349.37	469416.60	9.3284416	9.9899148	9.3385267	10.6614733	42
19	21331.40	97698.36	21834.00	458001.19	102355.87	468791.19	9.3290206	9.9898873	9.3391333	10.6608667	41
20	21359.88	97692.15	21864.48	457362.87	102362.38	468167.48	9.3295988	9.9898597	9.3397391	10.6602609	40
21	21388.29	97685.93	21894.96	456726.14	102368.90	467545.48	9.3301761	9.9898320	9.3403441	10.6596559	39
22	21416.71	97679.70	21925.44	456091.11	102375.43	466925.16	9.3307527	9.9898043	9.3409484	10.6590516	38
23	21445.12	97673.47	21955.93	455457.76	102381.96	466306.52	9.3313285	9.9897766	9.3415519	10.6584481	37
24	21473.53	97667.23	21986.42	454826.08	102388.50	465689.56	9.3319035	9.9897489	9.3421546	10.6578454	36
25	21501.94	97660.98	22016.92	454196.08	102395.05	465074.27	9.3324777	9.9897211	9.3427566	10.6572434	35
26	21530.35	97654.72	22047.42	453567.73	102401.61	464460.64	9.3330511	9.9896933	9.3433578	10.6566422	34
27	21558.76	97648.45	22077.93	452941.05	102408.18	463848.67	9.3336237	9.9896654	9.3439583	10.6560417	33
28	21587.16	97642.17	22108.44	452316.01	102414.76	463238.35	9.3341955	9.9896375	9.3445580	20.6554420	32
29	21615.56	97635.89	22138.95	451692.61	102421.35	462629.67	9.3347665	9.9896095	9.3451570	10.6548430	31
30	21643.96	97629.60	22169.47	451070.85	102417.95	461022.63	9.3353368	9.9895815	9.3457552	10.6542448	30
31	21672.36	97623.30	22199.99	450450.72	102434.56	461417.22	9.3359062	9.9895535	9.3463527	10.6536473	29
32	21700.76	97616.99	22230.51	449832.21	102441.18	460813.43	9.3364749	9.9895254	9.3469494	10.6530506	28
33	21729.15	97610.67	22261.04	449215.32	102447.81	460111.16	9.3370428	9.9894973	9.3475454	10.6524546	27
34	21757.54	97604.35	22291.57	448600.04	102454.45	459610.70	9.3376099	9.9894692	9.3481407	10.6518593	26
35	21785.93	97598.02	22322.11	447986.36	102461.10	459011.74	9.3381761	9.9894410	9.3487352	10.6512648	25
36	21814.32	97591.68	22352.65	447374.28	102467.76	458414.39	9.3387418	9.9894128	9.3493290	10.6506710	24
37	21842.71	97585.33	22[illegible].19	446763.79	102474.43	457818.62	9.3393066	9.9893845	9.3499220	10.6500780	23
38	21871.10	97578.97	22413.74	446154.89	102481.11	457224.44	9.3398706	9.9893562	9.3505143	10.6494857	22
39	21899.48	97572.60	22444.29	445547.56	102487.80	456631.83	9.3404338	9.9893279	9.3511059	10.6488941	21
40	21927.86	97566.23	22474.85	444941.81	102494.49	456040.80	9.3409963	9.9892995	9.3516968	10.6483032	20
41	21956.24	97559.85	22505.41	444337.61	102501.19	455451.34	9.3415580	9.9892711	9.3522869	10.6477231	19
42	21984.62	97553.46	22535.97	443734.99	102507.90	454863.44	9.3411190	9.9892427	9.3528763	10.6471237	18
43	22013.00	97547.06	22566.54	443133.92	102514.62	454277.09	9.3426792	9.9892142	9.3534650	10.6465350	17
44	22041.37	97540.65	22597.21	442534.39	102521.35	453692.29	9.3432386	9.9891857	9.3540530	10.6459470	16
45	22069.74	97534.23	22627.69	441936.41	102528.09	453109.03	9.3437973	9.9891571	9.3546402	10.6453598	15
46	22098.11	97527.81	22658.27	441339.96	102534.84	452527.30	9.3443552	9.9891285	9.3552267	10.6447733	14
47	22126.48	97521.38	22688.85	440745.04	102541.60	451947.11	9.3449124	9.9890998	9.3558126	10.6441874	13
48	22154.85	97514.94	22719.44	440152.64	102548.37	451368.44	9.3454688	9.9890721	9.3563977	10.6436023	12
49	22183.21	97508.49	22750.03	439559.76	102555.15	450791.29	9.3460245	9.9890424	9.3569811	10.6430179	11
50	22211.58	97502.03	22780.63	438969.40	102561.94	450215.65	9.3465794	9.9890137	9.3575658	10.6424342	10
52	22239.94	97495.56	22811.23	438380.54	102568.74	449641.52	9.3471336	9.9889849	9.3581487	10.6418513	9
52	22268.30	97489.09	22841.83	437793.17	102575.55	449068.89	9.3476870	9.9889560	9.3587310	10.6412690	8
53	22296.66	97482.61	22872.44	437207.31	102582.37	448497.75	9.3482397	9.9889271	9.3593126	10.6406874	7
54	22325.02	97476.12	22903.05	436622.93	102589.20	447918.10	9.3487917	9.9888982	9.3598935	10.6401065	6
55	22353.37	97469.62	22933.67	436040.03	102596.04	447359.93	9.3493429	9.9888693	9.3604736	10.6395264	5
56	22381.72	97463.11	22964.29	435458.61	102601.89	446793.24	9.3498934	9.9888403	9.3620531	10.6389469	4
57	22410.07	97456.60	22994.92	434878.66	102609.75	446228.03	9.3504432	9.9888113	9.3616319	10.6383681	3
58	22438.41	97450.08	23025.55	434300.18	102616.62	445664.28	9.3509921	9.9887822	9.3622100	10.6377900	2
59	22466.76	97443.55	23056.18	433723.16	102623.50	445101.98	9.3515405	9.9887531	9.3627874	10.6372126	1
60	22495.11	97437.01	23086.82	433147.59	102630.39	444541.15	9.3520880	9.9887239	9.3633642	10.6366350	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secante.	Lo. Cof.	L. Seno.	L. Cot.	Lo. Tang.	

M	*Seno.*	*Coseno.*	*Tangent.*	*Cotang.*	*Secante.*	*Cosecan.*	*Log. Sen.*	*Log Cos.*	*L. Tang.*	*L. Cotang.*	M
0	22495.11	97437.01	23086.82	433147.59	102630.39	444541.15	9.3520880	9.9887239	9.3633641	10.6366359	60
1	22523.45	97430.46	23117.46	432573.47	102637.29	443981.76	9.3526340	9.9886947	9.3639401	10.6360599	59
2	22551.79	97423.90	23148.21	432000.79	102644.20	443423.82	9.3531810	9.9886655	9.3645155	10.6354845	58
3	22580.13	97417.34	23178.76	431429.55	102651.12	442867.31	9.3537264	9.9886363	9.3650901	10.6349099	57
4	22608.46	97410.77	23209.41	430859.74	102658.05	442312.24	9.3542710	9.9886070	9.3656641	10.6343359	56
5	22636.80	97404.19	23240.07	430291.36	102664.99	441758.59	9.3548150	9.9885776	9.3662374	10.6337626	55
6	22665.13	97397.60	23270.73	429724.40	202671.94	441206.37	9.3553581	9.9885482	9.3668100	10.6331900	54
7	22693.46	97391.00	23301.40	429158.85	102678.90	440655.56	9.3559007	9.9885188	9.3673819	10.6326181	53
8	22721.79	97384.39	23332.07	428594.72	102685.87	440106.16	9.3564426	9.9884894	9.3679532	10.6320468	52
9	22750.12	97377.78	23362.74	428031.99	102692.84	439558.17	9.3569836	9.9884599	9.3685238	10.6314762	51
10	22778.44	97371.16	23393.42	427470.66	102699.82	439011.58	9.3575240	9.9884304	9.3690937	10.6309063	50
11	22806.77	97364.53	23414.10	426910.72	102706.81	438466.38	9.3580637	9.9884008	9.3696629	10.6303371	49
12	22835.09	97357.89	23454.79	426352.18	101713.81	437922.57	9.3586017	9.9883711	9.3702315	10.6297685	48
13	22863.41	97351.24	23485.48	425795.01	102720.82	437380.15	9.3591409	9.9883415	9.3707994	10.6292006	47
14	22891.72	97344.58	23516.17	425239.23	102727.84	436840.10	9.3596785	9.9883118	9.3713667	10.6286333	46
15	22920.04	97337.92	23546.87	424684.82	102734.87	436299.43	9.3602154	9.9882821	9.3719333	10.6280667	45
16	22948.35	97331.25	23577.58	424131.77	102741.91	435761.13	9.3607515	9.9882523	9.3724992	10.6275008	44
17	22976.66	97324.57	23608.29	423580.09	102748.96	435214.19	9.3612870	9.9881225	9.3730645	10.6269355	43
18	23004.97	97317.88	23639.00	423019.77	102756.02	434688.61	9.3618217	9.9881927	9.3736292	10.6263709	42
19	23033.28	97311.18	23669.72	422480.80	101763.09	434154.38	9.3623558	9.9881618	9.3741930	10.6258070	41
20	23061.59	97304.48	23700.44	411933.18	102770.17	433621.50	9.3628892	9.9881319	9.3747563	10.6252437	40
21	23089.89	97297.77	23731.16	421386.90	102777.26	433089.96	9.3634219	9.9881029	9.3753190	10.6240810	39
22	23118.19	97291.05	23761.89	420841.96	102784.36	432559.77	9.3639539	9.9880729	9.3758810	10.6241190	38
23	23146.49	97284.32	23792.62	420198.35	102791.47	432030.90	9.3644852	9.9880429	9.3764423	10.6235577	37
24	23174.79	97277.58	23823.36	419756.06	101798.59	431503.36	9.3650158	9.9880128	9.3770030	10.6229970	36
25	23203.09	97270.84	23854.10	419215.10	102805.72	430977.15	9.3655458	9.9879827	9.3775631	10.6224369	35
26	23231.38	97264.09	23884.83	418675.46	102812.86	410152.25	9.3660750	9.9879525	9.3781225	10.6218775	34
27	23259.67	97257.33	23915.60	418137.13	102820.01	429928.67	9.3666036	9.9879223	9.3786813	10.6213187	33
28	23287.96	97250.59	23946.35	417600.11	102827.17	419406.40	9.3671315	9.9878921	9.3792394	10.6207606	32
29	23316.25	97243.78	23977.11	417064.40	102834.34	428885.43	9.3676587	9.9878618	9.3797969	10.6202031	31
30	23344.54	97236.99	24007.87	416529.98	102841.52	428365.76	9.3681853	9.9878315	9.3803537	10.6196463	30
31	23372.82	97230.19	24038.64	415996.85	102848.71	427847.38	9.3687111	9.9878012	9.3809100	10.6190900	29
32	23401.10	97223.39	24069.41	415465.01	102855.91	427330.20	9.3692361	9.9877708	9.3814655	10.6185345	28
33	23429.38	97216.58	24100.19	414934.46	102863.12	426814.49	9.3697608	9.9877404	9.3810205	10.6179795	27
34	23457.66	97209.76	24130.97	414405.19	102870.34	426299.96	9.3702847	9.9877009	9.3825748	10.6174252	26
35	23485.94	97202.93	24161.76	413877.19	102877.57	425786.71	9.3708079	9.9876794	9.3831285	10.6168715	25
36	23514.21	97196.09	24192.55	413350.46	102884.81	425274.74	9.3713304	9.9876489	9.3836816	10.6163184	24
37	23542.48	97189.25	24223.34	412824.99	102891.06	424764.02	9.3718523	9.9876182	9.3842340	10.6157660	23
38	23570.75	97182.40	24254.14	412300.79	102899.32	424254.57	9.3723733	9.9875876	9.3847858	10.6152142	22
39	23599.02	97175.54	24284.94	411777.84	102906.58	423746.37	9.3728940	9.9875570	9.3853370	10.6146630	21
40	23627.29	97168.67	24315.75	411256.14	102913.85	423239.43	9.3734139	9.9875263	9.3858876	10.6141124	20
41	23655.55	97161.79	24346.56	410735.69	102921.12	422733.73	9.3739331	9.9874956	9.3864376	10.6135624	19
42	23683.81	97154.91	24377.37	410216.49	102928.42	422229.28	9.3744517	9.9874648	9.3869869	10.6130131	18
43	23712.07	97148.02	24408.19	409698.52	102935.72	421726.06	9.3749696	9.9874340	9.3875356	10.6124644	17
44	23740.33	97141.12	24439.01	409181.78	102943.03	421224.08	9.3754868	9.9874031	9.3880837	10.6119163	16
45	23768.59	97134.21	24469.84	408666.27	102950.35	420723.33	9.3760034	9.9873722	9.3886312	10.6113688	15
46	23796.84	97127.29	24500.67	408151.99	102957.68	420223.80	9.3765194	9.9873413	9.3891781	10.6108219	14
47	23825.10	97120.36	24531.51	407638.92	102965.02	419725.49	9.3770347	9.9873103	9.3897244	10.6102756	13
48	23853.35	97113.43	24562.35	407127.07	101972.37	419228.40	9.3775493	9.9872793	9.3001700	10.6097300	12
49	23881.59	97106.49	24593.20	406616.43	102979.73	418731.51	9.3780633	9.9872482	9.3908151	10.6091849	11
50	23909.84	97099.54	24624.05	406107.00	102987.10	418237.85	9.3785767	9.9872171	9.3913595	10.6086405	10
51	23938.08	97092.58	24654.91	405598.77	102994.48	417744.38	9.3790894	9.9871860	9.3919034	10.6080966	9
52	23966.33	97085.61	24685.77	405092.14	103001.87	417252.10	9.3796015	9.9871548	9.3924466	10.6075534	8
53	23994.57	97078.63	24716.63	404585.90	103009.27	416761.02	9.3801129	9.9871236	9.3929893	10.6070107	7
54	24022.80	97071.65	24747.50	404081.25	103016.68	416271.14	9.3806237	9.9870924	9.3935313	10.6064687	6
55	24051.04	97064.66	24778.37	403577.79	103024.10	415782.43	9.3811339	9.9870611	9.3940727	10.6059273	5
56	24079.27	97057.66	24809.25	403075.50	103031.53	415294.91	9.3816434	9.9870208	9.3946136	10.6053864	4
57	24107.51	97050.65	24840.13	402574.40	103038.97	414808.56	9.3821523	9.9869084	9.3951538	10.6048462	3
58	24135.74	97043.63	24871.02	402074.46	103046.42	414323.39	9.3816605	9.9869670	9.3956935	10.6043065	2
59	24163.96	97036.60	24901.91	401575.70	103053.88	413839.39	9.3831682	9.9869356	9.3962326	10.6037674	1
60	24192.19	97019.57	24932.80	401078.09	103061.35	413356.55	9.3836752	9.9869041	9.3967711	10.6031189	0
	Coseno.	*Seno.*	*Cotang.*	*Tangent.*	*Cosec.*	*Secant.*	*L.Cosen.*	*L. Seno.*	*Lo. Cot.*	*Lo.Tang.*	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecant.	Log. Sen.	L.Cosen	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	24191.19	97029.57	2 932.80	401078.09	103061.35	41333[illegible].15	9.3836752	9.9869041	9.3967711	10.6031189	60
1	24220.48	97022.53	249[illegible]3.70	400581.65	103068.83	41 874.87	[illegible].3841815	9.9868 26	9.3073080	10.6016911	59
2	24248.63	97015.48	24994.60	400086.36	103076.32	412394.35	9.3846873	9.9868410	9.39 8463	10.6021537	58
3	24276.85	97008.42	25025.51	399591.23	103083.82	411914.98	9.3851914	9.9868094	9. 983830	10.6016170	57
4	24305.07	97001.35	25056.42	399099.24	103091.33	411436.78	9.3856959	9.9867778	9.3989191	10.6010809	56
5	24333.29	96994.18	25087.34	398607.39	103098.85	410959.67	9.3862008	9.9867461	9.3994547	10.6005453	55
6	24361.50	96987.20	25118.26	398116.69	103106.38	410483.74	9.3867040	9.9867144	9.3999896	10.6000104	54
7	24389.71	96980.11	25149.19	397627.12	103113.92	410008.93	9.3871067	9.9866817	9.4005140	10.5994760	53
8	24417.92	96973.01	25180.12	397138.68	103121.47	409535.46	9.3877087	9.9866509	9.4010578	10.5989422	52
9	24446.13	96965.90	25211.06	396651.37	203129.03	409062.72	9.3881101	9.9866191	9.4015010	10.5984090	51
10	24474.33	96958.79	25242.00	396165.18	103136.60	408591.30	9.3887109	9.9865872	9.4021237	10.5978763	50
11	24502.54	96951.67	25272.94	395680.11	103144.18	408121.00	9.3892111	9.9865553	9.4026558	10.5973442	49
22	24530.74	96944.54	25303.89	395196.15	103151.77	407651.81	9.3897106	9.9865233	9.4031873	10.5968127	48
13	24558.94	96937.40	25334.84	394713.31	103159.36	407183.74	9.3901096	9.9864913	9.4037188	10.5962818	47
14	24587.13	96930.25	25365.80	394232.57	103166.97	406716.77	9.3907079	9.9864593	9.4042486	10.5957514	46
15	24615.33	96923.09	25396.76	393750.94	103174.59	406250.91	9.3912057	9.9864273	9.4047784	10.5951216	45
16	24643.52	96915.92	25427.73	393271.41	103182.21	405786.15	9.391 028	9.9863952	9.405 076	10.5946914	44
17	24671.71	96908.75	25458.70	392792.97	103189.85	405322.49	9.3921993	9.9863630	9.4058363	10.5941637	43
18	24699.90	96901.57	25489.68	392315.63	103197.50	404859.92	9.3926952	9.9863308	9.4063644	10.59363[illegible]6	42
29	24728.09	96894.38	25520.66	391839.37	203205.16	404398.44	9.3931905	9.9862986	9.4068919	10.5931081	42
20	24756.27	96887.18	25551.65	391364.20	103212.82	403938.04	9.3936852	9.9862663	9.4074189	10.5925811	40
21	24784.45	96879.98	25581.64	390890.11	103220.50	403478.72	9.3941794	9.9861340	9.40794 3	10.5920547	39
22	24812.63	96872.77	25613.63	390417.10	103228.18	403020.48	9.3946729	9.9862017	9.4084712	10.5915288	38
23	24840.81	96865.55	25644.63	389945.16	103235.88	402563.32	9.3951658	9.9861693	9.4089965	10.5910035	37
24	24868.99	96858.32	25675.63	389474.29	103243.59	402107.22	9.3956581	9.9861369	9.4095212	10.5904788	36
25	24897.16	96851.08	25706.64	389004.48	103251.30	401652.19	9.3961499	9.9861045	9.4100454	10.5899546	35
26	24925.33	96843.83	25737.66	388535.74	103259.03	401198.23	9.3966410	9.9860720	9.4105690	10.5894310	34
27	24953.50	96836.57	25768.68	388068.05	103266.76	400745.32	9.3971315	9.9860395	9.4110921	10.5889079	33
28	24981.67	96829.31	25799.70	387601.42	103274.51	400293.47	9.3976215	9.9860069	9.4116146	10.5883854	32
29	25009.84	96822.04	25830.73	387235.84	103282.27	399842.67	9.3981109	9.9859743	9.4121366	10.5878634	32
30	25038.00	96814.76	25861.76	386671.31	103290.03	390392.92	9.3585996	9.9859416	9.4126581	10.5873419	30
31	25066.16	96807.47	25892.80	386207.82	103297.81	398944.21	9.3990878	9.9859089	9.4131789	10.5868211	29
32	25094.32	96800.18	25923.84	385745.37	103305.59	398496.54	9.3995754	9.9858762	9.4136993	10.5863007	28
33	25122.48	96792.88	2505[illegible].88	385283.96	103313.39	398049.91	9.4000625	9.9858434	9. 142191	10.5857809	17
34	25150.03	96785.57	25985.93	38 823.58	103321.19	397604.31	9.4005489	9.9858106	9.4147383	10.5852617	26
35	25178.79	96778.25	26016.99	384364.24	103329.01	397159.75	9.4010348	9.9857777	9.4152570	10.5847430	25
36	25206.94	96770.92	26048.05	3830 5.91	103336.83	396716.21	9.4015201	9.9857448	9.4157752	10.5842248	24
37	25235.08	96763.58	26079.11	383448.61	1 3344.67	396273.66	9.4020048	9.9857119	9.4162928	10.5837072	23
38	25263.23	96756.13	26110.18	382992.3	103352.51	395832.19	9.4024889	9.9856790	9.4168009	10.5831901	22
39	25291.37	96748.88	26141.24	382537.07	103360.37	105 01.71	9.4029724	9.9856460	9.4173265	10. 826735	22
40	25319.52	96741.34	26172.34	382082.81	103368.23	394952.24	9.4034554	9.9856129	9.4178425	10.5821575	20
41	25347.66	96734.15	26203.42	381629.57	103376.11	394513.79	9.4039378	9.9855798	9.4183580	10.5816420	19
42	25375.70	96726.77	26234.51	381177.33	103383.04	104076.33	9.4044196	9.9855467	9.4188729	10.5811271	18
43	25403.93	96719.38	26265.60	380726.06	103391.88	393639.88	9.4049000	9.9855135	9.419 874	10.5806126	17
44	25432.06	96711.99	26296.70	380275.85	103399.70	393204.43	9.4053816	9.9854803	9.4199013	10.5800987	16
45	25460.10	96704.59	26327.80	3798 6.61	103407.70	301769.97	9.4058617	9.9854471	9.4204146	10.5795854	15
46	25488.32	96697.18	26358.91	379378.35	103415.63	392336.51	9.4063413	9.9854138	9.4209275	10.5790725	14
47	25516.45	96689.76	26390.02	378931.09	103423.56	391904.03	9.4068103	9.9853805	9.4214398	10.5785602	13
48	25544.58	96682.33	26421.14	378 84.81	103431.51	391472.54	9.4072987	9.98 3471	9.4219515	10.5780485	12
49	25572.70	96674.90	26452.26	378039.51	103439.46	391042.03	9.4077766	9.9853137	9.4222628	10.5775372	12
50	25600.82	96667.45	26483.30	377595.19	103447.43	390612.50	9.4081539	9.9852803	9.4229735	10.5770265	10
51	25628.94	96660.01	26514.52	377152.85	103455.40	390183.05	9.4047306	9.9852468	9. 234838	10.5765162	9
52	25657.03	96652.55	26545.66	376709.47	103463.38	389756.37	9.4092068	9.9852133	9.4239935	10.5760065	8
53	25685.17	96645.08	26576.80	376268.07	103471.38	389329.70	9.4096824	9.9851797	9.4245026	10.5754974	7
54	25713.28	96637.60	26607.94	375817.63	103479.38	388904.11	9.4101575	9.9851462	9.4250113	10.5749887	6
55	25741.39	96630.12	26639.09	375388.15	103487.40	388479.43	9.4106320	9.9851126	9.4255194	10.5744806	5
56	25769.50	96622.63	26670.25	374949.63	103495.42	388055.70	9.4112059	9.9850789	9.4260271	10.5739729	4
57	25797.60	96615.13	26701.41	374512.07	103503.45	387632.91	9.4115791	9.9850452	9.4265342	10.5734058	3
58	25825.70	96607.62	26732.57	374075.46	103511.50	387211.12	9.4120522	9.9850114	9.4270408	10.5729592	2
59	25853.81	96600.10	26763.74	373639.80	103519.55	386790.25	9.4115245	9.9840776	9.4275469	10.5724531	1
60	25881.90	96592.58	26704.92	373205.08	103527.62	386370.33	9.4119962	9.9840438	9.4280525	10.57194 5	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secante.	Lo. Cos.	L. Seno.	L. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecant.	Log. Sen.	L. Cosen.	Lo. Tan.	L. Cotang.	M
0	25881.90	96592.58	26794.92	373205.08	103527.62	386370.33	9.4129962	9.9849438	9.4280525	10.5719475	60
1	25910.00	96585.05	26826.10	372771.31	103535.69	385951.35	9.4134674	9.9849095	9.4285575	10.5714425	59
2	25938.10	96577.51	26857.28	372338.47	103543.78	385533.32	9.4139381	9.9848760	9.4290021	10.5709379	58
3	25966.19	96569.96	26888.47	371906.58	103551.87	385116.22	9.4144082	9.9848420	9.4295661	10.5704339	57
4	25994.28	96562.40	26919.67	371475.61	103559.98	384700.05	9.4148778	9.9848081	9.4300697	10.5699303	56
5	26022.37	96554.83	26950.87	371045.58	103568.09	384284.82	9.4153468	9.9847740	9.4305727	10.5694273	55
6	26050.45	96547.26	26982.07	370616.48	103576.11	383870.51	9.4158152	9.9847400	9.4310753	10.5689247	54
7	26078.53	96539.68	27013.28	370188.30	103584.35	383457.13	9.4162832	9.9847059	9.4315773	10.5684227	53
8	26106.61	96532.09	27044.49	369761.03	103592.49	383044.67	9.4167506	9.9846717	9.4320789	10.5679211	52
9	26134.69	96524.49	27075.71	369334.69	103600.65	382633.13	9.4172174	9.9846375	9.4325799	10.5674201	51
10	26162.77	96516.88	27106.93	368909.27	103608.81	382222.51	9.4176837	9.9846033	9.4330804	10.5669196	50
11	26190.85	96509.27	27138.16	368484.75	103616.99	381812.80	9.4181495	9.9845690	9.4335805	10.5664195	49
12	26218.92	96501.65	27169.40	368061.15	103625.17	381403.09	9.4186148	9.9845347	9.4340800	10.5659200	48
13	26246.99	96494.02	27200.64	367638.45	103633.37	38[illegible]6.10	9.4190795	9.9845004	9.4345791	10.5654209	47
14	26275.06	96486.38	27231.88	367216.65	103641.57	380589.11	9.4195436	9.9844660	9.4350776	10.5649224	46
15	26303.12	96478.73	27263.13	366795.75	103649.79	380183.01	9.4200073	9.9844316	9.4355757	10.5644243	45
16	26331.18	96471.07	27294.38	366375.75	103658.01	379777.82	9.4204704	9.9843971	9.4360733	10.5639267	44
17	26359.24	96463.41	27325.64	365956.65	103666.25	379373.52	9.4209330	9.9843626	9.4365704	10.5634296	43
18	26387.30	96455.74	27356.90	365538.44	103674.49	378970.11	9.4213950	9.9843281	9.4370670	10.5629330	42
19	26415.36	96448.06	27388.17	365121.11	103682.75	378567.60	9.4218566	9.9842935	9.4375631	10.5624369	41
20	26443.42	96440.37	27419.44	364704.67	103691.01	378165.96	9.4223176	9.9842589	9.4380587	10.5619413	40
21	26471.47	96432.67	27450.72	364289.11	103699.29	377765.22	9.4227780	9.9842242	9.4385538	10.5614462	39
22	26499.52	96424.97	27482.01	363874.44	103707.57	377365.35	9.4232380	9.9841895	9.4390485	10.5609515	38
23	26527.57	96417.26	27513.30	363460.64	103715.87	376966.36	9.4236974	9.9841548	9.4395426	10.5604574	37
24	26555.61	96409.54	27544.59	363047.71	103724.17	376568.24	9.4241563	9.9841200	9.4400363	10.5599637	36
25	26583.65	96401.81	27575.89	362635.66	103732.49	370171.00	9.4246147	9.9840852	9.4405295	10.5594705	35
26	26611.69	96394.07	27607.19	362224.47	103740.82	375774.62	9.4250726	9.9840503	9.4410222	10.5589778	34
27	26639.73	96386.33	27638.50	361814.15	103749.15	375379.11	9.4255299	9.9840154	9.4415145	10.5584855	33
28	26667.77	96378.58	27669.81	361404.69	103757.50	374984.47	9.4259867	9.9839805	9.4420062	10.5579938	32
29	16695.81	96370.82	27701.13	360996.09	103765.85	374590.68	9.4264430	9.9839455	9.4424975	10.5575025	31
30	26723.84	96363.05	27732.45	360588.35	103774.22	374197.75	9.4268988	9.9839105	9.4429883	10.5570117	30
31	26751.87	96355.27	27763.78	360181.46	103782.60	373805.68	9.427354[illegible]	9.9838755	9.4434786	10.5565214	29
32	26779.89	96347.48	27795.12	359775.43	103790.98	373414.46	9.4278089	9.9838404	9.4439685	10.5560315	28
33	26807.92	96339.69	27826.46	359370.14	103799.38	373024.09	9.4282631	9.9838054	[illegible]	10.5555421	27
34	26835.94	96331.89	27857.80	358955.90	103807.79	372634.57	9.4287169	9.9837700	9.4449468	10.5550532	26
35	26863.96	96324.08	27889.15	358562.41	103816.21	372245.89	9.4291701	9.9837348	9.4454352	10.5545648	25
36	26891.98	96316.26	27920.50	358159.75	103824.63	371858.05	9.4296228	9.9836996	9.4459232	10.5540768	24
37	26920.00	96308.43	27951.86	357757.94	103833.07	371471.05	9.4300750	9.9836643	9.4464107	10.5535893	23
38	26948.01	96300.59	27983.22	357356.96	103841.52	371084.89	9.4305267	9.9836290	9.4468978	10.5531022	22
39	26976.02	96292.75	28014.59	356956.81	1038[illegible]0.58	370690.56	9.4309779	9.9835936	9.4473843	10.5526157	21
40	27004.03	96284.90	28045.97	356557.49	103858.44	370315.06	9.4314286	9.9835582	9.4478704	10.5521296	20
41	27032.04	96277.04	28077.35	356159.00	103866.92	369931.39	9.4318788	9.9835227	9.4483561	10.5516419	19
42	27060.04	96269.17	28108.73	355761.33	103875.41	369548.54	9.4323285	9.9834872	9.4488413	10.5511587	18
43	27088.05	96261.30	28140.12	355364.49	103883.91	369166.52	9.4327777	9.9834517	9.4493260	10.5506740	17
44	27116.05	96253.42	28171.52	354968.46	103892.42	368785.32	9.4332264	9.9834161	9.4498102	10.5501898	16
45	27144.04	96245.53	28202.92	354573.25	103900.94	368404.93	9.4336746	9.9833805	9.4502940	10.5497060	15
46	27172.04	96237.63	28234.32	354178.86	103909.47	368025.36	9.4341223	9.9833449	9.4507774	10.5492226	14
47	17200.03	96229.71	28265.73	353785.28	103918.00	367646.60	9.4345694	9.9833092	9.4512602	10.5487398	13
48	27228.02	96221.80	28297.15	353392.51	103926.55	367268.65	9.4350161	9.9832735	9.4517427	10.5482573	12
49	27256.01	96213.87	28328.57	353000.54	103935.11	366891.51	9.4354623	9.9832377	9.4522246	10.5477754	11
50	27284.00	96205.94	28359.99	352609.38	103943.68	366515.18	9.4359080	9.9832019	9.4527061	10.5472939	10
51	27311.98	96198.00	28391.42	352219.01	103052.26	366139.64	9.4363532	9.9831661	9.4531872	10.5468128	9
52	27339.96	96190.05	28422.86	351819.46	103960.85	365764.91	9.4367980	9.9831301	9.4536678	10.5463322	8
53	27367.94	96182.09	28454.30	351440.70	103969.45	365390.97	9.4372422	9.9830943	9.4541479	10.5458521	7
54	27395.92	96174.13	28485.75	351052.73	103978.06	365017.83	9.4376859	9.9830583	9.4546276	10.5453724	6
55	27423.90	96166.16	28517.20	350665.55	103986.69	364645.48	9.4381292	9.9830223	9.4551069	10.5448931	5
56	27451.87	96158.18	28548.66	350279.16	103995.32	364273.92	9.4385719	9.9829862	9.4555857	10.5444143	4
57	27479.84	96150.19	18580.12	349893.56	104003.96	363903.15	9.4390142	9.9829501	9.4560641	10.5439359	3
58	27507.81	96142.19	28611.59	349508.74	104012.61	363533.16	9.4394560	9.9829140	9.4565420	10.5434580	2
59	27535.78	96134.18	28643.06	349124.70	104021.27	363163.95	9.4398973	9.9828778	9.4570194	10.5429806	1
60	27563.74	96126.17	28674.54	348741.44	104029.94	362795.53	9.4403381	9.9828416	9.4574964	10.5425036	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L. Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan.	Log. Sen.	Log. Cos.	L. Tang	L.Cotang.	M
0	27563.74	96126.17	28674.54	348741.44	104029.94	361795.53	9.4403381	9.9828416	9.4574964	10.5425036	60
1	27591.70	96118.15	28706.02	348358.96	104038.63	362427.88	9.4407784	9.9828054	9.4579730	10.5420270	59
2	27619.65	96110.12	28737.51	347977.26	104047.32	362061.01	9.4412182	9.9827691	9.4584491	10.5415509	58
3	27647.61	96102.08	28769.00	347596.32	104056.02	361694.90	9.4416575	9.9827318	9.4580248	10.5420752	57
4	27675.56	96094.03	28800.50	347216.16	104064.73	361329.57	9.4420965	9.9826964	9.459400	10.5405999	56
5	27703.52	96085.98	28832.01	346836.76	104073.46	360965.01	9.4425349	9.9826600	9.4598749	10.5401251	55
6	27731.47	96077.92	28863.52	346458.13	104082.19	360601.21	9.4429728	9.9826236	9.4603492	10.5396508	54
7	27759.41	96069.84	28895.03	346080.26	104090.94	360238.18	9.4434203	9.9825871	9.4608132	10.5391768	53
8	27787.36	96061.77	28926.55	345703.15	104099.69	359875.90	9.4438471	9.9825506	9.4612967	10.5387033	52
9	27815.30	96053.68	28958.08	345326.79	104108.45	359514.39	9.4442837	9.9825140	9.4617697	10.5382303	51
10	27843.24	96045.58	28989.61	344951.20	104117.23	359153.63	9.4447197	9.9824774	9.4622423	10.5377577	50
11	27871.18	96037.48	29021.14	344576.35	104126.01	358793.62	9.4451553	9.9824408	9.4627145	10.5372855	49
12	27899.11	96029.37	29052.68	344202.26	104134.81	358434.37	9.4455904	9.9824041	9.4631863	10.5368137	48
13	27927.04	96021.25	29084.23	343828.91	104143.62	358075.86	9.4460250	9.9823674	9.4636576	10.5363424	47
14	27954.97	96013.12	29115.78	343456.31	104152.43	357718.10	9.4464591	9.9823306	9.4641285	10.5358715	46
15	27982.90	96004.98	29147.34	343084.46	104161.26	357361.08	9.4468927	9.9822938	9.4645990	10.5354010	45
16	28010.83	95996.84	29178.90	342713.34	104170.09	357004.81	9.4473259	9.9822569	9.4650690	10.5349310	44
17	28038.75	95988.69	29210.47	342342.97	104178.94	356649.28	9.4477586	9.9822200	9.4655386	10.5344614	43
18	28066.67	95980.53	29242.05	341973.33	104187.80	356294.48	9.4481909	9.98218[illegible]1	9.4660078	10.5339922	42
19	28094.59	95972.36	29273.63	341604.43	104196.67	355940.42	9.4486227	9.9821462	9.4664765	10.5335235	41
20	28122.51	95964.18	29305.21	341236.26	104205.54	355587.20	9.4490540	9.9821092	9.4669448	10.5330552	40
21	28150.42	95956.00	29336.80	340868.82	104214.43	355234.50	9.4494849	9.9820722	9.4674127	10.5315873	39
22	28178.33	95947.81	29368.39	340502.10	104223.33	354882.63	9.4499153	9.9820351	9.4078802	10.5321198	38
23	28206.24	95939.61	29399.99	340136.12	104232.24	354531.49	9.4503452	9.9819980	9.4683473	10.5316527	37
24	28234.15	95931.40	29431.60	339770.85	104242.16	354181.07	9.4507747	9.9819608	9.46881[illegible]9	10.5311861	36
25	28262.05	95923.18	29463.21	339406.31	104250.09	353831.38	9.4512037	9.9819236	9.4692801	10.5307199	35
26	28289.95	95914.96	29494.83	339042.49	104259.03	353482.40	9.4516322	9.9818863	9.4697459	10.5302541	34
27	28317.85	95906.72	29526.45	338679.38	104267.98	353134.14	9.4520603	9.9818490	9.4702111	10.5297888	33
28	28345.75	95898.48	29558.08	338316.99	104276.94	352786.60	9.4524879	9.9818117	9.4706762	10.5293238	32
29	28373.64	95890.23	29589.71	337955.31	104285.91	352439.77	9.4529151	9.9817744	9.4711407	10.5288593	31
30	28401.53	95881.97	29621.35	337594.54	104294.89	352093.65	9.4533418	9.9817370	9.4716048	10.528[illegible]952	30
31	28429.42	95873.71	29652.99	337234.08	104303.88	351748.24	9.4537681	9.9816995	9.4720685	10.5279315	29
32	28457.31	95865.43	29684.64	336874.53	104312.89	351403.54	9.4541939	9.9816620	9.4725318	10 5274682	28
33	28485.20	95857.15	29716.30	336515.69	104321.90	351059.54	9.4546192	9.9816245	9.4729947	10.5270053	27
34	28513.08	95848.86	29747.96	336157.53	104330.92	350716.25	9.4550441	9.9815870	9.4734572	10.5265428	26
35	28540.96	95840.56	29779.62	335800.08	104339.95	350373.65	9.4554686	9.9815494	9.4739192	10.5260808	25
36	28568.84	95832.26	29811.19	335443.33	104349.00	350031.75	9.4558926	9.9815117	9.4743808	10.5256192	24
37	28596.71	95823.94	29842.97	335087.28	104358.05	349690.55	9.4563161	9.9814740	9.4748421	10.5251579	23
38	28624.58	95815.62	29874.65	334732.01	104367.12	349350.04	9.4567392	9.9814363	9.4753029	10.5246971	22
39	28652.45	95807.29	29906.34	334377.24	104376.19	349010.23	9.4571618	9.9813986	9.4757633	10.5242367	21
40	28680.32	95798.95	29938.03	334023.26	104385.28	348671.20	9.4575840	9.9813608	9.4762233	10.5237767	20
41	28708.19	95790.60	29969.73	333669.97	104394.37	348332.67	9.4580058	9.9813229	9.4766829	10.5233171	19
42	28736.05	95781.25	30001.44	333317.36	104403.48	347994.92	9.4584271	9.9812850	9.4771421	10.5228579	18
43	28763.91	95773.89	30033.15	332965.43	104412.59	347657.85	9.4588480	9.9812471	9.4776009	10.5223991	17
44	28791.77	95765.52	30064.86	332614.19	104421.71	347321.46	9.4592684	9.9812091	9.4780592	10.5219408	16
45	28819.63	95757.14	30096.58	332263.62	104430.86	346985.76	9.4596884	9.9811711	9.4785172	10.5214828	15
46	28847.48	95748.75	30128.31	331913.73	104440.01	.46650.73	9.4601079	9.9811331	9.4789748	10.5210252	14
47	28875.33	95740.35	30160.04	331564.52	104449.1[illegible]	346316.37	9.4605270	9.9810950	9.4794319	10.5205681	13
48	28903.18	95711.95	30191.78	331215.98	104458.31	345982.69	9.4609456	9.9810569	9.4798887	10.5201113	12
49	28931.03	95723.54	30223.52	330868.11	104467.51	345649.69	9.4613638	9.9810187	9.4803451	10.5196549	11
50	28958.87	95715.12	30255.27	330520.91	104476.70	345317.35	9.4617816	9.9809805	9.4808011	10.5191989	10
51	28986.71	95706.69	30287.03	330174.38	104485.90	344985.68	9.4621989	9.9809423	9.4812566	10.5187434	9
52	29014.55	95698.25	30318.79	329828.51	104495.11	344654.67	9.4626158	9.9809040	9.4817118	10.5182882	8
53	29042.39	95689.81	30350.55	329483.30	104504.33	344324.33	9.4630323	9.9808657	9.4821666	10.5178334	7
54	29070.22	95681.36	30382.32	329138.76	104513.57	343994.65	9.4634483	9.9808273	9.4826210	10.5173790	6
55	29098.05	95672.90	30414.10	328794.87	104522.81	343665.63	9.4638639	9.9807889	9.4830750	10.5169250	5
56	29125.88	95664.43	30445.88	328451.64	104532.06	343337.27	9.4642790	9.9807505	9.4835286	10.5164714	4
57	29153.71	95655.95	30477.67	328109.07	104541.32	343009.56	9.4646938	9.9807120	9.4839818	10.5160182	3
58	29181.53	95647.47	30509.46	327767.15	104550.60	342682.52	9.4651081	9.9806735	9.4844346	10.5155654	2
59	29209.35	95638.98	30541.26	327425.88	104559.88	342356.11	9.4655219	9.9806349	9.4848870	10.5151130	1
60	29217.17	95630.48	30573.07	327085.26	104569.18	342030.36	9.4659353	9.9805963	9.4853390	10.5146610	0
	Cosene.	Seno.	Cotang.	Tangent	Cosec.	Secant.	Lo. Cos.	L. Seno.	Lo. Cot.	L.Tang.	

73 Gr.

M	Seno.	Cosene.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan	Log. Sen	L. Cos.	L. Tang.	L.Cotang	M
0	29237.17	95630.48	30573.07	327083.26	104569.18	342030.36	9.4659353	9.9805963	9.4853390	10.5146610	60
1	29264.99	95621.97	30604.88	326745.29	104578.48	341705.26	9.4663483	9.9805577	9.4857907	10.5142093	59
2	29292.80	95613.45	30636.49	326405.90	104587.80	341380.80	9.4667609	9.9805190	9.4862419	10.5137381	58
3	29320.61	95604.92	30668.51	326067.28	104597.12	341056.99	9.4672730	9.9804803	9.4866928	10.5133072	57
4	29348.42	95596.39	30700.34	325729.24	104606.46	340733.82	9.4675848	9.9804415	9.4871433	10.5128567	56
5	29376.23	95587.85	30732.18	325391.84	104615.81	340411.30	9.4679960	9.9804017	9.4875933	10.5124067	55
6	29404.03	95579.30	30764.02	325055.08	104625.16	340089.41	9.4684069	9.9803639	9.4880430	10.3119570	54
7	29431.83	95570.74	30795.86	324718.95	104634.53	339768.16	9.4688273	9.9803250	9.4884924	10.5115076	53
8	29459.63	95562.17	30827.71	324383.46	104643.91	339447.54	9.4692273	9.9801861	9.4889413	10.5120587	52
9	29487.43	95553.60	30859.57	324048.60	104653.30	339127.55	9.4096369	9.9802471	9.4893898	10.5106102	51
10	29515.22	95545.02	30891.43	323714.38	104662.70	338808.20	9.4700461	9.9802081	9.4898380	10.5101620	50
11	29543.01	95536.43	30923.30	323380.78	104672.11	338489.48	9.4704548	9.9801690	9.4902858	10.5097142	49
12	29570.80	95527.84	30955.17	323047.80	104681.33	338171.38	9.4708631	9.9801299	9.4907332	10.5092668	48
13	29598.59	95519.22	30987.05	322715.46	104690.96	337853.91	9.4712710	9.9800908	9.4911802	10.5088198	47
14	29626.38	95510.61	31018.93	322383.73	104700.40	337537.07	9.4716785	9.9800516	9.4916269	10.5083731	46
15	29634.16	95501.99	31030.82	322052.63	104709.86	337220.84	9.4720856	9.9800114	9.4920732	10.5079269	45
16	29681.94	95493.36	31082.72	321722.15	104719.32	336905.24	9.4724922	9.9799732	9.4925190	10.5074810	44
17	29709.71	95484.72	31114.62	321392.28	104728.79	336590.26	9.4728985	9.9799339	9.4929646	10.5070354	43
18	29737.49	95476.07	31146.53	321063.04	104738.28	336275.89	9.4733043	9.9798946	9.4934097	10.5065903	42
19	29765.26	95467.42	31178.44	320734.40	104747.77	335962.14	9.4737097	9.9798552	9.4938545	10.5061455	41
20	29793.03	95458.76	31210.36	320406.38	104757.28	335649.00	9.4741146	9.9798158	9.4942988	10.5057012	40
21	29820.79	95450.09	31242.19	320078.97	104766.79	335336.47	9.4745192	9.9797764	9.4947429	10.5052571	39
22	29848.56	95441.41	31274.22	319751.17	104776.32	335024.55	9.4749234	9.9797369	9.4951865	10.5048135	38
23	29876.32	95432.72	31306.16	319425.98	104785.86	334713.24	9.4753271	9.9796974	9.4956298	10.5043702	37
24	29904.08	95424.03	31338.10	319100.39	104795.40	334402.54	9.4757304	9.9796378	9.4960727	10.5039273	36
25	29931.84	95415.33	31370.05	318775.40	104804.96	334092.44	9.4761334	9.9796181	9.4965152	10.5034848	35
26	29959.59	95406.61	31402.00	318451.02	104814.53	333782.94	9.4765359	9.9795785	9.4969574	10.5030426	34
27	29987.34	95397.90	31433.96	318127.24	104824.11	333474.05	9.4769380	9.9795388	9.4973991	10.5026009	33
28	30015.09	95389.17	31465.95	317804.06	104833.70	333165.75	9.4773396	9.9794991	9.4978406	10.5021594	32
29	30042.84	95380.43	31497.90	317481.47	104843.30	332858.05	9.4777409	9.9794593	9.4982816	10.5017184	31
30	30070.58	95371.69	31529.88	317159.48	104852.91	332550.93	9.4781418	9.9794195	9.4987223	10.5012777	30
31	30098.32	95362.94	31561.86	316838.08	104862.53	332244.44	9.4785423	9.9793796	9.4991626	10.5008374	29
32	30126.06	95354.18	31593.85	316517.28	104872.17	331938.53	9.4789423	9.9793397	9.4996016	10.5003974	28
33	30153.80	95345.41	31625.85	316197.06	104881.81	331633.20	9.4793420	9.9792998	9.5000422	10.4099578	27
34	30181.53	95336.64	31657.85	315877.44	104891.46	331328.47	9.4797412	9.9792598	9.5004814	10.4995186	26
35	30209.26	95327.86	31689.86	315558.40	104901.13	331024.32	9.4801401	9.9792198	9.5009203	10.4990797	25
36	30236.99	95319.07	31721.87	315239.94	104910.80	330720.76	9.4805385	9.9791798	9.5013588	10.4986412	24
37	30264.71	95310.27	31753.89	314922.07	104920.49	330417.78	9.4809366	9.9791397	9.5017969	10.4982031	23
38	30292.44	95301.46	31785.91	314604.78	104930.19	330115.39	9.4813342	9.9790996	9.5022347	10.4977653	22
39	30320.16	95292.64	31817.94	314288.07	104939.89	329813.57	9.4817315	9.9790594	9.5026721	10.4973279	21
40	30347.88	95283.82	31849.98	313971.94	104949.61	329512.34	9.4821283	9.9790191	9.5031092	10.4968908	20
41	30375.59	95274.99	31882.02	313656.39	104959.34	329211.68	9.4825248	9.9789789	9.5035459	10.4964541	19
42	30403.31	95266.15	31914.07	313341.41	104969.08	328911.60	9.4829208	9.9789386	9.5039822	10.4960178	18
43	30431.02	95257.30	31946.13	313027.01	104978.83	328612.09	9.4833165	9.9788983	9.5044182	10.4965818	17
44	30458.72	95148.44	31978.19	312713.17	104988.59	328313.16	9.4837117	9.9788579	9.5048538	10.4951462	16
45	30486.43	95239.58	32010.15	312399.91	104998.36	328014.79	9.4841066	9.9788175	9.5052891	10.4947109	15
46	30514.23	95230.71	32042.32	312087.22	105008.15	327717.00	9.4845010	9.9787770	9.5057240	10.4942760	14
47	30541.83	95221.83	32074.40	311775.09	105017.94	327419.77	9.4848951	9.9787365	9.5061586	10.4938414	13
48	30569.53	95212.94	32106.49	311463.33	105027.74	327123.11	9.4851888	9.9786960	9.5065928	10.4934072	12
49	30597.23	95204.04	32138.58	311152.54	105037.56	326827.02	9.4856820	9.9786554	9.5070167	10.4919733	11
50	30624.92	95195.14	32170.67	310842.10	105047.38	326531.49	9.4860749	9.9786148	9.5074602	10.4915398	10
51	30652.61	95186.23	32202.77	310532.23	105057.22	326236.52	9.4864674	9.9785741	9.5078933	10.4921067	9
52	30680.29	95177.31	32234.88	310222.91	105067.06	325942.11	9.4868595	9.9785334	9.5083261	10.4916739	8
53	30707.98	95168.38	32267.00	309914.16	105076.92	325648.25	9.4872512	9.9784917	9.5087586	10.4911414	7
54	30735.66	95159.44	32299.12	309605.96	105086.79	325354.96	9.4876426	9.9784519	9.5091907	10.4908093	6
55	30763.34	95150.49	32332.25	309298.31	105096.67	325062.22	9.4880335	9.9784111	9.5096224	10.4903776	5
56	30791.02	95141.54	32363.38	308991.22	105106.56	324770.03	9.4884240	9.9783702	9.3100539	10.4899461	4
57	30818.69	95132.58	32395.52	308684.68	105116.46	324478.40	9.4888142	9.9783293	9.5104849	10.4895151	3
58	30846.36	95113.61	32427.66	308378.69	105126.37	324187.32	9.4892040	9.9781883	9.5109156	10.4890844	2
59	30874.03	95114.63	32459.81	308073.25	103136.29	323896.78	9.4895934	9.9782474	9.5113460	10.4886540	1
60	30901.70	95105.65	32491.97	307768.35	105146.21	323606.80	9.4899824	9.9782063	9.5117760	10.4882240	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secante.	Lo. Cof.	L. Seno.	L. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secant.	Cofecan.	Log. Sen.	L. Cofen.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	30901.70	95105.65	32491.97	307768.35	105146.22	323606.80	9.4899824	9.9782063	9.5117760	10.4882240	60
1	30929.36	95096.66	32524.13	307464.00	105156.17	323317.36	9.4903710	9.9781654	9.5122057	10.4877943	59
2	30957.02	95087.66	32556.30	307160.20	105166.12	323028.46	9.4907592	9.9781241	9.5126351	10.4873649	58
3	30984.68	95078.67	32588.48	306856.93	105176.08	322740.11	9.4911471	9.9780830	9.5130641	10.4869359	57
4	31012.34	95069.63	32620.66	306554.21	105186.06	322452.30	9.4915345	9.9780418	9.5134927	10.4865073	56
5	31039.99	95060.60	32652.85	306252.03	105196.05	322165.03	9.4919216	9.9780005	9.5139210	10.4860790	55
6	31067.64	95051.57	32685.04	305950.38	105206.04	321878.30	9.4923083	9.9779593	9.5143490	10.4856510	54
7	31095.29	95042.51	32717.24	305649.28	105216.05	321592.10	9.4926946	9.9779180	9.5147766	10.4852234	53
8	31122.94	95033.48	32749.44	305348.70	105226.07	321306.44	9.4930806	9.9778766	9.5152039	10.4847961	52
9	31150.58	95024.42	32781.65	305048.66	105236.10	321021.32	9.4934661	9.9778353	9.5156309	10.4843691	51
10	31178.22	95015.36	32813.87	304749.15	105246.14	320736.73	9.4938513	9.9777938	9.5160575	10.4839425	50
11	31205.86	95006.29	32846.10	304450.18	105256.19	320452.66	9.4942361	9.9777523	9.5164838	10.4835162	49
12	31233.40	94997.21	32878.33	304151.73	105266.25	320169.13	9.4946205	9.9777108	9.5169097	10.4830903	48
13	31261.12	94988.12	32910.56	303853.81	105276.33	319886.13	9.4950046	9.9776693	9.5173353	10.4826647	47
14	31288.75	94979.02	32942.80	303556.41	105286.41	319603.65	9.4953883	9.9776277	9.5177606	10.4822394	46
15	31316.38	94969.91	32975.05	303259.54	105296.51	319321.70	9.4957716	9.9775860	9.5181855	10.4818145	45
16	31344.00	94960.81	33007.31	302963.20	105306.61	319040.28	9.4961545	9.9775444	9.5186101	10.4813899	44
17	31371.63	94951.68	33039.57	302667.37	105316.73	318759.37	9.4965370	9.9775026	9.5190344	10.4809656	43
18	31399.25	94942.55	33071.84	302372.07	105326.86	318478.99	9.4969192	9.9774609	9.5194583	10.4805417	42
19	31426.85	94933.42	33104.11	302077.28	105336.99	318199.13	9.4973010	9.9774191	9.5198819	10.4801181	41
20	31454.48	94924.26	33136.39	301783.01	105347.14	317919.78	9.4976824	9.9773772	9.5203052	10.4796948	40
21	31482.09	94915.11	33168.68	301489.26	105357.30	317640.95	9.4980635	9.9773354	9.5207282	10.4792718	39
22	31509.69	94905.95	33200.97	301196.02	105367.47	317362.64	9.4984442	9.9772934	9.5211508	10.4788492	38
23	31537.30	94896.78	33233.27	300903.30	105377.65	317084.84	9.4988245	9.9772515	9.5215730	10.4784270	37
24	31564.90	94887.60	33265.57	300611.09	105387.85	316807.56	9.4992045	9.9772095	9.5219950	10.4780050	36
25	31592.50	94878.41	33297.88	300319.39	105398.05	316530.78	9.4995840	9.9771674	9.5224166	10.4775834	35
26	31620.10	94869.22	33330.20	300028.20	105408.26	316254.52	9.4999633	9.9771253	9.5228379	10.4771621	34
27	31647.70	94860.02	33362.52	299737.51	105418.49	315978.76	9.5003422	9.9770832	9.5232589	10.4767411	33
28	31675.29	94850.81	33394.85	299447.34	105428.73	315703.51	9.5007206	9.9770410	9.5236795	10.4763205	32
29	31701.88	94841.59	33427.19	299157.60	105438.97	315428.77	9.5010987	9.9769988	9.5240999	10.4759001	31
30	31730.47	94832.36	33459.53	298868.50	105449.23	315154.53	9.5014764	9.9769566	9.5245199	10.4754801	30
31	31758.05	94823.13	33491.88	298579.83	105459.50	314880.79	9.5018538	9.9769143	9.5249395	10.4750605	29
32	31785.63	94813.89	33524.24	298291.66	105469.78	314607.56	9.5022308	9.9768720	9.5253580	10.4746411	28
33	31813.21	94804.64	33556.60	298004.00	105480.07	314334.83	9.5026075	9.9768296	9.5157779	10.4742221	27
34	31840.79	94795.38	33588.97	297716.83	105490.37	314062.59	9.5029838	9.9767872	9.5261966	10.4738034	26
35	31868.36	94786.11	33621.34	297430.16	105500.68	313790.86	9.5033597	9.9767447	9.5266150	10.4733850	25
36	31895.93	94776.84	33653.72	297143.99	105511.01	313519.62	9.5037353	9.9767022	9.5270331	10.4729669	24
37	31923.50	94767.56	33686.11	296858.31	105521.34	313248.87	9.5041105	9.9766597	9.5274508	10.4725492	23
38	31951.06	94758.17	33718.50	296573.12	105531.65	312978.61	9.5044853	9.9766171	9.5278682	10.4721318	22
39	31978.62	94748.97	33750.90	296288.41	105542.04	312708.86	9.5048598	9.9765745	9.5282853	10.4717147	21
40	32006.19	94739.66	33783.30	296004.22	105552.41	312439.59	9.5052339	9.9765318	9.5287021	10.4712979	20
41	32033.74	94730.35	33815.71	295720.50	105562.79	312170.81	9.5056077	9.9764891	9.5291186	10.4708814	19
42	32061.30	94721.03	33848.13	295437.27	105573.18	311902.52	9.5059811	9.9764464	9.5295347	10.4704653	18
43	32088.85	94711.71	33880.55	295154.53	105583.58	311634.72	9.5063542	9.9764036	9.5299505	10.4700495	17
44	32116.40	94702.36	33912.99	294872.27	105593.99	311367.40	9.5067269	9.9763608	9.5303661	10.4696339	16
45	32143.95	94693.01	33945.42	294590.50	105604.41	311100.57	9.5070992	9.9763179	9.5307813	10.4692187	15
46	32171.49	94683.66	33977.87	294309.21	105614.85	310834.22	9.5074712	9.9762750	9.5311961	10.4688039	14
47	32199.03	94674.30	34010.32	294028.40	105625.19	310568.35	9.5078428	9.9762321	9.5316107	10.4683893	13
48	32226.57	94664.91	34042.78	293748.07	105635.75	310302.96	9.5082141	9.9761891	9.5320250	10.4679750	12
49	32254.10	94655.55	34075.24	293468.22	105646.21	310038.05	9.5085850	9.9761461	9.5324389	10.4675611	22
50	32281.64	94646.16	34107.71	293188.85	105656.69	309773.63	9.5089556	9.9761030	9.5328526	10.4671474	10
51	32309.17	94636.76	34140.19	292909.95	105667.18	309509.67	9.5093258	9.9760599	9.5332659	10.4667341	9
52	32336.70	94627.36	34172.67	292631.52	105677.68	309246.20	9.5096956	9.9760167	9.5336789	10.4663211	8
53	32364.22	94617.95	34205.16	292353.58	105688.19	308983.19	9.5100651	9.9759736	9.5340916	10.4659084	7
54	32301.74	94608.53	34237.65	292076.10	105698.71	308720.66	9.5104343	9.9759303	9.5345040	10.4654960	6
55	32419.26	94599.10	34270.15	291799.09	105709.24	308458.60	9.5108031	9.9758870	9.5349161	10.4650839	5
56	32446.78	94589.67	34302.66	291522.56	105719.78	308197.02	9.5121716	9.9758437	9.5353278	10.4646722	4
57	32474.29	94580.23	34335.18	291246.49	105730.34	307935.90	9.5115397	9.9758004	9.5357393	10.4642607	3
58	32501.80	94570.78	34367.70	290970.89	105740.90	307675.25	9.5119074	9.9757570	9.5361505	10.4638495	2
59	32529.31	94561.32	34400.23	290695.76	105751.48	307415.07	9.5122749	9.9757135	9.5365613	10.4634387	1
60	32556.82	94551.85	34432.76	290421.09	105762.07	307155.35	9.5126419	9.9756701	9.5369719	10.4630281	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	L.Cofen.	L. Seno.	Lo Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cofecan	Log. Sen	L. Cof.	L. Tang.	L Cotang.	M
0	32556.82	94551.85	34432.76	290421.09	105762.07	307155.35	9.5126419	9.9756701	9.5369719	10.4630281	60
2	32584.32	94542.38	34465.30	290146.88	105772.67	306896.10	9.5130086	9.9756265	9.5373821	10.4616179	59
2	32011.82	94532.90	34497.85	289873.14	105783.28	306637.31	9.5133750	9.9755830	9.5377920	10.4622080	58
3	32639.31	94523.41	34530.40	289599.86	105793.90	306378.98	9.5137410	0.9755394	9.5382017	10.4617983	57
4	32666.81	94513.91	34562.96	289327.04	105804.53	306121.11	9.5141067	9.9754957	9.5386110	10.4613890	56
5	32694.30	94504.40	34595.53	289054.67	105815.17	305863.70	9.5144721	9.9754521	9.5390200	10.4609800	55
6	32721.79	94494.89	34628.10	288782.77	105825.83	305606.75	9.5148371	9.9754083	9.5394287	10.4605713	54
7	32749.28	94485.37	34660.68	288511.32	105830.49	305350.26	9.5152017	9.9753646	9.5398371	10.4601629	53
8	32776.76	94475.84	34693.27	288240.33	105847.17	305094.23	9.5155660	9.9753208	9.5402453	10.4597547	52
9	32804.24	94466.30	34725.86	287969.79	105857.86	304838.64	9.5159300	0.0752769	9.5406531	10.4593469	51
10	32831.72	94456.75	34758.46	287699.70	105868.55	304583.52	9.5162936	9.9752330	9.5410606	10.4589394	50
11	32859.19	94447.20	34791.07	287430.07	105879.26	304328.84	9.5166569	9.9751891	9.5414678	10.4585322	49
12	32880 66	94437.64	34823.68	287160.88	105889.99	304074.62	9.5170198	0.0751451	9.5418747	10.4581253	48
13	32914.13	94428.07	34856.30	286892.15	105900.72	303820.84	9.5173824	9.9751011	9.5422813	10.4577187	47
14	32941.60	94418.49	34888.93	286623.86	105911.46	303567.52	9.5177447	9.9750570	9.5426877	10.4573123	46
15	32969.06	94408.90	34921.56	286356.02	105922.21	303314.64	9.5181066	9.9750129	9.5430937	10.4569063	45
16	31996.52	94399.31	34954.20	286088.63	105932.98	303062.21	9.5184682	9.9749688	9.5434994	10.4565006	44
17	33023.98	94389.71	34986.85	285821.68	105943.76	302810.23	9.5188295	9.9749246	9.5439048	10.4560952	43
18	33051.44	94380.10	35019.50	285555.17	105954.54	302558.68	9.5191904	9.9748804	9.5443100	10.4556900	42
19	33078.89	94370.48	35052.16	285289.11	105965.34	302307.59	9.5195510	9.9748361	9.5447148	10.4552852	41
20	33106.34	94360.85	35084.83	285023.49	105976.15	302056.93	9.5199112	9.9747918	9.5451193	10.4548807	40
21	33133.79	94351.21	35117.50	284758.31	105986.97	301806.72	9.5202711	9.9747475	9.5455236	10.4544764	39
22	33161.23	94341.57	35150.18	284493.56	105997.81	301556.94	9.5206307	9.9747031	9.5459276	10.4540724	38
23	33188.67	94331.92	35182.87	284229.26	106008.65	301307.60	9.5209899	9.9746587	9.5463312	10.4536688	37
24	33216.11	94322.26	35215.56	283965.39	106019.51	301058.70	9.5213488	9.9746142	9.5467346	10.4532654	36
25	33243.55	94312.60	35248.26	283701.96	106030.37	300810.24	9.5217074	9.9745697	9.5471377	10.4528623	35
26	33270.98	94302.93	35280.97	283438.96	106041.25	300562.21	9.5220656	9.9745252	9.5475405	10.4524595	34
27	33298.41	94293.25	35313.68	283176.39	106052.14	300314.62	9.5224235	9.9744806	9.5479430	10.4520570	33
28	33325.84	94283.56	35346.40	282914.26	106063.04	300067.46	9.5227811	9.9744359	9.5483452	10.4516548	32
29	33353.27	94273.86	35379.13	282652.56	106073.95	299820.73	9.5231383	9.9743913	9.5487471	10.4512529	31
30	33380.69	94264.15	35411.86	282391.29	106084.87	299574.43	9.5234952	9.9743466	9.5491487	10.4508513	30
31	33408.10	94254.43	35444.60	282130.45	106095.80	299328.56	9.5238518	9.9743018	9.5495500	10.4504500	29
32	33435.52	94244.71	35477.35	281870.03	106106.75	199083.12	9.5242081	9.9741570	9.5499511	10.4500489	28
33	33462.93	94234.98	35510.10	281610.04	106117.70	298838.11	9.5245640	9.9742121	9.5503519	10.4496481	27
34	33490.34	94215.24	35542.86	281350.48	106128.67	298593.52	9.5249196	9.9741673	9.5507523	10.4492477	26
35	33517.75	94215.50	35575.63	281091.34	106139.65	298349.36	9.5252749	9.9741224	9.5511525	10.4488475	25
36	33545.16	94205.75	35608.40	280832.63	106150.64	298105.63	9.5256298	9.9740774	9.5515524	10.4484476	24
37	33572.56	94195.99	35641.18	280574.33	106161.64	297862.31	9.5259844	9.9740124	9.5519521	10.4480479	23
38	33599.96	94186.20	35673.97	280316.46	106172.65	297619.42	9.5263387	9.9739873	9.5523514	10.4476486	22
39	33627.35	94176.44	35706.76	280059.01	106183.67	297376.95	9.5266927	9.9739412	9.5527504	10.4472496	21
40	33654.75	94166.65	35739.56	279801.98	106194.71	297134.90	9.5270463	9.9738971	9.5531492	10.4468508	20
41	33682.14	94156.85	35772.37	279545.37	106205.75	296893.27	9.5273996	9.9738519	9.5535477	10.4464523	19
42	33709.53	94147.05	35805.18	279289.17	106216.81	296652.05	9.5277526	9.9738067	9.5539459	10.4460541	18
43	33736.91	94137.24	35838.00	279033.39	106227.88	296411.25	9.5281053	9.9737615	9.5543438	10.4456562	17
44	33764.29	94127.42	35870.83	278778.02	106238.96	296170.87	9.5284577	9.9737162	9.5547415	10.4452585	16
45	33791.67	94117.60	35903.67	278523.07	106250.05	295930.90	9.5288097	9.9736709	9.5551388	10.4448612	15
46	33819.05	94107.77	35936.51	278268.53	106261.15	295691.35	9.5291614	9.9736255	9.5555359	10.4444641	24
47	33846.42	94097.93	35969.36	278014.40	106272.27	295452.21	9.5295128	9.9735801	9.5559327	10.4440673	23
48	33873.79	94088.08	36002.22	277760.69	106283.39	295213.48	9.5298638	9.9735346	9.5563292	10.4436708	12
49	33901.16	94078.22	36035.08	277507.38	106294.53	294975.16	9.5302146	9.9734891	9.5567255	10.4432745	11
50	33928.53	94068.35	36067.95	277254.48	106305.68	294737.25	9.5305650	9.9734435	9.5571214	10.4428786	10
51	33955.89	94058.48	36100.83	277001.99	106316.84	294499.75	9.5309151	9.9733980	9.5575171	10.4424829	9
52	33983.25	94048.60	36133.71	276749.90	106328.01	294262.65	9.5312649	9.9733523	9.5579125	10.4420875	8
53	34010.60	94038.71	36166.60	276498.22	106339.19	294025.97	9.5316143	9.9733067	9.5583077	10.4416923	7
54	34037.95	94028.81	36199.50	276246.95	106350.38	293789.68	9.5319635	0.0732610	9.5587025	10.4411975	6
55	34065.30	94018.90	36232.40	275996.08	106361.58	293553.80	9.5323123	9.9732151	9.5590971	10.4409029	5
56	34092.65	94008.99	36265.31	275745.61	106372.80	293318.33	9.5326608	9.9731694	9.5594914	10.4405086	4
57	34120.00	03999.07	36298.23	275495.54	106384.03	293083.26	9.5330090	9.9731236	9.5598854	10.4401146	3
58	34147.34	93989.14	36331.15	175245.88	106395.27	292848.58	9.5333569	9.9730777	9.5602792	10.4397208	2
59	34174.68	93979.20	36364.08	274996.61	106406.52	292614.31	9.5337044	9.9730318	9.5606727	10.4393173	1
60	34202.02	93969.26	36397.02	274747.74	106417.78	292380.44	9.5340517	9.9729858	9.5610659	10.4389341	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	Lo. Cof.	L. Seno.	Lo. Cot.	L.Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cofecant.	Log. Sen.	L. Cofen	Lo. Tan.	L. Cotang.	M
0	34202.02	93969.16	36397.02	274747.74	106417.78	292380.44	9.5340517	9.9729858	9.5610659	10.4389341	60
1	34229.35	93959.31	36429.97	274499.27	106429.05	292146.97	9.5343986	9.9729398	9.5614588	20.4385412	59
2	34256.68	93949.35	36462.91	274251.20	106440.33	291913.89	9.5347452	9.9728938	9.5618515	10.4381485	58
3	34284.01	93939.38	36495.88	274003.52	106451.63	291681.21	9.5350915	9.9728477	9.5612439	10.4377561	57
4	34311.33	93929.40	36528.85	273756.23	106462.94	291448.92	9.5354375	9.9728016	9.5616360	10.4373640	56
5	34338.65	93919.42	36561.82	273509.34	106474.26	291217.03	9.5357812	9.9727554	9.5630278	10.4369722	55
6	34365.97	93909.43	36594.80	273262.84	106485.59	290985.53	9.5361286	9.9727092	9.5634194	10.4365806	54
7	34393.29	93899.43	36627.79	273016.74	106496.93	290754.43	9.5364737	9.9726629	9.5638107	10.4361893	53
8	34420.60	93889.42	36660.79	272771.02	106508.28	290523.72	9.5368184	9.9726166	9.5642018	10.4357982	52
9	34447.91	93879.40	36693.79	272525.69	106519.64	290191.39	9.5371628	9.9725703	9.5645925	10.4354075	52
10	34475.22	93869.37	36726.80	272280.75	106531.01	290063.46	9.5375069	9.9725239	9.5649831	10.4350169	50
11	34502.52	93859.34	36759.82	272036.20	106542.40	289833.91	9.5378508	9.9724775	9.5653733	10.4346267	49
12	34529.82	93849.30	36792.84	271792.04	106553.80	289604.75	9.5381943	9.9724310	9.5657633	10.4342367	48
13	34557.12	93839.25	36825.87	271548.26	106565.21	289375.98	9.5385375	9.9723845	9.5661530	10.4338470	47
14	34584.42	93829.19	36858.91	271304.87	106576.63	289147.60	9.5388804	9.9723380	9.5665424	10.4334576	46
15	34611.71	93819.13	36891.95	271061.86	106588.07	288919.59	9.5392230	9.9722914	9.5669316	10.4330684	45
16	34639.00	93809.06	36925.00	270819.23	106599.51	288691.98	9.5395653	9.9722448	9.5673205	10.4326795	44
27	34666.29	93798.98	36958.06	270576.99	106610.97	288464.74	9.5399073	9.9721981	9.5677091	20.4322909	43
18	34693.57	93788.89	36991.13	270335.13	106622.43	288237.89	9.5402489	9.9721514	9.5680975	10.4319025	42
19	34720.85	93778.79	37024.20	270093.64	106633.91	288011.42	9.5405903	9.9721047	9.5684856	10.4315144	42
20	34748.13	93768.69	37057.28	269852.54	106645.40	287785.32	9.5409314	9.9720579	9.5688735	10.4311265	40
21	34775.40	93758.58	37090.37	269611.81	106656.90	287559.61	9.5412721	9.9720110	9.5692611	10.4307389	39
22	34802.67	93748.46	37123.46	269371.47	106668.42	287334.28	9.5416126	9.9719642	9.5696484	10.4303516	38
23	34829.94	93738.33	37156.56	269131.49	106679.94	287109.32	9.5419527	9.9719172	9.5700355	10.4299645	37
24	34857.21	93728.19	37189.67	268891.90	106691.48	286884.74	9.5422926	9.9718703	9.5704223	10.4295777	36
25	34884.47	93718.05	37222.78	268652.67	106703.01	286660.55	9.5426321	9.9718233	9.5708088	10.4291912	35
26	34911.73	93707.90	37255.90	268413.83	106714.58	286436.70	9.5429713	9.9717762	9.5711951	10.4288049	34
27	34938.99	93697.74	37289.03	268175.35	106726.15	286213.24	9.5433103	9.9717291	9.5715811	10.4284189	33
28	34966.24	93687.57	37322.17	267937.25	106737.74	185990.15	9.5436489	9.9716820	9.5719669	10.4280331	32
29	34993.49	93677.40	37355.32	267699.51	106749.34	285767.44	9.5439873	9.9716348	9.5723524	10.4276476	31
30	35020.74	93667.22	37388.47	267462.15	106760.94	285545.09	9.5443253	9.9715876	9.5727377	10.4272623	30
31	35047.99	93657.03	37421.63	267225.16	106772.55	185323.12	9.5446630	9.9715404	9.5731227	10.4268773	29
32	35075.23	93646.83	37454.79	266988.53	106784.18	185101.51	9.5450005	9.9714931	9.5735074	10.4264926	28
33	35102.47	93636.62	37487.97	266752.27	106795.82	284880.28	9.5453376	9.9714457	9.5738919	10.4161081	27
34	35149.70	93626.40	37522.15	266516.38	106807.47	284660.41	9.5456745	9.9713984	9.5742761	10.4257239	26
35	35156.93	93616.18	37554.34	266280.85	106819.14	284438.91	9.5460110	9.9713509	9.5746601	10.4253399	25
36	35184.16	93605.95	37587.53	266045.69	106830.81	284218.77	9.5463472	9.9713035	9.5750438	10.4249562	24
37	35211.39	93595.71	37620.73	265810.89	106842.50	283998.99	9.5466831	9.9712560	9.5754272	10.4245728	23
38	35238.62	93585.46	37653.94	265576.45	106854.20	283779.58	9.5470189	9.9712084	9.5758104	10.4241896	22
39	35265.84	93575.21	37687.16	265342.38	106865.91	283560.54	9.5473542	9.9711608	9.5761934	10.4238066	21
40	35293.06	93564.95	37720.38	265108.67	106877.63	283341.85	9.5476893	9.9711132	9.5765761	10.4234239	20
41	35320.27	93554.68	37753.61	264875.31	106889.36	283123.53	9.5480240	9.9710655	9.5769585	10.4230415	19
42	35347.48	93544.40	37786.85	264642.32	106901.10	282905.56	9.5483585	9.9710178	9.5773407	10.4226593	18
43	35374.69	93534.11	37820.10	264409.69	106912.86	282687.96	9.5486927	9.9709701	9.5777226	10.4222774	17
44	35401.90	93513.82	37853.35	264177.41	106914.63	282470.71	9.5490266	9.9709223	9.5781043	20.4218957	16
45	35429.10	93513.52	37886.61	262045.49	106936.41	282253.82	9.5493602	9.9708744	9.5784858	20.4215142	15
46	35456.30	93503.21	37919.88	263713.92	106948.20	282037.29	9.5496935	9.9708265	9.5788669	10.4211331	14
47	35483.50	93402.89	37953.16	263482.71	106960.00	281821.21	9.5500265	9.9707786	9.5792479	10.4207522	13
48	35510.70	93482.56	37986.44	263251.86	106971.87	281605.29	9.5503592	9.9707306	9.5796286	10.4203714	12
49	35537.89	93472.23	38019.73	263021.36	106983.64	281389.82	9.5506916	9.9706826	9.5800090	10.4199910	12
50	35565.08	93461.89	38053.03	262791.21	106995.48	281174.71	9.5510237	9.9706346	9.5803892	10.4196108	20
51	35592.26	93451.54	38086.33	262561.41	107007.33	280959.95	9.5513556	9.9705865	9.5807691	10.4192309	9
52	35619.44	93441.18	38119.64	262331.96	107019.19	280745.54	9.5516871	9.9705383	9.5811488	10.4188512	8
53	35646.62	93430.82	38152.96	262102.86	107031.06	280531.48	9.5520184	9.9704902	9.5815282	10.4284718	7
54	35673.80	91410.45	38186.29	261874.11	107042.95	280317.77	9.5523494	9.9704419	9.5819074	10.4180926	6
55	35700.97	93410.07	38219.62	261645.71	107054.84	280104.41	9.5526801	9.9703937	9.5822864	10.4177136	5
56	35728.15	93399.68	38152.96	261417.66	107066.75	279891.40	9.5530105	9.9703454	9.5826651	10.4173349	4
57	35755.31	93389.28	38286.31	261189.95	107078.67	279678.73	9.5533406	9.9702970	9.5830435	10.4169565	3
58	35782.48	93378.87	38319.67	260962.59	107090.60	279466.41	9.5536704	9.9702486	9.5834217	10.4165783	2
59	35809.64	93368.46	38353.03	260735.58	107102.54	279254.44	9.5539999	9.9702002	9.5837997	10.4262003	1
60	35836.79	93358.04	38386.40	260508.91	107114.50	279042.81	9.5543292	9.9701517	9.5841774	10.4158226	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	L. Cofen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan.	Log. Sen	L. Cos.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	35836.79	93358.04	38386.40	260508.91	107114.50	279042.81	9.5343202	9.9701517	9.5841774	10.4158226	60
1	35863.95	93347.61	38419.78	260282.58	107126.47	278831.53	9.5546581	9.9701032	9.5845549	10.4154451	59
2	35891.10	93337.17	38453.27	260056.59	107138.44	278620.59	9.5549808	9.9700547	9.5849321	10.4150679	58
3	35918.23	93316.73	38486.56	259830.95	107150.43	278409.99	9.5553152	9.9700061	9.5853091	10.4146909	57
4	35945.40	93316.28	38519.96	259605.64	107162.44	278199.73	9.5556433	9.9699574	9.5856859	10.4143141	56
5	35972.54	93303.82	38553.37	259380.68	107174.45	277989.82	9.5559711	9.9699087	9.5850624	10.4139376	55
6	35999.68	93295.35	38586.79	239156.06	107186.47	277780.24	9.5561987	9.9698600	9.5864386	10.4135614	54
7	36026.82	93284.87	38620.21	258931.77	107198.51	277571.00	9.5566159	9.9698112	9.5868147	10.4131853	53
8	36053.95	93274.39	38653.64	258707.82	107210.56	277362.11	9.5569529	9.9697624	9.5871904	10.4128096	52
9	36081.08	93263.90	38687.08	258484.21	107222.62	277153.35	9.5572796	9.9697136	9.5875660	10.4124340	51
10	36108.21	93253.40	38720.53	258260.94	107234.69	276945.32	9.3576060	9.9696647	9.5879413	10.4120587	50
11	36135.33	93242.89	38753.98	258038.00	107246.78	276737.43	9.5579321	9.9696158	9.5883163	10.4116837	49
12	36162.46	93232.38	38787.44	257815.39	107158.87	276529.88	9.5582579	9.9695668	9.3886912	10.4113088	48
13	36189.58	93222.86	38820.91	257593.12	107270.98	276322.66	9.5585835	9.9695177	9.5890657	10.4109343	47
14	36216.69	93212.33	38854.39	257371.18	107283.10	276115.78	9.5589088	9.9694687	9.5894401	10.4105399	46
15	36243.80	93200.79	38887.87	257149.57	107295.23	275909.23	9.5592338	9.9694196	9.5898142	10.4101858	45
16	36270.91	93190.24	38921.36	256928.30	107307.37	275703.01	9.5595585	9.9693704	9.5901881	10.4098119	44
17	36298.02	93179.68	38954.86	236707.35	107319.53	275497.12	9.5598829	9.9693212	9.5905617	10.4094383	43
18	36325.12	93169.12	38988.37	256486.74	107331.70	275291.57	9.5602071	9.9692720	9.5909351	10.4090649	42
19	36352.22	93158.55	39021.89	256266.45	107343.88	275086.34	9.5605310	9.9692127	9.5913082	10.4086918	41
20	36379.32	93147.97	39055.41	256046.49	107356.07	274881.44	9.5608546	9.9691734	9.5916812	10.4083188	40
21	36406.41	93137.38	39088.94	255826.86	107368.27	274676.87	9.5611779	9.9691240	9.5910539	10.4079461	39
22	36433.50	93126.79	39122.48	255607.56	107380.48	274472.63	9.5615010	9.9690746	9.3924263	10.4075737	38
23	36460.59	93116.19	39156.02	155388.58	107392.71	274268.71	9.5618237	9.9690252	9.5927985	10.4072015	37
24	36487.68	93105.58	39189.37	253169.92	107404.95	274065.12	9.5621462	9.9689757	9.5931705	10.4068295	36
25	36514.76	93094.96	39223.13	254951.60	107417.20	273861.86	9.5624685	9.9689162	9.5935423	10.4064577	35
26	36541.84	93084.33	39256.70	254733.39	107429.46	273658.92	9.5627904	9.9688766	9.5939138	10.4060862	34
27	36568.91	93073.70	39290.28	254515.01	107441.73	273456.10	9.5631121	9.9688270	9.5942851	10.4057149	33
28	36595.99	93063.06	39323.86	254198.55	107454.02	273254.00	0.5634335	9.9687773	9.5946561	10.4053439	32
29	36623.06	93052.41	39357.45	254081.51	107466.31	273052.03	9.5637546	9.9687276	9.3950269	10.4049731	31
30	36650.13	93041.75	39391.05	253864.79	107478.62	272850.38	9.5640754	9.9686779	9.5953975	10.4046025	30
31	36677.19	93031.09	39424.66	253648.39	107490.95	272649.05	9.5643960	9.9686281	9.5957679	10.4042321	29
32	36704.25	93020.42	39458.27	253432.31	107503.28	272448.04	9.5647163	9.9685783	9.5961380	10.4038620	28
33	36732.31	93009.74	39491.89	253216.55	107515.62	272247.35	9.5650363	9.9685284	9.5965079	10.4034021	27
34	36758.36	92999.05	39525.52	253001.11	107527.98	272046.98	9.5653561	9.9684785	9.5968776	10.4031224	26
35	36785.41	92988.35	39559.16	252785.98	107540.35	271846.93	9.5656756	9.9684286	9.5972470	10.4027530	25
36	36812.46	92977.65	39592.80	252571.17	107552.73	271647.19	9.5659948	9.9683786	9.5976162	10.4023838	24
37	36839.50	92966.94	39626.45	251356.67	107565.12	271447.77	9.5663137	9.968328,	9.5979852	10.4020148	23
38	36866.54	92956.22	39660.11	252142.49	107577.53	271248.66	9.5666324	9.9682784	9.5983540	10.4016460	22
39	36893.58	92945.40	39693.78	251928.63	107589.95	271049.87	9.5669508	9.9682283	9.5987225	10.4012775	21
40	36920.62	92934.75	39727.46	251715.07	107602.37	270851.39	9.5672680	9.9681781	0.5990908	10.4009092	20
41	36947.65	92924.01	39761.24	231501.83	107614.81	270653.23	9.5675868	9.9681279	9.5994588	10.4005412	19
42	36974.68	92913.26	39794.83	231188.90	107627.27	270455.38	9.5679044	9.9680777	9.5998267	10.4001733	18
43	37001.70	92902.50	39828.53	251076.19	107639.73	270157.84	9.5681217	9.9680274	9.6001943	10.3998057	17
44	37028.72	92891.73	39862.24	250863.98	107652.21	270060.61	9.5685387	9.9679771	9.6005617	10.3994383	16
45	37055.74	92880.95	39895.96	250651.98	207664.70	269863.70	9.5688555	9.9679267	9.6009289	10.3990711	15
46	37082.76	92870.17	39929.68	250440.20	107677.20	269667.09	9.5691721	9.9678763	9.6011958	10.3987042	14
47	37109.77	92859.38	39963.41	250218.91	107689.71	269470.79	9.3694883	9.9678258	9.6016625	10.3983375	13
48	37136.78	92848.58	39997.25	250017.84	107702.24	269274.80	9.5698043	9.9677753	9.6020290	10.3979710	12
49	37163.79	92837.77	40030.89	249807.07	107714.77	269079.12	9.5701200	9.9677247	9.6023953	10.3976047	11
50	37190.80	92826.96	40064.65	249596.61	107717.12	268883.74	9.5704355	9.9676741	9.6027613	10.3972387	10
51	37217.80	92816.14	40098.41	249386.45	107739.88	168688.67	9.5707506	9.9676235	9.6031271	10.3968729	9
52	37244.80	92805.31	40132.18	249176.60	107732.46	268493.91	9.5710656	9.9675728	9.6034927	10.3965073	8
53	37271.79	92794.47	40165.96	248967.06	107765.04	268299.45	9.5713802	9.9675221	9.6038581	10.3961419	7
54	37298.78	92783.62	40199.75	248757.81	107777.64	268103.30	9.5716946	9.9674713	9.6041233	10.3937767	6
55	37325.77	92772.77	40233.34	248548.87	107790.25	267911.45	9.5720087	9.9674205	9.6045881	10.3954118	5
56	37352.75	92761.91	40267.34	248340.23	107802.87	267717.90	9.5723226	9.9673697	9.6049520	10.3950471	4
57	37379.73	92751.04	40301.15	248132.90	107815.50	267524.65	9.5726362	9.9673188	9.6053174	10.3946826	3
58	37406.71	92740.16	40334.97	247923.86	107828.15	267331.70	9.5729495	9.9672670	9.6056817	10.3943183	2
59	37433.69	92729.28	40368.79	247716.12	107840.80	267139.06	9.5732626	9.9672169	9.6050457	10.3939543	1
60	37460.66	92718.39	40402.62	247508.69	107853.47	266946.72	9.5733754	9.9671659	9.6064096	10.3935004	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L.Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cofecant.	Log. Sen.	L. Cofen.	Lo. Tan.	L. Cotang.	M
0	37460.66	92718.39	40402.62	247508.69	107853.47	266946.72	9.5735754	9.9671659	9.6064096	10.3935904	60
1	37487.63	92707.49	40436.46	247301.55	107866.16	266754.67	9.5738880	9.9671148	9.6067732	10.3932268	59
2	37514.59	92696.58	40470.31	247094.70	107878.85	266562.92	9.5742003	9.9670637	9.6071366	10.3928634	58
3	37541.56	92685.66	40504.17	246888.16	107891.56	266371.48	9.5745123	9.9670125	9.6074997	10.3925003	57
4	37568.52	92674.73	40538.04	246681.91	107904.27	266180.33	9.5748240	9.9669614	9.6078627	10.3921373	56
5	37595.47	92663.80	40571.91	246475.96	107917.00	265989.47	9.5751356	9.9669101	9.6082254	10.3917746	55
6	37622.43	92652.86	40605.79	246270.30	107929.75	265798.91	9.5754468	9.9668588	9.6085880	10.3914120	54
7	37649.38	92641.91	40639.68	246064.94	107942.50	265608.65	9.5757578	9.9668075	9.6089503	10.3910497	53
8	37676.32	92630.96	40673.58	245859.87	107955.27	265418.68	9.5760685	9.9667562	9.6093124	10.3906876	52
9	37703.27	92620.00	40707.48	245655.09	107968.05	265229.01	9.5763790	9.9667048	9.6096742	10.3903258	51
10	37730.21	92609.03	40741.39	245450.61	107980.84	265039.62	9.5766892	9.9666533	9.6100359	10.3899641	50
11	37757.14	92598.05	40775.31	245246.42	107993.64	264850.54	9.5769991	9.9666018	9.6103973	10.3896027	49
12	37784.08	92587.06	40809.24	245042.52	108006.46	264661.74	9.5773088	9.9665503	9.6107586	10.3892414	48
13	37811.01	92576.06	40843.18	244838.91	108019.28	264473.23	9.5776183	9.9664987	9.6111196	10.3888804	47
14	37837.94	92565.06	40877.13	244635.59	108032.12	264285.02	9.5779275	9.9664471	9.6114804	10.3885196	46
15	37864.86	92554.05	40911.08	244432.56	108044.97	264097.09	9.5782364	9.9663954	9.6118409	10.3881591	45
16	37891.78	92543.03	40945.04	244229.82	108057.84	263909.46	9.5785450	9.9663437	9.6122013	10.3877987	44
17	37918.70	92532.00	40979.01	244027.36	108070.71	263722.11	9.5788535	9.9662920	9.6125615	10.3874385	43
18	37945.62	92520.97	41012.99	243825.19	108083.60	263535.05	9.5791616	9.9662401	9.6129214	10.3870786	42
19	37972.53	92509.93	41046.97	243623.31	208096.50	263348.28	9.5794695	9.9661884	9.6132812	10.3867188	41
20	37999.44	92498.88	41080.97	243421.72	108109.42	263161.80	9.5797772	9.9661365	9.6136407	10.3863593	40
21	38026.34	92487.82	41114.97	243220.41	108122.34	262975.60	9.5800845	9.9660846	9.6140000	10.3860000	39
22	38053.24	92476.75	41148.98	243019.38	108135.28	262789.69	9.5803917	9.9660326	9.6143591	10.3856409	38
23	38080.14	92465.68	41183.00	242818.64	108148.23	262604.06	9.5806986	9.9659806	9.6147180	10.3852820	37
24	38107.04	92454.60	41217.03	242618.19	108161.19	262418.72	9.5810052	9.9659285	9.6150766	10.3849234	36
25	38133.93	92443.51	41251.06	242418.01	108174.17	262233.66	9.5813116	9.9658764	9.6154351	10.3845649	35
26	38160.82	92432.41	41285.10	242218.12	108187.25	262048.88	9.5816177	9.9658243	9.6157934	10.3842066	34
27	38187.70	92421.31	41319.15	242018.51	108200.15	261864.39	9.5819236	9.9657721	9.6161514	10.3838486	33
28	38214.59	92410.20	41353.21	241819.18	108113.16	261680.18	9.5822292	9.9657199	9.6165093	10.3834907	32
29	38241.47	92399.08	41387.28	241620.13	108226.18	261496.24	9.5825345	9.9656677	9.6168669	10.3831331	31
30	38268.34	92387.95	41421.36	241421.36	108239.22	261312.59	9.5828397	9.9656153	9.6172242	10.3827757	30
31	38295.22	92376.81	41455.44	241222.80	108252.27	261129.22	9.5831445	9.9655630	9.6175815	10.3824185	29
32	38322.09	92365.67	41489.53	241024.65	108165.33	260946.13	9.5834491	9.9655106	9.6179385	10.3820615	28
33	38348.95	92354.52	41523.63	240826.72	108178.40	260763.32	9.5837535	9.9654582	9.6182953	10.3817027	27
34	38375.82	92343.36	41557.74	240629.06	108291.49	260580.78	9.5840576	9.9654057	9.6186519	10.3813481	26
35	38402.68	92332.19	41591.86	240431.68	108304.58	260398.52	9.5843615	9.9653532	9.6190083	10.3809917	25
36	38429.53	92321.02	41625.99	240234.57	108317.69	260216.54	9.5846651	9.9653006	9.6193645	10.3806355	24
37	38456.39	92309.84	41660.12	240037.74	108330.81	260034.84	9.5849685	9.9652480	9.6197205	10.3802795	23
38	38483.24	92298.65	41694.26	239841.18	108343.95	259853.41	9.5852716	9.9651953	9.6100762	10.3799238	22
39	38510.08	92287.45	41728.41	239644.90	108357.09	259672.25	9.5855745	9.9651426	9.6204318	10.3795682	22
40	38536.93	92276.24	41762.57	239448.89	108370.25	259491.37	9.5858771	9.9650899	9.6207872	10.3792128	20
41	38563.77	92265.03	41796.74	239253.16	108383.42	259310.77	9.5861795	9.9650371	9.6211423	10.3788577	19
42	38590.60	92253.81	41830.01	239057.69	108396.61	259130.43	9.5864816	9.9649843	9.6214973	10.3785027	18
43	38617.44	92242.58	41865.09	238862.50	108409.80	258950.37	9.5867835	9.9649314	9.6218520	10.3781480	17
44	38644.27	92231.34	41899.28	238667.58	108423.01	258770.58	9.5870851	9.9648785	9.6222066	10.3777934	16
45	38671.10	92220.09	41933.48	238472.93	108436.23	258592.07	9.5873865	9.9648256	9.6225609	10.3774391	15
46	38697.92	92208.84	41967.69	238278.55	108449.47	258411.82	9.5876876	9.9647726	9.6229150	10.3770850	14
47	38724.74	92197.58	42001.91	238084.44	108462.72	258232.84	9.5879885	9.9647195	9.6132690	10.3767310	13
48	38751.56	92186.31	42036.12	237890.60	108475.97	258054.14	9.5882892	9.9646665	9.6236227	10.3763773	12
49	38778.37	92175.03	42070.36	237697.03	108489.24	257875.70	9.5885896	9.9646133	9.6239763	10.3760237	12
50	38805.18	92163.75	42104.60	237503.72	108502.52	257697.53	9.5888897	9.9645602	9.6243296	10.3756704	10
51	38831.99	92152.46	42138.85	237310.68	108515.82	257519.63	9.5891897	9.9645069	9.6246827	10.3753173	9
52	38858.80	92141.16	42173.11	237117.91	108529.13	257341.99	9.5894893	9.9644537	9.6250356	10.3749644	8
53	38885.60	92129.85	42207.38	236925.40	208542.45	257164.62	9.5897888	9.9644004	9.6253884	10.3746116	7
54	38912.39	92118.54	42241.66	236733.16	108555.78	256987.52	9.5900880	9.9643470	9.6257409	10.3742591	6
55	38939.19	92107.22	42275.94	236541.18	108569.12	256810.69	9.5903869	9.9642937	9.6260932	10.3739068	5
56	38965.98	92095.89	42310.23	236349.46	108581.48	256634.12	9.5906856	9.9642401	9.6264454	10.3735546	4
57	38992.77	92084.55	42344.53	236158.01	108595.85	256457.81	9.5909841	9.9641868	9.6267973	10.3732027	3
58	39019.55	92073.20	42378.84	235966.83	108609.24	256281.76	9.5912823	9.9641332	9.6271491	10.3728509	2
59	39046.33	92061.85	42413.16	235775.90	108622.63	256105.99	9.5915803	9.9640797	9.6275006	10.3724994	1
60	39073.11	92050.49	42447.49	235585.24	108636.04	255930.47	9.5918780	9.9640261	9.6278519	10.3721481	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secante.	Lo. Cof.	L. Seno.	L. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecant.	Log. Sen.	L.Cosen.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	39073.11	92050.49	42447.49	235585.24	108636.04	255930.47	9.5918780	9.9640261	9.6278519	10.3721481	60
1	39099.89	92039.12	42481.82	235394.83	108649.46	255755.21	9.5921755	9.9639724	9.6282031	10.3717969	59
2	39126.66	92027.74	42516.16	235204.69	108662.89	255580.21	9.5914728	9.9639187	9.6285540	10.3714460	58
3	39153.43	92016.35	42550.51	235014.81	108676.34	255405.48	9.5927698	9.9638650	9.6289048	10.3710952	57
4	39180.19	92004.96	42584.87	234825.19	108689.79	255231.01	9.5930666	9.9638112	9.6292553	10.3707447	56
5	39206.95	91993.56	42619.24	234635.82	108703.26	255056.80	9.5933631	9.9637574	9.6296057	10.3703943	55
6	39233.71	91982.15	42653.62	234446.72	108716.75	254882.84	9.5936594	9.9637036	9.6299558	10.3700442	54
7	39260.47	91970.73	42688.00	234257.87	108730.24	254709.15	9.5939555	9.9636496	9.6303058	20.3696942	53
8	39287.22	91959.31	42722.39	234069.28	108743.75	254535.71	9.5942513	9.9635957	9.6306556	10.3693444	52
9	39313.97	91947.88	42756.79	233880.05	108757.27	254362.53	9.5945469	9.9635417	9.6310052	10.3689948	51
10	39340.71	91936.44	42791.20	233692.87	108770.80	254189.61	9.5948422	9.9634877	9.6313545	10.3686455	50
11	39367.45	91924.99	42825.62	233505.05	108784.35	254016.94	9.5951373	9.9634336	9.6317037	10.3682963	49
12	39394.19	91913.53	42860.05	233317.48	108797.91	253844.53	9.5954322	9.9633795	9.6320527	10.3679473	48
13	39420.93	91902.07	42894.49	233130.17	108811.48	253672.38	9.5957268	9.9633253	9.6324015	10.3675985	47
14	39447.66	91890.60	42928.94	232943.11	108825.06	253500.48	9.5960212	9.9632711	9.6327501	10.3672499	46
15	39474.39	91879.12	42963.39	232756.30	108838.66	253328.83	9.5963154	9.9632168	9.6330985	10.3669015	45
16	39501.11	91867.63	42997.85	232569.75	108852.27	253157.44	9.5966093	9.9631625	9.6334468	10.3665532	44
17	39527.83	91856.14	43032.32	232383.45	108865.89	252986.30	9.5969030	9.9631082	9.6337948	10.3662052	43
18	39554.55	91844.64	43066.80	232197.40	108879.52	252815.41	9.5971965	9.9630538	9.6341426	10.3658574	42
19	39581.27	91833.13	43101.29	232011.60	108893.17	252644.78	9.5974897	9.9629594	9.6344903	10.3655097	41
20	39607.98	91821.61	43135.79	231826.05	108906.83	252474.40	9.5977827	9.9629449	9.6348378	10.3651622	40
21	39634.69	91810.08	43170.30	231640.76	108910.50	252304.26	9.5980754	9.9628904	9.6351850	10.3648150	39
21	39661.39	91798.55	43204.81	231455.71	108934.18	252134.38	9.5983679	9.9628358	9.6355321	10.3644679	38
23	39688.09	91787.01	43139.33	231270.91	108947.88	251964.75	9.5986602	9.9627812	9.6358790	10.3641210	37
24	39714.79	91775.46	43273.86	231086.36	108961.59	251795.37	9.5989523	9.9627266	9.6362257	10.3637743	36
25	39741.48	91763.90	43308.40	230902.05	108075.31	251626.24	9.5992441	9.9626719	9.6365722	10.3634278	35
26	39768.17	91752.34	43342.95	230718.01	108989.04	251457.35	9.5995357	9.9626172	9.6369185	10.3630815	34
27	39794.86	91740.77	43377.51	230534.20	109002.79	251288.71	9.5998270	9.9625624	9.6372646	10.3627354	33
28	39821.55	91729.19	43412.08	230350.64	100016.55	251120.32	9.6001181	9.9615076	9.6376106	10.3623894	32
29	39848.23	91717.60	43446.66	230167.32	109030.32	250952.18	9.6004090	9.9624527	9.6379563	10.3620437	31
30	39874.91	91706.01	43481.24	220084.25	109044.11	250784.28	9.6006997	9.9623078	9.6383019	10.3616981	30
31	39901.58	91694.41	43515.83	229801.43	109057.91	250616.63	9.6009901	9.9613428	9.6386473	10.3613527	29
32	39928.15	91682.80	43550.43	229618.85	109071.72	250449.23	0.6012803	9.9612878	9.6389915	10.3610075	28
33	39954.92	91671.18	43585.04	219436.51	109085.54	250281.07	9.6015703	9.9612329	9.6393375	10.3606625	27
34	39981.58	91659.55	43619.66	229254.41	109099.38	250115.15	9.6018601	9.9611777	9.6396823	10.3603177	26
35	40008.24	91647.91	43654.29	229072.57	209113.23	249948.47	9.6021495	9.9621226	9.6400269	10.3599731	25
36	40034.90	91636.27	43688.03	228890.96	109127.09	249782.04	9.6024385	9.9620674	9.6403714	10.3596286	24
37	40061.50	91624.62	43723.58	228709.59	109140.97	249615.86	9.6027278	9.9620122	9.6407159	10.3592844	23
38	40088.21	91612.96	43758.23	228528.46	109154.86	249449.92	9.6030166	9.9619569	9.6410597	10.3589403	22
39	40114.86	91601.30	43792.89	228347.58	109168.76	249284.21	9.6033052	9.9619016	9.6414036	10.3585964	21
40	40141.50	91589.63	43827.56	228166.93	109182.67	249118.74	9.6035936	9.9618403	9.6417473	10.3582527	20
41	40168.14	91577.95	43862.24	227986.53	109196.59	248953.52	9.6038817	9.9617909	9.6420908	10.3579092	19
42	40194.78	91566.26	43896.93	227806.36	109210.53	248788.54	9.6041696	9.9617355	9.6424342	10.3575658	18
43	40221.41	91554.56	43931.63	227626.43	109224.48	248623.80	9.6044573	9.9616800	9.6427773	10.3572227	17
44	40248.04	91542.86	43966.34	227446.74	109238.45	248459.29	9.6047448	9.9616245	9.6431203	10.3568797	16
45	40274.67	91531.15	44001.06	227267.29	109252.43	248295.03	9.6050320	9.9615689	9.6434631	10.3565369	15
46	40301.29	91519.43	44035.78	227088.07	109266.42	248131.00	9.6053190	9.9615133	9.6438057	10.3561943	14
47	40327.91	91507.70	44070.51	226909.09	109280.42	247967.21	9.6056057	9.9614576	9.6441481	10.3558519	13
48	40354.53	91495.96	44105.25	226730.35	109294.44	247803.66	9.6058913	9.9614020	9.6444903	10.3555097	12
49	40381.14	91484.22	44140.00	226551.84	109308.47	247640.34	9.6061786	0.9613462	9.6448324	10.3551676	11
50	40407.75	91472.47	44174.76	226373.57	109322.51	247477.26	9.6064647	9.9612904	9.6451743	10.3548257	10
51	40434.36	91460.71	44209.53	226195.53	109336.56	247314.42	9.6067506	9.9612346	9.6455160	10.3544840	9
52	40460.96	91448.95	44244.31	226017.73	109350.63	247151.81	9.6070362	9.9611787	9.6458575	10.3541425	8
53	40487.56	91437.18	44279.10	225840.16	109364.71	246989.43	9.6073216	9.9612228	9.6461988	10.3538012	7
54	40514.16	91425.40	44313.90	225662.83	109378.80	246827.29	9.6076068	9.9610668	9.6465400	10.3534600	6
55	40540.75	91413.61	44348.71	225485.72	109392.91	246665.38	9.6078918	9.9610108	9.6468810	10.3531190	5
56	40567.34	91401.81	44383.53	225308.85	109407.03	246503.71	9.6081765	9.9609548	9.6472217	10.3527783	4
57	40593.93	91390.00	44418.35	225132.21	109421.16	246342.27	9.6084611	9.9608987	9.6475624	10.3524376	3
58	40620.51	91378.19	44453.18	224955.80	109435.30	246181.06	9.6087454	9.9608426	9.6479028	10.3520972	2
59	40647.09	91366.37	44488.02	224779.62	109449.46	246010.08	9.6090294	9.9607864	9.6482431	10.3517569	1
60	40673.66	91354.54	44522.87	224603.68	109463.63	245859.33	9.6093133	9.9607302	9.6485831	20.3514169	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L.Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secant.	Cofecan.	Log. Sen.	L. Cofen.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	40673.00	91354.54	44522.87	224603.68	109463.0	245859.13	9.6093133	9.9607302	9.6485831	10.3514169	60
1	40700.23	91342.71	44557.73	224427.05	109477.81	245698.82	9.6096039	9.9606739	9.6489230	10.3510770	59
2	40727.40	91330.87	44592.60	224252.47	109491.01	245538.53	9.6098943	9.9606170	9.6492728	10.3507272	58
3	40753.37	91319.01	44627.48	224077.11	109505.22	245378.48	9.6101635	9.9605512	9.6496023	10.3503977	57
4	40780.01	91307.16	44662.37	223901.18	109520.44	245218.65	9.6104475	9.9605018	9.6499417	10.3500583	56
5	40806.49	91295.25	44697.27	223727.28	109534.67	245059.05	9.6107395	9.9604484	9.6502899	10.3497101	55
6	40833.05	91283.41	44732.17	223553.80	109548.02	244900.68	9.6110118	9.9603919	9.6506199	10.3493801	54
7	40859.50	91271.54	44767.08	223378.45	109563.18	244740.54	9.6112941	9.9603354	9.6509587	10.3490413	53
8	40886.15	91259.65	44802.00	223204.33	109577.46	244581.63	9.6115762	9.9602788	9.6512974	10.3487026	52
9	40912.69	91247.75	44836.93	223030.43	109591.74	244421.94	9.6118583	9.9602222	9.6516359	10.3483641	51
10	40939.23	91235.84	44871.87	222856.76	109606.04	244264.48	9.6121397	9.9601655	9.6519742	10.3480258	50
11	40965.77	91223.93	44906.82	222683.32	109620.36	244106.24	9.6124211	9.9601088	9.6523123	10.3476877	49
12	40992.30	91212.01	44941.78	222510.09	109634.68	243948.23	9.6127013	9.9600520	9.6526503	10.3473497	48
13	41018.83	91200.08	44976.75	222337.09	109649.02	243790.45	9.6129833	9.9599952	9.6529881	10.3470119	47
14	41045.36	91188.14	45011.73	222164.32	109663.37	243632.89	9.6132641	9.9599384	9.6533257	10.3466743	46
15	41071.89	91176.20	45046.72	221991.77	109677.74	243475.55	9.6135446	9.9598815	9.6536631	10.3463369	45
16	41098.41	91164.25	45081.72	221819.44	109692.12	243318.44	9.6138250	9.9598246	9.6540004	10.3459996	44
17	41124.93	91152.29	45116.73	221647.33	109706.51	243161.55	9.6141051	9.9597676	9.6543375	10.3456625	43
18	41151.44	91140.32	45151.74	221475.45	109720.91	243004.80	9.6143850	9.9597106	9.6546744	10.3453256	42
19	41177.95	91128.35	45186.76	221303.79	109735.33	242848.44	9.6146647	9.9596535	9.6550112	10.3449888	41
20	41204.46	91116.37	45221.79	221132.34	109749.76	242692.22	9.6149441	9.9595964	9.6553477	10.3446523	40
21	41230.96	91104.38	45256.83	220961.12	109764.20	242536.22	9.6152234	9.9595393	9.6556841	10.3443159	39
22	41257.46	91092.38	45291.88	220790.12	109778.66	242380.44	9.6155024	9.9594821	9.6560104	10.3439797	38
23	41283.95	91080.38	45326.94	220619.34	109793.13	242224.88	9.6157812	9.9594248	9.6563564	10.3436436	37
24	41310.44	91068.37	45362.01	220448.78	109807.61	242069.54	9.6160598	9.9593675	9.6566923	10.3433077	36
25	41336.93	91056.35	45397.09	220278.43	109822.11	241914.42	9.6163382	9.9593102	9.6570280	10.1429720	35
26	41363.42	91044.32	45432.18	220108.31	109836.62	241759.52	9.6166164	9.9592528	9.6573636	10.3426364	34
27	41389.90	91032.28	45467.18	219938.40	109851.14	241604.84	9.6168914	9.9591954	9.6576989	10.3423011	33
28	41416.38	91020.24	45502.39	219768.71	109865.68	241450.38	9.6171711	9.9591380	9.6580341	10.3419650	32
29	41442.85	91008.19	45537.51	219509.23	109880.23	241296.13	9.6174496	9.9590805	9.6583692	10.3416308	31
30	41469.32	90996.13	45572.64	219429.97	109894.79	241142.10	9.6177270	9.9590219	9.6587041	10.3412959	30
31	41495.79	90984.00	45607.77	219260.93	109909.36	240988.29	9.6180041	9.9589653	9.6590387	10.3409613	29
32	41522.26	90971.98	45642.91	219092.10	109923.95	240834.69	9.6182809	9.9589077	9.6593733	10.3406267	28
33	41548.72	90959.90	45678.06	218923.49	109938.55	240681.32	9.6185576	9.9588500	9.6597076	10.3402924	27
34	41575.18	90947.81	45713.22	218755.10	109953.17	240528.15	9.6188341	9.9587923	9.6600418	10.3399582	26
35	41601.63	90935.71	45748.39	218586.91	109967.79	240375.20	9.6191101	9.9587345	9.6603758	10.3396242	25
36	41628.09	90923.61	45783.57	218418.94	109982.43	240221.47	9.6193864	9.9586767	9.6607097	10.3392903	24
37	41654.53	90911.50	45818.76	218251.19	109997.09	240069.95	9.6196622	9.9586188	9.6610434	10.3389566	23
38	41680.97	90899.38	45853.96	218083.64	110011.76	239917.64	9.6199378	9.9585609	9.6613769	10.3386231	22
39	41707.41	90887.25	45889.17	217916.31	110026.44	239765.55	9.6202132	9.9585030	9.6617103	10.3382897	21
40	41733.85	90875.11	45924.39	217749.20	110041.13	239613.67	9.6204884	9.9584450	9.6620434	10.3379566	20
41	41760.28	90862.07	45959.6[illegible]	217582.29	110055.84	239462.01	9.6207634	9.9583869	9.6623765	10.3376235	19
42	41786.71	90850.82	45994.86	217415.59	110070.56	239310.55	9.6210382	9.9583288	9.6627093	10.3372907	18
43	41813.13	90838.66	46030.11	217249.11	110085.29	239159.31	9.6213127	9.9582707	9.6630420	10.3369580	17
44	41839.55	90826.49	46065.37	217082.83	110100.04	239008.28	9.6215871	9.9582125	9.6633745	10.3366255	16
45	41865.97	90814.31	46100.61	216916.77	110114.80	238857.46	9.6218612	9.9581543	9.6637069	10.3362031	15
46	41892.39	90802.14	46135.90	216750.91	110129.57	238706.85	9.6221351	9.9580961	9.6640398	10.3359610	14
47	41918.80	90789.05	46171.10	216585.27	110144.36	238556.45	9.6224088	9.9580378	9.6643718	10.3356289	13
48	41945.21	90777.75	46206.48	216419.83	110159.16	238406.25	9.6226824	9.9579794	9.6647030	10.3352070	12
49	41971.61	90765.54	46241.78	216254.60	110173.97	238256.27	9.6229557	9.9579210	9.6650346	10.3349654	11
50	41998.01	90753.33	46277.09	216089.58	110188.79	238106.50	9.6232287	9.9578626	9.6653662	10.3346338	10
51	42024.41	90741.11	46312.41	215924.76	110203.63	237956.93	9.6235016	9.9578041	9.6656975	10.3343025	9
52	42050.80	90728.88	46347.70	215760.15	110218.49	237807.58	9.6237743	9.9577450	9.6660288	10.3339712	8
53	42077.19	90716.64	46383.11	215595.75	110233.35	237658.43	9.6240467	9.9576870	9.6663598	20.3336402	7
54	42103.58	90704.40	46418.46	215421.56	110248.23	237509.49	9.6243190	9.9576284	9.6666907	10.3333093	6
55	42129.96	90692.15	46453.82	215267.57	110263.13	237360.75	9.6245911	9.9575697	9.6670214	10.3329780	5
56	42156.34	90670.80	46489.19	215103.78	110278.03	237212.22	9.6248029	9.9575110	9.6673510	10.3326481	4
57	42182.72	90667.62	46524.57	214940.20	110291.05	237063.90	9.6251346	9.9574522	9.6676823	10.3323177	3
58	42209.09	90655.35	46559.95	214776.83	110307.89	236915.78	9.6254060	9.9573934	9.6680126	10.3319874	2
59	42235.46	90643.07	46595.36	214613.66	110322.83	236767.87	9.6256772	9.9573346	9.6683426	10.3316574	1
60	42261.83	90630.78	46630.77	214450.69	110337.79	236620.16	9.6259483	9.9572757	9.6686725	10.3313275	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secante.	Lo. Cof.	L. Seno.	L. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan.	Log. Sen.	Log. Cos.	L. Tang.	L. Cotang.	M
0	43837.12	89879.40	48773.26	205030.38	111260.19	228117.20	9.6418420	9.9536602	9.6881818	10.3118182	60
1	43863.26	89866.65	48809.27	204879.10	111275.98	227981.24	9.6421009	9.9535985	9.6885023	10.3114977	59
2	43889.40	89853.89	48845.30	204728.00	111291.79	227845.46	9.6423596	9.9535369	9.6888227	10.3111773	58
3	43915.53	89841.12	48881.33	204577.08	111307.61	227709.86	9.6426182	9.9534751	9.6891430	10.3108570	57
4	43941.66	89828.34	48917.37	204426.34	111323.45	227574.45	9.6428765	9.9534134	9.6894631	10.3105369	56
5	43967.79	89815.55	48953.43	204275.78	111339.30	227439.21	9.6431347	9.9533515	9.6897831	10.3101869	55
6	43993.92	89802.76	48989.49	204125.40	111355.16	227304.15	9.6433926	9.9531807	9.6901030	10.3098970	54
7	44020.04	89789.96	49025.57	203975.19	111371.03	227169.27	9.6436504	9.9532278	9.6904226	10.3095774	53
8	44046.16	89777.15	49061.66	203825.17	111386.92	227034.57	9.6439080	9.9531658	9.6907422	10.3092578	52
9	44072.27	89764.33	49097.75	203675.32	111401.81	226900.05	9.6441654	9.9531038	9.6910616	10.3089384	51
10	44098.38	89751.51	49133.86	203525.65	111418.74	226765.71	9.6444226	9.9530418	9.6913809	10.3086191	50
12	44124.48	89738.68	49169.97	203376.15	111434.67	226631.55	9.6446796	9.9529797	9.6917000	10.3083000	49
12	44150.58	89725.84	49206.10	203226.83	111450.62	226497.56	9.6449365	9.9529175	9.6910189	10.3079811	48
13	44176.68	89712.99	49241.24	203077.69	111466.58	226363.75	9.6451931	9.9528553	9.6923378	10.3076622	47
14	44202.78	89700.13	49278.38	202928.73	111482.55	226230.11	9.6454496	9.9527931	9.6926565	10.3073435	46
15	44118.87	89687.27	49314.54	202779.94	111498.54	226096.67	9.6457058	9.9527308	9.6929750	10.3070250	45
16	44254.96	89674.40	49350.71	202631.33	111514.54	225963.39	9.6459619	9.9526685	9.6932934	10.3067066	44
17	44281.04	89661.52	49386.89	202482.89	111530.56	225830.29	9.6462178	9.9526061	9.6936117	10.3063883	43
18	44307.12	89648.64	49423.08	202334.62	111546.59	215697.39	9.6464735	9.9525437	2.6939298	10.3060702	42
19	44333.20	89635.75	49459.28	202186.53	111562.63	225564.61	9.6467290	9.9524813	9.6942478	10.3057522	41
20	44359.27	89622.85	49495.49	202038.62	111578.69	225432.04	9.6469844	9.9524188	9.6945656	10.3054344	40
21	44385.34	89609.94	49531.71	201890.88	111594.76	225299.64	9.6472395	9.9523562	9.6948833	10.3051167	39
22	44411.40	89597.03	49567.94	201743.31	111610.84	225167.41	9.6474945	9.9522936	9.6951009	10.3047991	38
23	44437.46	89584.17	49604.18	201595.92	111626.94	225035.36	9.6477491	9.9522310	9.6955183	10.3044817	37
24	44463.51	89571.18	49640.43	201448.69	111643.06	224903.48	9.6480038	9.9521683	9.6958355	10.3041645	36
25	44489.57	89558.24	49676.69	201301.64	111659.19	224771.78	9.6482582	9.9521055	9.6961527	10.3038473	35
26	44515.62	89545.29	49712.97	201154.77	111675.33	224640.24	9.6485124	9.9520428	9.6964697	10.3035303	34
27	44541.67	89532.34	49749.25	201008.06	111691.49	224508.89	9.6487605	9.9519769	9.6967865	10.3032135	33
28	44567.71	89519.38	49785.54	200861.53	111707.66	224377.70	9.6490203	9.9519171	9.6971032	10.3028968	32
29	44593.75	89506.41	49821.85	200715.16	111723.84	224246.69	9.6492740	9.9518541	9.6974198	10.3025802	31
30	44619.78	89493.43	49858.16	200568.97	111740.04	224115.84	9.6495274	9.9517912	9.6977363	10.3022637	30
31	44645.81	89480.45	49894.49	200422.95	111756.25	223985.17	9.6497807	9.9517282	9.6980526	10.3019474	29
32	44671.84	89467.46	49930.81	200277.10	111772.48	223854.67	9.6500338	9.9516651	9.6983687	10.3016313	28
33	44697.86	89454.46	49967.17	200131.42	111788.72	223724.35	9.6502868	9.9516010	9.6986847	10.3013153	27
34	44723.88	89441.45	50003.52	199985.90	111804.98	223594.19	9.6505395	9.9515389	9.6990006	10.3009994	26
35	44749.90	89428.44	50039.89	199840.56	111821.25	223464.20	9.6507920	9.9514757	9.6993164	10.3006836	25
36	44775.91	89415.42	50076.27	199695.39	111837.53	223334.38	9.6510444	9.9514124	9.6996320	10.3003680	24
37	44801.92	89402.39	50112.66	199550.38	111853.83	223204.74	9.6512966	9.9513492	9.6999474	10.3000526	23
38	44827.92	89389.35	50149.06	199405.54	111870.14	223075.26	9.6515486	9.9512858	9.7002628	10.2997372	22
39	44853.02	89376.32	50185.47	199260.87	111886.47	222945.95	9.6518004	9.9512224	9.7005780	10.2994220	21
40	44879.91	89363.27	50221.89	199116.37	111902.81	222816.81	9.6520521	9.9511590	9.7008930	10.2991070	20
41	44905.91	89350.11	50258.32	198972.04	111919.16	222687.83	9.6523035	9.9510956	9.7012080	10.2987920	19
41	44931.00	89337.14	50294.79	198827.87	111935.53	222559.03	9.6525548	9.9510320	9.7015227	10.2984773	18
43	44957.89	89324.06	50331.21	198683.87	111951.91	222430.39	9.6528059	9.9509685	9.7018374	10.2981626	17
44	44983.87	89310.98	50367.67	198540.03	111968.31	222301.92	9.6530569	9.9509049	9.7021519	10.2978481	16
45	45009.85	89297.89	50404.15	198396.36	111984.72	222173.62	9.6533075	9.9508412	9.7024663	10.2975337	15
46	45035.82	89284.79	50440.63	198251.86	112001.15	222045.48	9.6535581	9.9507775	9.7027805	10.2972195	14
47	45061.79	89271.69	50477.13	198109.52	112017.59	221917.51	9.6538084	9.9507138	9.7030946	10.2969054	13
48	45087.76	89258.58	50513.63	197966.35	112034.05	221789.71	9.6540586	9.9506500	9.7034086	10.2965914	12
49	45113.72	89245.46	50550.15	197823.34	112050.52	221662.07	9.6543085	9.9505861	9.7037225	10.2962775	11
50	45139.68	89232.34	50586.68	197680.50	112067.00	221534.60	9.6545584	9.9505123	9.7040362	10.2959638	10
51	45165.63	89219.20	50623.22	197537.82	112083.50	221407.30	9.6548081	9.9504583	9.7043497	10.2956503	9
52	45191.58	89206.06	50659.77	197395.31	112100.01	221280.16	9.6550575	9.9503944	9.7046632	10.2953368	8
53	45217.53	89192.91	50696.33	197252.96	112116.53	221153.18	9.6553068	9.9503303	9.7049765	10.2950235	7
54	45243.47	89179.75	50732.90	197110.77	112133.07	221026.37	9.6555559	9.9502663	9.7052897	10.2947103	6
55	45269.41	89166.59	50769.48	196968.74	112149.62	220899.72	9.6558048	9.9502022	9.7056027	10.2943973	5
56	45295.35	89153.42	50806.07	196826.88	112166.20	220773.23	9.6560536	9.9501380	9.7059156	10.2940844	4
57	45321.28	89140.23	50842.67	196685.18	112182.78	220646.91	9.6563021	9.9500738	9.7062284	10.2937716	3
58	45347.21	89127.05	50879.28	196543.64	112199.38	220520.75	9.6565505	9.9500095	9.7065410	10.2934590	2
59	45373.13	89113.85	50915.91	196402.27	112216.00	220394.76	9.6567987	9.9499452	9.7068535	10.2931465	1
60	45399.05	89100.65	50952.54	196261.05	112232.62	220268.93	9.6570468	9.9498809	9.7071659	10.2928341	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L. Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secant.	Cofecan.	L. Sen.	Lo. Cof.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	45399.05	89100.65	50952.54	196261.05	112232.62	220268.93	9.6570468	9.9498809	9.7071659	10.2928341	60
1	45424.97	89087.44	50989.19	196120.00	112249.26	220143.36	9.6572946	9.9498165	9.7074781	10.2925219	59
2	45450.88	89074.22	51025.85	195979.10	112265.92	220017.75	9.6575423	9.9497521	9.7077902	10.2922098	58
3	45476.79	89061.00	51062.52	195838.37	212282.59	219892.40	9.6577898	9.9496876	9.7081022	10.2918978	57
4	45502.69	89047.77	51099.19	195697.80	112299.28	219767.21	9.6580371	9.9496230	9.7084141	10.2915859	56
5	45528.59	89034.53	51135.88	195557.39	112315.98	219642.19	9.6582842	9.9495585	9.7087258	10.2912742	55
6	45554.49	89021.28	51172.59	195417.13	112332.69	219517.33	9.6585312	9.9494938	9.7090374	10.2909626	54
7	45580.38	89008.02	51209.30	195277.04	112349.42	219392.62	9.6587780	9.9494292	9.7093488	10.2906512	53
8	45606.27	88994.76	51246.02	195137.11	112366.16	219268.08	9.6590246	9.9493645	9.7096601	10.2903399	52
9	45632.16	88981.49	51282.75	194997.33	112382.92	219143.70	9.6592710	9.9492997	9.7099713	10.2900287	51
10	45658.04	88968.21	51319.50	194857.71	112399.69	219019.47	9.6595173	9.9492349	9.7102824	10.2897176	50
11	45683.92	88954.93	51356.25	194718.26	112416.48	218895.41	9.6597633	9.9491700	9.7105933	10.2894067	49
12	45709.79	88941.64	51393.02	194578.96	112433.28	218771.50	9.6600093	9.9491051	9.7109041	10.2890959	48
13	45735.66	88928.34	51429.80	194439.81	112450.10	218647.75	9.6602550	9.9490402	9.7112148	10.2887852	47
14	45761.53	88915.03	51466.58	194300.83	112466.93	218524.17	9.6605005	9.9489752	9.7115254	10.2884746	46
15	45787.39	88901.71	51503.38	194162.00	112483.77	218400.74	9.6507459	9.9489101	9.7118358	10.2881642	45
16	45813.25	88888.39	51540.19	194023.33	112500.63	218277.46	9.6609911	9.9488450	9.7121461	10.2878539	44
17	45839.10	88875.06	51577.02	193884.81	112517.50	218154.35	9.6612361	9.9487799	9.7124562	10.2875438	43
18	45864.95	88861.72	51613.85	193746.45	112534.39	218031.39	9.6614810	9.9487147	9.7127662	10.2872338	42
19	45890.80	88848.37	51650.69	193608.25	112551.29	217908.59	9.6617257	9.9486495	9.7130761	10.2869239	42
20	45916.64	88835.02	51687.55	193470.20	112568.21	217785.94	9.6619702	9.9485842	9.7133859	10.2866141	40
21	45942.48	88821.66	51724.41	193332.31	112585.14	217663.46	9.6622145	9.9485189	9.7136956	10.2863044	39
22	45968.32	88808.29	51761.29	193194.57	112602.09	217541.12	9.6624586	9.9484535	9.7140051	10.2859949	38
23	45994.15	88794.92	51798.18	193056.98	112619.05	217418.95	9.6627026	9.9483881	9.7143145	10.2856855	37
24	46019.98	88781.54	51835.08	192919.56	112636.03	217296.93	9.6629464	9.9483227	9.7146237	10.2853763	36
25	46045.80	88768.15	51871.99	191782.28	112653.02	217175.06	9.6631900	9.9482572	9.7249329	10.2850671	35
26	46071.62	88754.75	51908.91	192645.16	112670.03	217053.35	9.6634335	9.9481916	9.7152419	10.2847581	34
27	46097.44	88741.34	51945.84	192508.19	112687.05	216931.80	9.6636768	9.9481260	9.7155508	10.2844492	33
28	46113.25	88727.93	51982.78	192371.38	112704.08	216810.40	9.6639199	9.9480604	9.7158595	10.2841405	32
29	46149.06	88714.53	51019.74	192234.72	112721.13	216689.15	9.6641628	9.9479947	9.7161682	10.2838318	31
30	46174.86	88701.08	52056.70	192098.21	112738.19	216568.06	9.6644056	9.9479289	9.7164767	10.2835233	30
31	46200.66	88687.64	52093.08	191961.86	112755.27	216447.12	9.6640482	9.9478631	9.7167851	10.2832149	29
32	46226.46	88674.20	52130.67	191825.65	112772.37	216326.33	9.6648906	9.9477973	9.7170933	10.2829067	28
33	46252.25	88660.75	52167.67	191689.60	112789.48	216205.70	9.6651329	9.9477314	9.7174014	10.2825986	27
34	46278.04	88647.29	52204.06	191553.70	112806.60	216085.22	9.6653749	9.9476655	9.7177094	10.2822906	26
35	46303.82	88633.83	52241.70	191417.95	112823.74	215964.89	9.6656168	9.9475995	9.7180173	10.2819827	25
36	46329.60	88620.36	52278.74	191282.36	112840.89	215844.71	9.6658586	9.9475335	9.7183251	10.2816749	24
37	46355.38	88606.88	52315.78	191146.91	112858.06	215724.69	9.6661001	9.9474674	9.7186327	10.2813673	23
38	46381.15	88593.39	52352.84	191011.62	112875.24	215604.82	9.6663415	9.9474013	9.7189402	10.2810598	22
39	46406.92	88579.89	52389.90	190876.47	112892.44	215485.10	9.6665828	9.9473352	9.7191476	10.2807524	21
40	46432.69	88566.39	52426.98	190741.47	112909.65	215365.53	9.6668238	9.9472689	9.7195549	10.2804451	20
41	46458.45	88552.88	52464.07	190606.63	112926.88	215246.11	9.6670647	9.9472027	9.7198620	10.2801380	19
42	46484.21	88539.36	52501.17	190471.93	112944.12	215126.84	9.6673054	9.9471364	9.7201690	10.2798310	18
43	46509.96	88525.83	52538.29	190337.38	112961.37	215007.72	9.6675459	9.9470700	9.7204759	10.2795241	17
44	46535.71	88512.30	52575.41	190202.99	122978.64	214888.75	9.6677863	9.9470036	9.7207827	20.2792173	16
45	46561.45	88498.76	52612.54	190068.74	112995.93	214769.93	9.6680265	9.9469372	9.7210893	10.2782107	15
46	46587.19	88485.21	52649.69	189934.64	113013.23	214651.27	9.6682665	9.9468707	9.7213958	10.2786042	14
47	46612.93	88471.66	52686.85	189800.68	113030.55	214532.75	9.6685064	9.9468042	9.7217022	10.2782978	13
48	46638.66	88458.10	52724.01	189666.88	113047.88	214414.37	9.6687461	9.9467376	9.7220085	10.2779915	12
49	46664.39	88444.53	52761.20	189533.22	113065.22	214296.15	9.6689856	9.9466710	9.7223147	10.2776853	11
50	46690.12	88430.95	52798.39	189399.71	113082.58	214178.08	9.6692250	9.9466043	9.7226207	10.2773793	10
51	46715.84	88417.36	52835.59	189266.34	113099.96	214060.15	9.6694642	9.9465376	9.7229266	10.2770734	9
52	46741.56	88403.77	52872.81	189133.13	113117.35	213942.38	9.6697032	9.9464708	9.7232324	10.2767676	8
53	46767.27	88390.27	52910.04	189000.06	113134.75	213824.75	9.6699420	9.9464040	9.7235381	10.2764619	7
54	46791.98	88376.56	52947.27	188867.13	113152.17	213707.26	9.6701807	9.9463371	9.7238436	10.2761564	6
55	46818.69	88362.94	52984.52	188734.36	113169.61	213589.93	9.6704192	9.9462702	9.7241490	10.2758510	5
56	46844.39	88349.32	53021.78	188601.72	113187.06	213472.74	9.6706576	9.9462032	9.7244543	10.2755457	4
57	46870.09	88335.69	53059.06	188469.24	113204.52	213355.70	9.6708958	9.9461362	9.7247595	10.2752405	3
58	46895.78	88322.05	53096.34	188336.90	113222.00	213238.80	9.6711338	9.9400692	9.7250646	10.2749354	2
59	46921.47	88308.41	53133.64	188204.70	113239.50	213122.04	9.6713716	9.9460021	9.7253695	10.2746305	1
60	46947.16	88294.76	53170.94	188072.65	113257.01	213005.45	9.6716093	9.9459349	9.7256744	10.2743256	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	Lo. Cof.	L. Seno.	Lo. Cot.	L.Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan.	Log. Sen.	Log. Cos.	L. Tang.	L. Cotang.	M
0	45947.16	88294.76	53170.94	188072.65	113257.01	223005.45	9.6716093	9.9459140	9.7256744	10.2743256	60
1	45972.84	88281.10	53208.26	187940.74	113274.53	212888.99	9.6718468	9.9458677	9.7259791	10.2740209	59
2	45998.52	88167.43	53245.59	187808.98	113292.07	212772.67	9.6720841	9.9458005	9.7262837	10.2737163	58
3	47014.19	88253.75	53282.93	187677.36	113309.62	212656.51	9.6723213	9.9457332	9.7165881	10.2734119	57
4	47049.86	88240.07	53320.29	187545.88	113327.19	212540.48	9.6725583	9.9456659	9.7168925	10.2731075	56
5	47075.53	88216.38	53357.65	187414.55	113344.78	212424.60	9.6727951	9.9455985	9.7271967	10.2728033	55
6	47101.19	88212.68	53395.03	187283.36	113362.38	212308.87	9.6730319	9.9455310	9.7175008	10.2724992	54
7	47126.85	88198.98	53431.42	187152.31	123379.99	212193.28	9.6732684	9.9454636	9.7278048	10.2721952	53
8	47151.50	88185.27	53469.82	187021.41	113397.62	212077.83	9.6735047	9.9453960	9.7281087	10.2718913	52
9	47178.15	88171.55	53507.23	186890.64	113415.27	211962.53	9.6737409	9.9453185	9.7284114	10.2715876	51
10	47103.80	88157.82	53544.65	186760.03	113432.93	211847.37	9.6739769	9.9452609	9.7287161	10.2712839	50
11	47219.44	88144.09	53582.08	186629.55	113450.60	211732.35	9.6742128	9.9451932	9.7200196	10.2709804	49
12	47255.08	88130.35	53619.53	186499.21	113468.29	211617.48	9.6744485	9.9451255	9.7293230	10.2706770	48
13	47280.71	88116.60	53656.99	186369.02	113486.00	211502.74	9.6746840	9.9450577	9.7296263	10.2703737	47
14	47306.34	88102.84	53694.46	186238.96	213503.72	211388.15	9.6749194	9.9449899	9.7299295	10.2700705	46
15	47331.97	88089.07	53731.94	186109.05	113521.46	211273.71	9.6751546	9.9449120	9.7302325	10.2697675	45
16	47357.59	88075.30	53769.43	185979.28	113539.21	211159.40	9.6753896	9.9448541	9.7305354	10.2694646	44
17	47383.21	88051.52	53806.94	185849.65	113556.98	211045.23	9.6756145	9.9447862	9.7308383	10.2691617	43
18	47408.82	88047.73	53844.45	185720.15	113574.76	210931.21	9.6758591	9.9447182	9.7311410	10.2688590	42
19	47434.43	88033.94	53881.98	185590.80	213592.55	210817.33	9.6760937	9.9446501	9.7314436	10.2685564	41
20	47460.04	88020.14	53919.52	185461.59	113610.36	210703.59	9.6763281	9.9445821	9.7317460	10.2681540	40
21	47485.64	88006.33	53957.07	185332.52	113618.19	210589.98	9.6765623	9.9445139	9.7310484	10.2679516	39
22	47511.24	87992.51	53994.64	185203.58	113646.03	210476.52	9.6767963	9.9444157	9.7323506	10.2676494	38
23	47536.83	87978.69	54032.21	185074.79	113663.89	210363.20	9.6770301	9.9443775	9.7326527	10.2673473	37
24	47562.41	87964.86	54069.80	184946.13	113681.76	210250.02	9.6772640	9.9443091	9.7319547	10.2670453	36
25	47588.01	87951.02	54107.40	184817.61	113699.65	210136.98	9.6774975	9.9441409	9.7332566	10.2667434	35
26	47613.59	87937.17	54145.01	184689.23	113717.55	210024.08	9.6777309	9.9441725	9.7335584	10.2664416	34
27	47639.17	87923.32	54182.63	184560.99	113735.47	209911.31	9.6779642	9.9441041	9.7338601	10.2661399	33
28	47664.74	87909.46	54220.27	184432.89	113753.40	209798.69	9.6781972	9.9440356	9.7341616	10.2658384	32
29	47690.31	87895.59	54257.91	184304.92	113771.35	209686.20	9.6784301	9.9439671	9.7344631	10.2655369	31
30	47715.88	87881.71	54295.57	184177.09	113789.32	209573.85	9.6786629	9.9438085	9.7347644	10.1652356	30
31	47741.44	87867.83	54333.24	184049.39	113807.30	209461.64	9.6788955	9.9438299	9.7350656	10.2649344	29
32	47767.00	87853.94	54370.92	183921.84	113825.29	209349.57	9.6791279	9.9437611	9.7353667	10.2646333	28
33	47791.55	87840.04	54408.62	183794.42	113843.30	209237.64	9.6793602	9.9436925	9.7356677	10.2643323	27
34	47818.10	87826.13	54446.3-	183667.13	113861.33	209125.84	9.6795923	9.9436238	9.7359685	10.2640315	26
35	47843.64	87812.22	54484.04	183539.99	113879.37	209014.18	9.6798143	9.9435549	9.7362693	10.2637307	25
36	47869.18	87798.30	54521.77	183412.97	113897.43	208902.65	9.6800560	9.9434861	9.7365699	10.26[illegible]	24
37	47894.72	87784.37	54559.51	183286.10	113915.50	208791.27	9.6802877	9.9434172	9.7368705	10.2631295	23
38	47910.26	87770.43	54597.26	183159.36	113933.59	208680.02	9.6805191	9.9433481	9.7371709	10.2628291	22
39	47945.70	87756.49	5[illegible]45.03	183032.75	113951.69	208568.90	9.6807504	9.9432792	9.7374712	10.2625288	21
40	47971.31	87742.54	54672.81	81906.28	113969.81	208457.92	9.6809816	9.9432102	9.7377714	10.2622186	20
41	47996.83	87718.58	5[illegible]710.00	181779.94	113987.94	208347.08	9.6812126	9.9431411	9.7380715	10.2619285	19
42	48022.35	87714.61	54748.40	182653.74	114006.09	208236.37	9.6814434	9.9430720	9.7383714	10.2616286	18
43	48047.8[illegible]	87700.64	54786.21	181527.67	114024.25	208125.80	9.6816741	9.9430018	9.7386713	10.2613287	17
44	48073.37	87686.66	54824.04	181401.73	124042.43	208015.36	9.6819046	9.9429335	9.7389710	10.2610290	16
45	48009.88	87671.67	54861.88	182275.93	114060.62	207905.06	9.6811349	9.9418641	9.7391707	10.2607293	15
46	48124.38	87658.68	54899.73	182150.26	114078.83	207794.89	9.6823651	9.9427949	9.7395702	10.2604298	14
47	48149.83	87644.68	54937.59	182024.73	114097.06	207684.86	9.6815952	9.9427255	9.7398696	10.2601304	13
48	48175.37	87630.67	54975.46	181899.32	114115.30	207574.96	9.6828150	9.9426561	9.7401689	10.2599311	12
49	48200.86	87616.65	55213.35	181774.05	114133.56	207465.19	9.6830548	9.9425866	9.7404081	10.2595119	11
50	48126.34	87602.62	55051.25	181648.92	114151.83	207355.56	9.6832843	9.9425171	9.7407672	10.2592328	10
51	48151.82	87588.50	55089.16	181523.91	114170.12	207246.06	9.6835137	9.9424476	9.7410662	10.2589338	9
52	48177.30	87574.55	55127.08	181399.04	114188.42	207136.70	9.6837430	9.9423779	9.7413650	10.2586350	8
53	48307.77	87560.50	55165.02	181274.30	114106.74	207027.46	9.6839720	9.9423083	9.7416638	10.2583362	7
54	48328.24	87546.45	55102.07	181149.69	114125.07	206918.36	9.6841010	9.9422386	9.7419624	10.2580376	6
55	48353.70	87531.39	55240.93	181025.11	114243.42	206809.40	9.6844297	9.9421688	9.7412609	10.2577391	5
56	48379.16	87518.32	55278.90	180900.86	114261.79	206700.56	9.6846583	9.9410990	9.7425594	10.2574406	4
57	48404.61	87501.24	55316.88	180776.64	114280.17	206591.86	9.6848868	9.9420291	9.7428577	10.2571423	3
58	48430.07	87490.16	55354.88	180652.56	114298.57	206483.28	9.6851151	9.9419592	9.7431559	10.2568441	2
59	48455.51	87476.07	55391.88	180528.60	214316.98	206374.84	9.6853432	9.9418893	9.7434540	10.2565460	1
60	48480.9[illegible]	87461.97	55430.90	180404.78	114335.41	206266.53	9.6855711	9.9418193	9.7437520	10.2562480	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L. Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cofecan.	Log. Sen.	L.Cofen.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	48480.90	87461.97	55430.90	180404.78	114335.41	206166.53	9.6855712	9.9418193	9.7437520	10.2562480	60
1	48506.40	87447.86	55468.94	180281.08	114353.85	206158.30	9.6857991	9.9417492	9.7440499	10.2559501	59
2	48531.84	87433.75	55506.98	180157.51	114372.31	206050.31	9.6860267	9.9416791	9.7443476	20.2556524	58
3	48557.27	87419.63	55545.04	180034.08	114390.78	205942.39	9.6861541	9.9416090	9.7446453	10.2553547	57
4	48582.70	87405.50	55583.11	179910.77	114409.27	205834.60	9.6864816	9.9415388	9.7449428	20.2550572	56
5	48608.22	87391.36	55621.19	179787.59	114427.78	205726.95	9.6867088	9.9414685	9.7452403	10.2547597	55
6	48633.54	87377.22	55659.29	179664.54	114446.30	205619.42	9.6869359	9.9413982	9.7455376	10.2544624	54
7	48658.95	87363.07	55697.39	179541.62	114464.84	205512.03	9.6871628	9.9413279	9.7458349	10.2541651	53
8	48684.36	87348.92	55735.51	179418.83	114483.39	205404.76	9.6873895	9.9412575	9.7461320	10.2538680	52
9	48709.77	87334.75	55773.64	179296.16	114501.56	205297.62	9.6876161	9.9411871	9.7464290	10.2535710	51
10	48735.17	87320.58	55811.79	179173.62	114520.55	205190.61	9.6878415	9.9411166	9.7467259	10.2531741	50
11	48760.57	87306.40	55849.94	179051.21	114539.15	205083.73	9.6880688	9.9410461	9.7470227	10.2529773	49
12	48785.97	87292.21	55888.11	178928.93	114557.76	204976.98	0.6882949	9.9409755	9.7473194	10.2526806	48
13	48811.36	87278.01	55926.29	178806.78	114576.39	204870.36	9.6885209	9.9409048	9.7476160	10.2523840	47
14	48836.74	87263.81	55964.48	178684.75	114595.04	204763.86	9.6887467	9.9408342	9.7479125	10.2520875	46
15	48861.12	87249.60	56002.69	178562.85	114613.70	204657.50	9.6889723	9.9407634	9.7482089	10.2517912	45
16	48887.50	87235.38	56040.91	178441.07	114632.38	204551.26	9.6891978	9.9406927	9.7485052	10.2514948	44
17	48912.87	87221.16	56079.14	178319.43	124651.08	204445.15	9.6894232	9.9406219	9.7488013	10.2511987	43
18	48938.24	87206.93	56117.38	178197.90	114669.79	204339.16	9.6896484	9.9405510	9.7490974	10.2509026	42
19	48963.61	87192.69	56155.64	178076.51	114688.52	204233.30	9.6898734	9.9404801	9.7493934	20.2506066	41
20	48988.97	87178.44	56193.91	177955.24	114707.26	204127.57	9.6900983	9.9404091	9.7496892	20.2503108	40
21	49014.33	87164.19	56232.19	177834.09	114726.02	204021.97	9.6903231	9.9403381	9.7499850	10.2500150	39
22	49039.68	87149.93	56270.48	177713.07	114744.79	203916.49	9.6905476	9.9402670	9.7502806	10.2497194	38
23	49065.03	87135.66	56308.79	177592.18	114763.58	203811.14	9.6907721	9.9401959	9.7505762	10.2494238	37
24	49090.37	87111.38	56347.10	177471.41	114782.39	203705.92	9.6909964	9.9401248	9.7508716	10.2491284	36
25	49115.71	87107.10	56385.43	177350.76	114801.21	203600.81	9.6912205	9.9400535	9.7511669	10.2488331	35
26	49141.05	87092.81	56423.78	177230.24	114820.05	203495.85	9.6914445	9.9399823	9.7514622	10.2485378	34
27	49166.38	87078.51	56462.13	177109.85	114838.90	203391.00	9.6916683	9.9399110	9.7517573	10.2482427	33
28	49191.71	87064.20	56500.50	176989.58	114857.77	203286.27	9.6918919	9.9398396	9.7520523	10.2479477	32
29	49217.04	87049.89	56538.88	176869.43	114876.65	203181.68	9.6921155	9.9397682	9.7523472	10.2476528	32
30	49241.36	87035.57	56577.28	176749.40	114895.55	203077.20	9.6923388	9.9396968	9.7526420	10.1473580	30
31	49267.67	87021.24	56615.68	176629.50	114914.47	202972.86	9.6925620	9.9396253	9.7529368	10.2470632	29
32	49292.98	87006.90	56654.10	176509.72	114933.40	202868.63	9.6927851	9.9395537	9.7531314	10.2467686	28
33	49318.19	86992.56	56692.53	176390.07	114952.35	202764.53	9.693008	9.9394821	9.7535259	10.2464741	27
34	49343.59	86978.21	56730.98	176270.53	114971.32	202660.56	9.6932308	9.9394105	9.7538203	10.2461797	26
35	49368.89	86963.85	56769.44	176151.12	114990.30	202556.70	9.6934534	9.9393388	9.7541146	10.2458854	25
36	49394.19	86949.40	56807.01	176031.83	115009.30	202452.97	9.6936758	9.9302671	9.7544088	10.2455912	24
37	49419.48	86935.12	56846.30	175912.67	115028.31	202349.37	9.6938981	9.9301953	9.7547029	10.2452971	23
38	49444.77	86920.74	56884.88	175793.62	115047.34	202245.89	9.6941203	9.9391234	9.7549969	10.2450031	22
39	49470.05	86906.35	56923.39	175674.70	115066.38	202142.53	9.6943423	9.9390515	9.7551908	10.2447092	22
40	49495.33	86891.96	56961.91	175555.90	115085.44	202039.29	9.6945642	9.9389796	9.7555846	10.2444154	20
41	49520.60	86877.56	57000.45	175437.22	115104.52	201936.17	9.6947859	9.9389076	9.7558783	10.2441217	19
42	49545.87	86863.15	57038.99	175318.66	115123.61	201833.18	9.6950074	9.9388356	9.7561718	10.2438282	18
43	49571.13	86848.73	57077.55	175200.23	115142.72	201730.31	9.6952288	9.9387635	9.7564653	10.2435347	17
44	49596.39	86834.31	57116.12	175081.91	115161.85	201627.56	9.6954501	9.9386914	9.7567587	10.2432413	16
45	49621.65	86819.88	57154.71	174963.71	115180.99	201524.94	9.6956712	9.9386192	9.7570520	10.2420480	15
46	49646.90	86805.44	57193.31	174845.64	115200.15	201422.43	9.6958922	9.9385470	9.7573451	10.2420548	14
47	49672.15	86791.00	57231.92	174727.68	115219.32	201310.05	9.6961130	9.9384747	9.7576383	10.2423617	13
48	49697.40	86776.55	57270.54	174609.84	115238.51	201217.79	9.6963336	9.9384014	9.7579313	10.2420687	12
49	49722.64	86762.09	57309.18	174492.13	115257.72	201115.64	9.6965541	9.9383300	9.7582242	10.2417758	11
50	49747.87	86747.62	57347.83	174374.53	115276.94	201013.62	9.6967745	9.9382576	9.7585170	10.2414830	10
51	49773.10	86733.14	57386.49	174257.05	115296.18	200911.72	9.6969947	9.9381851	9.7588096	10.2411904	9
52	49798.33	86718.66	57425.16	174139.69	115315.43	200809.94	9.6972148	9.9381126	9.7591022	10.2408978	8
53	49823.55	86704.17	57463.85	174022.45	215334.70	200708.28	9.6974347	9.9380400	9.7593947	10.2406053	7
54	49848.77	86689.67	57502.55	173905.33	115353.99	200606.74	9.6976545	9.9379674	9.7596871	10.2403129	6
55	49873.99	86675.17	57541.26	173788.33	115373.29	200505.32	9.6978741	9.9378947	9.7599794	10.2400206	5
56	49899.20	86660.66	57579.99	173671.44	115392.61	200404.02	9.6980936	9.9378220	9.7602716	10.2397284	4
57	49924.41	86646.14	57618.73	173554.68	215411.95	200302.83	9.6983129	9.9377492	9.7605637	10.2394363	3
58	49949.61	86631.61	57657.48	173438.03	115431.30	200201.77	9.6985321	9.9376764	9.7608557	10.2301443	2
59	49974.81	86617.08	57696.25	173321.40	215450.67	200100.83	9.6987511	9.9376035	9.7611476	10.2388524	1
60	50000.00	86602.54	57735.03	173205.08	215470.05	200000.00	9.6989700	9.9375306	9.7614394	10.2385606	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	Lo. Cof.	L. Seno.	Lo. Cot.	L.Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan.	Log. Sen.	Log. Cos.	L. Tang.	L. Cotang.	M
0	50000.00	86602.54	57735.03	173205.08	115470.05	200000.00	9.6989700	9.9375306	9.7614394	10.2385606	60
1	50025.19	86587.99	57773.81	173088.78	115489.45	199899.29	9.6991887	9.9374577	9.7617311	10.2382689	59
2	50050.38	86573.43	57812.62	172972.60	115508.87	199798.70	9.6994073	9.9373847	9.7620227	10.2379773	58
3	50075.56	86558.87	57851.44	172856.54	115528.30	199698.23	9.6996258	9.9373116	9.7623142	10.2376858	57
4	50100.74	86544.30	57890.27	172740.60	115547.75	199597.88	9.6998441	9.9372385	9.7626056	10.2373944	56
5	50125.91	86529.71	57929.11	172624.77	115567.22	199497.64	9.7000622	9.9371653	9.7628969	10.2371031	55
6	50151.08	86515.14	57967.97	172509.05	115586.70	199397.53	9.7002801	9.9370921	9.7631881	10.2368119	54
7	50176.24	86500.55	58006.84	172393.45	115606.20	199297.52	9.7004981	9.9370189	9.7634792	10.2365208	53
8	50201.40	86485.95	58045.73	172277.97	115625.72	199197.64	9.7007158	9.9369456	9.7637702	10.2362298	52
9	50226.55	86471.34	58084.62	172162.61	115645.25	199097.87	9.7009334	9.9368722	9.7640612	10.2359388	51
10	50251.70	86456.73	58123.53	172047.36	115664.80	198998.22	9.7011508	9.9367988	9.7643520	10.2356480	50
11	50276.85	86442.11	58162.45	171932.22	115684.36	198898.69	9.7013682	9.9367254	9.7646427	10.2353573	49
12	50301.99	86427.48	58201.39	171817.20	115703.94	198799.27	9.7015852	9.9366519	9.7649334	10.2350666	48
13	50327.13	86412.84	58240.34	171702.30	115723.54	198699.97	9.7018022	9.9365783	9.7652239	10.2347761	47
14	50352.27	86398.20	58279.30	171587.52	115743.15	198600.80	9.7020190	9.9365047	9.7655143	10.2344857	46
15	50377.40	86383.55	58318.28	171472.83	115762.78	198501.72	9.7022357	9.9364312	9.7658047	10.2341953	45
16	50402.53	86368.89	58357.27	171358.27	115782.43	198402.76	9.7024523	9.9363574	9.7660949	10.2339051	44
17	50427.65	86354.23	58396.27	171243.82	115802.09	198303.93	9.7026687	9.9362836	9.7663851	10.2336149	43
18	50452.77	86339.56	58435.28	171129.49	115821.77	198205.20	9.7028849	9.9362098	9.7666751	10.2333249	42
19	50477.88	86324.88	58474.31	171015.27	115841.47	198106.59	9.7031011	9.9361360	9.7669651	10.2330349	41
20	50502.99	86310.19	58513.35	170901.16	115861.18	198008.10	9.7033170	9.9360621	9.7672550	10.2327450	40
21	50528.09	86295.49	58552.41	170787.17	115880.91	197909.72	9.7035329	9.9359881	9.7675448	10.2324552	39
22	50553.19	86280.79	58591.48	170673.29	115900.65	197811.46	9.7037486	9.9359141	9.7678344	10.2321656	38
23	50578.28	86266.08	58630.56	170559.53	115920.41	197713.31	9.7039641	9.9358401	9.7681240	10.2318760	37
24	50603.37	86251.36	58669.65	170445.87	115940.19	197615.27	9.7041795	9.9357660	9.7684135	10.2315865	36
25	50628.46	86236.64	58708.76	170332.33	115959.99	197517.35	9.7043947	9.9356918	9.7687029	10.2312971	35
26	50653.55	86221.91	58747.88	170218.90	115979.80	197419.54	9.7046099	9.9356177	9.7689922	10.2310078	34
27	50678.63	86207.17	58787.02	170105.59	115999.63	197321.85	9.7048248	9.9355434	9.7692814	10.2307186	33
28	50703.70	86192.43	58826.17	169992.38	116019.47	197224.26	9.7050397	9.9354691	9.7695705	10.2304295	32
29	50728.77	86177.68	58865.33	169879.29	116039.33	197126.80	9.7052543	9.9353948	9.7698596	10.2301404	31
30	50753.84	86162.92	58904.50	169766.31	116059.21	197029.44	9.7054689	9.9353204	9.7701485	10.2298515	30
31	50778.90	86148.15	58943.69	169653.44	116079.11	196932.20	9.7056833	9.9352459	9.7704373	10.2295627	29
32	50803.96	86133.37	58982.89	169540.69	116099.02	196835.07	9.7058975	9.9351715	9.7707261	10.2292739	28
33	50829.01	86118.59	59022.11	169428.04	116118.95	196738.05	9.7061116	9.9350969	9.7710147	10.2289853	27
34	50854.06	86103.80	59061.34	169315.50	116138.89	196641.14	9.7063256	9.9350223	9.7713033	10.2286967	26
35	50879.10	86089.00	59100.58	169203.08	116158.85	196544.34	9.7065394	9.9349477	9.7715917	10.2284083	25
36	50904.14	86074.20	59139.83	169090.77	116178.83	196447.67	9.7067531	9.9348730	9.7718801	10.2281199	24
37	50929.18	86059.39	59179.10	168978.56	116198.82	196351.10	9.7069667	9.9347983	9.7721684	10.2278316	23
38	50954.21	86044.57	59218.39	168866.47	116218.83	196254.64	9.7071801	9.9347235	9.7724566	10.2275434	22
39	50979.24	86029.75	59257.68	168754.49	116238.86	196158.34	9.7073933	9.9346486	9.7727447	10.2272553	21
40	51004.26	86014.91	59296.99	168642.61	116258.92	196062.06	9.7076064	9.9345738	9.7730327	10.2269673	20
41	51029.28	86000.07	59336.31	168530.85	116278.97	195965.93	9.7078194	9.9344988	9.7733206	10.2266794	19
42	51054.29	85985.23	59375.66	168419.19	116299.05	195869.91	9.7080323	9.9344238	9.7736084	10.2263916	18
43	51079.30	85970.37	59415.01	168307.65	116319.14	195774.01	9.7082450	9.9343488	9.7738961	10.2261039	17
44	51104.31	85955.51	59454.37	168196.21	116339.25	195678.22	9.7084575	9.9342737	9.7741838	10.2258162	16
45	51129.31	85940.64	59493.75	168084.89	116359.38	195582.54	9.7086699	9.9341986	9.7744713	10.2255287	15
46	51154.31	85925.76	59533.14	167973.67	116379.53	195486.97	9.7088822	9.9341234	9.7747588	10.2252412	14
47	51179.30	85910.88	59572.54	167862.56	116399.65	195391.50	9.7090943	9.9340482	9.7750462	10.2249538	13
48	51204.29	85895.99	59611.96	167751.56	116419.87	195296.15	9.7093063	9.9339729	9.7753334	10.2246666	12
49	51229.27	85881.09	59651.40	167640.67	116440.07	195200.91	9.7095182	9.9338976	9.7756206	10.2243794	11
50	51254.25	85866.18	59690.84	167529.89	116460.28	195105.77	9.7097299	9.9338222	9.7759077	10.2240923	10
51	51279.21	85851.27	59730.30	167419.21	116480.51	195010.75	9.7099415	9.9337467	9.7761947	10.2238053	9
52	51304.19	85836.35	59769.78	167308.64	116500.76	194915.83	9.7101529	9.9336713	9.7764816	10.2235184	8
53	51329.16	85821.42	59809.27	167198.18	116521.02	194821.02	9.7103641	9.9335957	9.7767685	10.2232315	7
54	51354.12	85806.49	59848.77	167087.82	116541.30	194726.31	9.7105753	9.9335201	9.7770552	10.2229448	6
55	51379.08	85791.55	59888.28	166977.58	116561.60	194631.73	9.7107863	9.9334445	9.7773418	10.2226582	5
56	51404.04	85776.60	59927.81	166867.44	116581.91	194537.25	9.7109971	9.9333688	9.7776284	10.2223716	4
57	51428.99	85761.64	59967.35	166757.41	116602.24	194442.88	9.7112080	9.9332931	9.7779149	10.2220851	3
58	51453.93	85746.68	60006.91	166647.48	116622.59	194348.61	9.7114186	9.9332173	9.7782012	10.2217988	2
59	51478.87	85731.71	60046.48	166537.66	116642.96	194254.45	9.7116290	9.9331415	9.7784875	10.2215125	1
60	51503.81	85716.73	60086.06	166427.95	116663.34	194160.40	9.7118393	9.9330656	9.7787737	10.2212263	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L. Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

M	*Seno.*	*Coseno.*	*Tangent.*	*Cotang.*	*Secante.*	*Cosecan*	*Log. Sen*	*L. Cos.*	*L. Tang.*	*L.Cotang.*	M
0	51503.81	85716.73	60080.06	166427.95	116663.34	194160.40	9.7118393	9.9330656	9.7787737	10.2212263	60
1	51528.74	85701.74	60125.66	166318.34	116683.74	194066.46	9.7120495	9.9329897	9.7790599	10.2209401	59
2	51553.67	85686.75	60165.27	166208.84	116704.16	193972.62	9.7122596	9.9329137	9.7793459	10.2206541	58
3	51578.59	85671.75	60204.90	166099.45	116724.59	193878.89	9.7124695	0.0318376	9.7796318	10.2203682	57
4	51603.51	85656.74	60144.54	165990.16	116745.04	193785.27	9.7126792	9.9327616	9.7799177	10.2200823	56
5	51628.42	85641.73	60284.19	165880.97	116765.51	193691.76	9.7128888	9.9326854	9.7802034	10.2197966	55
6	51653.33	85626.71	60323.86	165771.89	116785.99	193598.35	9.7130983	9.9326092	9.7804891	10.2195109	54
7	51678.24	85611.68	60363.54	165662.92	116806.49	193505.05	9.7133077	9.9325330	9.7807747	10.2192253	53
8	51703.14	85596.64	60403.23	165554.05	116827.01	193411.85	9.7135169	9.9324567	9.7810602	10.2189398	52
9	51728.04	85581.60	60442.94	165445.29	116847.55	193318.76	9.7137260	9.9323804	9.7813456	10.2186544	51
10	51752.93	85566.55	60482.66	165336.63	116868.10	193225.78	9.7139349	9.9323040	9.7816309	10.2183691	50
11	51777.82	85551.49	60522.40	165228.08	116888.67	193132.90	9.7141437	9.9322276	9.7819162	10.2180838	49
12	51802.70	85536.42	60562.15	165119.63	116909.26	193040.13	9.7143524	9.9321511	9.7822013	10.2177987	48
13	51827.58	85521.35	60601.92	165012.28	116929.86	192947.46	9.7145609	9.9320746	9.7824864	10.2175136	47
14	51852.46	85506.27	60641.70	164903.04	116950.48	192854.90	9.7147693	9.9319980	9.7827713	10.2172287	46
15	51877.33	85491.18	60681.49	164794.90	116971.12	192762.44	9.7149776	9.9319213	9.7830562	10.2169438	45
16	51902.19	85476.09	60721.30	164686.86	116991.78	192670.09	9.7151857	9.9318447	9.7833410	10.2166590	44
17	51927.05	85460.99	60761.12	164578.93	117012.45	192577.84	9.7153937	9.9317679	9.7836258	10.2163742	43
18	51951.91	85445.88	60800.95	164471.12	117033.14	192485.70	9.7156015	9.9316911	9.7839104	10.2160896	42
19	51976.76	85430.76	60840.80	164363.38	117053.85	192393.66	9.7158092	9.9316143	9.7841949	10.2158051	41
20	52001.61	85415.64	60880.67	164255.76	117074.57	192301.73	9.7160168	9.9315374	9.7844794	10.2155206	40
21	52016.46	85400.50	60920.54	164148.24	117095.31	192209.90	9.7162243	9.9314605	9.7847638	10.2152362	39
22	52051.30	85385.37	60960.43	164040.82	117116.07	192118.47	9.7164316	9.9313835	9.7850481	10.2149519	38
23	52076.13	85370.23	61000.34	163933.51	117136.85	192026.55	9.7166387	9.9313065	9.7853323	10.2146677	37
24	52100.96	85355.08	61040.20	163826.30	117157.64	191935.03	9.7168457	9.9312294	9.7856164	10.2143836	36
25	52125.79	85339.92	61080.19	163719.19	117178.45	191843.62	9.7170526	9.9311522	9.7859004	10.2140996	35
26	52150.61	85324.75	61120.14	163612.18	117199.28	191752.30	9.7172594	9.9310750	9.7861844	10.2138156	34
27	52175.43	85309.58	61160.11	163505.28	117220.13	191661.09	9.7174660	9.9309978	9.7864682	10.2135318	33
28	52200.24	85294.40	61200.08	163398.47	117240.99	191569.99	9.7176725	9.9309205	9.7867520	10.2132480	32
29	52225.05	85279.21	61140.07	163291.77	117261.87	191478.99	9.7178789	9.9308432	9.7870357	10.2129643	32
30	52249.86	85264.02	61280.08	163185.17	117282.77	191388.09	9.7180851	9.9307658	9.7873193	10.2126807	30
31	52274.66	85248.81	61320.10	163078.67	117303.69	191297.29	9.7182912	9.9306883	9.7876028	10.2123972	29
32	52199.45	85233.60	61360.13	162972.27	117324.62	191206.59	9.7184971	9.9306109	9.7878863	10.2121137	28
33	52324.24	85218.38	61400.18	162865.97	117345.57	191116.00	9.7187019	9.9305333	9.7881696	10.2118304	17
34	52349.03	85203.16	61440.24	162759.77	117366.54	191025.51	9.7189086	9.9304557	9.7884529	10.2115471	26
35	52373.81	85187.93	61480.32	162653.68	117387.52	190935.12	9.7191142	9.9303781	9.7887361	10.2112639	25
36	52398.59	85172.69	61520.41	162547.68	117408.52	190844.83	9.7193196	9.9303004	9.7890192	10.2109808	24
37	52423.36	85157.44	61560.52	162441.78	117429.54	190754.64	9.7195240	9.9302226	9.7893023	10.2106977	23
38	52448.15	85142.19	61600.64	162335.99	117450.58	190664.56	9.7197300	9.9301448	9.7895852	10.1104148	22
39	52472.00	85126.93	61640.77	162230.29	117471.64	160574.57	9.7199350	9.9300670	9.7898681	10.2101319	21
40	52497.66	85111.66	61680.92	162124.69	117492.71	190484.69	0.7201309	9.9299891	9.7901508	10.2098492	20
41	52522.41	85096.39	61721.08	162019.20	117513.80	190394.91	9.7203447	9.9299112	9.7904335	10.2095665	19
42	52547.16	85081.11	61761.26	161913.80	117534.91	190305.22	9.7205493	9.9298331	9.7907161	10.2092839	18
43	52571.91	85065.82	61801.45	161808.50	117556.03	190215.64	9.7207538	9.9297551	9.7909987	10.2090013	17
44	52596.65	85050.52	61841.66	161703.30	117577.17	190126.16	9.7209581	9.9196770	9.7912811	10.2087189	16
45	52621.39	85035.22	61881.88	161598.20	117598.33	190036.78	9.7211623	9.9195989	9.7915635	10.2084365	15
46	52046.12	85019.91	61922.11	161493.20	117619.51	189947.50	9.7213664	9.9295207	9.7918458	10.2081542	14
47	52670.85	85004.59	61962.36	161388.29	117640.70	189858.32	9.7215704	9.9294424	9.7921280	10.2078720	13
48	52695.58	84989.27	62002.63	161283.49	117661.91	189769.24	9.7217742	9.9293641	9.7924101	10.2075899	12
49	52720.30	84973.94	62042.91	161178.78	117683.14	189680.26	9.7219779	9.9291857	9.7920921	10.2073079	11
50	52745.02	84958.60	61083.20	161074.17	117704.39	189591.38	9.7121814	9.9292073	9.7929741	10.2070259	10
51	52769.73	84943.25	62123.51	160969.66	117725.66	189501.59	9.7223848	9.9291289	9.7932560	10.2067440	9
52	52794.44	84927.90	62163.83	160865.25	117746.94	189413.91	9.7225881	9.9290504	9.7935378	10.2064622	8
53	52819.14	84912.54	62204.17	160760.94	117768.24	189325.32	9.7227913	9.9289718	9.7938195	10.2061805	7
54	51843.84	84897.17	62244.52	160656.72	117789.56	189136.84	9.7229943	9.9288932	9.7941011	10.2058989	6
55	52868.53	84881.79	62284.88	160552.60	117810.90	189148.45	9.7231972	9.9288145	9.7943827	10.2056173	5
56	52893.22	84866.41	62325.26	160448.58	117832.25	189060.16	9.7234000	9.9187358	9.7946641	10.2053359	4
57	52017.90	84851.02	62365.66	160344.65	117853.62	188971.97	9.7236026	9.9286571	9.7949455	10.2050545	3
58	52942.58	84835.62	62406.07	160240.81	117875.01	188883.88	9.7238051	9.9285783	9.7952268	10.2047732	2
59	51967.26	84820.22	62446.50	160137.09	117896.42	188795.89	9.7240075	9.9284994	9.7955081	10.2044919	1
60	52991.93	84804.81	62486.94	160033.45	117917.84	188707.99	9.7242097	9.9284205	9.7957892	10.2042108	0
	Coseno.	*Seno.*	*Cotang.*	*Tangent.*	*Cosec.*	*Secante.*	*Lo. Cos.*	*L.Seno.*	*L. Cot.*	*Lo.Tang.*	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cofecan.	Log. Sen.	L.Cofen.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	52991.93	84804.81	62486.94	160033.45	117917.84	188707.99	9.7242097	9.9284205	9.7957892	10.2042108	60
1	53016.59	84789.39	62527.39	159929.91	117939.28	188620.19	9.7244118	9.9283415	9.7960703	10.2039297	59
2	53041.25	84773.97	62567.86	159816.47	117960.74	188532.49	9.7246138	9.9281625	9.7963513	10.2036487	58
3	53065.91	84758.53	62608.34	159723.12	117982.22	188444.89	9.7148156	9.9281834	9.7966322	10.2033678	57
4	53090.56	84743.09	62648.84	159619.87	118003.72	188357.38	9.7250173	9.9281043	9.7969130	10.2030870	56
5	53115.21	84727.64	62689.35	159516.72	118025.23	288269.97	9.7252189	9.9280251	9.7971938	10.2028062	55
6	53139.86	84712.19	62729.88	159413.66	118046.76	188182.66	9.7254204	9.9279459	9.7074745	10.2025255	54
7	53164.50	84696.73	62770.42	159310.70	118068.31	188095.45	9.7256217	9.9278666	9.7977551	10.2022449	53
8	53189.13	84681.26	62810.98	159207.83	118089.88	188008.33	9.7258229	9.9277873	9.7980356	10.2019644	52
9	53213.76	84665.78	62851.56	159105.05	118111.47	187921.31	9.7260240	9.9277079	9.7983160	10.2016840	51
10	53238.39	84650.30	62892.15	159002.38	118133.07	187834.38	9.7262249	9.9276285	9.7985964	10.2014036	50
11	53263.01	84634.81	62932.75	158899.79	118154.69	187747.55	9.7264257	9.9175490	9.7988767	10.2011233	49
12	53287.63	84619.31	62973.36	158797.30	118176.33	187660.82	9.7266264	9.9274695	9.7991569	10 2008431	48
13	53312.24	84603.81	63013.99	158694.91	118197.99	187574.18	9.7268269	9.9273899	9.7994370	10.2005630	47
14	53336.85	84588.30	63054.64	158592.61	118219.66	187487.64	9.7270273	9.9273103	9.7997170	10.2002830	46
15	53361.45	84572.78	63095.30	158490.41	118242.35	187401.20	9.7272276	9.9272306	9.7999970	10.2000030	45
16	53386.05	84557.25	63135.98	158388.30	118263.06	187314.85	9.7274278	9.9271509	9.8002769	10.1997231	44
17	53410.64	84541.72	63176.67	158186.28	118284.79	187228.59	9.7276278	9.9270711	9 8005567	10.1994433	43
18	53435.23	84526.18	63217.38	158184.36	118306.54	187142.43	9.7278277	9.9269913	9.8008365	10.1991635	42
19	53459.82	84510.63	63258.10	158082.53	118328.30	187056.37	9.7280275	9.9269114	9.8011161	10.1988839	41
20	53484.40	84495.08	63298.83	157980.79	118350.08	186970.40	9.7282271	9.9268314	9.8013957	10.1986043	40
21	53508.98	84479.52	63339.58	157879.15	118371.88	186884.53	9.7284267	9.9267514	9.8016752	10.1983248	39
22	53533.55	84463.95	63380.35	157777.60	118393.70	186798.75	9.7286260	9.9266714	9.8019546	10.1980454	38
23	53558.12	84448.37	63421.13	157676.15	118415.54	186713.06	9.7288253	9.9265913	9.8022340	10.1977660	37
24	53582.68	84432.79	63461.93	157574.79	118437.40	186627.47	9.7290244	9.9265112	9.8025133	10.1974867	36
25	53607.24	84417.20	63502.74	157473.52	118459.27	186541.97	9.7292234	9.9264310	9.8027925	10.1972075	35
26	53631.79	84401.60	63543.57	157372.34	118481.16	186456.57	9.7294223	9.9263507	9.8030716	10.1969284	34
27	53656.34	84386.00	63584.41	157271.26	118503.07	186371.26	9.7296211	9.9262704	9.8033506	10.1966494	33
28	53680.88	84370.39	63625.27	157170.26	118525.00	186286.05	9.7298197	9.9261901	9.8036296	10.1963704	32
29	53705.42	84354.77	63666.14	157069.36	118546.94	186200.93	9.7300182	9.9261096	9.8039085	10.1960915	31
30	53729.96	84339.14	63707.03	156968.56	118568.91	186115.90	9.7302165	9.9260192	9.8041873	10.1958127	30
31	53754.49	84323.51	63747.93	156867.84	118590.89	186030.96	9.7304148	9.9259487	9.8044661	10.1955339	29
32	53779.02	84307.87	63788.85	156767.22	118612.89	185946.12	9.7306129	9.9258681	9.8047447	10.1952553	28
33	53803.54	84292.22	63829.78	156666.69	118634.91	185861.38	9.7308109	9.9257875	9.8050233	10.1949767	27
34	53818.06	84276.57	63870.73	156566.25	118656.91	185776.72	9.7310087	9.9157069	9.8053019	10.1946981	26
35	53852.57	84260.91	63911.69	156465.90	118679.00	185692.16	9.7312064	9.9256261	9.8055803	10.1944197	25
36	53877.08	84245.24	63952.67	156365.64	118701.07	185607.69	9.7314040	9.9255454	9.8058587	10.1941413	24
37	53901.58	84229.56	63993.66	156265.48	118723.16	185523.31	9.7316015	9.9254646	9.8061370	10.1938630	23
38	53926.08	84213.88	64034.67	156165.40	118745.27	185439.03	9.7317989	9.9253837	9.8064152	10.1935848	22
39	53950.58	84198.19	64075.69	156065.42	118767.40	185354.83	9.7319961	9.9253028	9.8066933	10.1933067	21
40	53975.07	84182.49	64116.73	155965.51	118789.55	185270.73	9.7321932	9.9252218	9.8009714	10.1930286	20
41	53999.55	84166.79	64157.79	155865.72	118811.71	185186.72	9.7323902	9.9251408	9.8072494	10.1927506	19
42	54014.03	84151.08	64198.80	155766.01	118833.89	185101.81	9.7325870	9.9250597	9.8075273	10.1924727	18
43	54048.51	84135.36	64239.95	155666.39	118856.09	185018.98	9.7327837	9.9249786	9.8078052	10.1921948	17
44	54072.98	84119.63	64281.05	155566.85	118878.31	184935.25	9.7329803	9.9248974	9.8080829	10.1919171	16
45	54097.45	84103.90	64322.16	155467.41	118900.55	184851.61	9.7331768	9.9248161	9.8083606	10.1916394	15
46	54121.91	84088.16	64363.29	155368.06	118922.81	184768.05	9.7333731	9.9247349	9.8086383	10.1913617	14
47	54146.37	84072.41	64404.44	155268.80	118945.08	184684.59	9.7335693	9.9246535	9.8089158	10.1910842	13
48	54170.82	84056.66	64445.60	155169.63	118967.37	184601.23	9.7337654	9.9245721	9.8091933	10.1908067	12
49	54195.27	84040.90	64486.78	155070.54	118989.68	184517.95	9.7339614	9.9244907	9.8094707	10.1905293	11
50	54219.71	84025.13	64527.97	154971.55	119012.01	184434.76	9.7341572	9.9244092	9.8097480	10.1902520	10
51	54244.15	84009.35	64569.18	154872.64	119034.36	184351.66	9.7343529	9.9243277	9.8100253	10.1899747	9
52	54268.59	83993.57	64610.41	154773.83	119056.73	184268.66	9.7345485	9.9242461	9.8103025	10.1896975	8
53	54293.02	83977.78	64651.65	154675.10	119079.12	184185.74	9.7347440	9.9241644	9.8105796	10.1894204	7
54	54317.44	83961.68	64692.90	154576.46	119101.52	184102.92	9.7349393	9.9240827	9.8108566	10.1891434	6
55	54341.86	83946.18	64734.17	154477.92	119123.94	184020.18	9.7351345	9.9240010	9.8111336	10.1888664	5
56	54366.28	83930.37	64775.46	154379.46	119146.38	183937.53	9.7353296	9.9239191	9.8114105	10.1885895	4
57	54390.69	83914.55	64816.76	154281.08	119168.84	183854.98	9.7355246	9.9238373	9.8116873	10.1883127	3
58	54415.10	83898.73	64858.08	154182.80	119191.32	183772.51	9.7357195	9.9237554	9.8119641	10.1880359	2
59	54439.50	83882.90	64899.41	154084.60	119213.82	183690.13	9.7359141	9.9236734	9.8122408	10.1877592	1
60	54463.90	83867.06	64940.76	153986.50	119236.33	183607.84	9.7361088	9.9235914	9.8125174	10.1874826	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	L.Cofen.	L. Seno.	Lo.Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecant.	Log. Sen.	L.Cosen.	Lo. Tan.	L.Cotang.	M
0	54463.90	83867.06	64940.76	153986.50	119236.33	183607.84	9.7361088	9.9235914	9.8125174	10.1874826	60
1	54488.30	83851.21	64982.12	153888.48	119258.86	183525.64	9.7363032	9.9235093	9.8127939	10.1872061	59
2	54512.69	83835.36	65023.51	153790.55	119281.41	183443.53	9.7364976	9.9234272	9.8130704	10.1869296	58
3	54537.07	83819.50	65064.90	153692.70	119303.98	183361.51	9.7366918	9.9233450	9.8133468	10.1866532	57
4	54561.45	83803.63	65106.31	153594.94	119326.57	183179.58	9.7368859	9.9232618	9.8136232	10.1863769	56
5	54585.83	83787.75	65147.74	153497.27	119349.18	183197.74	9.7370799	9.9131805	9.8138993	10.1861007	55
6	54610.20	83771.87	65189.18	153399.69	119371.81	183115.99	9.7372737	9.9230982	9.8141755	10.1858245	54
7	54634.56	83755.98	65230.64	153302.20	119394.40	183034.32	9.7374675	9.9230158	9.8144516	10.1855484	53
8	54658.92	83740.08	65272.11	153204.79	119417.12	182952.74	9.7376611	9.9219334	9.8147277	10.1852723	52
9	54683.28	83724.18	65313.60	153107.47	119439.80	182871.25	9.7378546	9.9228509	9.8150036	10.1849964	51
10	54707.63	83708.27	65355.11	153010.23	119462.50	182789.85	9.7380479	9.9127684	9.8152795	10.1847205	50
11	54731.98	83692.35	65396.63	152913.08	119485.22	182708.54	9.7382412	9.9226858	9.8155554	10.1844446	49
12	54756.32	83676.43	65438.17	152816.02	119507.96	182627.31	9.7384343	9.5226032	9.8158311	10.1841689	48
13	54780.66	83660.50	65479.72	152719.04	119530.72	182546.17	9.7386273	9.9225205	9.8161068	10.1838932	47
14	54804.99	83644.56	65521.29	152621.15	119553.50	182465.12	9.7388201	9.9224377	9.8163824	10.1836176	46
15	54829.32	83628.61	65562.87	152525.35	119576.30	182384.16	9.7390129	9.9223549	9.8166580	10.1833420	45
16	54853.65	83612.66	05604.47	252428.63	119599.11	182303.28	9.7392055	9.9222721	9.8169335	10.1830665	44
17	54877.97	83596.70	65646.09	152332.00	119621.94	182222.49	9.7393980	9.9221891	9.8172089	10.1827911	43
18	54902.28	83580.73	65687.72	152235.45	119644.79	182141.79	9.7395904	9.9221062	9.8174842	10.1825158	42
19	54926.59	83564.76	65729.37	152138.99	119667.66	182061.28	9.7397827	9.9220232	9.8177595	10.1822405	41
20	54950.90	83548.78	65771.03	152042.61	119690.55	181980.65	9.7399748	9.9219401	9.8180347	10.1819653	40
21	54975.10	83532.79	65812.71	151946.32	119713.46	181900.21	9.7401668	9.9118570	9.8183098	10.1816902	39
22	54999.50	83516.80	65854.41	151850.12	119736.39	181819.85	9.7403587	9.9117738	9.8185849	10.1814151	38
23	55023.79	83500.80	65896.12	151754.00	119759.34	181739.58	9.7405505	9.9216906	9.8188599	10.1811401	37
24	55048.08	83484.79	65937.85	151657.56	119782.31	181659.40	9.7407421	9.9216073	9.8191348	10.1808652	36
25	55072.36	83468.77	65979.59	151562.02	119805.19	181579.30	9.7409337	9.9215240	9.8194096	10.1805904	35
26	55096.64	83452.75	66021.35	151466.14	119818.19	181499.29	9.7411151	9.9214406	9.8196844	10.1803156	34
27	55120.91	83436.72	66063.13	151370.36	119851.31	181419.37	9.7413164	9.9213572	9.8199592	10.1800408	33
28	55145.18	83420.68	66104.92	151274.66	119874.35	181339.53	9.7415075	9.9112737	9.8202338	10.1797662	32
29	55169.44	83404.63	66146.73	151179.05	119897.41	181259.77	9.7416986	9.9211902	9.8205084	10.1794916	31
30	55193.70	83388.58	66188.56	151083.52	119920.49	181180.10	9.7418895	9.9211066	9.8207829	10.1792171	30
31	55117.95	83372.52	66230.40	150988.07	119943.59	181100.52	9.7420803	9.9110229	9.8210574	10.1789426	29
32	55242.20	83356.45	66272.16	150892.71	119966.71	181021.02	9.7422710	9.9109393	9.8213317	10.1786683	28
33	55266.45	83340.38	66314.13	150797.43	119989.85	180941.61	9.7424616	9.9208555	9.8216060	10.1783940	27
34	55290.69	83324.30	66356.02	150702.24	120013.01	180862.28	9.7426520	9.9207717	9.8218803	10.1781197	26
35	55314.92	83308.21	66397.92	150607.13	120036.19	180783.04	9.7428413	9.9206878	9.8221545	10.1778455	25
36	55339.15	83192.12	66439.84	150512.10	120059.38	180703.88	9.7430325	9.9206039	9.8224286	10.1775714	24
37	55363.38	83276.02	66481.78	150417.16	120082.59	180[illegible]4.81	9.7432226	9.9205200	9.8227026	10.1772974	23
38	55387.60	83259.91	66523.73	150322.30	120105.81	180545.82	9.7434126	9.9104360	9.8229766	10.1770234	22
39	55412.82	83243.80	66565.70	150227.52	120129.07	180466.91	9.7436024	9.9203519	9.8132505	10.1767495	21
40	55436.03	83227.68	66607.69	150132.81	120152.34	180388.09	9.7437921	9.9202678	9.8235244	10.1764756	20
41	55460.24	83211.55	66649.69	150038.20	120175.63	180309.35	9.7439817	9.9201836	9.8237981	10.1762010	19
42	55484.44	83195.41	66691.71	149943.67	120198.94	180230.70	9.7441712	9.9200994	9.8140719	10.1759281	18
43	55508.64	83179.27	66733.75	149849.22	120222.27	180152.13	9.7443606	9.9200151	9.8243455	10.1756545	17
44	55532.83	83163.12	66775.80	149754.86	120245.62	180073.65	9.7445498	9.9199308	9.8246191	10.1753809	16
45	55557.02	83146.96	66817.87	149660.58	120268.99	179995.25	9.7447390	9.9198464	9.8248926	10.1751074	15
46	55581.21	83130.79	66859.95	149566.38	120292.37	179916.93	9.7449280	9.9197619	9.8251660	10.1748340	14
47	55605.39	83114.62	66902.05	149472.26	120315.77	179838.69	9.7451169	9.9196775	9.8254394	10.1745606	13
48	55629.56	83098.44	66944.17	149378.22	120339.19	179760.54	9.7453056	9.9195929	9.8257127	10.1742873	12
49	55653.73	83082.26	66986.30	149284.26	120362.64	179682.47	9.7454943	9.9195083	9.8259860	10.1740140	11
50	55677.90	83066.07	67028.45	149190.38	120386.10	179604.48	9.7456828	9.9194237	9.8262592	10.1737408	10
51	55702.06	83049.87	67070.62	149096.59	120409.58	179526.58	9.7458712	9.9193390	9.8265323	10.1734677	9
52	55726.21	83033.66	67112.80	149002.88	120433.08	179448.76	9.7460595	9.9192542	9.8268053	10.1731947	8
53	55750.36	83017.45	67155.00	148909.25	120456.60	179371.02	9.7462477	9.9191694	9.8270783	10.1729217	7
54	55774.51	83001.23	67197.21	148815.70	120480.14	179293.37	9.7464358	9.9190845	9.8273513	10.1726487	6
55	55798.65	81985.00	67239.44	148722.23	120503.70	179215.80	9.7466237	9.9189996	9.8276141	10.1723759	5
56	55822.79	82968.76	67281.69	148628.84	120527.28	179138.31	9.7468115	9.9189146	9.8278969	10.1721031	4
57	55846.92	82952.52	67323.96	148535.53	120550.88	179060.90	9.7469992	9.9188196	9.8281696	10.1718304	3
58	55871.05	82936.27	67366.24	148442.30	120574.50	178983.58	9.7471868	9.9187445	9.8284423	10.1715577	2
59	55895.27	82920.01	67408.54	148349.16	120598.14	178906.33	9.7473743	9.9186594	9.8287149	10.1712851	1
60	55919.29	82903.76	67450.85	148256.10	120621.80	178829.16	9.7475617	9.9185742	9.8289874	10.1710126	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L.Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secant.	Cosecan.	L. Sen.	Lo. Cos.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	55919.29	82903.76	67450.85	148256.10	120621.80	178829.16	9.7475617	9.9185742	9.8189874	10.1710126	60
1	55943.40	82887.49	67493.18	148163.11	120645.48	178752.08	9.7477489	9.9184890	9.8292599	10.1707401	59
2	55967.51	82871.21	67535.53	148070.21	120669.18	178675.08	9.7479360	9.9184037	9.8295323	10.1704677	58
3	55991.61	82854.93	67577.90	147977.38	120692.89	178598.17	9.7481230	9.9183183	9.8298047	10.1701953	57
4	56015.71	82838.64	67610.28	147884.63	120716.62	178521.33	9.7483099	9.9182329	9.8300769	10.1699231	56
5	56039.81	82822.34	67662.68	147791.97	120740.37	178444.57	9.7484967	9.9181475	9.8303492	10.1696508	55
6	56063.90	81806.03	67705.09	147699.38	120764.14	178367.90	9.7486833	9.9180620	9.8306213	10.1693787	54
7	56087.98	82789.72	67747.52	147606.88	120787.93	178291.31	9.7488698	9.9179764	9.8308934	10.1691066	53
8	56112.06	82773.40	67789.97	147514.45	120811.75	178214.79	9.7490562	9.9178908	9.8311654	10.1688346	52
9	56136.14	82757.07	67832.44	147422.10	120835.95	178138.36	9.7492415	9.9178051	9.8314374	10.1685626	51
10	56160.21	82740.74	67874.92	147329.83	120859.44	178052.01	9.7494287	9.9177194	9.8317093	10.1682907	50
11	56184.28	82724.40	67917.42	147237.64	120883.31	177985.74	9.7496148	9.9176336	9.8319812	10.1680189	49
12	56208.34	82708.05	67959.93	147145.53	120907.20	177909.55	9.7498007	9.9175478	9.8322529	10.1677471	48
13	56232.39	82691.70	68002.46	147053.50	120931.12	177833.43	9.7499866	9.9174619	9.8325246	10.1674754	47
14	56256.44	82675.34	68045.01	146961.55	120955.05	177757.40	9.7501723	9.9173760	9.8327963	10.1672037	46
15	56280.49	82658.97	68087.58	146869.67	120979.00	177681.45	9.7503579	9.9172900	9.8330679	10.1669321	45
16	56304.53	82642.60	68130.16	146777.87	121002.97	177605.58	9.7505434	9.9172040	9.8333394	10.1666606	44
17	56328.57	82626.22	68172.76	146686.16	121026.96	177529.79	9.7507287	9.9171179	9.8336109	10.1663891	43
18	56352.60	82609.83	68215.38	246594.52	121050.97	177454.08	9.7509140	9.9170317	9.8338823	10.1661177	42
19	56376.63	82593.43	68258.01	146502.96	121075.00	177378.45	9.7510991	9.9169455	9.8341536	10.1658464	41
20	56400.65	82577.03	68300.66	146411.47	121099.05	177302.90	9.7512842	9.9168593	9.8344249	10.1655751	40
21	56424.67	82560.62	68343.33	146320.07	121123.12	177227.43	9.7514691	9.9167730	9.8346961	10.1653039	39
22	56448.69	82544.20	68386.01	146228.74	121147.21	177152.04	9.7516538	9.9166866	9.8349673	10.1650327	38
23	56472.70	82527.78	68428.71	146137.49	121171.32	177076.73	9.7518385	9.9166002	9.8352384	10.1647616	37
24	56496.70	82511.35	68471.43	146046.32	121195.45	177001.40	9.7520231	9.9165137	9.8355094	10.1644906	36
25	56520.70	82494.91	68514.17	145955.22	121219.60	176926.33	9.7522075	9.9164272	9.8357824	10.1642196	35
26	56544.69	82478.47	68556.92	145864.20	121243.77	176851.25	9.7523919	9.9163406	9.8360513	10.1639487	34
27	56568.68	82462.02	68599.69	145773.26	121267.96	176776.25	9.7525761	9.9162539	9.8363221	10.1636779	33
28	56592.67	82445.56	68642.47	145682.40	121292.17	176701.33	9.7527602	9.9161673	9.8365919	10.1634071	32
29	56616.65	82429.09	68685.27	145591.61	122316.40	176626.49	9.7529442	9.9160805	9.8368636	10.1631364	31
30	56640.62	82412.62	68728.10	145500.90	121340.64	176551.73	9.7531280	9.9159937	9.8371343	10.1628657	30
31	56664.59	82396.14	68770.94	145410.27	121364.91	176477.04	9.7533118	9.9155069	9.8374049	10.1625951	29
32	56688.56	82379.65	68813.79	145319.71	121389.20	176402.43	9.7534954	9.9158200	9.8376755	10.1623245	28
33	56712.51	82363.16	68856.66	145229.23	121413.58	176317.91	9.7536790	9.9157330	9.8379460	10.1620540	27
34	56736.48	82346.66	68899.55	145138.83	121437.83	176253.45	9.7538624	9.9156460	9.8382164	10.1617836	26
35	56760.43	82330.15	68942.46	145048.50	121462.18	176179.08	9.7540457	9.9155589	9.8384867	10.1615133	25
36	56784.37	82313.64	68985.38	144058.25	121486.55	176104.78	9.7542288	9.9154718	9.8387571	10.1612429	24
37	56808.31	82297.12	69028.32	144868.08	12151[illegible]4	176030.56	9.7544119	9.9153846	9.8390273	10.1609727	23
38	56832.25	81280.59	69071.28	144777.98	221535.35	175956.42	9.7545949	9.9152974	9.8392975	10.1607025	22
39	56856.18	82264.05	69114.25	144687.96	121559.78	275882.36	9.7547777	9.9152101	9.8395676	10.1604324	21
40	56880.11	82247.51	69157.24	144598.01	121584.23	175808.37	9.7549604	9.9151228	9.8398377	10.1601623	20
41	56904.03	82230.96	69203.25	144508.14	121608.70	175734.46	9.7551431	9.9150354	9.8401077	10.1598923	19
42	56927.95	82214.40	69243.28	144418.34	121633.19	175660.63	9.7553256	9.9149479	9.8403776	10.1596224	18
43	56951.86	82197.84	69286.33	144318.62	121657.70	175586.87	9.7555080	9.9148604	9.8406475	10.1593525	17
44	56975.77	82181.27	69329.39	144238.97	121682.23	175513.19	9.7556902	9.9147729	9.8409174	10.1590826	16
45	56999.69	82164.69	69372.47	144149.40	121706.78	175439.59	9.7558724	9.9146852	9.8411871	10.1588129	15
46	57023.58	82148.11	69415.57	144059.91	121731.35	175366.07	9.7560544	9.9145976	9.8414569	10.1585431	14
47	57047.47	82131.52	69458.68	143970.49	121755.94	175292.62	9.7562364	9.9145099	9.8417265	10.1582735	13
48	57071.36	82114.92	69501.81	143881.14	121780.55	175219.24	9.7564182	9.9144221	9.8419961	10.1580039	12
49	57095.24	82098.31	69544.96	143791.87	121805.18	175145.94	9.7565999	9.9143342	9.8422657	10.1577343	11
50	57119.12	82081.70	69588.13	143702.68	121829.83	175072.73	9.7567815	9.9142464	9.8425351	10.1574649	10
51	57142.99	82065.08	69631.31	143613.56	121854.50	174999.58	9.7569630	9.9141584	9.8428046	10.1572954	9
52	57166.86	82048.46	69674.51	143524.51	121879.19	174926.51	9.7571444	9.9140704	9.8430739	10.1569261	8
53	57190.73	82031.83	69717.73	143435.54	121903.90	174853.52	9.7573256	9.9139824	9.8433432	10.1566568	7
54	57214.59	82015.19	69760.97	143346.64	121928.64	174780.60	9.7575068	9.9138943	9.8436125	10.1563875	6
55	57238.44	81998.54	69804.22	143257.81	121953.39	174707.76	9.7576878	9.9138061	9.8438817	10.1561183	5
56	57262.29	81981.89	69847.49	143169.06	121978.16	174634.99	9.7578687	9.9137179	9.8441508	10.1558492	4
57	57286.14	81965.23	69890.78	143080.39	122002.96	174562.30	9.7580495	9.9136196	9.8444199	10.1555801	3
58	57309.98	81948.56	69934.09	142991.78	122027.77	174489.69	9.7582302	9.9135413	9.8446889	10.1553111	2
59	57333.81	81931.89	69977.41	142903.26	122052.60	174417.15	9.7584108	9.9134530	9.8449579	10.1550421	1
60	57357.64	81915.21	70020.75	142814.80	122077.46	174344.68	9.7585913	9.9133645	9.8452268	10.1547732	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	Lo. Cos.	L. Seno.	Lo. Cot.	L. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecant.	Log. Sen.	L. Cosen.	Lo. Tan.	L. Cotang.	M
0	57357.64	81915.21	70020.75	142814.80	121077.46	174344.68	9.7585913	9.9133645	9.8452268	10.1547732	60
1	57381.47	81898.52	70064.11	142726.42	122102.33	174172.29	9.7587717	9.9132760	9.8454956	10.1545044	59
2	57405.29	81881.82	70107.49	142638.11	122127.13	174199.97	9.7589519	9.9131875	9.8457644	10.1542356	58
3	57429.11	81865.12	70150.89	142549.87	122152.15	174127.73	9.7591321	9.9130989	9.8460332	10.1539668	57
4	57452.92	81848.41	70194.30	142461.71	122177.08	174055.56	9.7593121	9.9130102	9.8463018	10.1536982	56
5	57476.72	81831.69	70237.73	142373.62	122202.04	173983.47	9.7594920	9.9129215	9.8465705	10.1534295	55
6	57500.52	81814.97	70281.18	142285.61	122227.02	173911.45	9.7596718	9.9128328	9.8468390	10.1531610	54
7	57524.32	81798.24	70324.65	142197.66	122252.02	173839.51	9.7598515	9.9127440	9.8471075	10.1528925	53
8	57548.11	81781.50	70368.13	142109.79	122277.03	173767.64	9.7600311	9.9126551	9.8473760	10.1526240	52
9	57571.90	81764.76	70411.63	142022.00	122302.07	173695.85	9.7602106	9.9125662	9.8476444	10.1523556	51
10	57595.68	81748.01	70455.15	141934.27	122327.13	173624.13	9.7603899	9.9124772	9.8479127	10.1520873	50
11	57619.46	81731.25	70498.69	141840.62	122352.21	173552.47	9.7605692	9.9123882	9.8481810	10.1518190	49
12	57643.23	81714.49	70542.24	141759.04	122377.32	173480.90	9.7607483	9.9122991	9.8484492	10.1515508	48
13	57667.00	81697.72	70585.81	141671.53	122402.44	173409.41	9.7609274	9.9122099	9.8487174	10.1512826	47
14	57690.76	81680.94	70629.40	141584.09	122427.58	173337.98	9.7611063	9.9121207	9.8489855	10.1510145	46
15	57714.52	81664.15	70673.01	141496.73	122452.74	173266.63	9.7612851	9.9120315	9.8492536	10.1507464	45
16	57738.27	81647.36	70716.64	141409.43	122477.93	173195.35	9.7614638	9.9119422	9.8495216	10.1504784	44
17	57762.02	81630.56	70760.29	141322.21	122503.13	173124.14	9.7616424	9.9118528	9.8497896	10.1502104	43
18	57785.76	81613.76	70803.95	141235.06	122528.36	173053.01	9.7618208	9.9117634	9.8500575	10.1499425	42
19	57809.50	81596.95	70847.63	141147.99	122553.98	172981.95	9.7619992	9.9116739	9.8503253	10.1496747	41
20	57833.23	81580.13	70891.33	141060.98	122578.87	172910.96	9.7621775	9.9115844	9.8505931	10.1494069	40
21	57856.96	81563.30	70935.05	140974.05	122604.16	172840.05	9.7623556	9.9114948	9.8508608	10.1491392	39
22	57880.68	81546.47	70978.78	140887.18	121619.47	172769.21	9.7625337	9.9114052	9.8511285	10.1488715	38
23	57904.40	81529.63	71022.53	140800.39	122654.80	172698.44	9.7627116	9.9113155	9.8513961	10.1486039	37
24	57928.12	81512.78	71066.30	140713.67	122680.15	172627.74	9.7628894	9.9112257	9.8516637	10.1483363	36
25	57951.83	81495.93	71110.09	140627.02	122705.52	172557.12	9.7630671	9.9111359	9.8519312	10.1480688	35
26	57975.53	81479.06	71153.90	140540.44	122730.91	172486.57	9.7632447	9.9110460	9.8521987	10.1478013	34
27	57999.23	81462.19	71197.73	140453.93	122756.33	172416.09	9.7634221	9.9109561	9.8524661	10.1475339	33
28	58022.92	81445.32	71241.57	140367.49	122781.76	172345.68	9.7635996	9.9108661	9.8527335	10.1472665	32
29	58046.61	81428.44	71285.43	140281.13	122807.21	172275.34	9.7637769	9.9107761	9.8530008	10.1469992	31
30	58070.30	81411.55	71329.31	140194.83	122832.69	172205.08	9.7639540	9.9106860	9.8532680	10.1467320	30
31	58093.98	81394.65	71373.21	140108.60	122858.19	172134.80	9.7641311	9.9105959	9.8535352	10.1464648	29
32	58117.65	81377.75	71417.13	140022.45	122883.71	172064.77	9.7643080	9.9105057	9.8538023	10.1461977	28
33	58141.32	81360.84	71461.06	139936.36	122909.25	171994.72	9.7644849	9.9104155	9.8540694	10.1459306	27
34	58164.98	81343.93	71505.01	139850.34	122934.81	171924.75	9.7646616	9.9103251	9.8543365	10.1456635	26
35	58188.64	81327.01	71548.98	139764.40	122960.39	171854.84	9.7648382	9.9102348	9.8546034	10.1453966	25
36	58212.30	81310.08	71592.97	139678.52	122985.99	171785.01	9.7650147	9.9101444	9.8548703	10.1451297	24
37	58235.95	81293.14	71636.98	139592.72	123011.61	171715.25	9.7651911	9.9100539	9.8551372	10.1448628	23
38	58259.59	81276.20	71681.01	139506.98	123037.25	171645.56	9.7653674	9.9099634	9.8554041	10.1445959	22
39	58283.23	81259.25	71725.05	139421.31	123062.92	171575.94	9.7655436	9.9098728	9.8556708	10.1443292	21
40	58306.87	81242.29	71769.11	139335.71	123088.61	171506.39	9.7657197	9.9097822	9.8559376	10.1440624	20
41	58330.50	81225.32	71813.19	139250.18	123114.32	171436.91	9.7658957	9.9096915	9.8562041	10.1437958	19
42	58354.12	81208.35	71857.29	139164.73	123140.05	171367.50	9.7660715	9.9096007	9.8564708	10.1435192	18
43	58377.74	81191.37	71901.41	139079.34	123165.80	171298.17	9.7662473	9.9095099	9.8567374	10.1432626	17
44	58401.36	81174.39	71945.55	138994.01	123191.57	171228.90	9.7664219	9.9094190	9.8570039	10.1429961	16
45	58424.97	81157.40	71989.70	138908.76	123217.36	171159.70	9.7665985	9.9093281	9.8572704	10.1427296	15
46	58448.57	81140.40	72033.87	138823.58	123243.17	171090.58	9.7667739	9.9092371	9.8575368	10.1424631	14
47	58472.17	81123.39	72078.06	138738.46	123269.00	171021.52	9.7669492	9.9091461	9.8578031	10.1421909	13
48	58495.77	81106.38	72122.27	138653.42	123294.86	170952.54	9.7671244	9.9090550	9.8580694	10.1419306	12
49	58519.36	81089.36	72166.50	138568.44	123320.74	170883.62	9.7672996	9.9089639	9.8583357	10.1416643	11
50	58542.94	81072.33	72210.75	138483.53	123346.64	170814.78	9.7674746	9.9088727	9.8586019	10.1413981	10
51	58566.52	81055.30	72255.02	138398.69	123372.56	170746.00	9.7676494	9.9087814	9.8588680	10.1411320	9
52	58590.10	81038.26	72299.31	138313.92	123398.50	170677.30	9.7678242	9.9086901	9.8591341	10.1408659	8
53	58613.67	81021.21	72343.61	138229.22	123424.46	170608.66	9.7679989	9.9085988	9.8594002	10.1405998	7
54	58637.24	81004.16	72387.93	138144.58	123450.44	170540.10	9.7681735	9.9085074	9.8596662	10.1403338	6
55	58660.80	80987.10	72432.27	138060.01	123476.45	170471.60	9.7683480	9.9084159	9.8599321	10.1400679	5
56	58684.35	80970.03	72476.63	137975.51	123502.48	170403.18	9.7685223	9.9083243	9.8601980	10.1398020	4
57	58707.90	80952.96	72511.01	137891.08	123528.52	170334.82	9.7686966	9.9082327	9.8604638	10.1395362	3
58	58731.45	80935.88	72565.41	137806.72	123554.59	170266.53	9.7688707	9.9081411	9.8607296	10.1392704	2
59	58754.99	80918.79	72609.83	137722.42	123580.68	170198.31	9.7690448	9.9080494	9.8609954	10.1390046	1
60	58778.53	80901.70	72654.26	137638.19	123606.80	170130.16	9.7692187	9.9079576	9.8612610	10.1387390	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L. Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo. Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secant.	Cosecan.	L. Sen.	Lo. Cof	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	58778.53	80901.70	72654.26	137638.19	123606.80	170130.16	9.7692187	9.9079579	9.8612610	10.1387390	60
1	58801.06	80884.60	72698.71	137554.03	123631.94	170062.08	9.7693925	9.9078658	9.8615267	10.1384733	59
2	58825.58	80867.49	72743.18	137469.94	123659.09	169994.07	9.7695662	9.9077740	9.8617923	10.1382077	58
3	58849.10	80850.37	72787.67	137385.91	123685.26	169926.12	9.7697108	9.9076821	9.8620578	10.1379422	57
4	58872.62	80833.25	72832.18	137301.95	123711.48	169858.25	9.7699134	9.9075901	9.8623233	10.1376767	56
5	58896.13	80816.12	72876.71	137218.05	123737.68	169790.44	9.7700868	9.9074980	9.8625887	10.1374113	55
6	58019.64	80798.99	72921.26	137134.23	123763.93	169722.71	9.7702601	9.9074059	9.8628541	10.1371459	54
7	58943.14	80781.85	72965.82	137050.47	123790.19	169655.04	9.7704332	9.9073138	9.8631195	10.1368805	53
8	58966.63	80764.70	73010.40	136966.78	123816.47	169587.43	9.7706063	9.9072216	9.8633848	10.1366152	52
9	58990.12	80747.54	73055.01	136883.15	123842.78	169519.90	9.7707793	9.9071293	9.8636500	10.1363500	51
10	59013.61	80730.38	73099.63	136799.59	123869.11	169452.44	9.7709522	9.9070370	9.8639152	10.1360848	50
11	59037.09	80713.21	73144.27	136716.10	123895.46	169385.04	9.7711249	9.9069446	9.8641803	10.1358197	49
12	59060.57	80696.03	73188.94	136632.67	123921.83	169317.71	9.7712976	9.9068522	9.8644454	10.1355546	48
13	59084.04	80678.85	73233.62	136549.31	123948.22	169250.45	9.7714702	9.9067597	9.8647105	10.1352895	47
14	59107.50	80661.66	73278.31	136466.02	223974.64	169183.26	9.7716426	9.9066671	9.8649755	10.1350245	46
15	59130.96	80644.46	73323.03	136382.79	124001.08	169116.13	9.7718150	9.9065745	9.8652404	10.1347596	45
16	59154.42	80627.26	73367.77	136299.63	124027.54	169049.07	9.7719872	9.9064819	9.8655053	10.1344947	44
17	59177.87	80610.05	73412.53	136216.53	124054.02	168982.08	9.7721593	9.9063892	9.8657702	10.1342298	43
18	59201.32	80592.83	73457.30	136133.50	124080.52	168915.16	9.7723314	9.9062964	9.8660350	10.1339650	42
19	59224.76	80575.60	73502.10	136050.54	124107.04	168848.30	9.7725033	9.9062036	9.8662997	10.1337003	41
20	59248.19	80558.37	73546.91	135967.64	124133.59	168781.51	9.7726751	9.9061107	9.8665644	10.1334356	40
21	59271.62	80541.13	73591.74	135884.81	124160.16	168714.79	9.7728468	9.9060177	0.8668291	10.1331709	39
22	59295.05	80523.89	73636.60	135802.04	124186.75	168648.14	9.7730185	9.9059247	9.8670937	10.1329063	38
23	59318.47	80506.64	73681.47	135719.34	124213.36	168581.55	9.7731900	9.9058317	9.8673583	10.1326417	37
24	59341.89	80489.38	73726.36	135636.70	124239.99	168515.03	9.7733614	9.9057386	9.8676228	10.1323772	36
25	59365.30	80472.11	73771.27	135554.13	124266.65	168448.57	9.7735327	9.9056454	9.8678873	10.1321127	35
26	59388.71	80454.84	73816.20	135471.62	124293.33	168382.18	9.7737039	9.9055521	9.8681517	10.1318483	34
27	59412.11	80437.56	73861.15	135389.18	124310.03	168315.86	9.7738740	9.9054589	9.8684160	10.1315840	33
28	59435.50	80420.28	73906.11	135306.80	124346.75	168249.61	9.7740459	9.9053656	9.8686803	10.1313197	32
29	59458.89	80402.99	73951.10	135224.49	124373.49	168183.41	9.7742168	9.9052722	9.8689446	10.1320554	31
30	59482.28	80385.69	73996.11	135142.24	124400.26	168117.30	9.7743876	9.9051787	9.8692089	10.1307911	30
31	59505.66	80368.38	74041.14	135060.06	124427.05	168051.24	9.7745583	9.9050852	9.8694731	10.1305269	29
32	59529.03	80351.07	74086.18	134077.94	124453.86	167985.25	9.7747288	9.9049916	0.8697372	10.1302628	18
33	59552.40	80333.75	74131.24	134895.89	124480.69	167919.31	9.7748993	9.9048980	0.8700013	10.1299987	17
34	59575.77	80316.42	74176.33	134813.90	124507.54	167853.47	9.7750697	9.9048043	9.8702653	10.1297347	26
35	59599.13	80299.09	74221.43	134731.97	124534.42	167787.68	9.7752399	9.9047106	9.8705293	10.1294707	15
36	59622.49	80281.75	74266.55	134650.11	124561.31	167721.95	9.7754101	9.9046168	0.8707933	10.1292067	24
37	59645.84	80264.40	74311.70	134568.32	124588.23	167656.29	9.7755801	9.9045232	9.8710572	10.1289428	23
38	59669.18	80247.05	74356.86	134486.58	124615.18	167590.70	9.7757501	9.9044291	9.8713210	10.1286790	22
39	59692.52	80229.69	74402.04	134404.92	124642.14	167525.17	9.7759199	9.9043351	9.8715848	10.1284152	21
40	59715.86	80212.32	74447.24	134323.31	124669.13	167459.70	9.7760897	9.9042411	9.8718486	10.1281514	20
41	59739.19	80194.94	74492.46	134241.77	124696.14	167394.30	9.7762593	9.9041470	9.8721123	10.1278877	19
42	59762.51	80177.55	74537.70	134160.20	124723.17	167318.97	9.7764289	9.9040529	9.8723760	10.1276240	18
43	59785.83	80160.17	74582.96	134078.88	114750.22	167263.70	9.7765983	9.9039587	9.8726396	10.1273604	17
44	59809.15	80142.78	74628.24	133997.53	124777.30	167198.50	9.7767676	9.9038644	9.8729032	10.1270968	16
45	59832.46	80125.38	74673.54	133916.24	114804.40	167133.36	9.7769369	9.9037701	9.8731668	10.1168332	15
46	59855.76	80107.9	74718.81	133835.02	124831.52	167068.28	9.7771060	9.9036757	9.8734303	10.1265697	14
47	59879.04	80090.56	74764.20	133753.86	124858.66	167003.28	9.7772750	9.9035813	9.8736937	10.1263063	13
48	59902.36	80073.14	74809.56	133672.76	124885.83	166938.33	9.7774439	9.9034868	9.8739571	10.1260429	12
49	59925.65	80055.71	74854.94	133591.72	114913.02	166872.45	9.7776128	9.9033923	9.8742204	10.1257796	11
50	59948.93	80038.27	74900.33	133510.75	124940.23	166808.64	9.7777815	9.9032977	9.8744837	10.1255163	10
51	59972.21	80020.83	74945.75	133429.84	124967.46	166743.89	9.7779501	9.9032031	9.8747470	10.1252530	9
52	59995.49	80003.38	74991.19	133349.00	114994.71	166679.20	9.7781186	9.9031084	9.8750102	10.1249898	8
53	60018.76	79985.93	75036.65	133268.22	125021.99	166614.58	9.7782870	9.9030136	9.8752734	10.1247266	7
54	60042.02	79968.47	75081.12	133187.49	125049.29	166550.02	9.7784553	9.9029188	9.8755365	10.1244635	6
55	60065.28	79951.00	75127.61	133106.84	125076.61	166485.52	9.7786235	9.9028230	9.8757996	10.1241004	5
56	60088.53	79933.52	75173.14	133026.24	125103.96	166421.09	9.7787916	9.9027289	9.8760627	10.1239373	4
57	60111.78	79916.04	75218.67	131945.71	125131.33	166356.73	9.7789596	9.9026339	9.8763157	10.1236743	3
58	60135.03	79898.55	75264.23	132865.24	125158.72	166292.43	9.7791275	9.9025389	9.8765886	10.1234114	2
59	60159.27	79881.05	75309.81	132784.83	225186.13	166228.19	9.7792953	9.9024438	9.8768515	10.1231485	1
60	60181.50	79863.55	75355.40	132704.48	125213.57	166164.01	9.7794630	9.9023486	9.8771144	10.1218856	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secante.	Lo. Cof.	L.Seno.	L. Cot.	Lo.Tang.	

53. Gr.

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cofecan.	Log. Sen.	L. Cofen.	L. Tang.	L. Cotang.	M
0	60181.50	79863.55	75355.40	132704.48	125213.57	166104.01	9.7794630	9.9023486	9.8771144	10.1228856	60
1	60204.73	79846.04	75401.02	132614.20	125241.01	166099.90	9.7796305	9.9022534	9.8773772	10.1226228	59
2	60227.95	79828.52	75446.66	132543.97	125268.50	166035.85	9.779798	9.9021581	9.8776400	10.1223600	58
3	60251.17	79811.00	75492.32	132463.81	125296.01	165971.87	9.779965	.9020628	9.8779027	10.1220973	57
4	60174.39	79793.47	75537.99	132183.71	125323.53	165907.05	9.7801328	9.9019674	9.8781654	10.1218340	56
5	60297.60	79775.93	75583.69	132303.68	125351.08	165844.00	9.7803000	9.9018719	9.8784281	10.1215719	55
6	60320.80	79758.39	75629.41	132223.70	125378.65	165780.30	9.7804671	9.9017764	9.8786907	10.1213093	54
7	60344.00	79740.84	75675.14	132143.79	125406.25	165710.57	9.7806341	9.9016808	9.8789533	10.1210407	53
8	60367.19	79723.28	75720.90	132063.93	125433.87	165652.90	9.7808010	9.9015852	9.8792158	10.1207842	52
9	60390.38	79705.72	75766.68	131084.14	125461.51	165589.29	9.7809677	9.0014895	9.8794782	10.1205218	51
10	60413.56	79688.15	75812.48	231904.41	125489.17	165525.75	9.7811344	9.9013938	9.8797407	10.1202593	50
11	60436.74	79670.57	75858.29	131824.74	125516.85	165462.27	9.7813010	9.9012980	9.8800031	10.1199969	49
12	60459.91	79652.99	75904.13	131745.13	125544.56	165398.85	9.7814675	9.9012021	9.8802654	10.1197346	48
13	60483.08	79635.40	75949.99	131665.59	125572.29	165335.50	9.7816339	9.9011062	9.8805277	10.1194723	47
14	60506.24	79617.80	75995.87	131586.10	125600.05	165272.21	9.7818001	9.9010102	9.8807900	10.1192100	46
15	60529.40	79600.20	76041.77	131506.68	125627.82	165208.98	9.7819664	9.9009142	9.8810522	10.1189478	45
16	60552.55	79582.59	76087.69	131427.31	125655.02	165145.81	9.7821324	9.9008181	9.8813144	10.1186856	44
17	60575.70	79564.97	76133.63	131348.01	225683.45	165082.70	9.7822984	9.9007219	9.8815765	10.1184235	43
18	60598.84	79547.35	76179.59	131268.76	125711.29	165019.66	9.7824643	9.9006257	9.8818386	10.1181614	42
19	60621.98	79529.71	76225.57	131189.58	125739.26	164956.68	9.7826301	9.9005294	9.8821007	10.1178993	41
20	60645.11	79512.08	76271.57	131110.46	225767.05	164893.76	9.7827958	9.9004331	9.8823627	20.1176373	40
21	60668.23	79494.43	76317.59	132031.40	125794.97	164830.90	9.7829614	9.9003367	9.8826246	10.1173754	39
22	60691.35	79476.78	76363.63	130952.39	125822.91	164768.11	9.7831268	9.9002403	9.8828866	10.1171134	38
23	60714.47	79459.12	76409.69	130873.45	125850.87	164705.37	9.7832922	9.9001438	9.8831484	10.1168516	37
24	60737.58	79441.46	76455.77	130794.57	125878.85	164641.70	9.7834575	9.9000472	9.8834105	10.1165897	36
25	60760.69	79423.79	76501.88	130715.75	125906.86	164580.09	9.7836227	9.8999506	9.8836721	10.1163279	35
26	60783.79	79406.11	76548.00	130636.99	125934.89	164517.54	9.7837878	9.8998539	9.8839338	10.1160662	34
27	60805.89	79388.43	76594.14	130558.28	125962.94	164455.06	9.7839528	9.8997572	9.8841950	10.1158044	33
28	60829.98	79370.74	76640.21	130479.64	125991.02	164392.63	9.7841177	9.8996604	9.8844572	10.1155428	32
29	60853.06	79353.04	76686.49	130401.06	126019.12	164330.27	9.7842824	9.8995636	9.8847189	10.1152811	31
30	60876.14	79335.33	76732.70	130322.54	126047.24	164267.96	9.7844471	9.8994667	9.8849805	10.1150195	30
31	60899.22	79317.62	76778.93	130244.07	126075.39	164205.72	9.7846117	9.8993697	9.8852420	10.1147580	20
32	60912.29	79299.90	76825.17	130165.67	126103.56	164143.54	9.7847762	9.8992727	9.8855035	10.1144965	28
33	60945.35	79282.18	76871.42	130087.31	126131.75	164081.42	9.7849406	9.8991756	9.8857650	10.1142350	27
34	60968.41	79264.45	76917.73	130009.04	126159.97	164019.36	9.7851049	9.8990784	9.8860164	20.1139736	26
35	60991.47	79246.71	76964.04	129930.81	126188.20	163957.36	9.7852691	9.8989812	9.8862878	10.1137122	25
36	61014.52	79228.96	77010.37	129852.65	126216.46	163895.42	9.7854332	9.8988840	9.8865492	10.1134508	24
37	61037.56	79211.21	77056.72	129774.54	126244.75	163833.55	9.7855972	9.8987867	9.8868105	10.1131895	23
38	61060.60	79193.45	77103.09	129696.49	126273.06	163771.73	9.7857611	9.8986893	9.8870718	10.1129282	22
39	61083.63	79175.69	77149.48	129618.50	126301.40	163709.97	9.7859240	9.8985919	9.8873330	10.1126670	22
40	61106.66	79157.92	77195.69	129540.57	126329.75	163648.28	9.7860886	9.8984944	9.8875942	10.1124058	20
41	62129.68	79140.14	77242.33	129462.60	126358.13	163586.64	9.7862522	9.8983968	9.8878554	10.1122446	19
42	61152.70	79122.35	77288.70	129384.88	126386.53	163525.07	9.7864157	9.8982991	9.8881165	10.1118835	18
43	61175.72	79104.56	77335.26	129307.12	126414.96	163463.55	9.7865791	9.8982015	9.8883775	10.1116225	17
44	61198.73	79086.76	77381.75	129229.43	126443.41	163402.10	9.7867424	9.8981038	9.8886386	10.2113614	16
45	61221.73	79068.96	77428.27	129151.79	126471.88	163340.70	9.7869056	9.8980060	9.8888996	10.1111004	15
46	61244.73	79051.15	77474.81	129074.21	126500.38	163279.37	9.7870687	9.8979082	9.8891605	10.1108395	14
47	61267.72	79033.33	77521.37	128996.69	126528.90	163218.00	9.7872317	9.8978103	9.8894214	10.1105786	13
48	61290.71	79015.50	77567.95	128919.22	126557.45	163156.88	9.7873946	9.8977223	9.8896823	10.1103177	12
49	61313.69	78997.67	77614.55	128841.82	126586.01	163095.72	9.7875574	9.8976143	9.8899432	10.1100568	11
50	61336.66	78979.83	77661.17	128764.47	126614.60	163034.62	9.7877202	9.8975162	9.8902040	10.1097960	10
51	61359.63	78961.98	77707.82	128687.18	126643.22	162973.59	9.7878828	9.8974181	9.8904647	10.1005353	9
52	61382.60	78944.13	77754.48	128609.95	126671.86	162912.61	9.7880453	9.8973199	9.8907254	10.1092746	8
53	61405.56	78926.27	77801.17	128532.77	126700.52	162851.69	9.7881077	9.8972216	9.8009861	10.1090139	7
54	61428.52	78908.41	77847.88	128455.66	126729.21	162790.83	9.7883701	9.8971212	9.8012468	10.1087532	6
55	61451.47	78890.54	77894.60	128378.60	126757.92	162730.03	9.7885323	9.8970249	9.8015074	10.1084926	5
56	61474.42	78872.66	77941.35	128301.60	126786.65	162669.29	9.7886944	9.8969245	9.8917679	10.1082321	4
57	61497.36	78854.77	77988.12	128224.66	126815.41	162608.61	9.7888565	9.8968282	9.8920185	10.1079715	3
58	61520.29	78836.88	78034.92	128147.76	126844.19	162547.99	9.7890184	9.8967294	9.8922890	10.1077110	2
59	61543.22	78818.98	78081.73	128070.93	126872.99	162487.43	9.7891802	9.8966308	9.8925494	10.1074506	1
60	61566.15	78801.07	78128.56	127994.16	126901.82	162426.02	9.7893420	9.8965321	9.8928098	10.1071907	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent	Cofec.	Secant.	Lo. Cof.	L. Seno.	Lo Cot.	L. Tang.	

M	Seno.	Cofeno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cofecan	Log. Sen	L. Cof.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	61566.15	78801.07	78128.56	127994.16	126901.82	162426.92	9.7893420	9.8965321	9.8928098	10.1071902	60
1	61589.07	78783.16	78175.42	127917.45	126930.67	162366.48	9.7895036	9.8964334	9.8930702	10.1069298	59
2	61611.98	78765.24	78222.29	127840.79	126959.55	162306.00	9.7896652	9.8963346	9.8933306	10.1066694	58
3	61634.89	78747.32	78269.19	127764.19	126988.45	162245.76	9.7898265	9.8962358	9.8935909	10.1064091	57
4	61657.79	78729.39	78316.11	127687.64	127017.37	162185.49	9.7899880	9.8961369	9.8938511	10.1061489	56
5	61680.69	78711.45	78363.05	127611.16	127046.32	162125.28	9.7901493	9.8960379	9.8941114	10.1058886	55
6	61703.59	78693.50	78410.02	127534.73	127075.25	162065.13	9.7903104	9.8959389	9.8943715	10.1056285	54
7	61726.48	78675.55	78457.00	127458.36	127104.25	162005.04	9.7904715	9.8958398	9.8946317	10.1053683	53
8	61749.36	78657.59	78504.00	127382.04	127133.31	161945.00	9.7906325	9.8957406	9.8948918	10.1051082	52
9	61772.24	78639.62	78551.03	127305.78	127162.35	161885.02	9.7907933	9.8956414	9.8951519	10.1048481	51
10	61795.11	78621.65	78598.08	127229.57	127191.42	161825.10	9.7909541	9.8955422	9.8954119	10.1045881	50
11	61817.98	78603.67	78645.15	127153.42	127220.51	161765.24	9.7911148	9.8954429	9.8956719	10.1043281	49
12	61840.84	78585.69	78692.24	127077.33	127249.63	161705.44	9.7912754	9.8953435	9.8959319	10.1040681	48
13	61863.70	78567.70	78739.35	127001.30	127278.77	161645.69	9.7914359	9.8952440	9.8961918	10.1038082	47
14	61886.55	78549.70	78786.49	126925.32	127307.94	161586.00	9.7915963	9.8951445	9.8964517	10.1035483	46
15	61009.40	78531.69	78833.04	126849.39	127337.12	161526.37	9.7917566	9.8950449	9.8967116	10.1032884	45
16	61932.24	78513.68	78880.81	126773.53	127366.34	161466.80	9.7919168	9.8949453	9.8969714	10.1030286	44
17	61955.07	78495.66	78928.02	126697.72	127395.57	161407.28	9.7920769	9.8948457	9.8972312	10.1027688	43
18	61977.90	78477.64	78975.24	126621.96	127424.84	161347.83	9.7922369	9.8947459	9.8974910	10.1025090	42
19	62000.73	78459.61	79022.48	126546.26	127454.12	161288.43	9.7923968	9.8946461	9.8977507	10.1022493	41
20	62023.55	78441.57	79069.75	126470.62	127483.43	161229.08	9.7925566	9.8945463	9.8980104	10.1019896	40
21	62046.36	78423.52	79117.03	126395.03	127512.76	161169.80	9.7927163	9.8944464	9.8982700	10.1017300	39
22	62069.17	78405.47	79164.34	126319.50	127542.12	161110.57	9.7928760	9.8943464	9.8985296	10.1014704	38
23	62091.98	78387.41	79211.67	126244.02	127571.50	161051.40	9.7930355	9.8942463	9.8987892	10.1012108	37
24	62114.78	78369.35	79259.02	126168.60	127600.91	160992.28	9.7931949	9.8941462	9.8990487	10.1009513	36
25	62137.57	78351.28	79306.40	126093.23	127630.34	160933.23	9.7933543	9.8940460	9.8993082	10.1006918	35
26	62160.36	78333.20	79353.79	126017.92	127659.80	160874.23	9.7935135	9.8939458	9.8995677	10.1004323	34
27	62183.14	78315.11	79401.21	125942.67	127689.28	160815.28	9.7936717	9.8938456	9.8998271	10.1001729	33
28	62205.92	78297.02	79448.65	125867.47	127718.78	160756.40	9.7938317	9.8937452	9.9000865	10.0999135	32
29	62128.69	78278.92	79496.11	125792.32	127748.31	160697.57	9.7939907	9.8936448	9.9003459	10.0996541	31
30	62251.46	78260.81	79543.59	125717.23	127777.87	160638.79	9.7941496	9.8935444	9.9006052	10.0993948	30
31	62274.22	78242.71	79591.10	125642.19	127807.45	160580.08	9.7943083	9.8934439	9.9008645	10.0991355	29
32	62296.98	78224.59	79638.62	125567.21	127837.05	160521.42	9.7944670	9.8933433	9.9011237	10.0988763	28
33	62319.72	78206.46	79686.17	125492.29	127866.67	160462.81	9.7946256	9.8932426	9.9013830	10.0986170	27
34	62342.48	78188.33	79733.74	125417.42	127896.32	160404.26	9.7947841	9.8931419	9.9016421	10.0983578	26
35	62365.22	78170.19	79781.34	125342.60	127926.00	160345.77	9.7949425	9.8930411	9.9019013	10.0980987	25
36	62387.96	78152.05	79828.95	125267.84	127955.70	160287.34	9.7951008	9.8929404	9.9021604	10.0978396	24
37	62410.69	78133.90	79876.59	125193.13	127985.43	160228.96	9.7952590	9.8928395	9.9024195	10.0975805	23
38	62433.42	78115.74	79924.25	125118.48	128015.18	160170.64	9.7954171	9.8927385	9.9026786	10.0973214	22
39	62456.14	78097.57	79971.93	125043.88	128044.95	160112.37	9.7955751	9.8926375	9.9029376	10.0970624	21
40	62478.85	78079.40	80019.63	124969.33	128074.75	160054.16	9.7957330	9.8925365	9.9031966	10.0968034	20
41	62501.56	78061.22	80067.36	124894.84	128104.57	159996.00	9.7958909	9.8924354	9.9034555	10.0965445	19
42	62524.26	78043.04	80115.11	124820.40	128134.42	159937.90	9.7960486	9.8923342	9.9037144	10.0962856	18
43	62546.96	78024.85	80162.88	124746.02	128164.30	159879.86	9.7962062	9.8922329	9.9039733	10.0960267	17
44	62569.66	78006.65	80210.67	124671.69	128194.20	159821.87	9.7963638	9.8921316	9.9042321	10.0957679	16
45	62592.35	77988.45	80258.48	124597.42	128224.12	159763.94	9.7965212	9.8920303	9.9044909	10.0955091	15
46	62615.04	77970.24	80306.32	124523.20	128254.07	159706.06	9.7966786	9.8919289	9.9047497	10.0952503	14
47	62637.71	77952.02	80354.18	124449.03	128284.04	159648.24	9.7968359	9.8918274	9.9050085	10.0949915	13
48	62660.38	77933.80	80402.06	124374.92	128314.04	159590.47	9.7969930	9.8917258	9.9052672	10.0947328	12
49	62683.05	77915.57	80449.97	124300.86	128344.06	159532.76	9.7971501	9.8916242	9.9055259	10.0944741	11
50	62705.71	77897.33	80497.90	124226.85	128374.11	159475.11	9.7973071	9.8915225	9.9057845	10.0942155	10
51	62728.37	77879.08	80545.85	124152.90	128404.18	159417.51	9.7974640	9.8914208	9.9060431	10.0939569	9
52	62751.02	77860.83	80593.82	124079.00	128434.28	159359.96	9.7976208	9.8913190	9.9063017	10.0936983	8
53	62773.66	77842.57	80641.81	124005.15	128464.40	159302.47	9.7977775	9.8912172	9.9065603	10.0934397	7
54	62796.30	77824.31	80689.83	123931.36	128494.55	159245.04	9.7979341	9.8911153	9.9068188	10.0931812	6
55	62818.94	77806.04	80737.87	123857.62	128524.72	159187.66	9.7980906	9.8910133	9.9070773	10.0929227	5
56	62841.57	77787.77	80785.93	123783.93	128554.92	159130.33	9.7982470	9.8909113	9.9073357	10.0926643	4
57	62864.20	77769.49	80834.02	123710.30	128585.14	159073.06	9.7984034	9.8908092	9.9075941	10.0924059	3
58	62886.81	77751.20	80882.12	123636.72	128615.39	159015.84	9.7985596	9.8907071	9.9078525	10.0921475	2
59	62909.43	77732.90	80930.25	123563.19	128645.66	158958.68	9.7987158	9.8906049	9.9081109	10.0918891	1
60	62932.04	77714.60	80978.40	123489.72	128675.96	158901.57	9.7988718	9.8905026	9.9083692	10.0916308	0
	Cofeno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cofec.	Secant.	L.Cofen.	L. Seno.	Lo.Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecant.	Log. Sen.	L. Cosen.	Lo. Tan.	L. Cotang.	M
0	62932.04	77714.60	80978.40	123489.72	128675.96	158901.57	9.7988718	9.8905026	9.9083692	10.0916308	60
1	62954.64	77696.29	81026.58	123416.29	128706.28	158844.52	9.7990278	9.8904003	9.9086275	10.0913725	59
2	62977.24	77677.97	81074.78	123342.92	128736.63	158787.52	9.799183[illegible]	9.8902979	9.9088858	10.0911142	58
3	62999.83	77659.65	81123.00	123269.61	128767.00	158730.58	9.799339[illegible]	9.8901954	9.9091440	10.0908560	57
4	63022.42	77041.42	81171.24	113196.34	128797.40	158673.69	9.7994951	9.8900929	9.9094022	10.0905978	56
5	63045.00	77622.98	81219.51	123123.13	128827.82	158616.85	9.7996507	9.8899903	9.9096603	10.0903397	55
6	63007.58	77604.64	81267.80	123049.97	128858.27	158560.07	9.7998062	0.8898877	9.9099185	10.0900815	54
7	63090.15	77586.29	81316.11	122976.87	128888.75	158503.34	9.7999616	9.8897850	9.9101766	10.0898234	53
8	63112.72	77567.94	81364.44	122903.81	128919.25	158446.67	9.8001169	9.8896822	9.9104347	10.0895653	52
9	63135.28	77549.58	81412.80	122830.81	128949.77	158390.05	9.8002721	9.8895794	9.9106917	10.0893073	51
10	63157.84	77531.21	81461.18	122757.86	128980.32	158333.48	9.8004272	9.8894765	9.9109507	10.0890493	50
11	63180.39	77512.83	81509.58	122684.96	129010.90	158276.97	9.8005823	9.8893736	9.9112087	10.0887913	40
12	63202.93	77494.45	81558.01	122612.11	129041.50	158220.51	9.8007372	9.8892706	9.9114666	10.0885334	48
13	63225.47	77476.06	81606.46	122539.32	129072.13	158164.11	9.8008921	9.8891675	9.9117245	10.0882755	47
14	63248.00	77457.67	81654.93	122466.58	129102.78	158107.76	9.8010468	9.8890644	9.9119824	10.0880176	46
15	63270.53	77439.27	81703.43	122393.89	129133.46	158051.40	9.8012015	9.8889612	9.9122403	10.0877597	45
16	63293.05	77420.86	81751.95	122321.25	129164.16	157995.21	9.8013561	9.8888580	9.9124981	10.0875019	44
17	63315.57	77402.44	81800.49	122248.66	129194.89	157939.02	9.8015106	9.8887547	9.9127559	10.0872441	43
18	63338.08	77384.02	81849.05	122176.13	129225.64	157882.89	9.8016649	9.8886513	9.9130137	10.0869863	42
19	63360.59	77365.59	81897.64	122103.64	129256.42	157826.80	9.8018192	9.8885479	9.9132714	10.0867286	41
20	63383.09	77347.16	81946.25	122031.21	129287.23	157770.77	9.8019734	9.8884444	9.9135291	10.0864709	40
21	63405.59	77328.72	81994.88	121958.83	129318.06	157714.79	9.8021276	9.8883408	9.9137868	10.0862132	39
22	63428.08	77310.27	82043.54	121886.50	129348.92	157658.87	9.8022816	9.8882372	9.9140444	10.0859556	38
23	63450.57	77291.82	82092.22	121814.22	129379.80	157603.09	9.8024355	9.8881335	9.9143020	10.0856980	37
24	63473.05	77273.36	82140.93	121741.99	129410.71	157547.18	9.8025894	9.8880298	9.9145596	10.0854404	36
25	63495.53	77254.89	82189.65	121669.82	129441.64	157491.41	9.8027431	9.8879260	9.9148171	10.0851829	35
26	63518.00	77236.42	82238.40	121597.69	129472.60	157435.70	9.8028968	9.8878221	9.9150747	10.0849253	34
27	63540.46	77217.94	82287.18	121525.62	129503.59	157380.04	9.8030504	9.8877182	9.9153322	10.0846678	33
28	63562.94	77199.45	81335.97	121453.59	129534.60	157324.43	9.8032038	9.8876142	9.9155896	10.0844104	32
29	63585.37	77180.96	82384.79	121381.62	129565.64	157268.87	9.8033572	9.8875102	9.9158471	10.0841529	31
30	63607.82	77162.46	82433.64	121309.70	129596.70	157213.37	9.8035105	9.8874061	9.9161045	10.0838955	30
31	63630.26	77143.95	82482.51	121237.83	129627.79	157157.92	9.8036637	9.8873019	9.9163618	10.0836381	19
32	63652.70	77125.44	82531.40	121166.01	129658.90	157102.52	9.8038168	9.8871977	9.9166192	10.08338[illegible]	28
33	63675.13	77106.02	82580.31	121094.24	129690.04	157047.17	9.8039699	9.8870934	9.9168765	10.0831235	27
34	63697.56	770[illegible]	82629.[illegible]5	121022.52	129721.21	156991.88	9.8041228	9.8869800	9.9171338	10.0828661	26
35	63719.98	77069.86	82678.21	120950.85	129752.40	156936.64	9.8042757	9.8868846	9.9173911	10.0826089	25
36	63742.40	77051.11	82727.19	120879.23	129783.62	156881.45	9.8044284	9.8867801	9.9176483	10.0823517	24
37	63764.81	77032.78	81770.20	120807.67	129814.87	156826.31	9.8045811	9.8866756	9.9179055	10.0820945	23
38	63787.21	77014.23	82825.23	120730.15	129846.14	156771.23	9.8047336	9.8865710	9.9181627	10.0818373	22
39	63809.61	76995.67	82874.29	120664.68	129877.44	156716.19	9.8048801	9.8864663	9.9184198	10.0815802	21
40	63832.01	76977.10	82923.37	120593.27	129908.76	156661.21	9.8050385	9.8863616	9.9186769	10.0813231	20
41	63854.40	76958.53	82972.47	120521.90	129940.11	156606.28	9.8051908	9.8862568	9.9189340	10.0810660	19
42	63876.78	76939.95	83021.60	120450.58	129971.48	156551.41	9.8053430	9.8861519	9.9191911	10.0808089	18
43	63899.16	76921.37	83070.75	120379.31	130002.88	156496.58	9.8054951	9.8860470	9.9194481	10.0805519	17
44	63921.53	76902.78	83119.92	120308.10	130034.31	156441.81	9.8056472	9.8859420	9.9197051	10.08029[illegible]9	16
45	63943.90	76884.18	83169.12	120236.93	130065.76	156387.08	9.8057991	9.8858370	9.9199621	10.0800179	15
46	63966.26	76865.58	83218.34	120165.81	130097.24	156332.41	9.8059510	9.8857319	9.9202191	10.0797809	14
47	63988.62	76846.97	83267.59	120094.75	130128.75	156277.79	9.8061027	9.8856267	9.9204760	10.0795240	13
48	64010.97	76828.35	83316.86	120023.73	130160.28	156223.22	9.8062544	9.8855215	9.9207329	10.0702671	12
49	64033.32	76809.73	83366.15	119952.76	130191.84	156168.70	9.8064060	9.8854162	9.9209898	10.0790102	11
50	64055.66	76791.10	83415.47	119881.84	130223.43	156114.24	9.8065575	9.8853109	9.9212466	10.0787534	10
51	64077.99	76772.46	83464.81	119810.97	130255.04	156059.82	9.8067089	9.8852055	9.9215034	10.0784966	9
52	64100.32	76753.82	83514.18	119740.15	130286.68	156005.46	9.8068602	9.8851000	9.9217602	10.078[illegible]398	8
53	64122.64	76735.17	83563.57	119669.38	130318.34	155951.15	9.8070114	9.8849945	9.9220170	10.0779810	7
54	64144.96	76716.51	83612.98	119598.66	130350.03	155896.89	9.8071626	9.8848880	9.9222737	10.0777263	6
55	64167.27	76697.85	83662.42	119527.99	130381.75	155842.67	9.8073136	9.8847832	9.9225304	10.0774696	5
56	64189.58	76679.18	83711.88	119457.36	130413.49	155788.51	9.8074646	9.8846775	9.9227871	10.0772129	4
57	64211.88	76660.51	83761.36	119386.79	130445.26	155734.41	9.8076154	9.8845717	9.9230437	10.0769563	3
58	64234.28	76641.83	83810.87	119316.26	130477.06	155680.35	9.8077662	9.8844658	9.9233004	10.0766996	2
59	64256.47	76623.14	83860.40	119245.79	130508.88	155626.34	9.8079169	9.8843599	9.9235570	10.0764430	1
60	64278.76	76604.44	83909.96	119175.36	130540.73	155572.38	9.8080675	9.8842540	9.9238135	10.0761865	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L.Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo.Tang.	

M	*Seno.*	*Cofeno.*	*Tangent.*	*Cotang.*	*Secante.*	*Cofecan.*	*Log. Sen.*	*Log. Cof.*	*L. Tang.*	*L. Cotang.*	M
0	64278.76	76604.44	83909.96	119175.36	130540.73	155572.38	9.8080675	9.8842540	9.9238135	10.0761865	60
1	64301.04	76585.74	83959.54	119104.98	130572.61	155518.48	9.8082180	9.8841479	9.9240701	10.0759299	59
2	64323.32	76567.03	84009.15	119034.65	130604.51	155464.62	9.8083684	9.8840418	9.9243266	10.0756734	58
3	64345.59	76548.32	84058.78	118964.37	130636.44	155410.81	9.8085188	9.8839357	9.9245831	10.0754169	57
4	64367.85	76529.60	84108.44	118894.14	130668.39	155357.06	9.8086692	9.8838295	9.9248396	10.0751604	56
5	64390.11	76510.87	84158.12	118823.95	130700.37	155303.35	9.8088192	9.8837231	9.9250960	10.0749040	55
6	64412.36	76492.14	84207.82	118753.82	130732.38	155249.70	9.8089692	9.8836168	9.9253524	10.0746476	54
7	64434.61	76473.40	84257.55	118683.73	130764.42	155196.09	9.8091192	9.8835104	9.9256088	10.0743912	53
8	64456.85	76454.65	84307.30	118613.69	130796.49	155142.54	9.8092691	9.8834039	9.9258652	10.0741348	52
9	64479.09	76435.90	84357.08	118543.70	130828.58	155089.04	9.8094189	9.8832974	9.9261215	10.0738785	52
10	64501.32	76417.14	84406.88	118473.76	130860.70	155035.58	9.8095686	9.8831908	9.9263778	10.0736222	50
12	64523.55	76398.37	84456.70	118403.87	130892.84	154982.18	9.8097181	9.8830841	9.9266341	10.0733659	49
12	64545.77	76379.60	84506.55	118334.02	130925.01	154928.82	9.8098678	9.8829774	9.9268904	10.0731096	48
13	64567.98	76360.82	84556.43	118264.22	130957.21	154875.52	9.8100172	9.8828706	9.9271466	10.0728534	47
14	64590.19	76342.04	84606.33	118194.47	130989.43	154822.26	9.8101666	9.8827638	9.9274028	10.0725972	46
15	64612.40	76323.25	84656.25	118124.77	131021.68	154769.06	9.8103159	9.8826569	9.9276590	10.0723410	45
16	64634.60	76304.45	84706.20	118055.12	131053.96	154715.90	9.8104650	9.8825499	9.9279151	10.0720848	44
17	64656.79	76285.64	84756.17	117985.51	131086.26	154662.80	9.8106141	9.8824428	9.9281713	10.0718287	43
18	64678.98	76266.83	84806.17	117915.95	131118.59	154609.74	9.8107631	9.8823357	9.9284274	10.0715726	42
19	64701.16	76248.01	84856.19	117846.44	131150.95	154556.73	9.8109121	9.8822285	9.9286835	10.0713165	41
20	64723.34	76229.19	84906.24	117776.98	131183.34	154503.78	9.8110609	9.8821213	9.9289396	10.0710604	40
21	64745.51	76210.36	84956.31	117707.56	131215.75	154450.87	9.8112096	9.8820140	9.9291956	10.0708044	39
22	64767.67	76191.52	85006.40	117638.20	131248.19	154398.01	9.8113583	9.8819067	9.9294516	10.0705484	38
23	64789.83	76172.68	85056.52	117568.88	231280.66	154345.20	9.8115069	9.8817993	9.9297076	10.0702924	37
24	64811.99	76153.83	85106.67	117499.60	131313.16	154292.44	9.8116554	9.8816918	9.9299636	10.0700364	36
25	64834.14	76134.97	85156.84	117430.38	131345.68	154239.73	9.8118038	9.8815842	9.9302195	10.0697805	35
26	64856.28	76116.11	85207.04	117361.20	131378.23	154187.06	9.8119521	9.8814766	9.9304755	10.0695245	34
27	64878.41	76097.24	85257.26	117292.07	131410.81	154134.45	9.8121003	9.8813689	9.9307314	10.0692686	33
28	64900.55	76078.37	85307.51	117222.98	131443.41	154081.89	9.8122484	9.8812612	9.9309872	10.0690128	32
29	64922.68	76059.49	85357.77	117153.95	131476.04	154029.37	9.8123965	9.8811534	9.9312431	10.0687569	31
30	64944.80	76040.60	85408.07	117084.96	131508.70	153976.90	9.8125444	9.8810455	9.9314989	10.0685011	30
31	64966.92	76021.70	85458.39	117016.01	131541.39	153924.49	9.8126923	9.8809376	9.9317547	10.0682453	29
32	64989.03	76002.80	85508.73	116947.11	131574.10	153872.12	9.8128401	9.8808296	9.9320105	10.0679895	28
33	65011.14	75983.89	85559.10	116878.27	131606.84	153819.80	9.8129878	9.8807215	9.9322662	10.0677338	27
34	65033.24	75964.97	85609.50	116809.47	131639.61	153767.52	9.8131354	9.8806134	9.9325220	10.0674780	26
35	65055.33	75946.06	85659.91	116740.71	131672.41	153715.30	9.8132829	9.8805051	9.9327777	10.0672223	25
36	65077.41	75927.13	85710.37	116672.00	131705.23	153663.12	9.8134303	9.8803970	9.9330334	10.0669666	24
37	65099.50	75908.20	85760.84	116603.34	131738.09	153611.00	9.8135777	9.8802887	9.9332890	10.0667110	23
38	65121.58	75889.26	85811.33	116534.72	131770.96	153558.91	9.8137250	9.8801803	9.9335446	10.0664554	22
39	65143.66	75870.31	85861.85	116466.15	131803.86	153505.89	9.8138721	9.8800719	9.9338003	10.0661997	21
40	65165.72	75851.36	85912.40	116397.63	131836.79	153454.91	9.8140192	9.8799634	9.9340559	10.0659441	20
41	65187.78	75832.40	85962.97	116329.16	131869.75	153402.97	9.8141662	9.8798548	9.9343114	10.0656886	19
42	65209.81	75813.43	86013.57	116260.71	131902.74	153351.06	9.8143131	9.8797462	9.9345670	10.0654330	18
43	65231.89	75794.46	86064.19	116192.34	131935.76	153299.25	9.8144600	9.8796375	9.9348225	10.0651775	17
44	65253.94	75775.48	86114.84	116124.00	131968.81	153247.40	9.8146067	9.8795287	9.9350780	10.0649220	16
45	65275.98	75756.50	86165.51	116055.71	132001.88	153195.72	9.8147534	9.8794199	9.9353335	10.0646665	15
46	65298.01	75737.51	86216.21	115987.47	132034.98	153144.03	9.8148999	9.8793110	9.9355889	10.0644111	14
47	65320.05	75718.51	86266.93	115919.27	132068.11	153092.38	9.8150464	9.8792021	9.9358444	10.0641556	13
48	65342.06	75699.50	86317.64	115851.11	132101.26	153040.78	9.8151928	9.8790931	9.9360998	10.0639002	12
49	65364.08	75680.49	86368.45	115783.01	132134.44	152989.23	9.8153391	9.8789840	9.9363552	10.0636448	11
50	65386.09	75661.47	86419.16	115714.95	132167.65	152937.73	9.8154854	9.8788748	9.9366105	10.0633895	10
51	65408.10	75642.45	86470.00	115646.93	132200.89	152886.27	9.8156315	9.8787656	9.9368659	10.0631341	9
52	65430.10	75623.42	86520.94	115578.96	132234.16	152834.87	9.8157776	9.8786563	9.9371212	10.0628788	8
53	65452.09	75604.39	86571.81	115511.04	132267.45	152783.51	9.8159235	9.8785470	9.9373765	10.0626235	7
54	65474.08	75585.35	86622.72	115443.16	132300.77	152732.19	9.8160694	9.8784376	9.9376318	10.0623682	6
55	65496.05	75566.30	86673.64	115375.32	132334.12	252680.93	9.8162152	9.8783281	9.9378871	10.0621129	5
56	65518.04	75547.24	86724.60	115307.54	132367.50	152629.71	9.8163609	9.8782186	9.9381423	10.0618577	4
57	65540.01	75528.18	86775.58	115239.79	132400.91	152578.54	9.8165066	9.8781090	9.9383975	10.0616025	3
58	65561.98	75509.11	86826.59	115172.10	132434.35	152527.41	9.8166521	9.8779994	9.9386527	10.0613473	2
59	65583.94	75490.04	86877.62	115104.45	232467.81	152476.34	9.8167975	9.8778897	9.9389079	10.0610921	1
60	65605.90	75470.96	86928.58	115036.84	232501.30	152425.31	9.8169429	9.8777799	9.9391631	10.0608369	0
	Cofeno.	*Seno.*	*Cotang.*	*Tangent.*	*Cofec.*	*Secante.*	*Lo. Cof.*	*L.Seno.*	*L. Cot.*	*Lo.Tang.*	

M	*Seno.*	*Cofeno.*	*Tangent.*	*Cotang.*	*Secant.*	*Cofecan.*	*L. Sen.*	*Lo. Cof.*	*L. Tang.*	*L.Cotang.*	M
0	65605.90	75470.96	86918.68	115036.84	132501.30	252425.31	9.8169429	9.8777799	9.9391631	10.0608369	60
1	65627.85	75451.87	86979.76	114969.24	132534.82	252374.33	9.8170881	9.8776700	9.9394282	10.0605818	59
2	65649.80	75432.78	87030.87	114901.76	132568.37	152323.39	9.8172334	9.8775601	9.9396733	10.0603267	58
3	65671.74	75413.68	87082.00	114834.29	132601.94	152172.50	9.8173785	9.8774501	9.9399284	10.0600716	57
4	65603.67	75394.57	87133.16	114766.87	132635.54	152221.00	9.8175235	9.8773401	9.9401835	10.0598165	56
5	65715.60	75375.46	87184.35	214699.49	132669.18	152170.87	9.8176685	9.8772300	9.9404385	10.0595615	55
6	65737.52	75356.34	87235.56	124632.15	132702.84	152120.12	9.8178133	9.8771198	9.9406936	10.0593064	54
7	65759.44	75337.21	87286.80	114564.86	132736.53	152069.42	9.8179581	9.8770096	9.9409486	10.0590514	53
8	65781.35	75318.08	87338.06	214497.61	132770.25	152018.76	9.8181028	9.8768993	9.9412036	10.0587964	52
9	65803.26	75298.94	87389.35	114430.41	132803.99	151968.15	9.8182474	9.8767889	9.9414585	10.0585415	51
10	65825.16	75179.80	87440.67	114363.26	131837.76	151017.59	9.8183919	9.8766785	9.9417135	10.0582865	50
11	65847.06	75260.65	87492.01	114196.15	232871.56	151867.08	9.8185364	9.8765680	9.9419684	10.0580316	49
12	65868.95	75241.49	87543.38	114119.08	132905.39	151816.61	9.8186807	9.8764574	9.9412233	10.0577767	48
13	65890.83	75222.33	87594.78	114162.06	231939.25	151766.19	9.8188250	9.8763468	9.9424782	10.0575118	47
14	65912.71	75203.16	87646.20	114095.08	132973.14	151715.81	9.8189692	9.8762361	9.9427331	10.0572669	46
15	65934.58	75183.98	87697.65	114028.15	133007.06	151665.48	9.8192133	9.8761253	9.9429879	10.0570122	45
16	65956.45	75164.80	87749.12	113961.26	133041.00	151615.10	9.8192573	9.8760145	9.9432428	10.0567572	44
17	65978.31	75145.61	87800.62	113894.41	133074.97	151564.96	9.8194011	9.8759036	9.9434976	10.0565024	43
18	66000.17	75126.41	87852.15	113827.61	133108.97	151514.77	9.8195450	9.8757927	9.9437524	10.0562476	42
19	66022.02	75107.21	87903.70	113760.85	133143.00	151464.61	9.8196888	9.8756817	9.9440072	10.0559928	41
20	66043.86	75088.00	87955.18	113694.14	133177.06	151414.52	9.8198325	9.8755706	9.9441619	20.0557381	40
21	66065.70	75068.79	88006.89	113627.47	133211.15	151364.47	9.8199761	9.8754594	9.9445166	10.0554834	39
22	66087.53	75049.57	88058.52	113560.85	133245.27	151314.46	9.8201195	9.8753482	9.9447714	10.0552286	38
23	66109.36	75030.34	88110.18	113494.27	133279.42	151264.50	9.8202630	9.8752369	9.9450261	10.0549739	37
24	66131.18	75011.11	88161.86	113427.73	133313.59	151214.59	9.8204063	9.8751256	9.9452807	10.0547193	36
25	66153.00	74991.87	88213.57	213362.24	133347.79	151164.72	9.8205496	9.8750141	9.9455354	10.0544646	35
26	66174.81	74972.62	88265.32	113294.79	133382.02	151114.89	9.8206927	9.8749027	9.9457900	10.0541100	34
27	66156.62	74953.37	88317.07	113218.39	133416.28	151065.11	9.8208358	9.8747912	9.9460447	10.0539553	33
28	66218.42	74934.11	88368.86	113162.03	133450.57	151015.38	9.8209788	9.8746796	9.9462993	10.0537007	32
29	66240.22	74914.84	88420.68	113095.71	133484.89	150965.69	9.8211217	9.8745679	9.9465535	10.0534461	32
30	66262.01	74895.57	88472.53	113029.44	133519.24	150916.05	9.8111646	9.8744561	9.9468084	10.0531916	30
31	66283.79	74876.29	88524.40	112963.21	133553.62	150866.45	9.8214073	9.8743443	9.9470630	10.0529370	29
32	66305.57	74857.01	88576.30	112897.02	133588.03	150816.90	9.8215500	9.8742325	9.9473175	10.0526815	18
33	66327.34	74837.71	88618.22	112830.88	133612.46	150767.39	9.8216926	9.8741205	9.9475710	10.0514180	27
34	66349.11	74818.42	88680.27	212764.78	133056.92	250717.93	9.8218351	9.8740085	9.9478263	10.0511735	26
35	66370.87	74799.22	88732.15	112698.72	133691.41	150668.51	9.8219775	9.8738965	9.9480810	10.0519190	25
36	66392.62	74779.81	88784.16	212632.71	133725.94	150619.15	9.8221198	9.8737844	9.9483355	10.0516645	24
37	66414.37	74760.49	88836.20	112566.74	133760.49	150569.84	9.8222021	9.8736722	9.9485899	10.0514101	23
38	66436.11	74741.17	88888.26	112500.81	133795.07	250520.54	9.8224042	9.8735599	9.9488443	10.0511557	22
39	66457.85	74721.84	88940.34	112434.93	133829.68	150471.31	9.8225463	9.8734476	9.9490987	10.0509013	22
40	66479.59	74702.51	88991.45	112369.09	133864.32	150422.11	9.8226883	9.8733351	9.9493531	10.0506469	20
41	66501.32	74683.17	89044.59	212303.29	133898.99	150372.97	9.8228302	9.8732217	9.9496075	10.0503925	19
42	66523.04	74663.82	89096.75	112137.54	133933.69	150323.87	9.8229721	9.8731102	9.9498619	10.0501381	18
43	66544.75	74644.46	89148.94	112171.83	133968.41	150274.81	9.8231138	9.8729976	9.9501162	10.0498838	17
44	66566.46	74625.10	89201.16	112106.16	134003.17	150225.80	9.8232555	9.8728849	9.9503705	10.0496295	16
45	66588.17	74605.74	89253.41	112040.53	234037.95	150176.83	9.8233971	9.8717722	9.9506248	10.0493751	15
46	66609.87	74586.37	89305.69	111974.95	134072.76	150127.91	9.8235386	9.8726594	9.9508791	10.0491209	14
47	66631.56	74566.99	89357.99	111909.41	134107.61	150079.03	9.8236800	9.8725466	9.9512334	10.0488666	13
48	66653.25	74547.60	89410.32	111843.91	134242.48	150030.20	9.8238213	9.8724337	9.9513876	10.0486124	12
49	66674.93	74518.21	89462.68	111778.46	134177.38	149981.41	9.8239626	9.8723207	9.9516419	10.0483581	22
50	66696.61	74508.81	89515.06	121713.35	134212.32	149932.67	9.8241037	9.8722076	9.9518961	20.0481039	10
51	66718.18	74488.91	89567.47	121647.68	134147.28	149883.97	9.8242448	9.8720945	9.9521503	10.0478497	9
52	66739.94	74469.99	89619.91	122582.35	234282.27	149835.31	9.8243858	9.8719813	9.9524045	10.0475955	8
53	66761.60	74450.57	89672.38	111517.06	134317.29	249786.70	9.8245267	9.8718681	9.9526587	10.0473413	7
54	66783.26	74431.25	89724.87	121451.82	134352.34	149738.13	9.8246676	9.8717548	9.9529128	10.0470872	6
55	66804.91	74411.72	80777.39	111380.62	234387.42	149689.61	9.8148083	9.8716414	9.9531670	10.0468330	5
56	66826.55	74392.29	89819.94	111321.46	134422.53	149641.13	9.8249490	9.8715279	9.9534221	10.0465789	4
57	66848.18	74371.85	89882.52	121256.35	134457.67	149592.70	9.8250896	9.8714144	9.9536752	10.0463148	3
58	66869.81	74353.40	89935.22	111191.27	134492.84	149544.30	9.8152301	9.8713008	9.9539193	10.0460707	2
59	66891.44	74333.94	89987.75	111126.24	134528.04	149495.96	9.8253705	9.8711872	9.9541844	10.0458166	1
60	66913.06	74314.48	90040.41	211061.15	134563.17	149447.65	9.8255109	9.8710735	9.9544374	10.0455626	0
	Cofeno.	*Seno.*	*Cotang.*	*Tangent.*	*Cofec.*	*Secant.*	*Lo. Cof*	*L. Seno.*	*Lo Cot.*	*L.Tang.*	

48. Gr.

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecan.	Log. Sen	L. Cos.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	66913.06	74314.48	90040.41	111061.25	134563.27	149447.65	9.8255109	9.8710735	9.9544374	10.0455626	60
1	66934.67	74295.01	90093.09	110996.30	134598.53	149399.40	9.8256512	9.8709597	9.9546915	10.0453085	59
2	66956.18	74275.54	90145.80	110931.40	134633.82	149351.18	9.8257913	9.8708458	9.9549455	10.0450545	58
3	66977.88	74256.06	90198.54	110866.53	134669.14	149303.01	9.8259314	9.8707310	9.9551995	10.0448005	57
4	66999.48	74236.57	90251.31	110801.71	134704.49	149254.88	9.8260715	9.8706179	9.9554535	10.0445405	56
5	67021.07	74217.08	90304.11	110736.93	134739.87	149206.80	9.8262114	9.8705039	9.9557075	10.0442925	55
6	67042.66	74197.58	90356.94	110672.19	134775.28	149158.75	9.8263512	9.8703898	9.9559615	10.0440385	54
7	67064.24	74178.08	90409.79	110607.50	134810.72	149110.76	9.8264910	9.8701756	9.9562154	10.0437846	53
8	67085.82	74158.57	90462.67	110542.84	134846.19	149062.80	9.8266307	9.8701613	9.9564694	10.0435306	52
9	67107.30	74139.05	90515.58	110478.23	134881.69	149014.80	9.8267703	9.8700470	9.9567133	10.0432767	51
10	67128.95	74119.53	90568.51	110413.65	134917.21	148967.03	9.8269098	9.8699326	9.9569772	10.0430228	50
11	67150.51	74100.00	90621.47	110349.12	134952.77	148919.20	9.8270403	9.8698182	9.9572311	10.0427689	49
12	67172.06	74080.46	90674.46	110284.63	134988.36	148871.42	9.8271887	9.8697037	9.9574850	10.0425150	48
13	67193.61	74060.92	90727.48	110220.19	135023.98	148823.69	9.8273279	9.8695891	9.9577389	10.0422611	47
14	67215.15	74041.37	90780.55	110155.78	135059.63	148775.99	9.8274671	9.8694744	9.9579927	10.0420073	46
15	67236.68	74021.81	90833.60	110091.41	135095.31	148728.34	9.8276063	9.8693597	9.9582465	10.0417535	45
16	67258.21	74002.25	90886.71	110027.09	135131.02	148680.73	9.8277453	9.8692449	9.9585004	10.0414996	44
17	67279.73	73982.68	90939.84	109962.81	135166.73	148633.17	9.8278843	9.8691301	9.9587542	10.0412458	43
18	67301.25	73963.11	90993.00	109898.56	135202.54	148585.65	9.8280234	9.8690152	9.9590080	10.0409920	42
19	67322.76	73943.53	91046.19	109834.36	135238.34	148538.17	9.8281619	9.8689002	9.9592618	10.0407382	41
20	67344.27	73923.94	91099.41	109770.20	135274.17	148490.73	9.8283006	9.8687851	9.9595155	10.0404845	40
21	67365.77	73904.35	91152.65	109706.08	135310.03	148443.34	9.8284393	9.8686700	9.9597693	10.0402307	39
22	67387.27	73884.75	91205.92	109642.01	135345.93	148395.99	9.8285778	9.8685548	9.9600230	10.0399770	38
23	67408.76	73865.15	91259.22	109577.97	135381.86	148348.68	9.8287163	9.8684396	9.9602767	10.0397233	37
24	67430.24	73845.54	91312.55	109513.97	135417.81	148301.42	9.8288547	9.8683242	9.9605305	10.0394695	36
25	67451.72	73825.92	91365.91	109450.02	135453.79	148254.20	9.8289930	9.8682088	9.9607842	10.0392158	35
26	67473.19	73806.29	91419.29	109386.10	135489.80	148207.02	9.8291312	9.8680934	9.9610378	10.0389622	34
27	67494.66	73786.66	91472.70	109322.23	135525.85	148159.88	9.8292694	9.8679779	9.9612915	10.0387085	33
28	67516.12	73767.02	91526.15	109258.40	135561.93	148112.78	9.8294075	9.8678623	9.9615451	10.0384548	32
29	67537.57	73747.38	91579.62	109194.60	135598.03	148065.73	9.8295454	9.8677466	9.9617988	10.0381012	31
30	67559.02	73727.73	91633.12	109130.85	135634.17	148018.72	9.8296833	9.8676309	9.9620525	10.0379475	30
31	67580.45	73708.08	91686.65	109067.14	135670.34	147971.76	9.8298212	9.8675151	9.9623061	10.0376939	29
32	67601.90	73688.42	91740.20	109003.47	135706.54	147924.83	9.8299589	9.8673992	9.9625597	10.0374403	28
33	67623.33	73668.75	91793.79	108939.83	135742.77	147877.95	9.8300966	9.8672833	9.9628133	10.0371867	27
34	67644.76	73649.07	91847.40	108876.24	135779.03	147831.11	9.8302342	9.8671673	9.9630669	10.0369331	26
35	67666.18	73629.39	91901.04	108812.69	135815.32	147784.31	9.8303717	9.8670512	9.9633204	10.0366796	25
36	67687.60	73609.71	91954.71	108749.18	135851.64	147737.55	9.8305091	9.8669351	9.9635740	10.0364260	24
37	67709.01	73590.02	92008.41	108685.71	135888.00	147690.84	9.8306464	9.8668189	9.9638275	10.0361725	23
38	67730.41	73570.32	92062.14	108622.28	135924.38	147644.17	9.8307837	9.8667026	9.9640811	10.0359189	22
39	67751.81	73550.61	92115.90	108558.89	135960.80	147597.54	9.8309209	9.8665863	9.9643346	10.0356654	21
40	67773.20	73530.90	92169.68	108495.54	135997.25	147550.95	9.8310580	9.8664699	9.9645881	10.0354119	20
41	67794.59	73511.18	92223.50	108432.23	136033.72	147504.40	9.8311950	9.8663534	9.9648416	10.0351584	19
42	67815.97	73491.46	92277.34	108368.96	136070.23	147457.90	9.8313310	9.8662369	9.9650951	10.0349049	18
43	67837.34	73471.73	92331.22	108305.73	136106.77	147411.44	9.8314688	9.8661203	9.9653486	10.0346514	17
44	67858.71	73451.99	92385.12	108242.54	136143.34	147365.01	9.8316056	9.8660036	9.9656020	10.0343980	16
45	67880.07	73432.25	92439.05	108179.39	136179.95	147318.64	9.8317423	9.8658868	9.9658555	10.0341445	15
46	67901.43	73412.50	92493.01	108116.28	136216.58	147272.30	9.8318789	9.8657700	9.9661089	10.0338912	14
47	67922.78	73392.75	92547.00	108053.21	136253.24	147226.00	9.8320155	9.8656531	9.9663623	10.0336377	13
48	67944.13	73372.99	92601.01	107990.18	136289.94	147179.75	9.8321519	9.8655362	9.9666157	10.0333843	12
49	67965.47	73353.22	92655.06	107927.18	136326.67	147133.53	9.8322883	9.8654192	9.9668692	10.0331308	11
50	67986.81	73333.45	92709.14	107864.23	136363.43	147087.36	9.8324246	9.8653021	9.9671225	10.0328775	10
51	68008.14	73313.67	92763.24	107801.32	136400.22	147041.23	9.8325609	9.8651849	9.9673759	10.0326241	9
52	68029.46	73293.88	92817.38	107738.44	136437.04	146995.14	9.8326970	9.8650677	9.9676293	10.0323707	8
53	68050.78	73274.09	92871.54	107675.61	136473.89	146949.10	9.8328331	9.8649504	9.9678827	10.0321173	7
54	68072.09	73254.29	92925.73	107612.81	136510.78	146903.09	9.8329691	9.8648331	9.9681360	10.0318640	6
55	68093.39	73234.48	92979.96	107550.06	136547.70	146857.13	9.8331050	9.8647156	9.9683893	10.0316107	5
56	68114.69	73214.67	93034.21	107487.34	136584.64	146811.20	9.8332408	9.8645981	9.9686427	10.0313573	4
57	68135.99	73194.85	93088.49	107424.67	136621.62	146765.32	9.8333766	9.8644806	9.9688960	10.0311040	3
58	68157.28	73175.03	93142.80	107362.03	136658.63	146719.48	9.8335122	9.8643629	9.9691493	10.0308507	2
59	68178.56	73155.20	93197.14	107299.43	136695.67	146673.68	9.8336478	9.8642452	9.9694026	10.0305974	1
60	68199.84	73135.37	93251.51	107236.87	136732.75	146627.92	9.8337833	9.8641275	9.9696559	10.0303441	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L.Cosen.	L. Seno.	Lo.Cot.	Lo.Tang.	

47. Gr.

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secante.	Cosecant.	Log. Sen.	L.Cosen.	Lo. Tan.	L.Cotang.	M
0	68199.84	73135.37	93251.51	107236.87	136732.75	146627.92	9.8337833	9.8641275	9.9696559	10.0303441	60
1	68221.11	73115.53	93305.91	107174.35	136769.85	146582.20	9.8339188	9.8640096	9.9699091	10.0300909	59
2	68242.37	73095.68	93360.34	107111.87	136806.99	146536.52	9.8340541	9.8638917	9.9701624	10.0298376	58
3	68263.63	73075.83	93414.79	107049.43	136844.16	146490.88	9.8341894	9.8637737	9.9704157	10.0295843	57
4	68284.88	73055.97	93469.28	106987.02	136881.36	146445.29	9.8343246	9.8636557	9.9706689	10.0293311	56
5	68306.13	73036.10	93523.80	106924.66	136918.59	146399.73	9.8344597	9.8635376	9.9709221	10.0290779	55
6	68327.37	73016.23	93578.34	106862.33	136955.86	146354.22	9.8345948	9.8634194	9.9711754	10.0288246	54
7	68348.61	72996.35	93632.92	106800.04	136993.15	146308.75	9.8347297	9.8633011	9.9714286	10.0285714	53
8	68369.84	72976.46	93687.53	106737.79	137030.48	146263.31	9.8348646	9.8631828	9.9716818	10.0283182	52
9	68391.07	72956.57	93742.16	106675.58	137067.84	146217.92	9.8349994	9.8630644	9.9719350	10.0280650	51
10	68412.29	72936.67	93796.83	106613.41	137105.23	146172.57	9.8351341	9.8629460	9.9721882	10.0278118	50
11	68433.50	72916.77	93851.52	106551.28	137142.66	146127.26	9.8352688	9.8628274	9.9724413	10.0275587	49
12	68454.71	72896.86	93906.28	106489.18	137180.11	146081.98	9.8354033	9.8627088	9.9726945	10.0273055	48
13	68475.91	72876.94	93961.01	106427.13	137217.60	146036.75	9.8355378	9.8625902	9.9729477	10.0270523	47
14	68497.11	72857.02	94015.79	106365.11	137255.12	145991.56	9.8356722	9.8624714	9.9732008	10.0267992	46
15	68518.30	72837.09	94070.61	106303.13	137292.68	145946.41	9.8358066	9.8623526	9.9734539	10.0265461	45
16	68539.48	72817.16	94125.45	106241.19	137330.20	145901.30	9.8359408	9.8622338	9.9737071	10.0262919	44
17	68560.66	72797.22	94180.33	106179.29	137367.88	145856.23	9.8360750	9.8621148	9.9739602	10.0260398	43
18	68581.83	72777.27	94235.23	106117.42	137405.53	145811.20	9.8362091	9.8619958	9.9742133	10.0257867	42
19	68603.00	72757.32	94290.17	106055.60	137443.21	145766.21	9.8363431	9.8618767	9.9744664	10.0255336	41
20	68624.16	72737.36	94345.13	105993.81	137480.92	145721.27	9.8364771	9.8617576	9.9747195	10.0252805	40
21	68645.32	72717.40	94400.13	105932.06	137518.67	145676.36	9.8366109	9.8616383	9.9749726	10.0250274	39
22	68666.47	72697.43	94455.16	105870.34	137556.45	145631.49	9.8367447	9.8615190	9.9752257	10.0247743	38
23	68687.61	72677.45	94510.22	105808.67	137594.26	145586.66	9.8368784	9.8613997	9.9754787	10.0245213	37
24	68708.75	72657.47	94565.30	105747.03	137632.10	145541.87	9.8370121	9.8612803	9.9757318	10.0242682	36
25	68729.88	72637.48	94620.42	105685.44	137669.98	145497.12	9.8371456	9.8611608	9.9759849	10.0240151	35
26	68751.01	72617.48	94675.56	105623.88	137707.89	145452.41	9.8372791	9.8610412	9.9762379	10.0237621	34
27	68772.13	72597.48	94730.74	105562.35	137745.83	145407.74	9.8374125	9.8609215	9.9764909	10.0235091	33
28	68793.24	72577.47	94785.95	105500.85	137783.80	145363.11	9.8375458	9.8608018	9.9767440	10.0232560	32
29	68814.35	72557.46	94841.19	105439.41	137821.81	145318.52	9.8376790	9.8606821	9.9769970	10.0230030	31
30	68835.45	72537.44	94896.46	105378.01	137859.85	145273.97	9.8378122	9.8605622	9.9772500	10.0227500	30
31	68856.55	72517.41	94951.76	105316.64	137897.92	145229.46	9.8379453	9.8604423	9.9775030	10.0224970	29
32	68877.64	72497.38	95007.09	105255.31	137936.02	145184.98	9.8380783	9.8603223	9.9777560	10.0222440	28
33	68898.73	72477.34	95062.45	105194.01	137974.16	145140.55	9.8382112	9.8602022	9.9780090	10.021[illegible]	27
34	68919.81	72457.29	95117.84	105132.75	138012.33	145096.16	9.8383441	9.8600821	9.9782620	10.0217380	26
35	68940.89	72437.24	95173.26	105071.53	138050.53	145051.81	9.8384769	9.8599619	9.9785149	10.0214851	25
36	68961.96	72417.18	95228.71	105010.34	138088.77	145007.49	9.8386096	9.8598416	9.9787679	10.021[illegible]	24
37	68983.02	72397.12	95284.20	104949.10	138127.04	144963.22	9.8387412	9.8597213	9.9790209	10.0209791	23
38	69004.07	72377.05	95339.71	104888.09	138165.34	144918.98	9.8388747	9.8596009	9.9792738	10.0207262	22
39	69025.12	72356.98	95395.26	104827.02	138203.67	144874.78	9.8390072	9.8594804	9.9795268	10.0204732	21
40	69046.17	72336.90	95450.83	104765.98	138242.04	144830.63	9.8391396	9.8593599	9.9797797	10.0202203	20
41	69067.21	72316.81	95506.44	104704.98	138280.44	144786.51	9.8392719	9.8592393	9.9800326	10.0199674	19
42	69088.24	72296.71	95562.08	104644.02	138318.87	144742.43	9.8394041	9.8591186	9.9802856	10.0197144	18
43	69109.27	72276.61	95617.74	104583.10	138357.34	144698.39	9.8395363	9.8589978	9.9805385	10.0194615	17
44	69130.29	72256.51	95673.44	104522.21	138395.84	144654.39	9.8396684	9.8588770	9.9807914	10.0192086	16
45	69151.31	72236.40	95729.17	104461.36	138434.37	144610.43	9.8398004	9.8587561	9.9810443	10.0189557	15
46	69172.32	72216.28	95784.94	104400.55	138472.94	144566.51	9.8399323	9.8586351	9.9812972	10.0187028	14
47	69193.32	72196.15	95840.73	104339.77	138511.54	144522.62	9.8400642	9.8585141	9.9815501	10.018449[illegible]	13
48	69214.32	72176.02	95896.55	104279.04	138550.17	144478.78	9.8401959	9.8583930	9.9818030	10.018197[illegible]	12
49	69235.31	72155.88	95952.41	104218.33	138588.83	144434.97	9.8403276	9.8582718	9.9820559	10.0179441	11
50	69256.30	72135.74	96008.29	104157.67	138627.53	144391.20	9.8404592	9.8581505	9.9823087	10.0176913	10
51	69277.28	72115.59	96064.21	104097.04	138666.26	144347.48	9.8405908	9.8580292	9.9825616	10.0174384	9
52	69298.25	72095.44	96120.16	104036.45	138705.03	144303.79	9.8407223	9.8579078	9.9828145	10.0171855	8
53	69319.22	72075.28	96176.14	103975.89	138743.83	144260.13	9.8408537	9.8577863	9.9830673	10.0169327	7
54	69340.18	72055.11	96232.15	103915.37	138782.66	144216.52	9.8409850	9.8576648	9.9833202	10.0166798	6
55	69361.14	72034.94	96288.19	103854.89	138821.53	144172.95	9.8411162	9.8575432	9.9835730	10.0164270	5
56	69382.09	72014.76	96344.27	103794.45	138860.42	144129.41	9.8412474	9.8574215	9.9838259	10.0161741	4
57	69403.04	71994.57	96400.37	103734.04	138899.36	144085.91	9.8413785	9.8572998	9.9840787	10.0159213	3
58	69423.98	71974.38	96456.51	103673.67	138938.32	144042.46	9.8415095	9.8571780	9.9843315	10.0156685	2
59	69444.92	71954.18	96512.68	103613.33	138977.32	143999.04	9.8416404	9.8570561	9.9845844	10.0154156	1
60	69465.84	71933.98	96568.88	103553.03	139016.36	143955.65	9.8417713	9.8569341	9.9848372	10.0151628	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secant.	L.Cosen.	L. Seno.	Lo. Cot.	Lo.Tang.	

M	Seno.	Coseno.	Tangent.	Cotang.	Secant.	Cosecan.	L. Sen.	Lo. Cos.	L. Tang.	L.Cotang.	M
0	69465.84	71933.58	96568.88	203553.03	139016.36	143955.05	9.8417713	9.8569341	9.9848372	10.0151628	50
1	69486.76	71913.77	96625.11	103492.77	139055.43	143912.31	9.8419021	9.8568121	9.9850900	10.0149100	59
2	69507.67	71893.55	96681.37	103432.52	139094.52	143869.00	9.8410328	9.8566900	9.9853428	10.0146572	58
3	69528.58	71873.33	96737.67	103372.35	139133.66	143825.74	9.8421634	9.8565678	9.9855956	10.0144044	57
4	69549.49	71853.10	96794.00	103312.20	139172.81	143782.51	9.8422939	9.8564455	9.9858484	10.0141516	56
5	69570.30	71832.87	96850.35	103252.08	139212.03	143739.31	9.8424244	9.8563231	9.9861012	10.0138988	55
6	69591.28	71811.63	96906.74	103191.99	139251.2	143696.16	9.8425548	9.8562008	9.9863540	10.0136460	54
7	69612.17	71792.38	96963.16	103131.95	139190.54	143653.05	9.8426851	9.8560784	9.9866068	10.0133932	53
8	69633.05	71771.13	97019.62	103071.94	139329.85	143609.97	9.8428154	9.8559558	9.9868596	10.0131404	52
9	69653.92	71751.87	97076.10	103011.96	139369.18	143566.93	9.8429456	9.8558332	9.9871123	10.0128877	51
10	69674.79	71731.61	97132.62	101052.03	139408.56	143523.93	9.8430757	9.8557106	9.9873651	10.0126349	50
11	69695.65	71711.34	97189.17	102892.11	139447.96	143480.97	9.8431057	9.8555878	9.9876179	10.0123821	49
22	69716.51	71691.06	97245.75	102832.26	139487.40	143438.05	9.8433356	9.8554650	9.9878706	20.0121294	48
13	69737.36	71670.78	97302.36	102772.43	139526.88	143395.16	9.8434055	9.8553421	9.9881234	10.0118766	47
14	69758.21	71650.49	97359.01	102712.63	139566.39	143352.31	9.8435953	9.8551192	9.9883761	10.0116239	46
15	69779.05	71630.19	97415.69	102652.87	139605.93	143309.50	9.8437150	9.8550961	9.9886189	10.0113711	45
16	69709.88	71609.89	97472.40	101593.15	139645.51	143166.72	9.8438547	9.8549730	9.9888810	10.0111184	44
17	69810.71	71589.58	97529.14	102533.46	139685.12	143223.99	9.8439842	9.8548499	9.9891344	10.0108656	43
18	69841.53	71569.17	97585.91	101473.81	139724.77	143181.29	9.8441137	9.8547266	9.9893871	10.0106129	42
29	69862.34	71548.95	97642.72	102414.19	139764.45	143138.63	9.8441432	9.8546033	9.9896399	10.0103601	41
20	69883.15	71518.63	97699.56	102354.61	139804.16	143096.03	9.8443725	9.8544799	9.9898926	10.0101074	40
21	69903.96	71508.30	97756.43	102105.06	139843.61	143053.42	9.8445018	9.8543564	9.9901453	10.0098547	39
21	69924.76	71487.96	97813.35	102235.55	139883.69	143010.87	9.8446310	9.8542329	9.9903981	10.0096019	38
23	69945.55	71467.62	97870.27	102176.08	139923.51	142968.36	9.8447601	9.8541093	9.9906508	10.0093492	37
24	69966.33	71447.27	97027.24	102116.64	139963.36	142925.88	9.8448891	9.8539850	9.9909035	10.0090965	36
25	69987.11	71426.91	97984.24	102057.23	140003.25	142883.44	9.8450181	9.8538619	9.9911562	10.0088438	35
26	70007.89	72406.55	98041.27	101997.86	140043.17	142841.04	9.8451470	9.8537381	9.9914089	10.0085911	34
27	70018.66	71386.18	98098.33	101938.53	140083.13	142798.68	9.8452758	9.8536142	9.9916616	10.0083384	33
28	70049.42	71365.81	98155.43	101879.23	140113.11	142756.36	9.8454045	9.8534901	9.9919143	10.0080857	32
29	70070.18	71345.43	98212.56	101819.97	140163.15	142714.07	9.8455331	9.8533662	9.9921670	10.0078330	31
30	70090.93	71315.05	98169.73	101760.74	140103.21	142671.82	9.8456619	9.8532422	9.9924197	10.0075801	30
31	70111.67	71304.66	98326.92	101701.55	140143.30	142619.61	9.8457903	9.8531179	9.9926714	20.0073276	29
32	70132.41	71284.26	98384.15	101642.39	140283.43	242587.42	9.8450188	9.8529936	9.9929151	10.0070749	28
33	70153.14	71263.85	98441.41	101583.26	140323.60	142545.20	9.8460471	9.8528693	9.9931778	10.0068122	17
34	70173.87	71143.44	98498.71	101524.17	140363.80	142503.19	9.8461754	9.8527449	9.9934305	10.0065095	16
35	70194.59	71213.02	98556.03	101465.12	140404.03	142461.11	9.8463036	9.8526204	9.9936832	10.0063168	25
36	70215.30	71101.60	98613.39	101406.10	140444.30	142419.09	9.8464318	9.8524959	9.9939359	10.0060641	24
37	70236.01	71182.17	98670.79	101347.12	140484.60	142377.10	9.8465599	9.8523713	9.9941886	10.0058114	23
38	70256.71	71161.74	98728.21	101288.17	140524.94	142335.14	9.8466870	9.8522466	9.9944413	10.0055587	22
39	70277.41	71141.30	98785.67	101219.15	140565.32	142293.23	9.8468158	9.8521218	9.9946940	10.0053060	21
40	70198.10	71120.86	98843.1	101170.37	140605.73	142251.34	9.8469436	9.8519970	9.9949466	10.0050534	10
41	70318.79	71100.41	98900.66	101111.53	140646.17	142109.50	9.8470714	9.8518721	9.9951993	10.0048007	19
42	70339.47	71079.95	98958.[illegible]	101051.72	140686.65	142167.69	9.8471991	9.8517471	9.9954520	10.0045480	18
43	70360.14	71050.48	99015.84	100993.94	140717.17	142125.92	9.8473267	9.8516220	9.9957047	10.0042953	17
44	70380.81	71039.01	99073.46	100915.20	140767.71	142084.18	9.8474542	9.8514960	9.9959573	10.0040427	16
45	70401.47	71018.54	99131.11	100876.49	140808.31	142042.48	9.8475817	9.8513717	9.9961100	10.0037900	15
46	70422.13	70998.05	99188.81	100817.82	140848.91	142000.82	9.8477091	9.8512465	9.9964627	10.0035373	14
47	70442.78	70977.57	99246.54	100759.18	140889.58	141959.19	9.8478365	9.8511211	9.9967154	20.0032846	13
48	70463.42	70957.07	99304.20	100700.58	140930.18	141917.61	9.8479537	9.8509957	9.9969680	10.0030310	12
49	70484.06	70936.57	99362.09	100642.01	140971.00	141876.04	9.8480900	9.8508702	9.9971207	10.0027793	11
50	70504.69	70916.07	99419.91	100583.47	141011.77	141834.54	9.8482180	9.8507446	9.9974734	10.0025166	10
51	70515.32	70895.56	99477.77	100524.97	141052.56	141793.05	9.8483450	9.8506190	9.9977260	10.0022740	9
52	70545.94	70875.04	99535.66	100466.51	141093.40	141751.61	9.8484720	9.8504933	9.9979787	20.0020213	8
53	70566.55	70854.51	99593.58	100408.07	141134.17	141710.20	9.8485989	9.8503675	9.9982314	10.0017686	7
54	70587.16	70833.98	99651.54	100349.68	141175.17	141668.83	9.8487257	9.8501417	9.9984840	10.0015160	6
55	70607.76	70813.45	99709.53	100291.31	141216.11	141617.49	9.8488524	9.8501157	9.9987367	10.0012633	5
56	70618.35	70792.91	99767.56	100232.98	141257.09	141586.19	9.8489791	9.8499897	9.9989893	10.0010107	4
57	70648.94	70772.36	99815.62	100174.69	141198.10	141544.93	9.8491057	9.8498637	9.9992420	10.0007580	3
58	70669.53	70751.80	99883.71	100116.42	141339.15	141503.70	9.8492321	9.8497375	9.9994947	10.0005053	2
59	70690.11	70731.24	99941.84	100058.19	141380.24	141462.51	9.8493586	9.8496113	9.9997473	10.0002527	1
60	70720.68	70710.68	100000.00	100000.00	141421.36	141421.36	9.8494850	9.8494850	10.0000000	10.0000000	0
	Coseno.	Seno.	Cotang.	Tangent.	Cosec.	Secante.	Lo. Cos.	L. Seno.	L. Cot.	Lo. Tang.	

45. Gr.

LIBRO I.

DELLE AFFEZIONI, E DELLA MISURA DELLA QUANTITA' CONTINUA CONSIDERATA SECONDO LA LUNGHEZZA.

PARTE I.

Nozioni preliminari intorno la quantità estesa: del punto, e della linea.

1. Quantità continua, o sia estesa dicesi tutto ciò, che ha parti esistenti una fuori dell'altra, le quali vicendevolmente unite sono, e collegate. La lunghezza pertanto, la larghezza, e la profondità sono proprietà della quantità estesa.

2. L'estensione è o finita, o indefinita. L'estensione finita è quella, che contiene un finito numero di parti eguali. L'indefinita ne contiene un numero indefinito.

3. La scienza, che versa intorno la quantità estesa, e ne dimostra le affezioni tanto assolute, che relative, chiamasi Geometria, la quale si divide in tre parti relativamente alle tre dimensioni, lunghezza, larghezza, e profondità, che ha il corpo, d'ognuna delle quali ella tratta in maniera, che ne svolge le proprietà, le misure, e i rapporti. La prima parte pertanto considera la quantità estesa in ordine alla lunghezza: La seconda ne esamina la larghezza: La terza la profondità. Alla prima corrisponde la linea, alla seconda la superficie, alla terza la solidità: onde è, che il corpo ha tre dimensioni, la superficie due, la linea una. Del corpo il limite o termine è la superficie, della superficie la linea, della linea il punto, che è il principio, e il termine della quantità considerata secondo la lunghezza.

4. Quantunque poi non si dia quantità estesa, la quale non abbia tutte tre insieme queste dimensioni, ciò non ostante sotto ciascuno di questi tre stati separatamente si può considerare l'estensione, esaminando ciascuna dimensione indipendentemente dalle altre, o due insieme senza aver riguardo alla terza, lo che bene spesso porta il bisogno di fare; come quando consideriamo la lunghezza di una strada senza riflettere alla sua larghezza; o quando esaminiamo la larghezza di un fiume senza osservare la sua lunghezza, o profondità. Siccome poi questi tre stati si considerano astrattamente separati dalla materia, quindi è, che non dipendono dalla materia le proprietà, che rispetto a ciascuno di loro dimostra il Geometra, e però, quantunque la materia sia a continue mutazioni soggetta, sono esse eterne, invariabili, e immutabili.

5. Se questa scienza considera solamente in astratto, e generalmente le affezioni della quantità estesa, e ne dimostra le proprietà, dicesi scienza teorica: Se si applica alle operazioni da farsi circa la medesima, chiamasi scienza pratica, la quale dalla Teorica tutto il suo essere riconoscendo, tanto poi il suo dominio

spiega, e dilata, che quanto avvi nel Mondo, tutto dalla di lei scorta idea trae, ordine, e compimento (a).

6. I principj, su de' quali si appoggia, e s' aggira la Geometria per giungere alle verità, che propone, sono le Definizioni, gli Assiomi, che ha comuni coll'Aritmetica, e i Postulati, che sono certe domande, colle quali ricerca il Geometra di poter fare alcune semplici operazioni, che servono o alla costruzione de' proposti Problemi, o alla dimostrazione de' Problemi, e de' Teoremi. In niun modo poi gli si possono negare questi postulati, mentre basta considerarli per rimanere convinti della loro evidenza.

7. Def. 1. Il punto è una quantità minore di qualsivoglia quantità assegnabile, che dal Nevvton chiamasi quantità *nascente*, o *evanescente*, e comunemente dai Matematici quantità infinitamente piccola.

COROLLARIO I.

8. Il punto adunque è in un ordine affatto differente dalla quantità finita, di cui perciò non può esser parte, nè alla medesima si può paragonare con rapporto finito, cui perciò è incommensurabile, siccome egli in se non ha alcuna dimensione finita.

COROLLARIO II.

9. Non avendo pertanto in se stesso alcuna dimensione finita, non solo non ha, nè può aver parti finite, ma in oltre se due, o più punti si toccheranno, non potranno formare estensione finita.

COROLLARIO III.

10. E poichè il punto ritrovasi nello spazio, egli perciò ed è il minimo dello spazio, e nel medesimo ha posizione, onde è, che può aver relazione ad altri punti, o presi in se stessi, o considerati nelle linee, nelle superficie, e ne' solidi. Questa relazione poi determina la loro posizione.

11. Def. 2. Onde è, che il punto B rispetto ai punti A, C (Fig. 1.) dicesi similmente posto, che il punto E rispetto ai punti D, F, quando la distanza AC tra i due primi punti sta alla distanza DF tra i due secondi punti, come sta la distanza tra il punto A, e il punto B alla distanza tra il punto D, e il punto E; e parimente come la distanza tra il punto B, e il punto C sta alla distanza tra il punto E, e il punto F, conseguentemente (giusta il num. 465. del I. Tomo) come sta la distanza tra il punto A e il punto B alla distanza tra il punto D, e il punto E, così deve stare la distanza tra il punto B, e il punto C alla distanza tra

---

(a) I. *Negli usi per la vita, e società umana campeggia perpetuamente la pratica geometrica. Generalmente però si può essa ridurre a tre classi: o risguarda le operazioni da farsi in carta, o quelle, che si praticano sul terreno, o finalmente somministra le regole per gli artefatti. Nel primo caso gli istrumenti necessarj sono il compasso, la squadra, la riga, il parallelismo, e il semicircolo; nel secondo sono lo squadro, il livello, il quadrante &c.; nel terzo ciascun' arte gli ha proprj. Degli istrumenti necessarj ne' primi due casi parlerò allora, quando se ne darà l' opportunità.*

tra il punto E, e il punto F, vale a dire mettendo prima tutti gli antecedenti, e poi tutti i conseguenti deve essere AC: BC: AB :: DF: EF: DE.

12. Il punto considerato nel modo detto al num. 7. chiamasi punto assoluto. Alle volte però chiamasi punto ancora una data quantità, la quale in confronto di un'altra assai maggiore si considera come nulla; e questo dicesi punto relativo, e tale è per esempio un granello d'arena in paragone di tutta la terra.

13. Def. 3. La linea non è altro, che la traccia descritta dal flusso continuo di un punto, che si intende in moto.

COROLLARIO I.

14. Quindi ogni parte di linea sarà unita all'altra parte con un termine comune, che è il punto: E così pure i termini della linea saranno i punti.

COROLLARIO II.

15. E perchè il punto non ha estensione finita, la linea non avrà nè larghezza, nè profondità finita.

COROLLARIO III.

16. E però se due linee si interfecheranno, esse non si incontreranno, che in un sol punto, o sia avranno solamente un punto comune.

17. Def. 4. La linea curva è quella, che nasce dal flusso di punto, come A (Fig. 2.), il quale muta continuamente direzione, descrivendo per esempio una traccia A B C D. Perchè poi questo punto in infiniti modi può mutar direzione, infinite pure sono le spezie delle linee curve, delle quali tratterò a suo luogo.

18. Def. 5. La linea retta è quella, che nasce dal flusso continuo di un punto, il quale non muta mai direzione, come sarebbe A B (Fig. 3.), la quale nasce dal flusso del punto A, che procede direttamente verso B senza piegare più da una parte, che dall'altra.

19. Nella riferita genesi della linea si può immaginare, che il punto, da cui ella viene descritta, si muova con passi infinitamente piccoli, e siccome in un passo infinitamente piccolo non si può concepire cambiamento di direzione, ciascun passo perciò sarà una retta infinitamente piccola: Per lo che la linea curva finita sarà una serie di una infinità di rette infinitamente piccole poste differentemente le une rispetto alle altre; e la linea retta finita sarà una serie di una infinità di rette infinitamente piccole tutte poste senza deviazione secondo la stessa direzione.

20. Dalla def. del num. 18. nascono i seguenti corollarj.

COROLLARIO I.

21. Poichè il punto generante la linea retta non muta mai direzione, tutte le linee rette sono di una medesima spezie. Tale linea retta poi è la più breve, che fra due dati punti condurre si possa, onde ella è la misura precisa della loro distanza.

COROLLARIO II.

22. Che se due linee rette si intersecheranno, esse non potranno passare a intersecarsi di nuovo (a).

COROLLARIO III.

23. Conseguentemente due linee rette, che partono da un punto, come le rette A B, A D (Fig. 5.), che partono dal punto A, non possono chiudere per ogni parte uno spazio: Ma per chiudere spazio vi vogliono almeno tre linee rette, come A B D (Fig. 6.).

CO-

(a) II. *L' intersezione delle rette è bene spesso di uso nella determinazione di certi punti cercati. Ne prenderò un esempio dalla costruzione delle carte geografiche. Si voglia per esempio costruire una piccola carta geografica, la quale comprenda le seguenti Città: Torino, Genova, Casale, Tortona, Piacenza, Milano, Cremona, e Parma. Prima di tutto bisogna aver cognita la longitudine, e la latitudine di ciascuna di queste Città, come quì soggiungo. Torino ha di long. gr. 29. 25', di latitud. 44. 50'. Genova di long. 30. 55', di lat. 44. 25'. Casale di long. 30. 10', di lat. 45. 7. Tortona di long. 30. 52', di lat. 44. 52'. Milano di long. 31. 20', di lat. 45. 20'. Piacenza di long. 31. 50', di lat. 45. 5'. Cremona di long. 32. 10', di lat. 45. 7'. Parma di long. 32. 38', di lat. 44. 48'. Poichè lo spazio maggiore, che in latitudine occupano queste Città è dai gradi 44. fino ai* $45\frac{1}{2}$, *cioè gradi* $1\frac{1}{2}$, *e in longitudine dai gradi 29. fino ai 33., cioè gradi 4., perciò a misura di questo spazio, e secondo che la Carta geografica si vuol fare in grande, o in piccolo, (mentre nel primo caso più grandi, nel secondo più piccoli saranno i gradi), si assuma la grandezza della Mappa* A B K D *(Fig. 4.) da costruirsi. Da* A *in* D *per esempio, e da* B *in* K *si notino i gradi di longitudine, nel qual caso da* B *in* A, *e da* K *in* D *si dovranno notare i gradi di latitudine (nella figura ho segnato i gradi divisi da cinque in cinque minuti.) Fatto ciò si cominci a determinare il sito, che in questa carta devesi dare a ciascuna citta. Cominciamo da Torino, la di cui longitudine si sa essere di gradi 29., 25', però pei gradi 29. 25', che sono su i lati* A D, B K, *si segni la retta* E F, *e così pei gradi 44. 50' presi su i lati* A B, D K *si conduca la retta* G H. *Nel punto* T *ove si intersecano le due rette* E F, O H *si dovrà segnare la Città di Torino. Passiamo a trovare il luogo ove si deve situare la Città di Milano, la di cui longitudine essendo di gradi 31. 20', per essi si conduca la retta* R Q, *e pei gradi 45. 20', che ha di latitudine si conduca la retta* S N, *e nel punto* M *ove si intersecano queste due rette* R Q, S N *si noti la Città di Milano. Continuando lo stesso modo d' operare si metteranno al suo sito tutte l'altre Città, e si noteranno i luoghi più rimarcabili, con che poscia sarà facil cosa il compiere anche quanto all' altre sue parti la Carta, come ognuno può da se abbastanza intendere: Come per esempio quanto al descrivere il corso de' fiumi basterà per farlo il sapere quali siano le Città, e i luoghi, de' quali già si è determinata nel modo detto la posizione, pe' quali passano.*

COROLLARIO IV.

24. Siccome (pel num. 8.) il punto non ha alcuna dimensione finita, se una linea retta cadrà perfettamente sopra un'altra linea retta, non ne risulterà, che una sola linea retta.

COROLLARIO V.

25. Quindi fra due dati punti non si può condurre, che una sola linea retta; e però dati due punti resta ancora data, o sia determinata la posizione della linea retta, vale a dire per descrivere una linea retta basta, che siano dati due punti, pe' quali deve passare; e lo stesso vale pure per poter prolungare indefinitamente una linea retta.

COROLLARIO VI.

26. Onde se due linee rette AD, CB (Fig. 3.) avranno due punti C, D comuni, esse non formeranno, che una sola retta; Siccome una retta non si potrà prolungare dal medesimo lato verso due differenti punti. Dal che pure ricavasi quanto si è detto al num. 16., cioè che due linee rette intersecantesi non possono in parte confondersi, e mescolarsi, e in parte nò, ma o devonsi confondere interamente, o incontrarsi in un sol punto.

POSTULATO I.

27. Dimandasi di poter condurre da un qualsivoglia punto ad un altro una linea retta.

POSTULATO II.

28. Dimandasi di poter prolungare a piacere una data linea retta giusta la di lei direzione: o da una retta maggiore levare una minore.

29. Def. 6. La linea mista è quella, che in parte è retta, in parte è curva, come ABC (Fig. 7.).

PARTE II.

Delle diverse relazioni delle linee rette fra loro.

30. Le linee rette considerate relativamente tra loro si possono riguardare sotto tre aspetti cioè come linee perpendicolari, come linee oblique, e come linee parallele.

31. Def. 1. Quella dicesi linea perpendicolare, la quale cadendo sopra un'altra retta non inclina più da una parte, che dall'altra: Per esempio AB (Fig. 8.) è perpendicolare sopra CD.

COROLLARIO I.

32. Che però se AB è perpendicolare sopra CD (Fig. stessa), ancora CD sarà perpendicolare sopra AB; o sia se una retta è perpendicolare ad un'altra, queste due rette sono tra loro vicendevolmente perpendicolari (*a*).

CO-

(a) III. *Da questa definizione si deduce la maniera di conoscere se una squadra è*

COROLLARIO II.

33. E perchè la linea retta non muta direzione (pel num. 18.), se la retta A B (Fig. medesima) si prolungherà a piacere, per esempio in X, ancora la retta B X sarà perpendicolare alla retta C D, e la retta C D sopra la B X.

COROLLARIO III.

34. Non inclinando poi la perpendicolare più da una parte, che dall' altra e in oltre due punti (pel num. 25.) determinando la posizione della linea retta, se una retta, come A B (Fig. stessa) cadrà sopra un' altra retta C D in modo, che abbia due qualsivoglia punti, come A, B egualmente distanti da due punti comunque presi su la retta C D, uno al di quà, e l' altro al di là dal punto d' incontro B, come per esempio i due punti F, G, sarà la retta A B perpendicolare alla retta C D: Che però se il punto B sarà egualmente distante dai due punti F, G, e nella retta A B vi sia un qualunque punto O egualmente distante dagli stessi punti F, G, dagli stessi punti F, G sarà pure egualmente distante qualunque altro punto della retta A B, cioè sarà (Fig. stessa) A F = A G, O F = O G, P F = P G, Q F = Q G, F B = B G: O pure se si prenderà su la retta A B un qualunque punto P, egli disterà egualmente dai punti presi su la retta C D, i quali sono a eguali distanze di quà, e di là dal punto B, cioè sarà P F = P G, P H = P K. Per lo che qualunque altro punto E, che cada fuori della perpendicolare A B non sarà equidistante dai punti F, G egualmente lontani dal punto B.

COROLLARIO IV.

35. Se pertanto due punti, per esempio A, Q (Fig. 8.) della perpendicolare A B saranno egualmente distanti da due punti F, G presi su la retta C D, su la quale essa cade, tale retta F G sarà divisa per metà dalla perpendicolare A B, poichè (pel num. 34.) ancora il punto B deve essere egualmente distante dai punti F, G, cioè F B = B G. E reciprocamente se una retta cadendo sopra un' altra perpendicolarmente la dividerà per metà, gli estremi di questa retta saranno egualmente distanti da ciascun punto della perpendicolare.

COROLLARIO V.

36. Quindi se sopra una retta C D cadranno due perpendicolari A B, E G (Fig. 8.), esse non potranno mai incontrarsi, benchè prodotte indefinitamen-

---

fatta esattamente. E' la squadra un istrumento composto di due righe di metallo A B, B D (Fig. 9.) *unite perpendicolarmente una all'altra. Per vedere se egli è fatto a dovere si tira una retta* B E, *su la quale dal punto* B *verso il punto* E *si applica un lato della squadra, come* B D, *indi al lungo dell' altro lato si tira una retta* A B. *Fatto ciò si volta la squadra applicando lo stesso lato dal punto* B *verso* C, *e se il secondo lato si adatterà esattamente al lungo della retta* A B, *la squadra sarà giusta quanto ai lati esteriori* A B, B D. *Lo stesso esame si applica poscia ai lati interiori* F G, G H *per accertarsi della loro esattezza.*

mente, altrimenti o l'una, o l' altra non differebbe sempre egualmente da due punti presi nella CD, o sia non gli sarebbe perpendicolare contro l'ipotesi.

COROLLARIO VI.

37. E però da uno stesso punto non si può condurre a una proposta retta, che una sola perpendicolare; e istessamente da un punto preso sopra una retta non si può alzare, che una sola perpendicolare.

COROLLARIO VII.

38. La perpendicolare adunque è costante, e invariabile.

SCOLIO.

39. Perciò la sola perpendicolare, la quale, dato lo spazio in cui devesi condurre, è determinata, e costante, si adopera dai Geometri per misurare le altezze, e le distanze cercate. (a)

40. Def. 2. La linea obliqua è quella, la quale da un qualunque punto cadendo sopra di un'altra da ambe le parti indefinitamente prolungata, rispetto alla medesima inclina più da una parte, che dall'altra. E tale è la retta VR rispetto alla ST (Fig. 10.)

41. Def. 3. Se dall'estremità V (Fig. stessa) dell' obliqua VR si abbasserà la perpendicolare VZ, il punto V si dirà il punto dell' abbassamento; del perpendicolo il punto Z; e la retta ZR si chiamerà la distanza dal perpendicolo. Questa distanza poi ZR dal perpendicolo è la misura dell'obliquità della retta VR.

COROLLARIO I.

42. Dunque quanto maggiore sarà questa distanza ZR, supposto lo stesso il punto del perpendicolo, e dell' abbassamento, tanto più obliqua sarà la retta VR, o sia tanto maggiore sarà la sua inclinazione sopra la ST.

COROLLARIO II.

43. E se due oblique avranno la perpendicolare, e la distanza dal perpendicolo eguali, esse saranno egualmente inclinate: E siccome di queste due eguali distan-

---

(a) IV. *Poichè le misure non devono essere indeterminate, e vaghe, nel qual modo nulla mai di certo si saprebbe, ma fisse, e costanti, quindi è, che i Geometri per misurare le altezze, le distanze ec. fanno uso della perpendicolare, perchè ella sola è capace di una fissa invariabil misura, laddove tutte le altre linee oblique si fanno or maggiori, or minori secondo la loro diversa obliquità. Secondo i diversi paesi diverse sono le misure, delle quali ho trattato nel I. Tomo. Comunemente per fuggire nel calcolo l'imbarazzo delle frazioni nel misurare si suole adoperare la pertica divisa in dieci piedi, ognuno de' quali si divide in dieci deti, e ogni deto in dieci linee. Si divide pure ogni linea in dieci punti, ma nella pratica sul terreno non è possibile tenerne conto. Divisa in questo modo nelle sue parti la pertica, per esprimere quindici pertiche, tre piedi, nove deti, e sette linee, si scriverà* $15^{\circ}, 3', 9'' 7'''$, *e in seguito si calcoleranno le prese misure giusta la regola di calcolare le frazioni decimali data nel I. Tomo.*

ſtanze dal perpendicolo una cade al di quà, e l' altra al di là della perpendicolare, perciò da una ſteſſa parte della perpendicolare non potranno cadere le due oblique egualmente inclinate, ma neceſſariamente una deve cadere di quà, e l' altra di là della ſteſſa perpendicolare.

COROLLARIO III.

44. Che ſe la perpendicolare ſarà eguale, le egualmente inclinate avranno la diſtanza dal perpendicolo eguale.

COROLLARIO IV.

45. Ma perchè (pel num. 34.) tutti i punti della retta F G (Fig. 8.), che ſono egualmente diſtanti dal punto B del perpendicolo, ſono pure egualmente diſtanti da un qualunque punto della perpendicolare AB, così che eſſendo $BF=BG$, egli è pure $AF=AG$; però ſe due oblique avranno la perpendicolare, e la diſtanza dal perpendicolo eguali, eſſe ſaranno eguali: Come eſſendo (Fig. 8., e 10.) $VZ=AB$, $ZR=BG$, ſarà $VR=AG$. Parimente nella fig. 8. eſſendo $BF=BG$, ſarà $AF=AG$. Onde da uno ſteſſo punto A ſi poſſono condurre alla CD due oblique eguali.

COROLLARIO V.

46. Reciprocamente ſe le perpendicolari, e le oblique ſaranno eguali, eguali pure ſaranno le diſtanze dal perpendicolo: Cioè ſe $VZ=AB$ (Fig. 8., e 10.), $VR=AG$, ſarà $ZR=BG$. Ovvero ſe ſaranno eguali le oblique, e le diſtanze dal perpendicolo, eguali eziandio ſaranno le perpendicolari: Vale a dire eſſendo $VR=AG$, $ZR=BG$, ſarà $VZ=AB$. E generalmente riſpetto a due oblique ſe di queſte tre coſe, che ſono la perpendicolare, l' obliqua, e la diſtanza dal perpendicolo, due a due ſaranno eguali, anche la terza ſarà eguale alla terza.

COROLLARIO VI.

47. Pel contrario ſe ſaranno eguali le diſtanze dal perpendicolo, cioè $ZR=BG$, ma la perpendicolare AC ſia maggiore della perpendicolare QB, ancora l' obliqua VR ſarà maggiore dell' obliqua QG: ovvero ſe le oblique VR, AG ſaranno eguali, ma la diſtanza ZR dal perpendicolo ſia maggiore della diſtanza BG dal perpendicolo, in tal caſo la perpendicolare VZ ſarà minore della perpendicolare AB; e ſe la diſtanza ZR dal perpendicolo ſarà minore della BG, la perpendicolare VZ ſarà maggiore della perpendicolare AB.

COROLLARIO VII.

48. Le oblique poi ſi faranno maggiori, o minori ſecondo che ſi varieranno nel tempo ſteſſo la perpendicolare, e la diſtanza dal perpendicolo, quantunque ſi aumenti l' una nella ſteſſa ragione, che l' altra ſi diminuiſce, e quanto più una ſi aumenterà diminuendoſi nella ſteſſa ragione l' altra, tanto maggiore ſi farà l' obliqua. Che ſe ſi aumenterà di più la diſtanza dal perpendicolo, di quello ſi diminuiſca la perpendicolare, o pure ſi aumenterà di più la perpendicolare di quello ſi diminuiſca la diſtanza dal perpendicolo, tanto in uno, come nell'altro caſo l'obliqua ſarà ſempre maggiore.

COROLLARIO VIII.

49. Egualmente ſe le perpendicolari VZ, AB ſaranno eguali, ma l' obliqua VR

R Z sia maggiore dell'obliqua A G, ancora la V R distanza dal perpendicolo sarà maggiore della B G distanza dal perpendicolo, e *vice versa* l'obliqua è maggiore, se la distanza dal perpendicolo è maggiore.

COROLLARIO IX.

50. Per lo che se da un punto si condurranno più oblique sopra una retta, come A C, A D, A E (Fig. 11.), di queste oblique quella sarà minore, che avrà minor distanza dal perpendicolo, cioè $AC < AD$, $AD < AE$; e pel contrario quella sarà maggiore, che più disterà dal perpendicolo.

COROLLARIO X.

51. Conseguentemente la perpendicolare A B (Fig. istessa) è la più breve di quante dallo stesso punto A si possono condurre alla retta FH: Onde la più breve, che da un qualunque punto A alla retta FH si possa condurre, è perpendicolare alla stessa FH. Quindi rendesi manifesto, che se dalle estremità A, C della retta (Fig. 12.) si tireranno due rette A B, C B, che si incontrino in un punto B, sarà la retta AC minore della somma dell' altre due rette A B, C B, poichè se dal punto B si intenderà cadere su la retta A C la perpendicolare B D, sarà $AB > AD$, e $CB > CD$, conseguentemente $AB + BC > AC$. Eucl. l. 1. p. 20. Se la perpendicolare cadesse fuori delle dette due rette, come nella fig. 13., in cui la perpendicolare BD cade su la A C prolungata, in tal caso perchè B D è perpendicolare sopra AC, ancora AC è perpendicolare sopra B D (pel num. 32.): Ma la perpendicolare A D è minore dell' obliqua A B, però molto più A C è minore dell' obliqua A B, e molto più ancora la retta A C è minore di $AB + BD$. E ciò vale egualmente rispetto a più rette comunque insistenti a una retta: Come la somma delle rette AB, BC, CD, DE è maggiore della retta AE, (Fig. 14.) poichè, come pur ora ho detto $AB + BC > AC$, è $CD + DE > CE$; parimente $AC + CE > AE$; dunque a maggior ragione $AB + BC + CD + DE > AE$. Lo stesso si dica di un maggior numero di rette. E siccome (pel num. 19.) la linea curva si considera come una serie di una infinità di rette infinitamente piccole, perciò una retta, come A E, che sostenta una qualunque curva AFGHIE, è minore di questa curva. Con che resta dimostrato in tutta la sua generalità il Corol. dato al num. 21.

COROLLARIO XI.

52. Essendo le oblique, che partono da un punto, tanto maggiori, quanto maggiore è la loro distanza dal perpendicolo, chiaramente si intende, che se dalle estremità A, B di una retta A B (Fig. 15.) si condurranno quattro rette, due delle quali, cioè AC, BC si uniscano in un punto C, e dentro a queste le altre due AD, BD si uniscano in un punto D, che in conseguenza sarà più prossimo del punto C alla retta A B, sarà la somma delle due al di fuori maggiore della somma delle due interiori, cioè $AC + BC < AD + BD$; poichè pei punti C, D conducendosi la retta CF, e dai punti A, B abbassandosi alla retta CF le perpendicolari A E, B G, sarà $AC > AD$, e $BC > BD$, e però $AC + BC > AD + BD$. Eucl. l. 1. p. 21. p. 1.

COROLLARIO XII.

53. Poichè (pel num. 45.) da uno stesso punto si possono condurre ad una ret-

retta due rette eguali, e (pel num. 37.) da un punto ad una retta non si può condurre, che una sola perpendicolare; se da un punto si condurranno ad una retta due rette eguali, esse saranno oblique.

COROLLARIO XIII.

54. E siccome dal punto B (Fig. 8.) due soli punti possono essere egualmente distanti, quindi è, che dal punto A alla retta CD non si possono condurre più di due rette eguali.

55. Def. 4. Le linee parallele sono quelle, le quali indefinitamente prolungate distano sempre fra loro con eguali intervalli, come AB, CD (Fig. 16.). L' intervallo poi, o sia spazio compreso fra due parallele, dicesi spazio paralleło, il quale spazio viene determinato, e misurato dalla perpendicolare, come EF.

COROLLARIO I.

56. Se pertanto sopra una retta, come CD (Fig. stessa) si farà scorrere una retta FE, che gli sia sempre perpendicolare, questa retta colla sua estremità E descriverà la retta AB, che sarà parallela alla retta CD a motivo, che sussistendo invariata la lunghezza della perpendicolare FE, la distanza della linea AB dalla retta CD è sempre la stessa, cioè a dire gli è parallela, e conseguentemente ella è anche retta, stante che è retta la CD. (a)

COROLLARIO II.

57. E perchè due punti determinano la posizione di una retta (pel num. 25.), se si prenderanno due punti E, G egualmente distanti dalla retta CD, e per questi due punti si conduca la retta AB, sarà la retta AB parallela alla retta CD.

COROLLARIO III.

58. A motivo dell'eguale distanza, che serbano fra loro le parallele, se due parallele AB, CD cadranno sopra una retta HL, esse saranno a questa retta egualmente inclinate: E se due rette cadendo sopra una terza retta saranno alla medesima egualmente inclinate, esse saranno tra loro parallele.

COROLLARIO IV.

59. Che se una retta AB sarà parallela ad una data retta EF (Fig. 18.), ella sarà pure parallela a qualunque altra retta HG, PQ, cui è parallela la EF. Eucl. l. 1. p. 30. E però se una retta sarà egualmente inclinata sopra due parallele, sarà non meno egualmente inclinata a qualunque altra retta, parallela a queste due.

CO-

(a) V. *L'istrumento, di cui su la carta si suol far uso per descrivere le parallele, che perciò parallelismo si chiama, costa di due righe* AB, CD (Fig. 17.) *congiunte per mezzo di due pezzi eguali* EF, GH *talmente inchiodati ne' punti* E, F, G, H, *che intorno a questi chiodi esse si possano liberamente muovere, e però appressarsi, e allontanarsi con eguali intervalli, così che la loro massima distanza sia determinata dalla lunghezza dei pezzi eguali* EF, GH.

COROLLARIO V.

60. E ficcome (pel num. 31.) la linea perpendicolare non inclina più da una parte, che dall' altra, se due perpendicolari EF, GN (Fig. 16.) cadranno sopra una retta CD, esse saranno parallele. E però tutte le perpendicolari comprese fra due parallele sono fra loro parallele, ed eguali a cagione dell' eguale intervallo, con cui distano sempre fra loro le parallele. (a)

(a) VI. *Dalla dottrina delle parallele dipende la pratica di livellare. (Il principiante può ommettere per ora questa pratica, perchè si assumono alcune cognizioni, le quali non si sono date ancora.) Il livellare consiste in ritrovare una linea, la quale sia in tutte le sue parti egualmente distante dal centro della terra, e saperla secondo le regole disegnare sul terreno. A molti bisogni serve la pratica del livellamento, ma principalmente negli scavi de' Canali, e de' Fiumi per condurre ove si vuole, e dove porta il bisogno le acque. Si chiamano punti di livello quelli, che sono egualmente lontani dal centro della terra; onde è, che la linea, la quale passa per questi punti, è una curva circolare, il di cui centro è lo stesso, che quello della terra. Un livello perfetto ci viene esibito dalla superficie di un fluido, che sia in quiete, come sarebbe dall' acqua di uno stagno, perchè le sue parti tendendo tutte al centro della terra, non si mettono in quiete prima d' essersi composte a livello. Si scorge da ciò, che per determinare il livello di due punti può servire un canale artefatto pieno d' acqua, che li tocchi: Ma siccome una tal pratica può servire solamente in piccole distanze, quindi è, che fa d' uopo prevalersi del raggio visuale, che si dirige mediante qualche istrumento, la di cui giustezza tende a bene stabilire una linea parallela ad un' altra, che si suppone nell' orizzonte del luogo, in cui si fa l' osservazione, e la qual linea facendo un angolo retto con quella, che da uno de' suoi punti partendo, va al centro della terra, tanto s' innalza sopra il vero livello, quanto una tangente s' allontana dalla circonferenza d' un circolo, secondo che ella si dilunga dal punto del contatto. Questa linea retta parallela all' orizzonte si chiama linea del livello apparente.*

VII. *Tutto ciò si veda esposto nella fig. 19., in cui il punto A rappresenta il centro della terra, intorno al quale è descritto l' arco BC del vero livello; la linea BD, che tocca quest' arco di cerchio nel punto B, ove attualmente si determina la linea di livello, dà il livello apparente, la qual linea è ad angolo retto colla BA, che va al centro della terra; la linea AD è una secante dell' arco BC, la quale sopravanza il semidiametro AC della terra di quanto è la linea CD, che dà l' eccesso, con cui il livello apparente s' alza sopra del vero nella lunghezza di un tratto di terra misurato dall' arco BC.*

VIII. *Fino alla distanza di 50 pertiche il livello apparente s' alza sì poco sopra del vero, che la correzione da farvisi non è considerabile, e però si può senza errore sensibile prendere il livello apparente pel vero. Non così poi si può trascurare in distanze più lunghe di 50. pertiche senza incorrere in errori assai grandi, come si può rilevare dalla seguente Tavola, la quale serve a trovare il livello vero per mezzo dell' apparente. Nella prima colonna sono notate le pertiche, che misurano le distanze tra il posto, dove si fa il livellamento, e il luogo, al quale si addirizza il livello; le altre tre colonne contengono le braccia, soldi, e denari di quanto il livello apparente*

COROLLARIO VI.

61. Ond'è, che anche le parti delle parallele, cioè EG, FN comprese fra le perpendicolari EF, GN, sono fra loro eguali, vale a dire EG=FN (Fig. 16.)

CO-

è più elevato del vero nelle distanze, che sono poste dirimpetto nella prima colonna, talmente che si debba abbassare il livello apparente la quantità delle braccia, soldi, e denari delle colonne corrispondenti alle distanze a fine di avere il vero livello. Si osservi, che 12. denari fanno un soldo, e 20. soldi un braccio, cioè il braccio è diviso in 20. parti, e ognuna di queste parti in 12. A un denaro poi corrisponde $\frac{1}{3}$ d' una linea del piede reale di Parigi, e però a un soldo corrispondono quattro linee, e al braccio pollici 6., e linee 8. Che però ho soggiunto a lato le stesse misure in piedi reali di Parigi, pollici, e linee.

Tavola degli alzamenti di livello apparente sopra del vero, fino alla distanza di pertiche 4000. a panno

Distanze	*Alzamenti*					
Pertiche	*Braccia*	*Soldi*	*Denari*	*Pied.*	*Pol.*	*Lin.*
50			1			$\frac{1}{3}$
100			4			$1\frac{1}{3}$
150			9			3
200		1	$3\frac{5}{6}$			$5\frac{5}{18}$
250		2	— $\frac{3}{4}$			$8\frac{1}{4}$
300		3	—		1	—
350		4	— $\frac{1}{2}$		1	$4\frac{1}{6}$
400		5	$3\frac{1}{3}$		1	$9\frac{1}{9}$
450		6	$8\frac{1}{6}$		2	$2\frac{13}{18}$
500		8	3		2	9
550		9	$11\frac{3}{4}$		3	$3\frac{11}{12}$
600		11	$10\frac{1}{2}$		3	$11\frac{1}{2}$

COROLLARIO VII.

62. E perchè (pel num. 32.) una retta non può cadere perpendicolarmente sopra un' altra retta, senza che anche questa sia perpendicolare sopra la prima, se una retta EF (Fig. stessa) cadrà perpendicolarmente sopra due rette AB, CD, que-

Pertiche.	*Braccia.*	*Soldi.*	*Denari.*	*Pied.*	*Pol.*	*Lin.*
650		13	11		4	$7\frac{2}{3}$
700		16	2		5	$4\frac{2}{3}$
750		18	$6\frac{2}{3}$		6	$2\frac{2}{9}$
800	1	1	$1\frac{1}{5}$		7	— $\frac{2}{5}$
850	1	3	10		7	$11\frac{1}{3}$
900	1	6	$8\frac{2}{3}$		8	$10\frac{8}{9}$
950	1	9	$1\frac{1}{3}$		9	$8\frac{4}{9}$
1000	1	13	—		11	—
1250	2	11	$6\frac{3}{5}$	1	5	$2\frac{3}{15}$
1500	3	14	3	2	—	9
1750	5	1	— $\frac{1}{2}$	2	9	$8\frac{1}{6}$
2000	6	12	—	3	8	—
2500	10	6	$2\frac{2}{5}$	5	8	$8\frac{4}{5}$
3000	14	17	—	8	3	—
3500	20	4	2	11	2	$8\frac{2}{3}$
4000	26	8	—	14	8	—

La regola per trovare gli alzamenti del livello apparente sopra del vero è dividere il quadrato della distanza pel diametro della terra, che secondo la nostra misura è 3637092. pertiche. La dimostrazione di questa regola non è a rigore geometrica, ma in pratica ha luogo senza errore sensibile; poichè dividendosi per metà colla retta AE (Fig. 19.) l'angolo BAC, e conducendosi da E la tangente EC al punto C, i due triangoli DAB, DCE, che sono rettangoli, ed hanno comune l'angolo D, danno AB:BD::BE: (=CE): CD, o sia (raddoppiando il primo, e il terzo termine)

2AB: BD:: 2BE, (che si suppone eguale a BD): CD, e però $CD = \frac{\overline{BD}^2}{2AB}$, *do-*

queste pure saranno perpendicolari sopra EF, e conseguentemente saranno fra loro parallele (pel num. 60.)

COROLLARIO VIII.

63. Così se una retta sarà perpendicolare ad una di due date parallele, sarà eziandio perpendicolare all' altra.

CO-

---

ve BD rappresenta la distanza, e 2AB il diametro della terra. L' assumersi poi 2BE = BD, quando a rigore non lo è, benchè in pratica si faccia senza errore a motivo della piccolezza degli angoli, è ciò, che toglie alla dimostrazione il rigore geometrico.

IX. Nel prendere i livellamenti si devono fissare i punti di veduta a una distanza al più di 500. pertiche a fine di evitare le refrazioni, che altrimenti potrebbero alterare gli alzamenti del livello apparente.

X. Diversi sono gli istrumenti inventati per livellare in campagna: generalmente però si possono ridurre a due sorti, cioè a livello con cannocchiale, e a livello con acqua. Il livello a cannocchiale lavorato all' ultima esattezza è composto da due cannocchiali lunghi un piede, o un piede e mezzo di Parigi, i quali hanno una situazione tra loro opposta, come si può vedere nella fig. 20. Devono essere talmente equilibrati, o tali si devono rendere per mezzo di un peso mobile, il quale si possa accostare, o scostare dal punto, a cui stanno sospesi, che stiano in una posizione parallela all' orizzonte, del che per accertarsi basta dirigere i raggi visuali in due oggetti immobili opposti con guardare prima per B, poi per C, dopo di che facendo girare l' istrumento in modo, che la parte B passi in C, e la parte C in B, si deve collimare di nuovo ne' medesimi oggetti, ai quali se anderà a terminare nello stesso punto di prima il raggio visuale, ciò sarà segno della giusta posizione dell' istrumento, che sarà esattamente parallelo all' orizzonte, e quando ciò non succedesse si deve correggere l' istrumento finchè acquisti una situazione perfettamente orizzontale. A fine poi di fissare a un sol punto il raggio visuale si costuma di alzare dentro al tubo di ciascun cannocchiale un' ago perpendicolare, il quale termini colla punta nel fuoco dell' oggettivo, e alle estremità B, C, cui si applica l' occhio si lascia un sol piccol foro al centro, per cui possa passare il raggio visuale, e per l' estremità dell' ago andare a un punto solo dell oggetto, a cui si dirige. Per oggetto si suole adoperare un pezzo di carta appesa a un legno mezza bianca, e mezza nera, affinchè se v' è molto lume si renda visibile la nera, e se ve n' è poco, la bianca.

XI. Il livello con acqua consiste in un tubo AB di ottone (Fig.21.), che ha i due bracci rivoltati ad angolo retto, ai quali si applicano i due piccoli tubi di cristallo D, C. Questo tubo si riempie di acqua colorata fino alla metà in circa dei tubi di cristallo, e volendosi livellare si dirige il raggio visuale lungo il pelo dell' acqua di questi due tubi. Ora questo istrumento è il più giusto di tutti, perchè l' acqua stando sempre a livello, egli non ha bisogno di correzione. Non è però privo de' suoi difetti, de' quali il più rilevante è la somma difficoltà, per non dire impossibilità, di traguardare esattamente per quei tubi a giusto fil d' acqua; oltre di che la refrazione ha da essere imprescindibile: Onde per ridurlo a perfezione stimo necessario applicarvi un cannocchiale, o due traguardi, che si possano collocare a pelo d' acqua, indi servirsi di questi per dirigere il raggio visuale, nel qual modo si compone un nuovo livel-

COROLLARIO IX.

64. Siccome poi (pel num. 37.) non si possono condurre da un punto ad una retta due perpendicolari, così neppure si possono far passare per lo stesso punto due rette, che siano parallele a una data retta; vale a dire per un punto preso fuori di una retta non si può condurre a questa retta, che una sola parallela.

CO-

---

lo, che ha le perfezioni dell' uno, e dell' altro, e n' è privo delle imperfezioni, e a questa foggia ho io ridotto il mio.

XII. *Ma veniamo alla pratica di livellare. Già suppongo, che lo strumento sia giusto, e però non abbia bisogno di correzione. Si cerca se dal punto V del Canale ZX (Fig. 21,) si possa derivar l' acqua al luogo P. Perchè ciò si possa fare è necessario, che il sito V sia più alto del luogo P. Ciò poi si determina per mezzo del livello così. Nei punti V, P si collochino perpendicolarmente due aste lunghe PQ, SV, alle quali devono essere attaccate le carte, che hanno da servire di punto di mira, in modo però, che si possano alzare, e abbassare secondo il bisogno. Si ponga il livello in F, e applicando l' occhio in C si traguardi verso l' asta l' Q facendo tanto alzare, o abbassare la carta R, finchè il raggio visuale vada a colpire nel punto di mezzo della carta, ove cioè termina il bianco col nero: Dopo di che si applichi l' occhio in D, e si diriga il raggio visuale al punto T. Si misurino col piede di Parigi, o col braccio le altezze PR, VT, e se sarà PR maggiore di VT, si potrà condur l' acqua dal punto V al punto P, altrimenti ciò non si potrà fare. Ma per sapere precisamente di quanto il punto P sia più alto, o più basso del punto V, bisognerà sottrarre un' altezza dall' altra, e la differenza sarà ciò, che si cerca: Come se l' altezza PR fosse di 7. piedi, 5. pollici, e 11. linee, e l' altezza VT fosse di 5. piedi, 8. pollici, e 3. linee, con sottrarre questa seconda dalla prima, ne verrebbe 1. piede, 9. pollici, e 8. linee, e di tanto il punto P sarebbe più basso del punto V. Questa livellazione, che si fa con una sola stazione, si chiama livellazione semplice.*

XIII. *Che se il tratto di terra da livellarsi sarà lungo assai, onde il livellamento non si possa fare con una stazion sola, ma ve ne vogliano varie, in tal caso la livellazione si dice composta. Si debba trovar per esempio di quanto il punto A (Fig. 22.) sia più alto del punto R. Si faccia la prima stazione con porre il livello in D, e le aste in A, E. Si traguardi da una parte, e dall' altra, e si notino i punti C, F, ai quali va a terminare il raggio visuale, e questi punti C, F determineranno le altezze AC, EF. Si distinguano sopra di una carta due colonne; nella colonna destra si scriva l' altezza AC, e nella sinistra l' altezza EF. Fatto ciò si trasporti il livello in N, e lasciando immobile l' asta EH, si trasporti l' asta AB in OK, indi si traguardi da una parte, e dall' altra in G, O, e nella colonna destra si scriva l' altezza EG, nella colonna sinistra si scriva zero, poichè manca l' altezza. Finalmente si trasporti il livello in Q, e l' asta EH in RT, lasciando immobile la OK, poscia si traguardi in P, S, e si scriva l' altezza OP nella colonna destra, e l' altezza RS nella colonna sinistra. Ora si faccia la somma tanto della colonna destra, come della colonna sinistra, si sottragga una somma dall' altra, e il residuo darà l' altezza del punto A sopra il punto R. Sia per esempio AC eguale a tre piedi di Parigi, 2. pollici, e 5. linee; EF sia 7. piedi, 1. pollice, e 2. linee; EG sia 9. piedi, 6. pollici,*

COROLLARIO X.

65. Quello che si è detto rispetto alla linea retta vale ancora rispetto alla linea obliqua; cioè a dire se sopra una retta cadranno due oblique egualmente inclinate, esse faranno parallele, perchè essendo egualmente inclinate, esse sono equidistanti.

COROLLARIO XI.

66. E siccome le rette egualmente inclinate fra due parallele hanno la perpendicolare eguale, essendo che lo spazio parallelo è dappertutto lo stesso (pel num. 59.), ed eguale hanno pure la distanza dal perpendicolo (pel num. 44.), però le oblique egualmente inclinate fra due parallele sono eguali (pel num. 46.). E se fra due parallele si condurranno due oblique eguali verso una stessa parte, esse saranno egualmente inclinate, o sia parallele.

CO-

---

e 4. linee; OP sia 2. piedi, 11. pollici, e 7. linee, RS sia 12. piedi, 4. pollici, e 8. linee. Si notino su la carta come si vede quì sotto.

	Colonna destra			*Colonna sinistra.*		
Stazioni	*Piedi.*	*Pollici.*	*Linee.*	*Piedi.*	*Pollici.*	*Linee.*
1	3	2	5	7	1	2
2	9	6	4	0	0	0
3	2	11	7	12	4	8
Somma	15	8	4	19	5	10
			Quant. da sottr.	15	8	4
			Residuo	3	9	6

Adunque il punto R è più basso del punto A di piedi 3., pollici 9., linee 6.. Se le due somme fossero state eguali, in tal caso i due punti A, R sarebbero egualmente alti.

XIV. *Non ho fatto alcuna correzione a norma della precedente Tavola alle già prese livellazioni, perchè ho supposto, che la distanza tra lo scopo, e il livello o non arrivi a 50. pertiche, o almeno non le passi: Ma se la distanza tra il punto A, e il punto D, così tra il punto D, e il punto E &c. fosse 100., 200., 300. &c. pertiche, in tal caso per ciascuna livellazione si dovrà usare la correzione, che ci viene somministrata dalla precedente Tavola.*

XV. *La stessa livellazione composta si deve praticare in caso, che si debbano livellare due punti a piè di un monte, l'uno da una banda, e l'altro dall' altra, per modo che il monte rimanga tra loro due.*

COROLLARIO XII.

67. Per lo che se due oblique RS, AC (Fig. 18.) saranno eguali, ed egualmente inclinate, le due rette BA, PQ, che passeranno per le loro estremità saranno parallele: O sia se vi saranno due linee eguali, e parallele, le due rette, che uniranno le loro estremità, saranno anch' esse eguali, e parallele. Eucl. l. 1. p. 33. E generalmente se due rette parallele saranno terminate da altre due rette parallele, le parallele opposte saranno eguali. E perchè le egualmente inclinate fra due parallele sono eguali (pel num. 66.), e sono parallele (pel num. 65.), come le RS, AC, eguali pure sono le rette RA, SC fra loro comprese.

COROLLARIO XIII.

68. Che però se per le estremità di due rette parallele ineguali CD, BE (Fig. 23.) si faranno passare due rette HF, KG, esse non potranno essere parallele: dunque dove più, dove meno dovranno distare fra loro, e siccome passano per le estremità delle due ineguali parallele CD, BE, i due punti C, B determineranno la direzione della retta HF, e i due punti D, E determineranno la direzione della retta KG: Ma i due punti B, E più sono vicini tra loro, che i due punti C, D; quindi le direzioni delle rette HF, KG più si accosteranno fra loro dalla parte della retta BE, che dalla parte della retta CD, conseguentemente queste rette più sempre, e più si accosteranno dalla parte della retta minore BE fino a che si incontreranno finalmente in un punto A.

COROLLARIO XIV.

69. Quindi se tra due rette AH, AK (Fig. stessa), che partono da uno stesso punto A, si condurranno più rette egualmente inclinate BE, CD, di queste rette quella sarà maggiore, che più disterà dal punto A, e le altre susseguenti approssimantesi al punto A si faranno sempre minori, così che la minima sarà quella, che sarà più vicina allo stesso punto A.

POSTULATO.

70. Si domanda di poter condurre una parallela a una linea data.

71. Def. 5. Se sopra due date linee AB, CD (Fig. 24.) si condurranno due altre linee FE, GH per modo, che come una di queste, per Esempio FE è inclinata a una di quelle, come CD, così la HG seconda di queste sia inclinata all' altra AB di quelle, queste due linee EF, GH si chiamano antiparallele. Tali sono pure le ED, BD (Fig. 25.) rispetto alle due AB, AD; così le BD, EF (Fig. 26.) rispetto alle AB, AD; e finalmente le DE, BG riguardo alle AB, AD (Fig. 27.). Le antiparallele adunque a differenza delle linee parallele, che sopra una retta secante egualmente si inclinano, esigono necessariamente l' incontro di due altre rette, a ciascuna delle quali ognuna di queste sia egualmente inclinata.

PARTE III.

Delle linee, che si incontrano in un punto, o sia degli angoli.

72. DEf. 1. Lo spazio compreso dalla vicendevole inclinazione di due linee indefinitamente prolungate BA, DA (Fig. 5.), e concorrenti in un punto A, dicesi angolo. Le rette AB, AD, che formano l'angolo, chiamansi i lati, o le gambe dell'angolo. Il punto A, in cui si incontrano questi lati, si dice il vertice, o la sommità dell'angolo. L'angolo alle volte si esprime mediante la sola lettera affissa al vertice, come nel presente caso colla lettera A: Altre volte si adoprano tre lettere, delle quali quella di mezzo indica l'angolo, come BAD nella presente figura, nel qual caso la prima lettera colla seconda, e la seconda colla terza denotano i lati. Se questi lati si prolungheranno oltre il vertice A in C, ed E (Fig. 28.), i due angoli BAD, CAE, e gli altri due DAE, BAC si chiameranno angoli verticalmente opposti.

COROLLARIO I.

73. Poichè l'angolo non è altro, che lo spazio compreso da due rette concorrenti in un punto, egli è adunque *quanto*, e la di lui quantità non si ripete dalla maggiore, o minore lunghezza de' lati AB, AD (Fig. 5.), ma dalla loro diversa inclinazione.

COROLLARIO II.

74. Onde per ingrandire, o diminuire un angolo, bisognerà ingrandire, o diminuire l'inclinazione de' suoi lati tenendo immobile uno de' suoi lati, come AB, e intorno il punto A facendo girare l'altro lato AD. Sia per esempio immobile il lato BD (Fig. 29.), su cui immaginiamci che cada il lato AD, in questo caso non si avrà alcun angolo. Che se si alzerà il lato AD, si comincierà a formare un angolo, il quale si andrà sempre più ingrandendo, con continuare ad alzare il lato AD, e finalmente diverrà nullo, quando il lato AD cadrà sul lato BD prolungato in C, o sia quando con BD formerà una retta.

COROLLARIO III.

75. Quegli angoli pertanto saranno eguali, o simili, i di cui lati saranno egualmente inclinati. Quindi è, che se in due spazj paralleli due oblique AE, CF (Fig. 30.) faranno colle loro perpendicolari AB, CD angoli eguali, esse saranno egualmente inclinate; e vice versa se saranno egualmente inclinate, esse faranno angoli eguali colle loro perpendicolari.

COROLLARIO IV.

76. Conseguentemente perchè (pel num. 58.) le parallele, che cadono sopra una retta, sono a questa retta egualmente inclinate, esse fanno gli angoli dalla stessa parte eguali, cioè ACQ=RSQ, ed ACP=RSP. (Fig. 18.) Eucl. l. 1. p. 27. parte 2. L'angolo ACQ dicesi esterno, e l'angolo RSQ si chiama interno; siccome esterno si dice l'angolo RSP, e interno l'angolo ACP. *Vice versa* se una linea retta cadendo sopra altre rette formerà con esse dalla stessa parte angoli eguali,

li, cioè l'angolo esterno eguale all'interno, queste rette saranno egualmente inclinate, o sia parallele. Eucl. l. 1. p. 29. parte 1.

COROLLARIO V.

77. Stante che la perpendicolare non inclina più da una parte, che dall'altra (pel num. 31.), se una perpendicolare AB (Fig. 8.) cadrà sopra una retta CD, essa formerà due angoli eguali (pel num. 75.), cioè ABC = ABD. Ciascuno poi di questi angoli chiamasi retto: Ond'è, che v'ha una sola spezie d'angoli retti, mentre sono tutti eguali tra loro. Due angoli retti si formeranno pure dall'altra parte con prolungare la AB in E. (a)

COROLLARIO VI.

78. E però se una retta cadendo sopra un'altra retta formerà due angoli retti, ella gli sarà perpendicolare. (b)

(a) XVI. *Da ciò si ricava il modo di conoscere se uno squadro è fatto con tutta esattezza. E' lo squadro uno strumento, di cui si servono gli Agrimensori nella misura dei terreni, e più a basso darò il modo di adoperarlo: Egli è fatto d'una lastra d'ottone rotonda a forma di scatola* (*Fig.* 31.) *in cui ad angoli retti vi sono fatti quattro tagli, o traguardi* AB, CD, EF *ec. Tutta la perfezione di questo strumento consiste ne' traguardi, che devono essere tagli sottilissimi, e fatti esattamente ad angoli retti. Ora per accertarsene si faccia così: Si appressi l'occhio a ciascuno dei quattro traguardi, e si collimi nei quattro punti* G, H, K, L. (*Fig.* 32.) *Dopo ciò si giri lo squadro per un quarto di cerchio, e di nuovo si applichi l'occhio a ciascuno dei quattro traguardi: Se si collimerà negli stessi punti di prima, ciò sarà indizio, che i tagli sono fatti a dovere: Ma se mentre due traguardi* C, M *sono messi a dovere in dirittura dei punti* H, L, *gli altri due traguardi* A, E *porteranno fuori dei segni* G, K, *come in* P, Q, *ciò sarà indizio, che l'istrumento non è fatto a perfezione.*

(b) XVII. *Occorrendo nel misurare i terreni di condurre delle perpendicolari, ciò si otterrà facilmente mediante lo squadro: Come* (*Fig.* 33.) *dovendosi dal punto* B *della retta* AC *alzare una perpendicolare, si collochi lo squadro in* B, *indi si piantino le due paline* DE, FG (*Queste paline non sono altro, che cannette di una conveniente altezza, alla di cui sommità è applicato un pezzo di carta per poterle meglio distinguere*) *una al di quà l'altra al di là dello squadro sopra la retta* AC, *e si traguardino queste due paline, nel qual caso gli altri due traguardi determineranno una retta, che sarà perpendicolare alla* AC. *Si traguardi adunque per* PQ, *e al lungo del raggio visuale si facciano piantar le paline* R, S, T, *che determineranno la perpendicolare cercata. Se poi da un punto* V (*Fig.* 34.) *si dovrà condurre una perpendicolare alla retta* AG, *si muova tanto avanti, e indietro su la retta* AG *lo squadro per modo, che i traguardi* HK, LM *siano sempre diretti alle paline* DE, FG, *finchè traguardando per* PQ *si incontri il punto* V, *nel qual caso conducendosi dal punto, ove è piantato lo squadro fino al punto* V *ove è piantata la palina una retta, essa sarà la perpendicolare cercata.*

COROLLARIO VII.

79. Non potendosi adunque formare più di due angoli retti da una retta, che cade sopra di un'altra, se una retta cadrà sopra un'altra retta, o essa formerà due angoli retti, o pure due angoli, de' quali la somma sarà eguale a due retti. Eucl. l. 1. p. 13.

COROLLARIO VIII.

80. Per lo che se sopra una retta BC (Fig. 29.) cadranno nello stesso punto D più rette AD, HD, AD, sarà la somma degli angoli formati da queste rette eguale a due retti.

COROLLARIO IX.

81. Che se due rette EB, CD (Fig. 28.) si intersecheranno nel punto A, la somma degli angoli da loro formati sarà eguale a quattro retti, perchè tanto la somma dei due angoli CAE, EAD, come la somma dei due angoli CAB, BAD è eguale a due retti; e però tutti gli angoli disposti intorno a un punto sono eguali a quattro retti.

COROLLARIO X.

82. Se adunque la somma di due angoli BDA, ADC (Fig. 29.), ai quali il lato AD è comune, e in oltre hanno il vertice nello stesso punto D, sarà eguale a due retti, i due lati BD, DC formeranno una sola retta. Eucl. l. 1. p. 14. Che se poi la somma di questi angoli o sarà maggiore di due retti, come BDA + ADE; o minore come BDA + ADH, i due lati BD, DE nel primo caso, e i due BD, DH nel secondo non formeranno una retta, ma comprenderanno un angolo. E *vice versa* se i lati BD, DE, o BD, DH non saranno in una retta, la somma degli angoli da loro formati sarà maggiore, o minore di due retti.

COROLLARIO XI.

83. Dappoichè col cadere comunque una retta sopra un'altra retta ne risultano sempre (pel num. 79.) due angoli, de' quali la somma è eguale a due retti, egli è facile intendere, che gli angoli verticalmente opposti sono eguali, cioè CAB = EAD (Fig. 28.), e DAB = EAC; imperocchè essendo la somma degli angoli EAC + CAB eguale alla somma degli angoli CAB + BAD, se si leverà l'angolo CAB, che all'una, e all'altra somma è comune, resterà l'angolo EAC eguale all'angolo BAD. Lo stesso discorso vale per gli altri due angoli opposti EAD, CAB. Eucl. l. 1. p. 15.

COROLLARIO XII.

84. Onde se di quattro angoli descritti intorno a un punto gli opposti verticalmente saranno eguali, cioè l'angolo CAB sarà eguale all'angolo EAD, e l'angolo CAE eguale all'angolo DAB, tanto le rette CA, AD, come le BA, AE si uniranno in una retta; imperocchè intanto sono eguali gli angoli verticalmente opposti BAD, CAE, inquanto che (pel num. 83.) la somma dei due angoli CAB + BAD è eguale alla somma degli altri due BAC + CAE; ma tanto una somma, come l'altra è eguale a due retti: dunque siccome per essere la somma dei due angoli CAB + BAD eguale a due retti, i lati CA, AD concorrono in una ret-

retta (pel num. 82.), così pure essendo eguale a due retti la somma dei due angoli BAC+CAE, concorrono in una retta i due lati BA, AE; e però di quattro angoli descritti intorno a un punto essendo eguali gli opposti verticalmente, i loro lati si uniranno corrispondentemente a formare due rette.

COROLLARIO XIII.

85. Questa uguaglianza degli angoli verticalmente opposti ci dà il modo di passare dalla cognizione di un solo alla cognizione degli altri, poichè essendo cognito l'angolo CAE, si conoscerà ancora il suo verticalmente opposto BAD; e se dalla somma di due retti si sottrerà l'angolo cognito CAE, si farà cognito l'angolo EAD, e però anche l'opposto CAB.

COROLLARIO XIV.

86. Parimente perchè col cadere una retta HL (Fig. 16.) sopra le parallele AB, CD, la somma degli angoli AeH+HeB è eguale alla somma degli angoli HdC+CdL, se dalla prima somma si leverà l'angolo AeH, e dalla seconda l'angolo CdH, i quali due angoli sono eguali (pel num. 76.), resteranno eguali i due angoli HeB, CdL, i quali diconsi angoli alterni esteriori, come pure gli altri due AeH, LdD; Per lo che se una retta intersecherà due parallele, gli angoli alterni esteriori saranno eguali. Così pure essendo eguali (pel num. 76.) i due angoli HeA, HdC, e (pel num. 83.) l'angolo HeA eguale all'angolo BeL, sarà conseguentemente l'angolo BeL eguale all'angolo HdC, i quali due angoli chiamansi alterni interiori, non meno, che gli altri due AeL, HdD. Se una retta adunque intersecherà due parallele, gli angoli alterni interiori saranno eguali. Eucl. l. 1. p. 27. p. 1. (a)

CO-

(a) XVIII. *Di questa proposizione si servì Eratostene per misurare il circuito della terra. Osservò egli, che nel tempo del solstizio estivo il sole cadeva perpendicolare alla Città di Siene nell'Egitto, che Siene, ed Alessandria erano quasi sotto il medesimo meridiano, e che la loro distanza era di 5000 stadj. Ciò posto sia* C [*Fig.* 35.] *il centro della terra,* BDH *il di lei circuito. Siene sia in* B, *il sole in* A, *il di cui raggio perpendicolare alla città di Siene sia* AB, *che prolungato passa pel centro. Alessandria sia in* D, *ove si innalzi lo stile perpendicolare* DE. *Il raggio del sole, che passa per l'estremità* E *dello stile sia* EF. *Poichè a motivo della grande distanza i raggi del sole vengono a noi come paralleli, sarà* EF *parallela ad* AC, *conseguentemente sarà l'angolo* DEF *eguale all'angolo* BCD. *Ora nel punto del solstizio estivo egli osservò, che l'angolo* DEF *fatto dal raggio solare collo stile era di gradi* 7, *e minuti* 12, *onde così istituì il suo raziocinio: Come stanno gradi* 7: 12' *a gradi* 360, *così devono stare stadj* 5000 *al quarto, che è* 250000, *che è il ricercato ambito della terra. Ma un tal metodo per misurare il contorno della terra è imperfettissimo: Egli è stato in seguito dai Matematici con maggiore accuratezza ricercato, e sono già notissime le spedizioni fatte a questo motivo dall' Accademia di Parigi, come pure dal glorioso Pontefice Benedetto XIV., ed è stato scoperto, che la terra non è un globo perfetto, ma che i gradi si vanno facendo minori nel passare dai Poli all' Equatore. Che se in pratica si vorrà prendere la terra come sferica, ne prenderemo la misura dal Sig. Picard, che ad ogni grado ha trovato corrispondere Tese* 57060, *e però all'intero circuito Tese* 20541600.

COROLLARIO XV.

87. *Vice versa* se una retta cadendo sopra due rette farà eguali gli angoli alterni, queste due rette saranno parallele, poichè non possono essere eguali gli angoli alterni, senza che l' angolo interno sia eguale all' esterno opposto, e però senza che queste rette siano parallele (pel num. 76.) Eucl. l. 1. p. 28.

COROLLARIO XVI.

88. Istessamente essendo (pel num. 79.) la somma dei due angoli HeA, AeL eguale a due retti, se in vece dell' angolo HeA si sostituirà l' angolo HdC, che gli è eguale (pel num. 76.), la somma dei due angoli AeL, CdH, che chiamansi interni, sarà eguale a due retti: Onde se una retta interfecherà due parallele ella farà gli angoli interni AeL, CdH, e BeL, HdD eguali a due retti. Eucl. l. 1. p. 27. p. 3.

COROLLARIO XVII.

89. E all' opposto se una retta cadendo sopra due rette farà gli angoli interni eguali a due retti, queste due rette saranno parallele, poichè non possono essere eguali a due retti gli angoli interni, senza che l' angolo interno sia eguale all' esterno opposto, e in conseguenza senza che le due rette siano parallele (pel num. 76.) Eucl. l. 1. p. 29. p. 2.

COROLLARIO XVIII.

90. Adunque acciò due rette siano parallele devesi verificare, che in caso d' essere tagliate da una retta qualunque siano gli angoli esterni eguali agli interni opposti; gli angoli alterni eguali fra loro; e finalmente la somma dei due interni posti dalla medesima parte eguale a due retti. Che però per dimostrare, che due rette non sono parallele, ma devono concorrere in un punto, basta solamente far vedere, che uno di questi tre requisiti non sussiste.

COROLLARIO XIX.

91. E perchè (pel num. 69.) due rette HF, KG (Fig. 23.), che passano per le estremità di due parallele ineguali CD, BE, si vanno a incontrare in un punto A dalla parte della parallela minore BE, quindi dalla parte di X queste due rette HF, KG si vanno sempre più accostando tra loro, e all' opposto dalla parte di Z si vanno continuamente allontanando: dunque dalla parte di X la inclinazione delle BF, EG sopra la BE è maggiore, che la inclinazione delle BH, EK sopra la stessa BE dalla parte di Z, conseguentemente gli angoli interni FBE, BEG fatti dalle dette due rette colla BE sono minori dalla parte di X, ove queste rette si incontrano, degli angoli interni HBE, BEK dalla parte di Z. Per lo che se una retta incontrerà due rette in modo, che gli angoli interni dalla stessa parte non risultino eguali a due retti, queste due rette andranno a incontrarsi da quella parte, ove gli angoli interni risultano minori di due retti.

COROLLARIO XX.

92. Per ultimo le antiparallele faranno gli angoli su le linee da esse tagliate in luoghi opposti eguali, cioè l'angolo BEF eguale all' angolo DHG (Fig. 24.); così l' angolo AEF eguale all' angolo ADB (Fig. 26.); l' angolo ADE eguale all'

all'angolo ABD (Fig. 25.), e l'angolo ADE eguale all'angolo ABG (Fig. 27.). Lo stesso si dica degli altri angoli esistenti in luoghi opposti.

93. Def. 2. I due angoli formati o da una perpendicolare, o da una obliqua, che cade sopra una retta, come CEA, CEB, (Fig. 36.), e GEA, GEB, si dicono angoli conseguenti, e ognuno di questi angoli rispetto all'altro si dice angolo del supplemento. Diconsi pure angoli conseguenti i due CEG, GEA, de'quali la somma forma un retto, e in questo caso ognun di loro rispetto all'altro chiamasi angolo del complemento. Due angoli conseguenti poi si dicono dello stesso ordine con altri due conseguenti, se tanto la somma degli uni, come degli altri formerà un retto, o pure due retti.

COROLLARIO I.

94. Due angoli adunque conseguenti saranno eguali a due altri angoli conseguenti dello stesso ordine.

COROLLARIO II.

95. Che però se il primo di due angoli conseguenti sarà eguale al primo di due altri angoli conseguenti dello stesso ordine, ancora il secondo sarà eguale al secondo, cioè a dire gli angoli eguali hanno supplementi, o complementi eguali. *Vice versa* se il primo di due angoli conseguenti non sarà eguale al primo di altri due dello stesso ordine, nemmeno il secondo sarà eguale al secondo.

96. Def. 3. L'angolo maggiore del retto, come GEB (Fig. stessa) si chiama ottuso. L'angolo minore del retto, come GEA si dice acuto.

COROLLARIO I.

97. Poichè in infinite maniere due rette possono essere inclinate tra loro in modo, che formino un angolo maggiore, o minore di un retto, quindi è, che infinite sono le diversità degli angoli tanto ottusi come acuti.

98. Def. 4. L'angolo dicesi curvilineo, i di cui lati sono linee curve, come GMO (Fig. 37.) Quando poi un lato sia retto, e l'altro curvo, l'angolo dicesi mistilineo, come LPQ (Fig. 38.)

SCOLIO.

99. Le rette tanto parallele, come concorrenti in un punto, delle quali fin ora ho trattato, si suppongono indefinitamente prolungate, e ciò perchè, non racchiudendo esse alcuno spazio, si possono attribuire alle rette di una qualunque lunghezza le proprietà, che rispetto a loro si sono dimostrate.

PARTE IV.

Delle linee circolari.

100. DEf. 1. Se la retta AB (Fig. 39.) si moverà intorno alla sua estremità A immobile finchè ella ritorni al posto d'onde è partita, col suo moto ella descriverà uno spazio ABCDEB, che chiamasi circolo. Il punto A dicesi il centro del circolo. La traccia BCDEB lasciata dal punto B si chiama circonferenza, o periferia del circolo, il di cui interiore, che riguarda il centro dicesi il concavo, e l'esteriore s'appella il convesso. La retta generante AB si dice il semidiame-

me-

metro, o raggio del circolo: Se poi questa A B si prolunga finchè incontri la periferia in D, si chiama diametro; e generalmente diametro del circolo è qualunque retta, che va da un punto all' altro della periferia passando pel centro. Il diametro divide il circolo in due parti eguali, ognuna delle quali, come BCDB, si dice semicircolo, e la metà di questo semicircolo, come ABCA, si chiama quadrante di circolo. Si intende pertanto dalla data genesi del circolo, come dato un qualunque intervallo si possa mediante il compasso descrivere un circolo, niente altro richiedendosi, che aprire il compasso a misura del proposto intervallo, indi tenendo immobile un piede del medesimo, girar l'altro finchè ritorni al punto, dal quale è partito.

COROLLARIO I.

101. Ora egli è manifesto, che qualunque punto della circonferenza è egualmente distante dal centro, che occupa il mezzo dello spazio circolare. E tutti i raggi, e però tutti i diametri di uno stesso circolo sono eguali.

COROLLARIO II.

102. La grandezza pertanto del circolo dipende dalla quantità del raggio: Onde quei circoli saranno eguali, che avranno raggi eguali, e *vice versa*; e di due circoli quello sarà maggiore, che avrà il raggio maggiore, e quello minore, che avrà il raggio minore.

COROLLARIO III.

103. Che se dal centro si tirerà una retta alla periferia, la quale sia maggiore del raggio, essa colla sua estremità cadrà fuori, e se sarà minore del raggio, cadrà dentro della circonferenza.

COROLLARIO IV.

104. Poichè in una retta (pel num. 54.) non si possono dare, che due punti, i quali siano egualmente distanti da un qualunque punto preso fuori della medesima; se si darà una linea, la quale abbia tre punti egualmente distanti da un qualunque punto preso fuori di lei, essa potrà essere una circonferenza di circolo, di cui questo punto sarà il centro.

COROLLARIO V.

105. Siccome adunque due punti determinano una retta (pel num. 25.), così tre punti determinano una circonferenza di circolo: Onde per descrivere una circonferenza bisogna, che siano dati tre punti.

COROLLARIO VI.

106. Quindi tre punti determinando la circonferenza di un circolo, due circonferenze non potranno avere tre punti comuni, senza che li abbiano tutti, nel qual modo verranno a formare una sola circonferenza.

POSTULATO.

107. Con un qualsivoglia punto come centro, e con un qualunque intervallo domandasi di poter descrivere un circolo.

108.

108. Def. 2. Una porzione di circonferenza maggiore, o minore del semicircolo, come BDA (Fig. 40.), ovvero BPA, dicesi arco di circolo.

109. Def. 3. Ogni retta, come AB (Fig. stessa), che senza passare pel centro termina alla circonferenza, si chiama corda, la quale divide la circonferenza in due archi, uno maggiore APB, e l'altro minore ADB. Quando si parla della corda di un arco, se altro non si esprime, s'intende sempre dell'arco minore. Sarà poi facile iscrivere in un circolo una retta, o corda minore del di lui diametro, bastando prendere nella circonferenza un qualunque punto B (Fig. stessa), in cui, fatto centro coll' intervallo per esempio BA eguale alla data retta, descrivere un arco EF, che incontri la circonferenza in A, mentre dal punto B a questo punto A d' intersezione conducendosi la BA, essa sarà la corda cercata. Eucl. l. 4. p. 1.

110. Def. 4. Le due porzioni, nelle quali dalla corda viene diviso il circolo, si dicono segmenti del circolo: Così AQBDA chiamasi il segmento minore, e AQBPA il segmento maggiore.

111. Def. 5. Lo spazio HCON compreso da due raggi (Fig. stessa), e dall' arco, che essi comprendono, si dice settore di circolo.

COROLLARIO I.

112. Poichè il circolo viene descritto dal moto di una retta girante su un punto immobile, finchè ella ritorni al luogo di prima, egli è evidente, che le parti tutte del circolo devono risultare egualmente disposte, e così uniformi, che non vi sia tra loro differenza alcuna: Per lo che due segmenti di uno stesso circolo, o di circoli eguali, saranno eguali, ogniqualvolta gli archi di questi segmenti sieno eguali. Dunque le corde, su cui poggiano questi segmenti sono eguali; e però nello stesso circolo, o in circoli eguali, gli archi eguali hanno corde eguali, e le corde eguali sostentano archi eguali. Eucl. l. 3. 26., e 27. Conseguentemente nello stesso circolo, o in circoli eguali le corde ineguali sostentano archi ineguali, e *vice versa*, così che all' arco maggiore corrisponda una corda maggiore, e a un minore una corda minore. (a)

D CO-

(a) XIX. *Da questo numero si ricava primieramente il modo di condurre per un punto dato* D [*Fig.* 41.] *una retta parallela a una proposta retta* AB. *Da un punto qualunque* C *della retta* AB *si descriva un arco tale, che passi pel punto dato* D, *come* DF*; indi colla stessa apertura di compasso, fatto centro in* D, *si descriva l' arco* EC *eguale all' arco* DF. *Si conduca poscia per i punti* E, D *la retta* GH, *che sarà parallela ad* AB, *come si cercava, perchè i due archi* CE, FD *descritti collo stesso raggio essendo eguali, le loro corde sono eguali, e in oltre sono parallele, perchè i due archi essendo descritti collo stesso raggio, siccome dal punto* D *sono egualmente distanti i due punti* E, C, *così con pari distanza sono pure dal punto* C *egualmente distanti i due punti* D, F, *onde la distanza, che è tra i due punti* E, D, *è eguale alla distanza, che è tra i due punti* C, F, *cioè le due rette* EC, DF *sono parallele, ed eguali, e però* [*pel num.* 67.] *sono pure parallele le due rette* AB, GH, *che passano per le loro estremità. Eucl. l.* 1. *p.* 31.

XX. *In secondo luogo si ha la maniera di condurre da un qualunque punto* G

COROLLARIO II.

113. Ma i segmenti eguali distano egualmente dal centro, e i segmenti ineguali distano inegualmente, così che la distanza del segmento maggiore dal centro sia minore della distanza del segmento minore: Dunque perchè questi segmenti sono terminati da rette, che sono corde dei loro archi, e i segmenti eguali hanno corde eguali, i segmenti ineguali corde ineguali; però nello stesso circolo, o in circoli eguali le corde eguali distano egualmente dal centro, e le corde ineguali distano inegualmente, così che la corda maggiore disti meno dal centro, che la corda minore. E *vice versa* le corde, che in cerchj eguali distano egualmente dal centro sono eguali. Eucl. l. 3. p. 14., e se distano inegualmente sono ineguali; e perchè quanto la corda è maggiore, dista meno dal centro, quindi se in un circolo saranno iscritte più corde, la minore sarà la più lontana dal centro, e delle altre quella sarà maggiore, che sarà più vicina al centro; onde perchè il diametro passa pel centro, egli sarà maggiore di qualunque altra corda, che si possa allo stesso circolo iscrivere. Eucl. l. 3. p. 15.

114. La circonferenza di qualunque circolo si divide dai Matematici in 360 parti, le quali si chiamano gradi: E però alla semicirconferenza corrispondono 180 gradi, 90 al quadrante. Ogni grado si divide in 60 minuti, ogni minuto in 60 minuti secondi, ogni minuto secondo in 60 terzi ec. Il motivo, per cui è piaciuto ai Matematici di dividere il circolo in 360 parti si è perchè questo numero ha molte parti aliquote, lo che è di grande comodo pei calcoli.

COROLLARIO I.

115. Dal fissato numero di gradi per qualsivoglia circolo si raccoglie, che col nome di grado non devesi intendere una grandezza, o sia una misura assoluta, e costante, ma relativa, e proporzionale alla grandezza del circolo, di cui si tratta, cioè la di lui 360esima parte: Onde i gradi di una circonferenza piccola saranno minori in grandezza dei gradi di una circonferenza più grande.

COROLLARIO II.

116. Per lo che gli archi di egual numero di gradi sono più grandi ne' cerchj maggiori, e ne' cerchj minori più piccoli; conseguentemente gli archi di egual numero di gradi hanno corde più grandi ne' cerchj maggiori, e più piccole ne' cerchj minori.

COROLLARIO III.

117. Onde se una stessa corda CD (Fig. 43.) sarà comune a due archi di cerchj ineguali CBDE, CADF, che si intersecano ne' punti C, D, l'arco CAD del cerchio minore conterrà più gradi, che l'arco CBD del cerchio maggiore.

CO-

---

preso nella retta AB [*Fig.* 42.] *una parallela all' obliqua* EF *compresa tra le due parallele* AB, CD. *Si prenda col compasso l' intervallo* EG, *e fatto centro in* F, *si descriva l' arco* MN, *e dove quest' arco interseca la retta* CD *si conduca dal punto* G *la retta* GH, *che sarà la parallela cercata; imperocchè essendo* [*per la costruzione*] EG = FH, *la retta* GH *ha due punti egualmente distanti dalla proposta retta* EF, *e però gli è parallela* [*pel num.* 57.]

COROLLARIO IV.

118. Quindi sopra la stessa linea non si potranno descrivere dalla medesima parte due archi di cerchio simili, cioè d'egual numero di gradi, e ineguali, come ABD, ACD (Fig. 44.) Eucl. l. 3. p. 23., e però una stessa linea non può essere la corda di due archi d'egual numero di gradi, i quali spettino a cerchj ineguali. Che se sopra due linee eguali AC, DF (Fig. 45.) si descriveranno due simili porzioni, o sia segmenti di cerchio ABC, DEF, essi saranno eguali. Eucl. l. 3. p. 24.

COROLLARIO V.

119. Poichè (pel num. 101.) il centro occupa il punto di mezzo di tutto lo spazio circolare; e (pel num. 81.) tutti gli angoli, che si possono formare intorno a un punto equivagliono a quattro retti, però la circonferenza del circolo sarà la misura di quattro angoli retti; o sia quattro angoli retti avranno per misura 360 gradi; conseguentemente la semicirconferenza sarà la misura di due angoli retti, che perciò varranno 180 gradi; e il quadrante, vale a dire 90 gradi, sarà la misura dell'angolo retto. L'angolo ottuso poi, che (pel num. 96.) è maggiore del retto varrà più di 90 gradi, e l'acuto meno, perchè è minore del retto.

COROLLARIO VI.

120. La misura adunque di qualunque angolo è l'arco compreso dai lati dell'angolo, il quale arco si descrive dal punto A (Fig. 46.) come centro con un intervallo a piacere. Così ciascuno degli archi CD, EG, BH è misura dell'angolo CAD. Ho detto con un intervallo a piacere, perchè (pel num. 73.) la quantità dell'angolo non consiste nella maggiore, o minore lunghezza de' lati, ma nella loro inclinazione, la quale da ciascuno de' detti archi avendo lo stesso numero di gradi viene misurata. Per mettere tutto ciò sotto degli occhj sia CM il diametro immobile di un circolo, e si immagini un'altra retta CM mobile sovrapposta al suddetto diametro, con cui faccia una sola retta. Facciamo adesso, che la mobile CM cominci a muoversi intorno al punto A: Al suo primo minimo moto ciascun di lei punto si scosterà dal corrispondente punto del diametro, che interfecherà nel solo punto A (pel num 16.), e ciascuno de' detti punti tanto più si scosterà dal suo corrispondente, a misura che questi punti saranno più lontani dal punto A comune ad ambedue le linee: Come essendo passata in DQ la retta CM, i punti C, D, che più distano da A osserveranno fra loro maggior distanza, che i punti B, H, che meno distano da A. Tosto che adunque la retta CM comincierà a muoversi intorno il punto A, ella comincierà a fare un angolo col diametro CM, e questo angolo esprimerà la quantità dell'allontanamento dei punti della retta CM passata in DQ dai corrispondenti punti del diametro CM; e però quanto questo allontanamento sarà maggiore, tanto maggiore sarà l'angolo. La misura pertanto dell'allontanamento delle dette due rette è la quantità dello spazio percorso da ciascun punto, con cui si è allontanato dal suo corrispondente, o pure è la quantità dell'angolo da esse formato. Questi spazj adunque, o archi percorsi CD, EG, BH essendo misura di uno stesso angolo, contengono egual numero di gradi, e perciò si dicono archi simili. Quindi se intorno a un punto A come centro saranno

descritti più circoli, conducendosi due raggi AC, AD, essi taglieranno gli archi CD, EG, BH d'egual numero di gradi. (a)

COROLLARIO VII.

121. Che però la grandezza di un angolo essendo misurata dal numero de' gradi dell' arco intercetto fra i di lui lati, se si conoscerà la grandezza di un angolo, sarà cognito ancora il numero de' gradi dell' arco intercetto; e reciprocamente sapendosi il numero de' gradi di un arco, che abbia il centro al vertice di un angolo, dai di cui lati viene terminato, si saprà nel tempo stesso la grandezza dell' angolo.

COROLLARIO VIII.

122. S' intende in oltre, che nello stesso circolo, o in circoli eguali gli angoli eguali s' appoggiano ad archi eguali, e gli archi eguali sostentano angoli eguali: Parimente gli angoli maggiori sono misurati da archi maggiori, e gli angoli minori da archi minori, e *vice versa*: Onde generalmente nello stesso circolo, o in circoli eguali gli angoli stanno fra loro in ragione degli archi, che comprendono, e *vice versa*. Eucl. l. 6. p. 33. (b)

CO-

(a) XXI. *L' essere tutti gli archi concentrici misura di uno stesso angolo, fra i di cui lati essi cadono, il qual angolo ha il vertice al centro; e però l' essere ciascun di loro di un egual numero di gradi, somministra la pratica di descrivere sopra un piano orizzontale una linea meridiana. Sopra il piano, ove devesi descrivere la meridiana si prenda il punto* T, *al quale si applichi il gnomone* T A *perpendicolare al piano. Intorno al punto* T *come centro si descrivano i circoli* PGQ, RDS, VBC; *poi avanti mezzo dì si osservi quando l' ombra del gnomone arriva alla periferia* PGQ, *per esempio nel punto* G, *ed ivi si faccia un segno: Lo stesso si faccia rispetto al circolo* RDS *al punto* E, *poi al punto* C *nel circolo* VBC. *Le stesse osservazioni si facciano ai punti* B, D, F *dopo il mezzo dì nei circoli medesimi. Si dividano per metà questi archi* FG, DE, BG *ne' punti* H, I, K, *i quali se saranno tutti esattamente nella stessa retta* HL, *che passa pel centro, questa sarà la meridiana cercata. Se poi non sono esattamente sopra una retta, si conduca pel centro una retta in modo, che divida per mezzo i loro errori, e questa sarà la linea cercata. Questo modo di descrivere una linea meridiana è molto imperfetto stante l' impossibilità di segnare esattamente le estremità dell' ombra a motivo della penombra. Comunemente però egli serve per una pratica, in cui non sia necessaria tanta esattezza, la quale non si può ottenere, che per mezzo delle osservazioni celesti.*

(b) XXII. *Se sarà proposto di alzare dal punto* B *della retta* AB [*Fig.* 47.] *una retta, la quale faccia con* AB *un angolo eguale all' angolo* FCE [*Fig.* 48.], *basterà dal punto* C, *come centro, descrivere l' arco* GH *con l' intervallo* CG *preso a piacere, indi fatto centro in* B *collo stesso intervallo* CG *descrivere l' arco* DNL. *Ciò fatto dal punto* D *come centro, e coll' intervallo* GH *si descriva l' arco* MNO, *il quale taglierà l' arco* DNL *nel punto* N. *Per i due punti* B, N *si conduca la retta* BNP, *che colla data* AB *farà l' angolo cercato, poichè i due angoli* FCE, ABP *essendo misurati da archi per costruzione eguali* GH, DN, *sono eguali. Eucl. l.* 1. *p.* 23.

XXIII. *Che se la retta, che deve formare l' angolo cercato, si dovrà condurre*

COROLLARIO IX.

123. Poichè la ſemicirconferenza è ſoſtenuta da una retta, che è il diametro, e l' angolo riſulta dall' inclinazione di due rette, l' angolo più grande, che ſi poſſa dare, avrà per miſura un arco, che ſarà minore della ſemicirconferenza.

COROLLARIO X.

124. Che ſe un angolo dato CAD (Fig. 46.) avrà il vertice al centro del circolo, queſt' angolo ſtarà alla ſomma di quattro retti, come l'arco CD, che lo miſura, ſta all' intera periferia CDFMNC.

PARTE V.

Del mutuo incontro delle linee circolari tanto fra loro, come con linee rette.

125. DEF. I. La retta, che cadendo tutta fuori del circolo lo tocca ſolamente, come AB (Fig. 50.), ſi dice tangente. Se queſta tangente ſi produrrà finchè incontri in D la retta CD condotta dal centro, ſarà ED la tangente dell' arco EN.

COROLLARIO I.

126. Poichè la linea circolare ad ogni punto muta direzione (pel num. 17.) al contrario della linea retta (pel num. 18.) la tangente non può toccare il cir-

---

da un punto Q eſiſtente fuori della retta AB, *in tal caſo ſi formi primieramente [nel modo detto al preced. num. XXII.] l' angolo* ABP *eguale al propoſto* FCE, *poſcia dal punto* Q *[in ſuppoſizione, che la retta* PB *non paſſi pel punto* Q*] ſi conduca la retta* QR *parallela alla* PB, *e l' angolo* ARQ *ſarà il ricercato, poichè [pel num. 76.] l' angolo* ARQ *è eguale all' angolo* ABP, *e conſeguentemente all' angolo* FCE, *come ſi cercava.*

XXIV. *Con tutta facilità pure ſi può determinare l' eguaglianza, o ineguaglianza di due, o più angoli. Siano dati i due angoli* FCE, ABP *[Fig. 47. e 48.]. Con una qualunque apertura di compaſſo* CG *ſi deſcrivano i due archi* GH, DN*: Se queſti ſaranno eguali, anche i due angoli ſaranno eguali; ſe ſaranno ineguali, ineguali eziandio ſaranno gli angoli, e quello ſarà maggiore, cui corriſponderà l' arco maggiore.*

XXV. *Meccanicamente ſi può deſcrivere un qualunque angolo, come pure ſi può miſurare un qualſivoglia angolo mediante il ſemicircolo* ABC *[Fig. 49.] Si collochi il centro del ſemicircolo ſopra il vertice dell' angolo da miſurarſi* FED, *e il raggio* EC *del ſemicircolo ſopra il lato* ED *dell' angolo, poſcia ſi oſſervi a quanti gradi del ſemicircolo corriſponde l' altro lato* FE *dell' angolo, mentre il numero di queſti gradi determinerà la di lui miſura. Così pure ſe ſu la retta* ED *ſi vorrà fare un angolo per eſempio di 48 gradi; ſopra queſta retta ſi collochi il raggio* EC *del ſemicircolo in modo, che il di lui centro corriſponda al punto di queſta retta, in cui deve cadere il vertice dell' angolo; poſcia dal centro* E *ſi conduca una retta pel 48 grado, e queſta formerà l' angolo cercato con la retta data.*

circolo, che in un sol punto, e però tutta cade fuori del medesimo. Eucl. lib. 3. p. 16. p. 1.

COROLLARIO II.

127. Quindi la retta CE, che dal centro si conduce al punto del contatto E, cade tutta dentro del circolo; e qualunque altra retta, come CD, che dal centro si conduca alla tangente, cadrà colla sua estremità fuori del circolo.

COROLLARIO III.

128. Dunque fra tutte le rette, che dal centro C si possono condurre alla tangente, la più breve è la CE, che va al punto del contatto; dell' altre poi quella è più lunga, che più si scosta dal punto del contatto.

COROLLARIO IV.

129. E perchè (pel num. 52.) la più breve, che da un punto si possa condurre ad una retta, è perpendicolare a questa retta, la CE, che dal centro si conduce al punto del contatto, è perpendicolare alla tangente. Eucl. l. 3. p. 18. E reciprocamente (pel num. 32.) la tangente è perpendicolare al raggio nel punto del contatto.

COROLLARIO V.

130. Quindi la retta CE, che dal centro si conduce perpendicolarmente alla tangente, passa pel punto del contatto, altrimenti (contro il num. 128.) non sarebbe la più breve, che si può condurre alla tangente, o sia non gli sarebbe perpendicolare: E conseguentemente la perpendicolare alzata dal punto del contatto alla tangente passa pel centro del circolo. Eucl. l. 3. p. 19.

COROLLARIO VI.

131. E siccome (pel num. 37.) da un punto non si può alzare che una sola perpendicolare, e (pel num. 129.) la tangente è perpendicolare al raggio, se su l' estremità di un raggio si condurrà una perpendicolare, ella sarà in questo punto tangente del circolo; e però alla circonferenza di un circolo in un dato punto non si può condurre, che una sola tangente.

COROLLARIO VII.

132. Per lo che se pel punto del contatto si condurrà oltre alla tangente qualche altra retta, che non coincida colla tangente, essa interfecherà la circonferenza del circolo, come GH (Fig. 50.), perchè (pel num. 126.) una retta non può toccare la circonferenza di un circolo, che in un sol punto. Eucl. l. 3. p. 16. p. 2. Onde l'angolo mistilineo AEF, che dicesi l'angolo del contatto non può essere diviso da alcuna linea retta.

COROLLARIO VIII.

133. Non potendo adunque da una retta essere diviso l' angolo del contatto, egli è perciò minore di qualsivoglia finito angolo rettilineo; e però lo spazio compreso tra la periferia, e la tangente, cioè a dire l' angolo del contatto, è una quantità minore di qualunque assegnabile. L' angolo poi CEF del semicircolo compreso dal raggio CE, e dall' arco EF è maggiore di qualunque angolo rettilineo

lineo acuto, mentre differisce dall' angolo retto CEA di AEF minore di qualunque assegnabile. Che però l'angolo del contatto è di un genere affatto diverso dagli angoli rettilinei [a].

COROLLARIO IX.

134. Non potendo (pel num. 126.) una retta toccare la circonferenza, che in un sol punto, se una retta incontrerà la circonferenza di un circolo in due punti, da tale retta verrà essa intersecata, e questa retta si chiamerà secante come GH.

COROLLARIO X.

135. Onde se nella circonferenza di un circolo si prenderanno due punti, pe' quali si conduca una linea retta, tale retta compresa fra questi due punti cadrà dentro al circolo, come AB (Fig. 40.). Eucl. l. 3. p. 2.

COROLLARIO XI.

136. Una retta poi non può intersecare una circonferenza di circolo, che in due punti, perchè siccome tutti i punti della circonferenza distano egualmente dal centro, se una retta potesse intersecare una circonferenza di circolo in più di due punti, si potrebbero condurre da uno stesso punto a questa retta più di due rette eguali contro il num. 54.

137. Def. 2. Quei circoli diconsi concentrici, i quali hanno lo stesso centro, come AQB, GEH (Fig. 51.) Se poi hanno diversi centri, come EAL, EAD, diconsi eccentrici. (Fig. 52.)

COROLLARIO I.

138. Perchè (pel num. 101.) ogni punto della circonferenza dista egualmente dal centro, le circonferenze de' circoli concentrici serbano sempre fra loro egual distanza, al contrario delle circonferenze de' circoli eccentrici.

COROLLARIO II.

139. Adunque i circoli concentrici non si possono nè toccare, nè intersecare: Che se due circoli si intersecheranno, come i due ECD, CADF (Fig. 45.), o pure si toccheranno, come i due EAL, FAD (Fig. 52.), essi saranno eccentrici. Eucl. l. 3. p. 5., e 6.

COROLLARIO III.

140. Che se i raggi di due circoli concentrici saranno eguali, le due circonferenze si congiungeranno in una sola: O sia se tre punti di una circonferenza converranno con tre punti di un' altra circonferenza, queste due circonferenze si uni-

---

[a] XXVI. *L'angolo del contatto, che non può essere diviso da alcuna linea retta, e però è minore di qualunque angolo rettilineo finito, fa vedere per parte sua la necessità di ammettere in Geometria le quantità infinitamente piccole, o sia minori di qualsivoglia quantità assegnabile, che dal Neuuton sono chiamate quantità nascenti, o evanescenti.*

uniranno in una sola: Per lo che due circonferenze eccentriche non possono avere tre punti comuni, o sia non si possono intersecare, che in due punti. Eucl. l. 3. p. 10. E reciprocamente se due circoli si incontreranno in due punti, essi si intersecheranno, poichè questi due punti spettando ad una retta (pel num. 25.), nè potendo (pel num. 134.) una linea retta incontrare in due punti la circonferenza di un circolo senza secarla, egli è evidente, che due circonferenze non possono incontrarsi in due punti senza intersecarsi.

COROLLARIO IV.

141. Se pertanto due circonferenze, o più si toccheranno, o interiormente, come nella Fig. 52., o esteriormente, come nella Fig. 53., esse si incontreranno in un sol punto, altrimenti si intersecherebbero contro l' Ipotesi. Eucl. l. 3. p. 13.

COROLLARIO V.

142. Che se più circoli incontreranno nello stesso punto A (Fig. 54.) una linea retta AD, nella quale abbiano i loro rispettivi centri, essi si toccheranno tutti nello stesso punto A: Onde la retta AB perpendicolare alla retta AD nel punto A sarà tangente di tutti questi circoli: *E viceversa* se due, o più circoli avranno una stessa tangente, la retta perpendicolare a questa tangente nel punto del contatto passerà pei loro centri, come costa dal num. 130.

COROLLARIO VI.

143. Quanto maggiore poi è il diametro di questi circoli, tanto più le loro periferie si accostano alla tangente MB, che per altro incontrano in un sol punto: Ed ecco, che quantunque l'angolo del contatto EAB (Fig. 54.) non possa essere diviso da alcuna retta, lo può però essere da infinite periferie AF, AG, AH [a].

COROLLARIO VII.

144. Finalmente essendo i raggi dello stesso circolo tutti eguali, se dal centro B di un circolo (Fig. 52.) toccante interiormente un altro nel punto A si condurrà comunque la retta BE alla periferia del circolo esteriore, sarà BE > BA, conseguentemente la retta, che dal centro del circolo interiore si conduce al punto del contatto è la minore di qualunque altra, che dallo stesso centro si possa condurre alla periferia del circolo esteriore.

TEO-

[a] XXVII. *Si è veduto al num. 133., che l'angolo del contatto è minore di qualsivoglia assegnabile, e pure egli può essere diviso all'infinito, mentre per lo stesso punto* A *si possono far passare infinite periferie continuamente maggiori, e maggiori. Ciò poi dimostra diversi essere in infinito gli ordini delle quantità infinitamente piccole.*

TEOREMA I.

145. Se dal centro A (Fig. 55.) del circolo FCEX si condurrà alla corda OB la perpendicolare AC, questa perpendicolare dividerà in C la corda suddetta in due parti eguali. Eucl. l. 3. p. 3. p. 2.

146. Dim. Le rette AO, AB, che dal centro si conducono alle estremità della corda OB sono su questa corda oblique, ed eguali, perchè sono raggi dello stesso circolo: In oltre AC serve di perpendicolare rispetto all'una, e all'altra di queste due oblique; dunque (pel num. 46.) le due oblique AO, AB sono egualmente distanti dal perpendicolo, conseguentemente CO = CB. Lo che si doveva dimostrare.

COROLLARIO I.

147. Quindi se una retta AC (Fig. istessa) passando pel centro dividerà per metà una corda, sarà a questa corda perpendicolare [pel num. 34.], poichè [per Ipotesi] i due punti A, C distano egualmente dai due punti O, B della corda. Eucl. l. 3. p. 3. p. 1. [a].

E CO-

---

[a] XXVIII. *Da questo Corol. si raccoglie come debbasi fare per alzare una perpendicolare da un punto* D [*Fig.* 56.] *su d'una data retta* GH. *Fatto centro in* D *si descriva con qualunque apertura di compasso il semicircolo* LONK; *poscia dai punti* L, K, *come centri si descrivano con qualunque intervallo i due archi intersecantisi* BE, CF. *Pel punto* A *d'intersezione, e pel punto dato* D *si conduca la retta* AD, *che sarà la perpendicolare cercata, poichè [per la costruzione] il punto* A, *e il punto* D *distano egualmente dai punti* L, K. *Eucl. l.* 1. *prop.* 11. *Meccanicamente poi si alzerà una perpendicolare sopr' una data retta, mediante la squadra, come si vede espresso alla* Fig. 9. *Si debba alzare dal punto* B *della retta* CE *una perpendicolare: Si applichi il lato* GE *della squadra su la* CE *dal punto* B *verso* D, *e lungo l' altro lato si tiri la* AB, *che sarà la perpendicolare cercata.*

XXIX. *Che se il punto* D [*Fig.* 57.] *sarà dato fuori della retta indefinita* GH, *fatto centro in* D *si descriva l'arco* ALB *con un tale intervallo, che si giunga a dividere in due punti* A, B *la retta* GH: *Dopo di che, fatto centro ne' punti* A, B, *ove l' arco interseca la retta, si descrivano colla precedente apertura di compasso i due archi* IPK, NQO, *i quali perchè hanno lo stesso raggio, che l' arco da prima descritto, si intersecheranno nel punto dato* D. *Per i punti d' intersezione* D, G *si conduca la retta* DRG, *che sarà la perpendicolare cercata, mentre i punti* D, G *sono egualmente [per costruzione] distanti dai punti* A, B. *Eucl. l.* 1. *p.* 12.

XXX. *Si vede pertanto primieramente, che per dividere per metà con una perpendicolare una proposta retta* DH [*Fig.* 58.] *basterà descrivere con un' apertura di compasso a piacere, maggiore però della metà di tale retta, dalle estremità* D, H, *come centri, due archi* CKB, EMF, *che si intersecheranno in due punti* A, G, *pei quali conducendosi una retta* ALG, *essa dividerà per metà, e perpendicolarmente la data retta* DH. *Eucl. l.* 1. *p.* 10.

XXXI. *Che se dall' estremità d' una retta* GD [*Fig.* 56.] *si dovrà alzare una perpendicolare, si prolunghi questa retta a piacere, come per esempio in* H, *poscia si*

COROLLARIO II.

148. Che però se due corde GF, EH [Fig. 51.] si intersecheranno in un punto N, che non sia il centro, non si divideranno per metà, altrimenti conducendo dal centro C al punto N d'intersezione la retta CN, ella sarebbe perpendicolare a queste due corde, e però queste due corde alla medesima CN sarebbero pure perpendicolari, lo che (pel num. 37.) non può essere. Eucl. l. 3. p. 4. Che se due corde intersecantesi si divideranno per metà, il punto d' intersezione sarà il centro, ed esse saranno due diametri.

COROLLARIO III.

149. *Vice versa* se la retta AC (Fig. 55.) dividendo per metà la corda OB gli sarà perpendicolare, ella passerà pel centro, mentre non può dividere per metà la corda, ed essergli perpendicolare, senza che tutti i di lei punti siano egualmente distanti dalle estremità O, B della corda OB (pel num. 34.) : Ma dalle stesse estremità è pure egualmente distante il centro; dunque questa perpendicolare deve passare pel centro [a].

CO-

---

operi giusta il precedente num. XXVIII. *In seguito dirò come si possa senza produrre la data retta alzarsi all' estremità una perpendicolare. Siccome poi* [*pel num.* 131.] *per condurre una tangente a un dato punto del circolo bisogna condurre una perpendicolare all' estremità del raggio, che dal centro si conduce a questo punto; quindi dato un punto in un circolo, si ha il modo di condurvi una perpendicolare.*

XXXII. *Sapendosi adesso condurre da un punto una perpendicolare a una proposta retta, si sa ancora* [*giusta il num.* 130.] *come si debba operare per determinare il punto, in cui una tangente tocca il circolo, niente altro richiedendosi, che condurre dal centro una perpendicolare a questa tangente, mentre il punto, in cui la incontrerà, sarà il ricercato punto del contatto.*

XXXIII. *Il numero* XXX. *fa vedere come si debba operare per dividere in due parti eguali una retta. Lo stesso modo può servire per dividere una data retta in un numero pari di parti eguali, come si può vedere alla* Fig. 59., *in cui la retta* AB *si divide in otto parti eguali.*

[a] XXXIV. *Dati pertanto essendo tre punti, che non siano in una retta, si sa mediante questo corol. trovare il centro del circolo, che per essi deve passare, e conseguentemente descriverlo. I tre dati punti siano* A, B, D, *quali si congiungano colle due rette* AB, BD [Fig. 60.]*: Si dividano per metà* [*pel num.* XXX.] *queste due rette ne' punti* E, F, *da cui si alzino le perpendicolari* EG, FH, *e il punto* C, *ove esse si intersecano, è il centro del circolo da descriversi. Eucl. l.* 3. *p.* 1.

XXXV. *Collo stesso modo si troverà il centro di un dato arco* ABD [Fig. stessa], *niente altro richiedendosi che iscrivere due corde a questo arco, indi alzare due perpendicolari* EG, FH *su le loro metà, mentre il punto, in cui s' intersecheranno, sarà il centro cercato. Eucl. l.* 3. *p.* 25.

COROLLARIO IV.

150. Isteſſamente (pel num. 34.) eſſendo ogni punto della retta AC comunque prolungata egualmente diſtante dai punti O, B della corda, che ella divide perpendicolarmente, e per metà; però il punto D ſarà pure egualmente diſtanre dagli ſteſſi punti O, B: Onde la retta AD, che divide la corda per metà, e perpendicolarmente, divide ancora in due parti eguali l'arco ODB [a].

COROLLARIO V.

151. Se pertanto ſi condurrà una corda OB parallela al diamerro EF, gli archi OE, BF intercetti da queſte due parallele ſaranno eguali, poichè condotta dal centro la retta AD perpendicolare alla corda, ſarà l'arco EOD eguale all' arco FBD, e l'arco OD eguale all' arco BD: Onde ſe dai due archi eguali EOD, FBD ſi leveranno i due archi eguali OD, BD, reſteranno eguali i due reſidui, cioè EOD — OD = FBD — BD, vale a dire EO = FB.

COROLLARIO VI.

152. Se poi gli archi EO, FB ſaranno eguali, le due corde terminanti queſti due archi eguali ſaranno parallele; poichè ſe dal cenrro A ſi condurrà al punto D, che è il mezzo dell' arco ODB, la rerta AD, eſſa (pel num. 150.) dividerà per metà le corde, e perpendicolarmente; per lo che eſſendo queſte due corde EF, OB perpendicolari alla retra AD, eſſe ſaranno parallele (pel num. 60.). Onde

E 2

[a] XXVI. *Si può adunque ſempre quando ſi vuole dividere in due parti eguali un arco dato, e però un propoſto angolo rettilineo. L'arco dato ſia* DLH [Fig. 58.], *al quale ſi iſcriva la corda* DH: *dal centro* A *ſi conduca la* AL *perpendicolare alla corda* [*pel num.* 147.], *ed eſſa dividerà per metà in* L *l'arco dato. Se poi foſſe dato da dividerſi per metà l'angolo* DAH, *fatto centro in* A *vertice dell' angolo, ſi deſcriva fra i ſuoi lati l'arco* DLH, *quale ſi divida per metà come pur ora ho detto, e così reſterà diviſo per metà ancora l'angolo dato* DAH. *Eucl. l.* 1. *p.* 9., *e l.* 3. *p.* 30.

XXXVII. *Sapendoſi poi dividere geometricamente nella maniera detta un dato arco, o angolo rettilineo per metà, ſi ſaprà egualmente dividere in quattro, in otto, in ſedici &c. parti eguali mediante la replicata biſezione.*

XXXVIII. *Fino ad ora non ſi è trovato il modo di dividere geometricamente un dato angolo in un numero qualunque di parti eguali. Meccanicamente ciò ſi ottiene con deſcrivere dal vertice dell' angolo, come centro, un arco fra i di lui lati, quale arco baſti a dividere nel propoſto numero di parti eguali, indi pel vertice, e per ciaſcuna di queſte diviſioni condurre altrettante rette, che divideranno l'angolo come ſi cerca.*

XXXIX. *Franceſco Vieta ha dato una bella, e facile meccanica ſoluzione al problema della triſezione dell' angolo, al che non ſi è potuto per anche arrivare mediante la ſola riga, e il compaſſo, nel qual modo diceſi operare geometricamente. Al num.* LXVIII. *io proporrò una nuova ſoluzione a queſto problema per mezzo di un ſempliciſſimo ſtrumento, la di cui ſemplicità, potendoſi paragonare a quella del compaſſo, pare che poſſa far paſſare per geometrica la ſoluzione, che ne darò.*

de ſe ſarà dato un arco qualunque di circolo, come ODB, e pel punto D, che lo divide per metà gli ſi condurrà tangente la retta QDR, ella ſarà parallela alla corda OB dell'arco propoſto.

COROLLARIO VII.

153. In oltre ſe una retta DB (Fig.61.) traverſerà comunque due circoli concentrici DCBH, EKF, le porzioni DE, FB di queſta retta compreſe dalle due circonferenze ſaranno eguali, cioè DE=FB, mentre conducendo la perpendicolare AG, ſarà (pel num. 145.) GD=GB, GE=GF, e però GD—GE=GB—GF (pel num. 45. del I. Tomo), vale a dire DE=FB. Queſte porzioni poi intercette tra le due periferie ſaranno le minori di tutte quando la retta DB paſſa pel centro; ed a miſura, che la DB ſi ſcoſterà dal centro le dette porzioni ſi ſaranno ſempre maggiori; così che diventino maſſime quando la DB paſſa ad eſſere tangente del circolo interiore: Lo che dalla curvatura della periferia ad evidenza ſi ſcorge. (a)

COROLLARIO VIII.

154. Se ſi ſupporrà, che la retta OB (Fig. 55.) con moto a ſe ſteſſa ſempre parallelo ſi ſcoſti tanto dal centro, finchè i due punti O, B ſi uniſcano in D, la corda OB diverrà tangente nel punto D, e ſarà l'arco OD eguale all'arco BD.

COROLLARIO IX.

155. Dalle coſe fin' ora dette è manifeſto, che il centro del circolo, il punto, che divide per metà una corda, e il punto, che divide per metà l'arco, ſono in una medeſima retta. Onde ſe una retta paſſerà per due di queſti punti, paſſerà ancora neceſſariamente per il terzo; o pure ſe una linea perpendicolare alla corda dividerà per metà l'arco, paſſerà pel centro, e ſe paſſerà pel centro, dividerà ancora per metà l'arco.

CO-

(a) XL. *Ora rendeſi manifeſto il perchè quanto più obliquamente vengono a noi dagli aſtri i raggi della luce, tanto più ſe ne perde un di lor maggior numero, perchè quanto più obliquamente viene la luce, tanto è maggiore la porzione dell' atmoſfera circondante la terra, che ella deve traverſare. Sia* ABC (*Fig.* 62.) *un arco della circonferenza della terra, ed* abc *un arco concentrico, che rappreſenta il termine dell' atmosfera. Sia* DB *un raggio di luce, che viene dal zenit perpendicolarmente all' orizzonte d' un oſſervatore poſto in* B. *Sia* EB *un raggio, che viene obliquamente, ed* FB *un raggio, che viene orizzontalmente: Quello, che viene perpendicolarmente non deve paſſare, che la parte* bB *dell'atmosfera; ma il raggio obliquo* EB *deve paſſare la parte* GB, *che è aſſai maggiore di* bB; *il raggio poi orizzontale* FB *deve paſſare la parte* HB, *che è la maſſima di tutte. Dal che ne ſegue, che la luce degli aſtri allora è più debole, quando eſſi ſono all' orizzonte, e di mano in mano ſi va aumentando a miſura, che eſſi ſi inalzano ſopra l' orizzonte, e allora lanciano la luce più viva, quando arrivano al zenis.*

TEOREMA II.

156. Se fuori di un circolo, o nella circonferenza si prenderà un punto B (Fig. 63., e 64.), dal quale si conducano alla concava circonferenza le rette, BC, BD, BF ec., io dico, che la maggiore di tutte è quella, che passa pel centro, e delle altre quella è minore, che più si scosta dalla retta, che passa pel centro, cioè BC > BD, BD > BF. Eucl. l. 3. p. 8. p. 1., e 2.

157. Dim. della prima parte. Dal centro E si conducano i raggi ED, EF alle estremità delle BD, BF, che non passano pel centro. Poichè i raggi EC, ED sono eguali, se all'uno, e all'altro si aggiungerà la retta BE, sarà BC = BE + ED: Ma (pel num. 23.) BE + ED > BD; dunque BC > BD. Istessamente si dimostrerà BC > BF. Dunque BC, che passa pel centro è la maggiore di tutte. Lo che si doveva in primo luogo dim.

158. Dim. della seconda parte. Quando il punto B è nella circonferenza del circolo, costa dal num. 113. che la minore di tutte le rette condotte dal punto B sia quella, che più si scosta dalla BC, che passa pel centro, che se il punto B cadrà fuori della circonferenza (Fig. 64.), si conduca la retta IF, onde si avrà BI + IF > BF: Ma (pel num. 113.) ID > IF: dunque molto più sarà BD > BF. Lo stesso discorso si applichi a qualunque altra retta. Dunque la minore di tutte è quella, che più dista dalla retta, che passa pel centro. Lo che si doveva in secondo luogo dim.

TEOREMA III.

159. Se da un punto C [Fig. 65.] preso tra il centro, e la circonferenza di un circolo, si condurranno più rette alla periferia, la maggiore di tutte sarà quella, che passa pel centro, cioè CA, e delle altre quella sarà minore, che più dista da quella, che passa pel centro. Eucl. l. 3. p. 7. p. 1., e 3.

160. Dim. della prima parte. Si conduca dal centro B la retta BG, e [pel num. 23.] si avrà CB + BG > CG: Ma CB + BG = CA, perchè AB, BG sono raggi dello stesso circolo, e BC è comune; dunque CA > CG. Lo stesso discorso si applichi a qualunque altra retta CF, CE ec. rispetto a CA.

161. Dim. della seconda parte. Essendo [pel num. 23.] BI + IG > BG, o sia di BF, se dall'una, e dall'altra si leverà la porzione comune BI, resterà IG > IF, ed aggiungendo ad entrambe la retta IC; sarà CG > CI + IF: Ma CI + IF > CF: dunque molto più sarà CG > CF. Lo stesso discorso si applichi a qualunque altra retta, come a CE rispetto a CF ec. Lo che si doveva in secondo luogo dim.

TEOREMA IV.

162. Se da un punto B [Fig. 64.] preso fuori del circolo si condurranno alla convessa periferia le rette BN, BI, BG; o pure se da un punto C [Fig. 65.] preso dentro al circolo tra la circonferenza, e il centro si condurranno alla circonferenza le rette CN, CE, CF, CG ec. tanto nel primo, che nel secondo caso la minore di tutte queste rette è quella, che prodotta passa pel centro. Eucl. l. 3. p. 8. p. 3., e p. 7. p. 2.

163. Dim. della prima parte. Dal centro E [Fig. 64.], si conduca il raggio EI, e [pel num. 23.] si avrà BI + IE > BE; dunque levando tanto da BIE, co-

me

me da BE le rette eguali EI, EN per essere raggi dello stesso circolo, resterà BI>BN. Lo stesso discorso si applichi a qualunque altra retta, come a BG rispetto a BN.

164. Dim. della seconda parte. Dal centro B si conduca il raggio BE: Sarà BC+CE>BE [Fig. 65.] [pel num. 23.]: Ma BE=BN, perchè sono raggi dello stesso circolo: dunque BC+CE>BN, e però levando tanto da BCE, come da BN la porzione comune BC, sarà CE>CN. Lo stesso discorso si applichi a qualunque altra retta, come a CF, o CG rispetto a CN.

COROLLARIO I.

165. Fra le rette adunque, che da un punto preso fuori del circolo si conducono alla convessa periferia; ovvero che da un punto preso dentro il circolo si conducono alla periferia, quella che di tutte le altre è la minore, prodotta che sia, deve passare pel centro, altrimenti non sarebbe la minore di tutte.

COROLLARIO II.

166. Quindi egli è chiaro, che se due circoli si toccheranno o interiormente, o esteriormente, come i circoli X, Z [Fig. 52., e 53.], i quali si toccano nel punto A, la retta, che dal centro B di uno si condurrà al punto del contatto A, passerà pel centro dell'altro circolo, poichè [pel num. 144] questa retta BA è la minore di tutte quelle, che dal punto B si possono condurre al circolo Z.

COROLLARIO III.

167. E però due circoli, che si toccano o interiormente, o esteriormente hanno i centri, e il punto del contatto in una stessa retta [pel num. 142.]: Onde se una retta congiungerà i centri di due circoli, che si toccano o interiormente, o esteriormente, passerà pel punto del contatto. Eucl. l. 3. p. 11., e 12. [a]

COROLLARIO IV.

168. Fra le rette poi condotte da un punto fuori del circolo alla convessa periferia quella è maggiore, che più si scosta dalla BN, che prodotta passa pel centro

[a] XLI. *Mediante questo Corollario si saprà all'occorrenza determinare con tutta facilità, e precisione il punto del contatto di due circoli, con condurre una retta pei loro centri, la quale passerà pel ricercato punto del contatto.*

XLII. *Parimente si ricava quindi la maniera di comporre con varii archi di diversi circoli toccantisi in certi dati punti alcune curve a piacere, e secondo che può portare il bisogno, come sarebbe la curva* ABCD [*Fig.* 66.], *che si compone da tre archi di cerchio* AB, BC, CD, *de' quali i centri sono* F, E, G. *Così la curva* CDEGIN *si compone dai cinque archi* CD, DE, EG, GI, IN [*Fig.* 67.], *de' quali i centri sono* A, B, F, P, H. *Parimente per mezzo di quattro archi* EF, FG, GH, HE [*Fig.* 68.] *si compone l'Ovale degli Architetti. Per descrivere quest' Ovale si assume la retta* AB, *e col compasso fatto centro ne' punti* A, B, *coll' apertura* AB *si descrivono gli archi intersecantisi nei punti* C, D. *Da questi punti per le estremità* A, B *si conducono le rette indefinite* DF, DG; CE, CH: *Poscia fatto centro nei punti* A, B *si descrivono col medesimo raggio gli archi* EMF, HNG; *indi fatto centro nei punti* C, D *col raggio* CE=DF *si descrivono gli altri due archi* EPH, FQG.

tro [Fig. 64.]; poichè essendo [pel num. 52.] $BG + GE > BI + IE$, se si leveranno le porzioni eguali EI, EG, che sono raggi dello stesso circolo, resterà $BG > BI$. Eucl. l. 3. p. 8. p. 4.

COROLLARIO V.

169. Ma siccome [pel num. 156., e 159.] tra le rette, che da un qualunque punto preso o nella circonferenza, o dentro il circolo tra la circonferenza, e il centro, o fuori del circolo, si conducono alla concava circonferenza, quelle sempre più si fanno minori, che più si scostano dalla retta, che passa pel centro, egli è chiaro, che da questo punto non si possono condurre ad una stessa semicirconferenza, la quale viene determinata dal diametro, che passa per tale punto, due rette eguali.

COROLLARIO VI.

170. E perchè queste rette si vanno diminuendo a misura, che si scostano da quella, che passa pel centro, dallo stesso punto perciò se ne possono condurre alla periferia due eguali, una di quà, e l'altra di là in egual distanza da quella, che passa pel centro. Lo stesso si dica di quelle, che da un punto fuori del circolo si tirano alla convessa periferia. E in questo caso le loro estremità G, X [Fig. 65.], e D, X [Fig. 64.] saranno egualmente distanti dall'estremità della retta, che passa pel centro, cioè gli archi $AG = AX$, $CD = CX$. E reciprocamente quelle, che saranno egualmente distanti dalla retta, che passa pel centro, saranno eguali.

COROLLARIO VII.

171. Da un punto fuori del circolo potendosi condurre alla convessa periferia due rette eguali, e la maggiore distanza da quella, che passa pel centro, essendo determinata dal punto, in cui diventano tangenti: Però se da un punto preso fuori del circolo si condurranno al medesimo due tangenti, necessariamente una di loro caderà al di quà, e l'altra al di là della retta, che dal medesimo punto si conduce al centro, e queste due tangenti saranno tra loro eguali, ed egualmente distanti dalla retta, che dal medesimo punto si conduce pel centro.

COROLLARIO VIII.

172. Generalmente da un punto, che non sia il centro, non si possono condurre alla circonferenza tre, o più rette eguali, cioè da questo punto non possono essere egualmente distanti tre, o più punti presi nella circonferenza. Eucl. l. 3. p. 7. p. 4., e p. 8. p. 5. Conseguentemente se da un punto si potranno condurre alla circonferenza tre rette eguali, questo punto sarà il centro. Eucl. l. 3. p. 9.

COROLLARIO IX.

173. Ora egli è chiaro, che la distanza del centro da tre dati punti, come sarebbe del centro C [Fig. 60.] dai tre punti A, B, D, corrisponde all'inclinazione che hanno tra loro le perpendicolari EG, FH alzate dal mezzo delle due corde AB, BD. E siccome questa inclinazione varia secondo la grandezza delle corde AB, BD, ed anche secondo la maggiore, o minore quantità dell'angolo ABD, che esse formano: Però se due corde serberanno la stessa grandezza, e formeranno lo stesso angolo, nello stesso punto cadrà sempre il centro, che viene determinato dall'incontro delle perpendicolari, che dal loro punto di mezzo si alzano. Onde

de ſe in un circolo vi ſaranno due corde eguali a due corde di un altro circolo, e formanti uno ſteſſo angolo, queſti due circoli ſaranno eguali.

P A R T E VI.

Della miſura degli angoli ſecondo la diverſa loro poſizione riſpetto al circolo.

174. DEf. 1. Angolo iſcritto al circolo diceſi quello, il quale ha il vertice nella circonferenza, come GFD [Fig. 70.].

175. Def. 2. Angolo circoſcritto è quello, che ha il vertice fuori del circolo, e i di cui lati toccano la circonferenza, come BCE [Fig. ſteſſa.]

176. Def. 3. L'angolo formato da una tangente, e da una corda, o da una tangente, e da una ſecante nel punto del contatto, ſi dice angolo del ſegmento, come EAB [Fig. 71.], che diceſi angolo del minore ſegmento, ed HAB, che ſi chiama angolo del maggiore ſegmento.

177. Def. 4. L'angolo, che ha il vertice alla circonferenza, e i di cui lati terminano alle eſtremità di una corda, ſi chiama angolo nel ſegmento, come AGB [Fig. ſteſſa], che diceſi angolo nel minore ſegmento, ed AFB, che ſi dice angolo nel maggiore ſegmento.

T E O R E M A I.

178. L'angolo al centro è doppio dell'angolo alla circonferenza ogniqualvolta il medeſimo arco è baſe di tutti due queſti angoli. Eucl. l. 3. p. 20. [a]

179.

---

[a] XLIII. *Poichè ſecondo il diverſo angolo ottico ſotto cui ſi vede un oggetto, egli appariſce d'una diverſa grandezza, e in qualunque punto della circonferenza ſi vede un oggetto poſto al centro ſotto un angolo ſteſſo, però accioechè varj riguardanti poſti in diverſi ſiti poſſano vedere un oggetto ſotto una medeſima grandezza, baſta che eſſi ſiano collocati nella periferia di un circolo, nel di cui centro ſia poſto l'oggetto. Se poi ſi vorrà, che appaja della metà più piccolo, baſterà traſportare l'oggetto dal centro alla periferia ſenza cambiare il poſto agli ſpettatori, perchè l'angolo alla periferia è la metà dell'angolo al centro. Dall'impiccolirſi pertanto l'angolo ottico a miſura, che l'oggetto ſi allontana dalla noſtra viſta dipende la ragione, per cui va egli comparendo ſotto una minore grandezza, e queſta grandezza è in ragione inverſa delle diſtanze, poichè tali eziandio ſi fanno gli angoli ottici. Quindi è, che le parti eguali di un oggetto aſſai grande, che ſia poſto al di là della portata ordinaria della noſtra viſta, non ci compariſcono d'una eguale grandezza; che per eſempio un viale d'alberi tra loro paralleli ſembri continuamente riſtringerſi quanto egli è più lungo, così che qualora ſia d'una aſſai grande lunghezza gli alberi, che ne ſono all'eſtremità pajano finalmente inſieme concorrere, e unirſi; che all'orizzonte ſembri il cielo terminar colla terra, abbenchè vi ſia una immenſa diſtanza; che di due oggetti inegualmente lontani dalla noſtra viſta, i quali in tempi eguali percorrano ſpazj paralleli, ed eguali, quello che è più lontano ſembri andare più lentamente dell'altro, che è più vicino; che compariſca immobile un oggetto, che ſi mova con una qualunque celerità, purchè a ciaſcun ſecondo di tempo egli percorra uno ſpazio tale, che al più formi nell'*

179. Tre casi ammette questo Teorema. Il primo quando uno dei lati dell'angolo alla circonferenza coincide con un lato dell'angolo al centro, come CH, BH (Fig. 72.) rispetto ai due angoli ECH, EBH. Il secondo quando i lati dell'angolo al centro cadono dentro i lati dell'angolo alla circonferenza, come i lati FB, FD dell'angolo BFD, che cadono dentro i lati EB, ED (Fig. 73.) dell'angolo BED. Il terzo quando un lato dell'angolo alla circonferenza interseca un lato dell'angolo al centro, come il lato OB (Fig. 74.) dell'angolo BOC, che interseca il lato EC dell'angolo BEC.

180. Dim. del primo caso. Pel centro si conduca la retta AF (Fig. 72.) parallela al lato CE. L'angolo ECH è eguale all'angolo FBH (pel num. 76.): Ma poichè l'angolo FBH è eguale all'angolo CBA (pel num. 83.), l'arco FH è eguale all'arco CA: Dunque perchè (pel num. 151.) l'arco CA è eguale all'arco EF, sarà (pel num. 43. del I. Tomo) l'arco EF eguale all'arco FH; e però l'angolo ECH, che ha per misura la metà dell'arco EFH è la metà dell'angolo al centro EBH (pel num. 122.). Lo che si doveva dim. in primo luogo.

181. Dim. del secondo caso. Dal vertice E dell'angolo alla circonferenza (Fig. 73.) si conduca pel centro la retta EC. L'angolo BFC (pel num. 180.) è doppio dell'angolo BEC; e l'angolo CFD è doppio dell'angolo CED. Dunque tutto l'angolo BFD è doppio di tutto l'angolo BED. Lo che si doveva dim. in secondo luogo.

182. Dim. del terzo caso. Dal vertice O (Fig. 74.) dell'angolo alla circonferenza si conduca pel centro la retta OA. L'angolo AEC (pel num. 180.) è doppio dell'angolo AOC: Ma l'angolo AEB è pure doppio dell'angolo AOB; dunque ancora l'angolo BEC è doppio dell'angolo BOC. Lo che si doveva in terzo luogo dim.

COROLLARIO I.

183. L'angolo adunque alla circonferenza ha per misura la metà dell'arco, cui insiste: di fatti l'angolo alla circonferenza essendo la metà dell'angolo al centro, poichè l'angolo al centro ha per misura tutto l'arco, cui insiste, l'angolo alla circonferenza deve averne per misura soltanto la metà.

---

occhio un angolo di 15., o 20. secondi, e questa è la ragione, per cui gli astri in cielo sembrano immobili, e per cui negli Orologi da tasca tanto l'ago, che mostra le ore, come quello, che mostra i minuti sembra non avere moto sensibile. Acciò il moto sia insensibile all'occhio deve stare lo spazio reale alla distanza dall'occhio, come in circa 1. a 1200., vale a dire acciò che il corpo moventesi sembri immobile è necessario, che lo spazio da lui percorso in un secondo di tempo sia eguale a $\frac{1}{1200}$ della sua distanza dall'occhio, perchè in tal caso questo spazio non causa nell'occhio, che un' angolo di 17''. 12'''. Pel contrario poi un oggetto, che si mova con una celerità estrema, come una palla da cannone, ci si rende invisibile, perchè negli spazj percorsi ella non dà tempo, che la vista vi si possa fissare, e tenergli dietro. Mille altre infinite apparenze ottiche accadono tutto dì, la di cui spiegazione dal medesimo principio devesi ripetere.

COROLLARIO II.

184. E però nello stesso circolo, o in circoli eguali tutti gli angoli alla circonferenza insistenti ad archi eguali sono eguali, come gli angoli BAC, BDC, BHC (Fig. 75.): O sia gli angoli nello stesso, o in eguali segmenti sono eguali. Eucl. l. 3. p. 21. E reciprocamente nello stesso circolo, o in circoli eguali gli angoli eguali, che sono o al centro, o alla circonferenza, insistono ad archi eguali, e però a corde eguali (pel num. 112.). Eucl. l. 3. p. 28., e 29. [a].

COROLLARIO III.

185. Quindi l' angolo del segmento ABD (Fig. 78.) ha per misura la metà dell'arco BXD, poiche conducendosi la retta NE parallela alla tangente AC, l' angolo ABD (pel num. 86.) è eguale all'angolo BDE, il quale (pel num. 183.) ha per misura la metà dell'arco BOE, che (pel num. 151.) è eguale all' arco BXD; conseguentemente l' angolo ABD ha per misura la metà dell'arco BXD.

COROLLARIO IV.

186. Così pure l'angolo CBD ha per misura la metà dell'arco BED, poichè essendo l' angolo CBD del supplemento, la sua misura deve essere la metà della rimanente periferia. Di fatti (pel num. 86.) l'angolo CBD è eguale all'angolo BDN, o sia (col condursi la tangente HI al punto D) all'angolo BDH più l'angolo HDN, ovvero EDI, che gli è eguale (pel num. 83.). Ma l'angolo BDH ha per misura la metà dell'arco BXD, o sia BOE, che gli è eguale (pel num. 151.) e l'angolo EDI ha per misura la metà dell' arco DZE. Dunque l' angolo CBD ha per misura la metà dell'arco DEB.

CO-

---

[a] XLIV. *Colla scorta di questo corol. si può descrivere una porzione di cerchio di quanti gradi si vuole senza compasso, e senza che sia dato il centro del circolo. Sia* AB *la corda* (Fig. 76.) *dell'arco da descriversi, che debba essere per esempio di* 26. *gradi. Poi che l' angolo iscritto a quest' arco avrà per misura la metà di* 360 — 26 = 334., *cioè gradi* 167., *si prendano due righe* CD, CE *o di legno, o di metallo, e si uniscano nel punto* C *in modo, che facciano un angolo* DCE *di* 167. *gradi, poscia alle estremità* A, B *della corda* AB *si piantino due chiodi, presso ai quali si facciano scorrere i due lati* CD, CE, *nel qual modo girando il vertice* C *si descriverà l' arco cercato* ACB.

XLV. *Lo stesso si può ottenere geometricamente così. Sia data la corda* AB (Fig. 77.) *di un arco cercato, sia dato l' angolo, che in quest' arco può essere iscritto. Dal punto* B *si conduca comunque la retta* BD, *su la quale si formi l' angolo* BCG *eguale al proposto: dal punto* A *si conduca la retta* AF *parallela alla* GC; *onde siccome l' angolo* BFA *è eguale all' angolo* BCG, *e però all' angolo proposto, il punto* F *si troverà su l' arco cercato. Facendo passare la retta* BD *per tutte le infinite inclinazioni colla* BA, *si troveranno nello stesso modo tutti gli altri punti dell' arco* BFA *da descriversi.*

COROLLARIO V.

187. Con che resta determinata la misura dell'angolo alla circonferenza NDB formato da una corda BD, e da una secante NE prolungata fuori del circolo, la di cui misura è la metà dell'arco BXD della corda, più la metà dell'arco DZE della secante.

COROLLARIO VI.

188. Onde se tra la tangente AB (Fig. 54.), e la secante AC si faranno passare quanti archi si vogliono, i di cui centri siano nella retta AD, tutti gli archi AE, AF, AG &c. compresi dalla tangente, e dalla secante, saranno di un egual numero di gradi, poichè ciascun di loro serve di misura allo stesso angolo. Lo stesso si dica degli archi EI, FL, GN, HD.

COROLLARIO VII.

189. E perchè tanto l'angolo EAB (Fig. 71.) come l'angolo AFB ha per misura la metà dell'arco AGB, però l'angolo del segmento, e l'angolo fatto nel segmento alterno sono eguali. Così l'angolo HAB è eguale all'angolo AGB. Eucl. l. 3. p. 32. (a).

COROLLARIO VIII.

190. Essendo poi (pel num. 79.) la somma dei due angoli EAB, BAH (Fig. 71.) eguale a due retti, e l'angolo BGA eguale all'angolo BAH, come pure l'angolo AFB eguale all'angolo BAE, ben si vede, che se in vece dell'angolo

F 2

(a) XLVI. *Da questo corol. impariamo come si possa da un dato cerchio tagliare un segmento capace di un proposto angolo, come* QPR (*Fig.* 79.). *Al proposto circolo si conduca comunque una tangente* KHB (*pel num.* XXXI.), *indi dal punto del contatto* H *si conduca* (*pel num.* XXII.) *la retta* HG, *che colla tangente faccia un angolo* BHG *eguale al dato* QPR, *e questa* HG *taglierà il segmento* HCG *in cui qualunque angolo, come* HCG *essendo eguale all'angolo* BHG *è perciò anche eguale al proposto* QPR. *Eucl. l.* 3. *p.* 34.

XLVII. *Che se fu una data retta, come* GH (*Fig.* 79.) *si dovrà descrivere un segmento di circolo capace di un proposto angolo* QPR, *basterà condurre* (*pel num.* 122.) *dall'estremità* H *della data retta* GH *la retta* HB, *che faccia un angolo eguale al proposto* QPR, *indi alzare* (*pel num.* XXVIII.) *sul punto* H *la retta* DH *perpendicolare alla retta* HB. *In questa perpendicolare si troverà il centro del circolo da descriversi* (*giusta il num.* XXXIV.) *con alzare su la metà della* GH *la perpendicolare* AF, *la quale incontrerà la* DH *nel punto* F, *che è il centro cercato, intorno al quale coll'intervallo* FH *descrivendosi il circolo* HCDG, *egli somministrerà il segmento* HCDG *capace dell'angolo dato* QPR, *come si voleva. Eucl. l.* 3. *p.* 33.

XLVIII. *La stessa costruzione può servire per descrivere una circonferenza di circolo, la quale passi per un dato punto* G (*Fig. stessa*), *e tocchi nel punto* H *una proposta retta* HB, *poichè si tiri la retta* HG, *poi dal punto* H *si alzi la perpendicolare* HD, *finalmente dal mezzo della retta* HG *si conduca la perpendicolare* AF, *che in* F *esibirà il centro del circolo cercato, il di cui raggio sarà* FH.

golo BAH si sostituirà il suo eguale AGB, sarà la somma dei due angoli EAB +AGB, che sono l'angolo del segmento, e l'angolo iscritto nello stesso segmento, eguale a due retti: E così pure è eguale a due retti la somma dei due angoli HAB+AFB. Conseguentemente l'angolo AGB, che è nel segmento maggiore più l'angolo AFB, che è nel segmento minore, dà una somma eguale a due retti: Vale a dire due angoli iscritti, e opposti insistenti agli stessi punti A, B della periferia sono eguali a due retti. Eucl. l. 3. p. 22.

COROLLARIO IX.

191. L'angolo pertanto, che è nel segmento maggiore è minore di un retto, e l'angolo, che è nel segmento minore è maggiore di un retto, mentre il primo insiste a un arco minore, e il secondo a un arco maggiore del semicircolo. Quindi l'angolo retto, che ha il vertice alla circonferenza deve comprendere co' suoi lati la semicirconferenza, come l'angolo ABC (Fig. 80.), o sia l'angolo nel semicircolo è sempre retto. Eucl. l. 3. p. 31. p. 1. 2., e 3. [a].

CO-

(a) XLIX. *Ora si saprà alzare una perpendicolare su l'estremità* B *di una data retta* BC (Fig. 80.). *Sul mezzo della* BC *si alzi* [*pel n.* XXVIII.] *la perpendicolare* DG, *su cui si prenda un qualunque punto* G *come centro, e coll'intervallo* GC *si descriva un circolo, il quale (pel num.* 35.) *passerà pel punto* B. *Dal punto* C *pel centro si tiri la retta* CA, *indi si congiungano i punti* AB, *e sarà* AB *la perpendicolare cercata, poichè l'angolo* CBA *nel semicircolo è retto.*

L. *Se pertanto sarà dato un punto* B (Fig. 81.), *da cui si debba condurre a un proposto circolo* ACD *una tangente, bisognerà condurre dal dato punto* B *al centro* E *di questo circolo la retta* BE, *su la quale, come diametro, si descriva il circolo* BAD, *poscia per i punti* A, D, *ne' quali questo cerchio interseca il circolo proposto, si conducano dal punto* B *le rette* BA, BD, *ognuna delle quali sarà la tangente cercata; imperocchè se dal centro* E *del circolo proposto si condurranno i raggi* EA, ED *ai punti d'intersezione* A, D, *gli angoli* EAB, EDB *sono retti, perchè sono nel semicircolo, conseguentemente le rette* BA, BD *essendo perpendicolari su l'estremità de' raggi* EA, ED *sono tangenti del circolo. Eucl. l.* 3. *p.* 17.

LI. *Si era cercata una tangente sola, e la soluzione ne ha date due; e però questo è un problema, che riceve doppia soluzione: Onde da un punto dato fuori di un circolo se gli possono condurre due tangenti, e queste eguali, e non più. Quanto più poi questo punto* B *sarà vicino al circolo, tanto minore sarà l'arco* AFD *compreso dalle due tangenti; e reciprocamente quest' arco sarà maggiore quanto più il punto* B *disterà dal circolo, perchè a misura di questa distanza sarà maggiore, o minore il raggio del circolo* BAD *da descriversi. Quest' arco* AFD *compreso dalle due tangenti è sempre minore della semicirconferenza, perchè dovendo le due tangenti* BA, BD *essere perpendicolari alle estremità dei due raggi* EA, ED, *se questi due raggi si unissero in un diametro, così che sostenessero la semicirconferenza, le due tangenti, che gli devono essere perpendicolari su l'estremità, sarebbero parallele (pel num.* 60.), *e però (pel num.* 55.) *non potrebbero unirsi nel punto* B *contro l'ipotesi.*

LII. *Se vi sarà un globo luminoso* EDH (Fig. 82.), *che ne rischiari un altro* GKF, *sarà facil cosa determinare per mezzo delle loro tangenti qual sia la porzione*

COROLLARIO X.

192. Essendo sempre retto l'angolo nel semicircolo, è facile il vedere, che l'angolo mistilineo BCD del segmento minore è minore di un retto, e l'angolo mistilineo BCHF del segmento maggiore è maggiore di un retto (Fig. 83.); poiche dal punto B si tiri il diametro BF, e dal punto F pel punto C si conduca la retta FCE. L'angolo BCHF è maggiore dell'angolo BCF; ma l'angolo BCF è retto, perchè è nel semicircolo, dunque l'angolo mistilineo BCHF del segmento maggiore è maggiore del retto. Parimente l'angolo BCD è minore dell'angolo BCE, che è retto, perchè eguale all'angolo BCF, dunque l'angolo mistilineo BCD del segmento minore è minore del retto. Eucl. l. 3. p. 31. p. 4.

COROLLARIO XI.

193. Ora tra questi due anzidetti angoli mistilinei media l'angolo mistilineo del semicircolo BFM: ma di quelli uno è maggior del retto, l'altro minore: dunque questo è eguale al retto. Di fatti egli non differisce da un retto, che per l'angolo del contatto: ma al num. 133. abbiamo veduto, che l'angolo del contatto è minore di qualunque quantità assegnabile; conseguentemente la di lui diminuzione o sia sottrazione non può diminuire la quantità dell'angolo mistilineo del semicircolo.

COROLLARIO XII.

194. Dalla determinata misura dell'angolo alla circonferenza egli è cosa facile l'intendere, che se l'angolo sarà tra il centro, e la circonferenza, come DIE (Fig. 84.), egli avrà per misura la metà dell'arco DE, cui insiste, più la metà dell'arco AB intercetto dai suoi lati prolungati; poichè prolungandosi il lato DI fino alla periferia in B, e dal punto B conducendosi la BC parallela ad EI altro lato, sarà l'angolo DIE eguale all'angolo DBC (pel num. 76.) il quale ha per misura la metà dell'arco DC (pel num. 183.), cioè la metà dell'arco DE più la metà dell'arco EC; ma l'arco EC è eguale all'arco AB (pel num. 151.); dunque l'angolo DIE ha per misura la metà dell'arco DE più la metà dell'arco AB.

CO-

---

sferica nel corpo illuminante, che serve a rischiarar l'altro, e quale nell'altro la porzione sferica, che resta illuminata, mentre i confini di queste porzioni essendo determinati dai raggi che sono tangenti all'uno, e all'altro globo, basterà condurre queste tangenti DF, EG, *e per mezzo de' raggi a loro perpendicolari trovare i punti del contatto* D, E, *e* G, F, *lo che fatto si scorge, che la porzione nel globo illuminante è* DHE, *nel corpo illuminato è* GKF. *Onde si vede, che se un globo luminoso rischiara un altro globo oscuro, che sia più grande, egli ne rischiara una parte tanto minore, e vi impiega a rischiararlo una parte tanto maggiore, quanto egli è più piccolo. Succederà poi il contrario in caso, che il corpo, che illumina sia il più grande: Qualora siano eguali, la metà di uno rischiara la metà dell'altro. E se un globo ne illuminerà un'altro più piccolo, egli ne illuminerà una parte tanto maggiore, quanto più gli sarà vicino, e reciprocamente. Il contrario succederà se il corpo illuminante sarà il più piccolo.*

COROLLARIO XIII.

195. Che se l' angolo avrà il vertice fuori del circolo, come BED (Fig. 85.), egli avrà per misura la metà dell'arco BD, cui insiste, meno la metà dell' arco AI; poichè dal punto A, in cui un lato incontra la circonferenza, si conduca la retta AC parallela all' altro lato ED, con che si avrà l'angolo BED eguale all'angolo BAC (pel num. 76.), il quale ha per misura la metà dell'arco BC: Ma l'arco BC è eguale all'arco BD meno l'arco CD, o sia AI, cui è eguale (pel num. 151.); dunque l'angolo BED ha per misura la metà dell' arco BD meno la metà dell'arco AI. Vale lo stesso se l'angolo fuori della circonferenza sarà formato da una tangente, e da una secante, come KCE (Fig. 70.), la di cui misura è la metà dell'arco KDA meno la metà dell'arco HFA: Parimente se sarà formato da due tangenti, come l'angolo BCE (Fig. stessa), egli avrà per misura la metà dell'arco LGDA meno la metà dell'arco LFA, del che se ne vede chiaramente la ragione con condurre dal punto A, in cui un lato tocca la periferia, la retta AM parallela all' altro lato CB. Se poi dal vertice C di quest'angolo si condurrà pel centro la retta CN, essa lo dividerà per metà, poichè (pel num. 171.) essendo queste due tangenti egualmente distanti dalla retta CN, che passa pel centro, sarà l' arco LN eguale all'arco AN, e l'arco FL eguale all' arco FA, e conseguentemente LN—FL=AN—FA. I due angoli adunque BCN, ECN, che hanno misure eguali sono eguali, cioè a dire l'angolo BCE è diviso per metà dalla retta CN, che passa pel centro.

COROLLARIO XIV.

196. Poichè l' angolo DIE (Fig. 84.) ha per misura la metà dell'arco DE più la metà dell' arco AB, quanto più quest' angolo (si suppone che egli appoggi sempre le estremità de' suoi lati agli stessi punti D, E) scostandosi dal centro si approssimerà alla circonferenza, si farà continuamente sempre minore, perchè pure continuamente si fa minore l'arco AB; e pel contrario si farà sempre maggiore quanto più si accosterà al centro, perchè a proporzione va crescendo l'arco AB. Parimente quanto più l'angolo BED (Fig. 85.) si scosta dalla circonferenza, egli si fa minore, perchè sempre più cresce l'arco AI; e *vice versa* quanto più si accosta alla circonferenza si fa maggiore, intendendosi però, che egli appoggi sempre i suoi lati agli stessi punti B, D.

COROLLARIO XV.

197. Da questo precedente corol. ne segue, che se dagli estremi di una corda AB (Fig. 86.) si alzeranno più rette formanti diversi angoli ACB, AEB, AFB, AIB, l'angolo formato dalle rette interiori sarà maggiore dell'angolo formato dalle rette esteriori, cioè ACB > AEB, AEB > AFB, AFB > AIB. Eucl. l. 1. p. 21. p. 2.

COROLLARIO XVI.

198. Si intende quindi, che se da un punto qualunque K preso nella periferia di un circolo EFGD (Fig. 87.) si condurranno due rette KF, KG alla concava periferia, e se ne uniscano le estremità colla retta FG: indi si prendano due punti E, D egualmente distanti dal punto K, pe' quali si conduca la retta ED, sarà questa ED antiparallela alla FG; poichè i due angoli KGF, KBC sono eguali, mentre

mentre la misura dell'angolo KGF è la metà dell'arco FEK, e la misura dell'angolo KBC è la metà dell'arco FE più la metà dell'arco KD: Ma (per costruzione) l'arco KD è eguale all'arco KE, dunque l'angolo KBC ha per misura la metà dell'arco FEK. I due angoli adunque KGF, KBC avendo lo stesso arco per misura sono eguali. Nello stesso modo si dimostrano eguali i due angoli KFG, KCB; conseguentemente (pel num. 71.) le dette due rette ED, FG sono antiparallele.

PARTE VII.

Della ragione, e proporzione delle linee.

199. CHi avrà bene inteso la dottrina delle ragioni, e proporzioni generalmente esposta al Capo III. del I. Tomo, non avrà pena a capire in che consista la ragione di due linee, e conseguentemente che cosa si richieda acciocchè quattro linee siano proporzionali. La ragione pertanto di due linee viene espressa da quel numero, sia egli razionale, o irrazionale, il quale mostra quante volte una contiene, o è contenuta nell'altra; per lo che quattro linee diconsi proporzionali, ogniqualvolta divisa ciascuna di loro in un qualunque egual numero di parti starà una parte della prima linea a una parte della seconda, come sta una parte della terza linea a una parte della quarta, così che se ciascuna delle parti della prima linea è eguale, maggiore, o minore di ciascuna delle parti della seconda linea, istessamente ciascuna delle parti della terza linea sia eguale, maggiore, o minore di ciascuna delle parti della quarta linea; e però come la prima linea, o ciascuna delle di lei parti contiene, o è contenuta esattamente, o non esattamente nella seconda linea, o in ciascuna delle di lei parti, lo stesso vaglia pure della terza linea, o di ciascuna delle di lei parti rispetto alla quarta linea, o a ciascuna delle di lei parti.

LEMMA

200. Se si dividerà uno spazio parallelo TVQP (Fig. 18.) o la perpendicolare BD, che lo misura con linee parallele EF, HG, le linee oblique BK, IN, RS, AC esistenti in questo spazio saranno divise in altrettante parti, che la perpendicolare BD.

201. Dim. Non possono le dette parallele dividere in un certo numero di parti la perpendicolare, senza che in egual numero di parti dividano eziandio tutto lo spazio parallelo; ma in questo spazio parallelo si trovano le oblique accennate, esse adunque saranno divise nello stesso numero di parti, nelle quali è divisa la perpendicolare. Lo che si doveva dim.

COROLLARIO I.

202. E perchè (pel num. 55.) lo spazio parallelo viene misurato dalla perpendicolare, e dalle parallele EF, HG, tutto lo spazio parallelo TVPQ viene diviso in altri spazj paralleli TVFE, EFGH, GHQP; fra le parti, nelle quali dalle parallele EF, GH è stata divisa una qualunque obliqua, per esempio RS, quella è maggiore, che trovasi nello spazio parallelo maggiore, o sia che ha la perpendicolare maggiore (pel num. 47.). Conseguentemente se in due, o più spazj paral-

leli ineguali si troveranno altrettante oblique, ciascuna in ciascuno, le quali siano in questi spazj egualmente inclinate, quell' obliqua sarà maggiore, che sarà nello spazio parallelo maggiore.

COROLLARIO II.

203. Facendosi adunque maggiori, o minori le oblique egualmente inclinate in spazj paralleli a misura, che maggiori sono, o minori questi spazj; le oblique perciò egualmente inclinate tra spazj paralleli stanno fra loro nella stessa ragione di questi spazj, o sia delle perpendicolari, che misurano tali spazj: Onde essendo egualmente inclinate le due oblique AE, CF (Fig. 30.), sarà AE: CF :: AB: CD.

COROLLARIO III.

204. Quindi se saranno dati due spazj paralleli ineguali, come PHGK, RMNS (Fig. 30.), e come nel primo spazio è inclinata l' obliqua HG, così nel secondo sia inclinata l'obliqua MN; indi come nel primo spazio è inclinata l'obliqua PK, così nel secondo sia inclinata l' obliqua RS, queste quattro oblique saranno proporzionali, cioè HG: MN :: PK: RS, poichè (pel num. 203.) HG: MN :: AB: CD, e PK: RS :: AB: CD; conseguentemente (pel num. 484. del I. Tomo) HG: MN :: PK: RS. Reciprocamente pertanto se quattro oblique, due delle quali siano comprese da uno spazio parallelo, e le altre due da un altro, saranno proporzionali, come HG: MN :: PK: RS, le due HG, MN fra loro, e le due PK, RS fra loro saranno egualmente inclinate: O pure, perchè può essere ancora (pel num. 509. Mod. 3. del I. Tomo) HG: PK :: MN: RS, la prima, e la terza fra loro, così la seconda, e la quarta fra loro saranno egualmente inclinate.

COROLLARIO IV.

205. Per lo che se in uno spazio parallelo comunque diviso con linee parallele cadranno alcune rette o perpendicolari, o oblique, e queste o partano da uno stesso punto, o da diversi punti, esse saranno tagliate proporzionalmente dalle rette parallele, che dividono comunque lo spazio parallelo: Per esempio sarà (Fig.18.) BK: BD :: B*a*: B*e*, e BK: IN :: B*a*: I*d*, così IN: AC :: I*d*: A*b* ec. (a)

CO-

(a) LIII. *Da ciò s' intende che regola si possa tenere per potere dividere a dirittura una data retta in quante parti eguali si voglia. Si conducano in una conveniente distanza le due parallele* AB, DE [*Fig.* 83.] *che si dividano in parti eguali, e per i punti di divisione si conducano le rette c d, a b, e b, m n ec., che saranno tutte parallele. Ora la figura* ABED, *che nasce da questa operazione deve servir d' istrumento per dividere secondo il bisogno una data retta. Si debba per esempio dividere in undici parti eguali la retta* PQ. *Si applichi essa colla estremità* Q *sul punto* E, *indi si collochi talmente nello spazio* ABED, *che coll' altra estremità* P *giunga a toccare la retta c d, la quale termina l' undecimo spazio parallelo, lo che fatto resterà divisa la retta* PQ *dalle altre parallele in undici parti eguali. Se si vorrà dividere in otto parti eguali bisognerà, che colla estremità* P *ella vada a toccare la retta m n termine dell' ottava divisione: Così per dividerla in tre parti eguali si dovrà applicare la sua estremità* P *alla retta y x, lo che chiaramente abbastanza si scorge dalla figura.*

COROLLARIO V.

206. Onde se due circoli si toccheranno interiormente in un punto A (Fig. 89.), dal quale si conducano alle concave periferie le rette AFG, ABD ec, queste rette saranno tutte divise nella stessa ragione dalla periferia del circolo interiore, cioè sarà AG : AF :: AD : AB, e (pel num. 524. del I. Tomo) GF : AF :: DB : AB; così sarà AG : AF :: AE : AC ec., perchè conducendosi le rette DG, BF, l'angolo AGD avrà per misura la metà dell'arco DKA (pel num. 183.), e l'angolo AFB avrà per misura la metà dell'arco BLA; ma questi due archi DKA, BLA sono simili, o sia sono d'egual numero di gradi (pel num. 188.); dunque i due angoli AGD, AFB sono eguali, e però le due rette DG, BF sono parallele (pel num. 76.). Lo stesso vale degli angoli ADE, ABC ec.

COROLLARIO VI.

207. Che però se saranno date tre rette AF, AB, FG (Fig. 90.) se gli troverà facilissimamente la quarta proporzionale. Si uniscano la prima AF, e la seconda AB nel punto A con una inclinazione a piacere, e si congiungano colla retta FB le loro estremità F, B; poscia si produca la linea AF in G, così che FG sia eguale alla terza retta data, e pel punto G si conduca la GD parallela alla FB, così che s'incontri in D colla AB prolungata, e sarà BD la quarta proporzionale cercata. (a) Eucl. l. 6. p. 12. Oppure essendo date due rette AF, AB, se gli troverà la terza in proporzione continua con produrre AF in G, e fare FG = AB, mentre a BF conducendosi, come pur ora ho detto, parallela la retta DG dal punto G, sarà DB la terza proporzionale cercata. Eucl. l. 6. p. 11. L'ordine, con cui si sono disposte le tre rette date per trovare la quarta proporzionale serve a operare nella moltiplicazione delle linee; poichè se si dovranno moltiplicare insieme le due date rette AB, FG, si prenda una retta AF per l'unità, e si dispongano, come si è fatto, tutte tre queste rette, e la quarta BD sarà il prodotto cercato,

Tomo III. G poi-

LIV. *Al num. 191. ho detto come debbasi operare per condurre una tangente a un circolo; ora darò il modo di determinare il punto, dal quale si può condurre una retta, che tocchi due dati circoli ineguali. I circoli siano* EDH, GKF [*Fig.* 82.]. *si conduca pei loro centri la retta indefinita* MBA, *e supponiamo per ora, che* M *sia il punto cercato. Dai centri si concepiscano condotti ai punti di contatto i raggi* AG, BE, *che saranno fra loro paralleli, perchè tutti due sono perpendicolari alla tangente. Si avrà adunque* AG : BE :: AM : BM, *e* [*pel num.* 524. *del I. Tomo*] AG — BE : BE :: AM — BM : BM. *Ma* AG — BE = CG, *e* AM — BM = AB; *però si ha*

CG : BE :: AB : BM, *conseguentemente* $BM = \frac{BE \times AB}{CG}$: *Onde se conducendosi la retta* AB *pei loro centri, essa si prolungherà talmente, che la porzione prolungata sia eguale al ritrovato valore, si avrà in* M *il punto cercato. Ora ciò ci somministra la maniera di trovare la lunghezza dell'ombra, che getta la terra dalla parte opposta al sole. Sia* EDH *la terra, e* GKF *il sole. Posto* BE = 1, *sarà* AG = 80. 5, *e* BA = 17189, *onde si trova* BM = 216, *che corrisponde incirca a* 324000 *leghe, in ragione di* 1500 *leghe pel semidiametro* BE *della terra.*

(a) LV. *Primieramente questo Corol. serve a dimostrare, che in qualsivoglia quan-*

poichè (pel num. 495. del I. Tomo) l'unità ſta a un fattore, come l' altro fattore al prodotto. Che ſe le rette da moltiplicarſi ſaranno AF, AD, ſi uniſcano eſſe nel punto A in un angolo a piacere, poſcia dal punto F con una qualunque inclinazione ſi conduca alla AD la retta FB, parallela alla quale dal punto D ſi tiri la DG. Si prenda ora la retta AB per l' unità, e la retta AG ſarà il prodotto delle due rette AF, AD, perchè è AB : AF :: AD : AG, e però (pel num. 488. del I. Tomo) AB X AG = AF X AD, cioè AG = AF X AD, perchè AB = 1 per ipoteſi.

CO-

---

tità, ſia eſſa finita, o infiniteſima, la diviſione non riconoſce alcun termine; imperocchè ſu la retta AD (*Fig. 91.*) *ſi prenda la porzione* AC *per ipoteſi indiviſibile, e dal punto* A *ſi conduca a un angolo qualunque la retta* AG, *nella quale ſi prenda un arbitrario numero di parti, per eſempio* AF, FH, HE, EI. *Dal punto* I *al punto* C *ſi conduca la retta* IC, *poſcia dai punti* E, H, F *vi ſi conducano parallele le rette* EL, HK, FB. *Ora la retta* FB *taglia la* AC *in modo, che qual parte della* AI *è la retta* AF, *tal parte della* AC *è la* AB. *Non è dunque la retta* AC *indiviſibile, come ſi ſupponeva. E ciò vale ſempre, comunque la* AC *ſi prenda piccola. Difatto ſi ſupponga, che la* AC *ſia infinitamente piccola, e in parti pure infinitamente piccole ſi intenda diviſa la retta* AG, *così che* AF *ne ſia una: in tal caſo eſſendo* AF : AI :: AB : AC, *perchè* AF (*per ipoteſi*) *è infinitamente piccola riſpetto alla* AI, *così lo ſarà* AB *riſpetto alla* AC; *ma la* AC (*per ipoteſi*) *è infinitamente piccola, dunque la* AB *ſarà infiniteſima d' un ordine inferiore cioè del ſecond' ordine. Edecco, che dal detto Corollario non ſolo ſi raccoglie, che la quantità è diviſibile all' infinito, ma eziandio, che tra le quantità infinitamente piccole ſi danno diverſi ordini, come vedremo allorchè tratteremo del calcolo differenziale.*

LVI. *In ſecondo luogo ſi intende come debbaſi operare per dividere una propoſta retta* AC *in altrettante parti, e ſimili, in quante trovaſi diviſa una retta data* AI; *queſte due rette cioè devonſi unire a un qualunque angolo, e dopo avere uniti i punti* I, C *colla retta* IC, *ſi devono abbaſſare dai punti* E, H, F *le rette* EL, HK, FB *parallele alla* IC, *nel qual modo da queſte parallele reſterà diviſa la retta* AC *nel modo cercato. Eucl. l. 6. p. 10. Che ſe la retta* AC *ſi dovrà dividere in un certo numero di parti eguali, ſe gli conduca a un qualunque angolo la retta indefinita* AI, *quale ſi divida col compaſſo nel propoſto numero di parti eguali. Si tiri la retta* IC, *indi le parallele* EL, HK *ec., che divideranno la* AC *nel cercato numero di parti eguali. Tenendo lo ſteſſo modo d' operare ſi potrà dividere la data retta* AC *ſecondo una qualunque ragione. Eucl. l. 6. p. 9.*

LVII. *In terzo luogo queſto Coroll. ci ſerve di ſcorta a dare la grandezza proporzionata a ſtatue, lettere, fineſtre ec. a miſura della diſtanza dal luogo, in cui devono eſſere collocate, così che appajano d' una giuſta grandezza. Sia* BD *l' altezza* (*Fig. 92.*) *ſotto cui deveſi vedere una ſtatua, e il punto* A *determini la diſtanza da* BD, *nella quale la ſtatua ſi vede nella ſua conveniente grandezza, così che vedendola in maggiore diſtanza ſembri all' occhio, che ella cominci a diminuirſi. Ora il luogo, dove ha da eſſere collocata la ſtatua ſia in una aſſai maggiore diſtanza riſpetto al punto ove deve eſſere comunemente veduta. Poichè quanto più da lontano ſi guarda un corpo, egli appariſce più piccolo, quindi è, che deveſi egli ingrandire a miſura della maggiore diſtanza, in cui deve eſſer veduto. Sia pertanto* AB *la diſtanza, in cui*

COROLLARIO VII.

208. Si è veduto al num. 11, che il punto B è similmente posto rispetto ai punti A, C (Fig. 1.), come il punto E rispetto ai punti D, F, ogniqualvolta sia AB : DE :: CB : FE. Il punto B (Fig. stessa N. 3. 4.) adunque si considera come una retta infinitamente piccola parallela ad AC, e così il punto E come una retta infinitamente piccola parallela a DF, nel qual modo dalla AC, e dal punto B si formerà uno spazio parallelo, come pure dalla DF, e dal punto E, e in questi spazj la AB rispetto alla DE, e la CB rispetto alla FE saranno similmente inclinate.

COROLLARIO VIII.

209. E perchè due punti (pel num. 25.) determinano la posizione, o sia l'ordine di tutti i punti di una linea retta, se due punti E, G (Fig. 93.) rispetto alla retta AF, come i due punti H, K rispetto alla linea BD saranno similmente posti, non solo i due punti E, G rispetto a ciascun punto della AF, e i due punti H, K rispetto a ciascun punto della BD saranno similmente posti, ma eziandio ciascun punto della AF rispetto all'intera EG, e ciascun di lei punto sarà similmente posto, come ciascun punto della BD rispetto all'intera HK, e ciascun di lei punto; conseguentemente ogniqualvolta due punti E, G siano similmente posti rispetto alla AF, come i due punti H, K rispetto alla BD, sarà EG : AF :: HK : BD.

COROLLARIO IX.

210. Per la stessa ragione se vi sarà un qualunque numero di punti, come A, B, C (Fig. 94.) rispetto alla DE, ed F, G, H rispetto alla retta IK similmente posti, sarà AB : BC : CA :: FG : GH : FH, e però un qualunque punto, come A rispetto agli altri due B, C, o sia alla retta BC sarà similmente posto, come il corrispondente punto F degli altri tre rispetto ai due G, H, o sia alla retta GH. E reciprocamente se due punti A, F saranno similmente posti rispetto alle due rette BC, GH terminate dai punti B, C, G, H similmente posti rispetto alle due rette DE, IK, saranno i tre punti A, B, C rispetto alla DE, e i tre punti F, G, H rispetto alla IK similmente posti, vale a dire, che anche i punti A, F saranno similmente posti rispetto alle linee DE, IK.

---

si vede la statua nella sua propria grandezza, e sia AE *la distanza dal luogo, ove esser deve comunemente veduta. Dal punto* B *si alzi perpendicolare ad* AE *la retta* BD *eguale alla ricercata grandezza, sotto cui deve comparire la statua; poscia dal punto* E *si alzi perpendicolare alla stessa* AE *la retta* EC *indefinita; finalmente pei due punti* A, D *si conduca la retta* AF, *che intersechi in* F *la retta* EC, *ed* EF *somministrerà l'altezza, che devesi dare alla statua, affinchè dal punto* A *si possa vedere nella medesima grandezza, com'ella si vedrebbe, se fosse in* B.

LIBRO II.

Delle linee rette, che racchiudono spazio, o sia delle superfizie, delle loro proprieta', misure, e rapporti.

PARTE I.

Della genesi, e distinzione delle superficie.

211. Allorchè più di due linee si uniscono colle loro estremità formando angoli, esse racchiudono uno spazio, il quale non è altro, che una porzione di estensione, a cui si dà generalmente il nome di superficie, o figura.

212. Siccome la genesi della linea si ripete dal flusso di un punto, così pure la superfizie intendesi nascere dalla traccia lasciata da una linea, che continuatamente scorre. Secondo le varie direzioni, che possono competere al moto di una linea, distinguonsi le superficie. Se si suppone, che la linea generante sia retta, e scorra sempre parallela a se stessa senza mai mutar direzione, o sia conservando sempre la direzione di una linea retta, la superfizie dicesi piana, la quale in oltre dicesi rettilinea, ogniqualvolta essa sia terminata da linee rette, le quali si chiamano i lati della figura, o superficie. Sia per esempio la linea retta A B, la quale si muova parallela a se stessa secondo la direzione della retta FE, su cui puossi immaginare, che ella scorra (Fig. 95.); poichè questa linea conserva sempre la stessa lunghezza A B, tale pure sarà la lunghezza della superfizie ABCD da lei generata; ma la larghezza poi sarà tanto maggiore, quanto più lungo sarà il tempo, in cui continuerà a scorrere, o sia quanto più lunga sarà la retta F E; e allora la retta A B avrà coperto l' intera superficie ABCD, quando avendo finito di scorrere su la retta F E sarà giunta in D C. Ma siccome in un tempo infinitamente piccolo la retta A B non iscorre, che su una porzione infinitamente piccola della retta F E, così in un tempo infinitamente piccolo, o sia mentre scorre su una porzione infinitamente piccola della retta FE, ella non genera, che una porzione infinitamente piccola in larghezza di tutta la superfizie; e poichè l' intera superficie risulta dalla somma di tutte queste porzioni infinitamente piccole di superficie, e tante sono queste porzioni, quante parti infinitamente piccole ritrovansi nella retta FE, o sia quante ne esprime l' intera FE; quindi è, che l' intera superficie ABCD risulta dalla porzione di superficie infinitamente piccola A B presa tante volte, quante ne mostra la retta FE; vale a dire l' intera superficie è eguale al prodotto, che nasce dal moltiplicarsi la detta porzione infinitamente piccola nella retta FE.

213. E poichè la retta FE misura la distanza delle due parallele ABDC, o sia la larghezza della superficie, perciò ella deve essere la più breve di tutte le ret-

rette, che fra le dette due parallele si possono condurre; conseguentemente gli deve essere perpendicolare, che sola (pel num. 38.) è determinata, e costante.

214. Per queste porzioni infinitamente piccole, dalle quali ho detto risultare le superficie, non altro devesi intendere, che quantità minori di qualunque assegnabile, le quali cioè a una finita quantità omogenea abbiano una ragione minore di qualunque ragione assegnabile: Onde è, che una quantità finita nè si accresce per l'addizione, nè si diminuisce per la sottrazione di una quantità infinitamente piccola: siccome pure sono eguali due quantità, la di cui differenza è minore di qualunque assegnabile, poichè non vi può essere disuguaglianza fra due quantità, fra le quali alcuna differenza non si può assegnare. E queste sono quantità infinitamente piccole assolutamente a differenza di certe altre che non lo sono, se non se relativamente, e fisicamente, (giusta il num. 12.). Nello stesso modo quella dicesi grandezza assolutamente finita, la quale a una simile grandezza cognita ha una ragione assegnabile. E una grandezza assolutamente infinita chiamasi quella, la quale a una qualunque grandezza finita dello stesso genere ha una ragione maggiore di qualunque assegnabile.

215. Queste quantità infinitamente piccole, che sotto nome di quantità indivisibili aveva introdotto in Geometria il P. Bonaventura Cavallerio, e felicemente aveva applicato alla misura dell'estensione, e che io al num. 19. ho considerato come elementi delle quantità lineari, e delle quantità superfiziali al num. 212, dal Newton con più rigor geometrico si chiamano quantità nascenti, o evanescenti divisibili. La ragione poi per la quale le chiama quantità nascenti, o evanescenti si ripete dal modo, con cui (giusta il num. 19, e 212) si genera la quantità. Se si considera la quantità non prima, che nasca, nè dopo che è nata, ma nel punto preciso, in cui comincia a nascere, ella è la vera quantità nascente considerata dal Newton, e da tutti i Matematici; siccome quella è quantità evanescente, alla quale giunge la quantità decrescente fino al punto di divenir nulla, quando è sul termine di svanire, cioè nè prima, che svanisca, nè dopo, che è svanita: Onde è, che queste quantità nascenti, o evanescenti non sono, nè si possono concepire come porzioni determinate, o determinabili di quantità, che abbiano una definita piccolezza.

216. Dal modo, con cui si genera la superficie piana intendesi primieramente, che siccome la linea generante ha bensì lunghezza, ma non già profondità finita, così la superficie sarà lunga per ragione della lunghezza della linea generante, e a motivo del di lei flusso sarà larga, ma non avrà profondità finita: Onde la superficie è una estensione, nella quale a un tempo stesso si considerano due dimensioni, che sono la lunghezza, e la larghezza. In secondo luogo, che a una superficie piana si può adattare per ogni verso una linea retta, così che se si prenderanno due punti sopra di una superficie piana, e che per questi due punti si conduca una linea, questa linea non può cadere in parte su tale superficie, e in parte fuori, ma vi deve cader sopra interamente. In terzo luogo, che la superficie piana è la più breve, che possa cadere fra due linee rette.

217. Quanti sono i lati terminanti una superficie, o figura piana, altrettanti sono gli angoli, ne' quali concorrono questi lati. Queste figure in riguardo alla moltiplicità dei lati, da' quali risultano, si chiamano con nome generale Poligoni. In particolare poi ciascuna figura viene denominata dal numero dei lati, o degli angoli, che ella ammette. Poichè (giusta il num. 23.) due rette non possono chiudere spazio, ve ne vogliono perciò almeno tre; onde è, che il primo, e più semplice poligono è una figura di tre lati, e di tre angoli, cui si dà il nome di triangolo.

golo: Il fecondo è il quadrilatero, che è una figura di quattro angoli, e quattro lati: In feguito viene il pentagono, poi l'efagono, indi l'eptagono ec.

218. Quando il fluffo della linea generante muta ad ogni iftante direzione, come fe tale linea fcorreffe fopra una linea curva, la fuperficie generata dicefi curva, alla quale perciò non fi può adattare per ogni verfo una linea retta; vale a dire in effa fi poffono affegnare tali punti, pei quali conducendofi una retta, quefta retta cadrà fuori della fuperficie toccandola in un fol punto: In oltre poi quefta fuperficie farà fempre maggiore della fuperficie piana, che cade fra i medefimi termini. Se la fuperficie è terminata da linee curve, ella dicefi curvilinea: Se da linee in parte rette, e in parte curve, fi chiama miftilinea.

219. Noi tratteremo quì foltanto delle fuperficie piane, e quefte rifultanti da una fola fuperficie continuata, non già dall' unione di diverfe fuperficie.

P A R T E II.

Dei Triangoli, e delle loro proprietà.

220. DEf. 1. Il triangolo è una figura rettilinea terminata da tre rette BC, CA, AB (Fig. 96.), che fi unifcono nei tre punti A, B, C. Il lato fu cui s' intende, che s' innalza il triangolo, come farebbe BC, dicefi la bafe del triangolo. L' angolo oppofto alla bafe, come l'angolo A, fi chiama il vertice del triangolo. La perpendicolare, che dal vertice fi cala alla bafe, o effa cada fuori del triangolo fu la bafe prolungata, come AE, o cada dentro il triangolo, come AD (Fig. 97.), dicefi l' altezza del triangolo.

221. Sei fpezie di triangoli fi diftinguono, tre riguardo ai lati, e tre riguardo agli angoli. Rifpetto ai lati il triangolo dicefi equilatero, ogniqualvolta ha i tre lati eguali, come il triangolo BDC (Fig. 98.). Dicefi fcaleno quando ha i tre lati ineguali, come il triangolo ABC (Fig. 96.). Si chiama ifofcele, o equicrure, quando ha due lati eguali, come il triangolo DCE (Fig. 98.). In quefto triangolo il vertice è fempre l'angolo contenuto dai due lati eguali, e il terzo difuguale è la bafe. Rifpetto agli angoli il triangolo dicefi acutangolo, o oxigonio, qualora ha tutti gli angoli acuti, come il triangolo EDC (Fig. 98.). Si dice ottufangolo, o ambligonio, quando egli ha un angolo ottufo, come il triangolo ACB (Fig. 96.). Finalmente il triangolo fi chiama rettangolo, quando egli ha un angolo retto, come ADB (Fig. 97.) Nel triangolo rettangolo il lato, che fi oppone all'angolo retto, come AB nel triangolo ADB, chiamafi Ipotenufa.

222. Due triangoli fi dicono equiangoli, quando ciafcun angolo di uno è eguale a ciafcun angolo dell'altro, e quefti triangoli diconfi ancora fimili. Che fe due triangoli avranno eguali non folo gli angoli, ma ancora i lati, ciafcuno a ciafcuno, effi faranno interamente eguali.

223. L'angolo formato dal prolungarfi un lato del triangolo, come l' angolo ACE (Fig. 97.), dicefi angolo efterno del triangolo; e i due angoli DAC, ADC, che fi oppongono all'angolo efterno, fi chiamano interni oppofti rifpetto al medefimo.

224. Def. 2. Un triangolo dicefi ifcritto al circolo, quando ha i tre vertici B, D, F (Fig. 99.) dei tre angoli alla circonferenza del circolo, nel qual cafo il circolo dicefi circofcritto al triangolo.

CO-

COROLLARIO I.

225. Poichè i tre punti, ne' quali cadono i tre angoli del triangolo, non sono in una retta, e (pel num. 105.) per tre punti, che non siano in una retta si può sempre far passare la periferia di un circolo, però a qualsivoglia triangolo si può sempre circoscrivere la periferia di un circolo. Dal che manifestamente s' intende, che i tre lati di un qualunque triangolo sono tre corde di un circolo, le quali, poichè si uniscono in tre punti, sostentano tutta la circonferenza. (a)

COROLLARIO II.

226. Ciascuno poi di questi angoli essendo alla circonferenza ha per misura (pel num. 183.) la metà dell' arco cui insiste, e però tutti tre hanno per misura la metà della periferia; cioè a dire la semicirconferenza: Ma la semicirconferenza essendo (pel num. 114.) di 180. gradi, ella è la misura di due angoli retti (pel num. 119.); conseguentemente tre angoli di qualunque triangolo sono eguali a due retti. Eucl. l. 1. p. 32. p. 2. Dal che ne segue: 1. che un triangolo può avere bensì tre angoli acuti, ma non può avere più di un angolo retto, o più di un angolo ottuso, nè può avere insieme un angolo retto, e un angolo ottuso: 2. se egli avrà un angolo retto, ognuno degli altri due sarà acuto, e la loro somma equivalerà a un retto, e un qualunque di loro sarà complemento all'altro; che però se un angolo del triangolo sarà eguale alla somma degli altri due, egli sarà retto: 3. se egli avrà un angolo ottuso, ognuno degli altri due sarà acuto, e la loro somma sarà minore di un retto: 4. due qualsivoglia angoli di un triangolo sono minori di due retti. Eucl. l. 1. p. 17.: 5. la somma degli angoli di qualsivoglia triangolo è eguale alla somma degli angoli di qualunque altro: 6. se di un triangolo sarà cognito un angolo, sarà cognita ancora la somma degli altri due, che è il supplemento dell'angolo cognito; e se si saprà il valore di due angoli, sarà cognito eziandio il valore del terzo: 7. se in un triangolo due angoli presi insieme saranno eguali a due angoli presi insieme di un altro triangolo, o pure ciascuno a ciascuno, ancora il terzo angolo al terzo sarà eguale: (b) 8. se due triangoli avranno un angolo eguale, saranno pure eguali le somme degli altri due; o pure se un angolo di un triangolo sarà maggiore di un angolo di un altro triangolo, sarà la somma degli altri due angoli nel primo triangolo minore della somma degli altri due angoli nel secondo triangolo, e *vice versa*: 9. se nel triangolo isoscele l' angolo al vertice sarà retto, ciascuno degli angoli alla base sarà semiretto; e in oltre nel triangolo

---

(a) LVIII. *Si vede da ciò come mediante il num.* XIV. *debbasi operare per circoscrivere un circolo a un dato triangolo. Eucl. l.* 4. *p.* 5.

LIX. *O pure (giusta il num.* 189.) *si ha la maniera di iscrivere a un proposto circolo un triangolo equiangolo a un triangolo dato* GHK (*Fig.* 99.). *Si conduca la tangente* CE; *poscia dal punto del contatto* D *si tiri la corda* DB (*giusta il numero* XXII.), *la quale faccia l' angolo* CDB *eguale all' angolo* HKG *del triangolo dato, indi dallo stesso punto* D *si conduca l' altra corda* DF, *che faccia l' angolo* EDF *eguale all' angolo* HGK *del dato triangolo. Pei punti* B, F *si tiri la retta* BF, *e l' iscritto triangolo* DBF *sarà equiangolo al proposto* GHK, *come costa dalla costruzione. Eucl. l.* 4. *p.* 2.

(b) LX. *Con assai maggiore esattezza si può per mezzo di questa proposizione*

golo isoscele gli angoli alla base sono acuti: 10. essendo eguale a due retti la somma degli angoli di un triangolo, e (pel num. 79.) essendo pure eguale a due retti la somma dell'angolo interno ACB (Fig. 67.) coll'esterno ACE, egli è perciò l'angolo esterno ACE eguale ai due angoli interni opposti CAB, CBA. Eucl. l. 1. p. 32. p. 1.: 11. Onde l'angolo esterno è maggiore di ciascuno degli angoli interni opposti. Eucl. l. 1. p. 16.; e se l'angolo esterno sarà retto, tale sarà ancora l'interno; se l'esterno sarà ottuso, l'interno sarà acuto; e se l'esterno sarà acuto, l'interno sarà ottuso. Dal precedente num. 1. evidentemente si deduce, che se dal vertice di un triangolo si abbasserà una perpendicolare alla base, questa perpendicolare cadrà dentro il triangolo se i due angoli alla base saranno acuti, ma se uno di loro sarà ottuso, essa cadrà fuori. Sia il triangolo acutangolo GEK (Fig. 100.): Se la perpendicolare cadesse fuori del triangolo, per esempio in EL, in tal caso il triangolo EKL avrebbe un angolo retto ELK, e un ottuso EKL (perchè il supplemento di un angolo acuto è un angolo ottuso): Ma ciò non può essere; dunque la perpendicolare deve cadere dentro il triangolo. Sia adesso il triangolo FEH; che ha alla base l'angolo ottuso FHE. Se la perpendicolare potesse cadere dentro il triangolo, per esempio in EG, in tal caso nel triangolo EGH vi sarebbe un angolo retto HGE (per costruzione), e un angolo ottuso EHG, lo che è impossibile; dunque la perpendicolare deve necessariamente cadere fuori del triangolo.

COROLLARIO III.

227. Essendo che (pel num. 225.) i tre lati del triangolo sono tre corde, che sostentano l'intera periferia, s'intende abbastanza, che se dal vertice di un triangolo isoscele si abbasserà una retta alla base, che la divida per metà, questa retta (pel num. 34.) gli sarà perpendicolare, e pel num. 150. dividerà per metà l'arco, che misura l'angolo al vertice, e però dividerà per metà lo stesso angolo al vertice. Reciprocamente poi se dall'angolo al vertice del triangolo isoscele si abbasserà una retta, che lo divida per metà, essa dividerà per metà anche la base, e gli

---

misurare il contorno della terra, che non si è fatto al num. XVIII. *Siano A, B (Fig. 101.) i vertici di due monti tra loro assai distanti, e sia EF un arco di un massimo cerchio della terra, il qual arco avente i termini alle radici dei detti due monti debbasi misurare. Pei punti A, B si faccia passare una linea visuale AB, indi mediante il perpendicolo, che per motivo della gravità tenderà al centro secondo le rette AC, BC, si misurino gli angoli CAB, CBA. La somma di questi due angoli si sottragga da 180., e il residuo darà il numero de' gradi, che misurano l'angolo al centro ACB, e in questo modo si conoscerà di quanti gradi è l'arco EF intercetto fra i due monti. Si misuri esattamente secondo qualche nota misura, come piedi, o passi, o tese l'arco FE, poscia si dica: Come il numero di gradi, che corrisponde all'arco EF sta a 360. gradi, così la misura presa tra E, ed F all'intero circuito della terra: Sia per esempio l'angolo ACB di gradi 0, 18', 39'', 33''', e la distanza fra E, ed F sia di passi 20012: si faccia come 18', 39'', 33''' a 360°, così 20012 al quarto, che trovasi essere 23166050 $\frac{43350}{67173}$ ricercato circuito della terra.*

gli sarà perpendicolare; e se sarà perpendicolare alla base, dividerà per metà la base, e l'angolo opposto.

COROLLARIO IV.

228. In oltre poichè le corde eguali sostentano archi eguali (pel num. 112.), e (pel num. 122.) gli angoli eguali si appoggiano ad archi eguali, in ogni triangolo gli angoli, che si oppongono a lati eguali sono eguali, e reciprocamente i lati, che si oppongono ad angoli eguali, sono eguali. Eucl. l. 1. p. 6. Per lo che il triangolo equilatero è ancora equiangolo, e reciprocamente: Onde è, che ciascun angolo del triangolo equilatero è di 60. gradi. E perciò se al circolo si iscriverà un triangolo equilatero, sarà dai vertici dei di lui angoli divisa in tre parti eguali l'intera periferia. Per la stessa ragione nel triangolo isoscele i due angoli alla base sono eguali; e *vice versa* se gli angoli alla base sono eguali, il triangolo è isoscele. Eucl. l. 1. p. 5. Quindi se i due lati eguali del triangolo isoscele si prolungheranno, essi saranno sotto la base angoli eguali. E perchè gli angoli alla base del triangolo isoscele sono eguali, se due triangoli isosceli avranno eguale l'angolo al vertice, o uno degli angoli alla base, essi saranno equiangoli; poichè se i due angoli eguali sono al vertice, il valore dei due altri angoli alla base in ciascuno di questi due triangoli sarà lo stesso; ora ciascun angolo alla base è la metà di questa somma; dunque questi due triangoli sono interamente equiangoli: Se poi questi due triangoli hanno eguale un angolo alla base, avranno eziandio eguale anche l'altro, e per conseguenza sarà pure eguale il terzo al vertice, e così saranno equiangoli questi due triangoli. (a)

(a) LXI. *Stante l'eguaglianza dei lati, e degli angoli nel triangolo equilatero si può facilmente descrivere sopra una data retta* CB *un triangolo equilatero* [*Fig.* 98.]. *Si prenda col compasso l'apertura* CB, *e fatto centro in* B *si descriva il circolo* DHFC: *ritenendo la stessa apertura si faccia centro in* C, *e si descriva il circolo* ADBG. *Dalle estremità* C, B *della retta data si conducano al punto* D, *ove si intersecano i due descritti circoli, le rette* BD, CD; *e il triangolo* BCD *sarà il ricercato, poichè i di lui lati sono raggi di circoli eguali, conseguentemente egli è equilatero. Eucl. l. 1. p. 1.*

LXII. *Quindi a un dato punto* C *si potrà applicare una retta eguale a una proposta retta* AB [*Fig.* 102.]. *Dal punto* B *al punto* C *si conduca la retta* BC, *su la quale si costruisca il triangolo equilatero* BCD, *i di cui lati* DB, DC *si prolunghino indefinitamente in* E, *e* K. *Fatto centro in* B *si descriva col raggio* BA *il circolo* APQ, *il quale taglierà in* P *la retta* DK; *indi fatto centro in* D *si descriva coll'intervallo* DP *il circolo* PFO, *che taglierà la* DE *in* F. *Ora* AB$=$BP, *e* DP$=$DF: *levando adunque da queste ultime due rette le porzioni eguali* DB, DC, *resterà* BA$=$BP$=$CF, *come si cercava. Eucl. l. 1. p. 2.*

LXIII. *Se poi da una data retta* CR *si vorrà levare una porzione eguale a un'altra data* BA, *si applichi mediante il precedente num.* LXII. *al punto estremo* C *della retta data la retta* CF *eguale alla proposta, indi fatto centro in* C *coll'intervallo* CF *si descriva il circolo* FTS, *che taglierà la retta* CR *nel punto* T, *e la porzione* CT *sarà la ricercata eguale alla data retta* AB. *Eucl. l. 1. p. 3.*

COROLLARIO V.

229. Stante il modo, col quale si è considerato il triangolo al num. 225., si intende per la medesima ragione dei num. 122., 212., che se due triangoli avranno i loro

---

LXIV. *Si intende parimente come sopra una data retta* DF [*Fig.*103.] *si possa costruire un triangolo isoscele. Se la base* DF *deve essere il lato minore, si prenda col compasso un intervallo maggiore di* DF, *e fatto centro ne' punti* D, F *si descrivano due archi intersecantisi in* E. *Dal punto* E *si conducano ai punti* D, F *le rette* ED, EF, *che formeranno il triangolo* EDF, *come si cercava, lo che costa dalla costruzione. Istessamente si opera, se la base* DF *deve essere il lato maggiore, se non che col compasso devesi prendere un intervallo minore di* DF [*Fig.* 104.].

LXV. *Se sopra* DF *si dovesse costruire un triangolo scaleno, fatto centro ne' punti* D, F [*Fig.* 105.], *si descrivano con intervalli ineguali due archi intersecantisi in* E. *Dal punto* E *si conducano ai punti* D, F *le rette* ED, EF, *e con ciò si avrà il triangolo* DEF, *come si cercava.*

LXVI. *Che se saranno dati i tre lati* DF, EF, DE *del triangolo da costruirsi* [*Fig.* 105.], *si prenda un lato, per esempio* DF, *e fatto centro nei punti* D, F, *con intervalli eguali agli altri due lati* DE, FE *si descrivano due archi intersecantisi nel punto* E, *dal quale condotte le rette* ED, EF, *sarà fatto quello che si cercava. Due poi di queste rette date bisogna* [*pel num.* 51.], *che siano maggiori della terza. Eucl. l.* 1. *p.* 22.

LXVII. *Mediante il triangolo equilatero si può alzare una perpendicolare su l' estremità* C [*Fig.* 106.] *di una data retta* CM. *Si prenda di questa retta una qualunque porzione* CD, *sopra la quale* [*pel precedente num.* LXI.] *si costruisca il triangolo equilatero* CDE, *poscia fatto centro in* E *colla medesima apertura di compasso si descriva l' arco* HG, *e si prolunghi il lato* DE *finchè incontri quest' arco in* F. *Dal punto* F *al punto* C *si conduca la retta* CF; *che sarà la perpendicolare cercata; poichè essendo* CE$=$EF [*per costruzione*], *il triangolo* CFE *è isoscele, e però i due angoli* ECF, EFC *sono eguali, e la loro somma* [*pel num.* 226. 10°] *è eguale all' angolo* CED. *E perchè quest' angolo è di* 60. *gradi, perciò l' angolo* ECF *è di* 30. *gradi, conseguentemente l' angolo* MCF *eguale all' angolo* ECF $+$ *l' angolo* DCE$=$ 30$+$60$=$90 *gradi è retto, o sia la retta* CF *è perpendicolare nel punto* C *alla retta* CM.

LXVIII. *Si può pertanto mediante il triangolo equilatero dividere geometricamente in tre parti eguali un angolo retto: Come dovendosi dividere in tre parti eguali l' angolo retto* DBA [*Fig.* 107.], *sopra il lato* BD *si descriva il triangolo equilatero* BED: *Poichè l' angolo* EBD *è di* 60. *gradi, egli vale due terzi di un retto, dunque l' angolo* ABE *vale un terzo di un retto, come si cercava.*

LXIX. *Soddisfo adesso a quanto ho promesso al n.*XXXIX. *rispetto alla trisezione di qualsivoglia angolo.*

DESCRIZIONE DELL' ISTRUMENTO.

LXX. *Siano due righe di metallo* CK, KZ, *le quali si movano liberamente intorno al nodo* K. *Si prenda nella riga* KZ [*Fig.* 170.] *la porzione* KL$=$CK; *e il*

i loro lati vicendevolmente eguali, cioè il maggiore al maggiore, il minore al minore ec., essi saranno equiangoli, e però interamente eguali. Eucl. l. 1. p. 8. Conseguentemente se dalle estremità A, B (Fig. 85.) di una retta AB si condurranno

---

punto L *nell' aprirsi, e chiudersi l' angolo* CKL *scorra per la riga di metallo* MQ. *Il punto* C *sia fisso, ma in modo, che possa aggirarsi intorno a sestesso. Movendosi il punto* L *per la linea* AD, *il nodo* K [*lo che è evidente*] *descriverà la periferia del circolo* EDBA. *Il lato* KZ *sia tale, che la porzione* LZ *non sia minore del raggio* CK *del circolo.*

SOLUZIONE.

LXXI. *Si debba dividere in tre parti eguali l' arco* GBF. *Si collochi la riga* MQ *sul diametro* AD *del circolo, cosicchè il centro del nodo* C *cada sul centro del circolo. Essendo chiuso l' angolo* CKZ *in modo, che* KZ *si adatti sopra* CK, *e l'uno, e l' altro cada sopra* CE, *si apra a poco a poco l' angolo* CKZ *formato dalle due righe, con che il lato* KZ *andrà successivamente tagliando in varj punti la periferia* BD. *Quando* KZ *sarà giunta al punto* F *estremità dell' arco proposto, ivi si fermi il moto della riga* KZ: *Dopo di che dal punto* K *si conduca la retta* KH *parallela al diametro* ECB. *Dico, che l' arco* HF *è la terza parte dell' arco* GBF *dato da dividersi.*

LXXII. *Dim. Dal centro* C *si conduca la retta* CH. *Poichè* CK=LK [*per la costruzione dell' istrumento*], *ed* HK *è parallela a* BE, *che è perpendicolare* [*per costruzione*] *al diametro* AD, *a questo diametro è pure perpendicolare la retta* KH. *Dunque il triangolo* CKL *non solo è isoscele, ma eziandio la retta* KS *abbassata dal vertice è perpendicolare alla base* CL. *Quindi* [*pel numero* 227.] *l' angolo* CKS *è eguale all' angolo* SKL: *Ma perchè il triangolo* KHC *è isoscele, l' angolo* CKS *è eguale all' angolo* CHS; *e a motivo delle parallele* BE, HK *l' angolo* CHS *è eguale all' angolo* BCH. *Ma l' angolo* HCF *è doppio dell' angolo* HKF; *dunque è doppio ancora dell' angolo* BCH; *e però l' arco* HF *è doppio dell' arco* BH; *talchè dividendo per metà l' arco* HF, *sarà l' arco* BF *diviso in tre parti eguali: E siccome* BF *è la metà dell' arco* GBF, *così* HF *è la terza parte dell' arco dato* GBF. *Lo che si doveva dim.*

LXXIII. *Se per il punto* H *termine della divisione dell' arco* FH *si iscriverà al circolo il triangolo equilatero* HNO; *indi dal punto* F *si conduca all' angolo* O, *del triangolo la retta* FO, *questa dividerà in tre parti eguali il complemento* FONG *dell' arco dato, poichè il lato* HO *del triangolo sottende la terza parte di tutta la periferia, cioè* HFO: *Ma l' arco* HF *è eguale* [*come pur ora si è dimostrato*] *alla terza parte dell' arco* GBF: *Dunque la corda* FO *sostenta la terza parte dell' arco residuo* FONG.

LXXIV. *Se finalmente dall' angolo* N *del triangolo equilatero si condurrà al punto* F *la retta* NF, *essa sostenterà l' arco* NGF, *che è la terza parte dell' arco* GFONGF *eguale all' intera periferia più l' arco proposto* GBF. *Di fatto* NH *sostenta la terza parte di tutta la periferia, ed* HF *la terza parte dell' arco dato* GBF; *dunque* NF *sostenta la terza parte dell' intera periferia più la terza parte dell' arco dato.*

due rette AC, BC, che si incontrino nel punto C, non si potranno condurre dalle stesse estremità verso la medesima parte due altre rette eguali alle prime, che si incontrino in un altro punto, come sarebbe E. Eucl. l. 1. p. 7. (a)

COROLLARIO VI.

230. Saranno pure interamente eguali due triangoli, se avranno eguali due lati vicendevolmente, insieme all'angolo da questi lati intercetto; poichè (pel num. 173.) i circoli, ne' quali questi due triangoli si iscrivono sono eguali; perlochè avendo tra loro due lati eguali, avranno eguale ancora il terzo; onde saranno fra loro equilateri, ed equiangoli, e però eguali (pel num. 229.). Eucl. l. 1. p. 4. Essendo dati pertanto due lati di un triangolo, e l'angolo da loro compreso, resta determinato il terzo lato, e gli angoli a lui adjacenti. (b) Basta ancora, acciò siano eguali due triangoli, che abbiano tra loro due lati eguali, e un angolo qualunque, perchè se quell'angolo non è intercetto fra i due lati eguali, sarà opposto a uno di loro; quindi avranno pure eguale anche l'altro angolo opposto all'altro lato eguale, conseguentemente (pel n.226.7°) avranno eguale anche il terzo angolo: saranno adunque fra loro equiangoli, e però equilateri, ed eguali: E perciò essendo dati di un triangolo due lati, e un angolo qualunque, resta determinato il terzo lato, e gli altri due angoli. Per la medesima ragione ancora se due triangoli avranno due angoli eguali, ed eguale abbiano un lato, o egli esista fra i due angoli eguali, o no, questi due triangoli saranno tra loro eguali. Eucl. l. 1. p. 26. Onde anche in questo caso

---

(a) LXXV. *Si impara da questo Corollario a costruire un triangolo eguale a un triangolo dato* ABC. *Si prenda la retta* DF [*Fig.* 108., *e* 103.] *eguale al lato* BC *del triangolo dato, indi fatto centro in* F *coll'intervallo eguale a* CA *si descriva l'arco* KI, *e parimente fatto centro in* D *coll'intervallo* BA *si descriva l'arco* HG. *Dalle estremità* D, F *al punto* E, *ove si intersecano questi due archi, si conducano le rette* DE, FE, *e il triangolo* DEF *sarà il ricercato eguale al proposto* ABC, *poichè* [*per costruzione*] *gli è equilatero, e in conseguenza eguale.*

(b) LXXVI. *La luce pertanto, che si riflette ad un angolo eguale all'angolo d'incidenza, si propaga per una strada, che è la più breve di tutte. Dal punto* A [*Fig.*124] *parta un raggio di luce, che vada a incontrare il piano* BF *nel punto* D, *dal quale si rifletta in* E. *Per ipotesi l'angolo* ADB *è eguale all'angolo* EDF. *Ora dal punto* A *si abbassi al piano* BF *la perpendicolare* ABC, *e si prenda* BC$=$AB, *indi per i punti* C, D *si conduca la retta* CD, *la quale prolungata concorrerà col punto* E, *perchè i due triangoli* ABD, DBC *sono eguali* [*pel num.* 230.], *mentre i lati* AB, BD *sono* [*per costruzione*] *eguali ai lati* CB, BD, *e gli angoli da loro compresi, poichè retti, sono eguali: Quindi l'angolo* CDB *è eguale all'angolo* BDA, *e però anche all'angolo* EDF, *conseguentemente gli angoli opposti* BDC, EDF *essendo eguali, la* CDE *è una sola retta; e però essendo* AD$=$CD, *sarà* AD$+$DE$=$CDE. *Ora sul piano* BF *si prenda un altro qualunque punto* G *ad esclusione di* D, *e si conducano ai punti* C, E *le rette* GC, GE: *Sarà* [*pel num.* 51.] CG$+$CE$>$CE, *e in conseguenza di* AD$+$DE, *che quella perciò è la strada più breve, che percorre il corpo luminoso.*

so essendo dati di un triangolo due angoli, e un lato, resta determinato il terzo angolo, e gli altri due lati. (a)

COROLLARIO VII.

231. Se poi un triangolo avrà i tre angoli ineguali, avrà ineguali eziandio i tre lati, e reciprocamente: Onde il triangolo scaleno ha i tre angoli ineguali. E perchè il lato maggiore di un triangolo sostenta un arco maggiore di quello sostenti ciascuno degli altri lati, perciò al lato maggiore si oppone l'angolo maggiore; e reciprocamente all'angolo maggiore si oppone il lato maggiore. E per la stessa ragione al lato minore si oppone l'angolo minore, e all'angolo minore si oppone il lato minore. Eucl. l. 1. p. 18, e 19. Quindi se in due triangoli ABC, ABD (Fig. 109.) due lati AB, BC di un triangolo saranno eguali ai due lati AB, BD dell'altro, e l'angolo compreso da questi due lati sarà maggiore dell'angolo compreso dagli altri due lati, sarà la base AD, opposta all'angolo maggiore, maggiore della base AC opposta all'angolo minore. E reciprocamente se due triangoli avranno due lati eguali, ma la base di un triangolo sia maggiore della base dell'altro triangolo, l'angolo opposto alla base maggiore sarà maggiore dell'angolo op-

---

LXXVII. *Quindi si scioglie il problema, in cui vien proposto di trovare sul piano* BF *il punto* D, *da cui riflettendo un raggio di luce, che parte dal punto* A, *possa ferire un occhio, che è posto in* E. *Dal punto* A *si abbassi al piano dato la perpendicolare* ABC, *e si prenda* BC=AB: *Pei punti* C, E *si conduca la retta* CE, *e il punto* D, *in cui essa interseccherà il piano* BF, *sarà il ricercato, in cui devesi fare la riflessione.*

LXXVIII. *Il fare l'angolo di riflessione eguale all'angolo d'incidenza conviene al corpo, che sia perfettamente elastico, quale è quasi l'avorio; ond'è, che da quanto pur ora ho detto ricavasi la regola da osservarsi nel gioco del Bigliardo per colpire di ribalzo una palla. Sia* PLMN [*Fig.* 125.] *la Tavola del Bigliardo, le di cui sponde* PL, LM, MN, NP *suppongo perfettamente elastiche: Si voglia colpire la palla* D *colla palla* C *per riflessione su la sponda* LM. *Dal punto, in cui è la palla* D *si conduca perpendicolare alla sponda* LM *la retta* DKH, *e si prenda* HK=DK; *poscia dal punto* C *al punto* H *si conduca la retta* CH, *e il punto* G, *ove interseca la sponda sarà quello, a cui dirigendosi la palla* C, *si verrà essa a riflettere nella palla* D. *Che se si volesse colpire la palla* D *per mezzo di due riflessioni, dal punto* C *si abbassi alla sponda* PL *la perpendicolare* CBA, *così che sia* BA=BC; *poscia dal punto* A *al punto* H *poc'anzi determinato si conduca la retta* AH, *la quale incontrerà le due sponde* PL, LM *nei punti* E, F: *Onde dirigendo la palla* C *in* E *ivi si rifletterà in* F, *indi da* F *nella palla* D, *come si cercava. Qualora la retta* AH *cadesse fuori dalle sponde del Bigliardo, sarebbe impossibile colpire la palla* D *per mezzo di due riflessioni.*

(a) LXXIX. *Essendo dati pertanto due lati, e l'angolo, che essi devono formare, si compirà il triangolo con congiungere questi due lati in modo, che facciano l'angolo proposto, indi condurre una retta per le loro estremità.*

LXXX. *Parimente se sarà data una retta con i due angoli a lei adjacenti, si costruirà il triangolo con condurre per le estremità di questa retta due rette, che facciano colla medesima gli angoli proposti.*

opposto alla base minore. Eucl. l. 1. p. 24, e 25. Per lo che se si supporrà, che l'angolo di un triangolo si vada continuatamente aumentando, vale a dire, che i di lui lati continuamente si aprano, il terzo lato opposto all'angolo, che cresce, si farà pure continuamente maggiore: E reciprocamente se si andrà diminuendo l'angolo, si farà eziandio continuamente minore il lato opposto.

232. Def. 3. Un triangolo dicesi circoscritto al circolo allor che i suoi tre lati sono tangenti del circolo: Tale è il triangolo EPB; e in tal caso il circolo dicesi iscritto al triangolo. (Fig. 110.)

COROLLARIO I.

233. Se adunque dal centro del circolo iscritto si condurranno i raggi AG, AC, AF (Fig. stessa) ai punti, ne' quali i lati del triangolo toccano il circolo, saranno i detti raggi a questi lati perpendicolari (pel num. 129.) (a)

TEOREMA I.

234. Se dal centro A (Fig. 110.) del circolo CGF iscritto al triangolo EPB si condurranno agli angoli del triangolo le rette AP, AB, AE, queste rette divideranno per metà gli angoli del triangolo.

235. Dim. Si tirino dal centro A ai punti di contatto C, G, F le rette AC, AG, AF, che (pel num. 129.) saranno perpendicolari ai lati del triangolo. Ora i due triangoli ACP, AFP hanno i due angoli ACP, AFP eguali, perchè retti, hanno eguali i due lati AC, AF, e il lato AP comune; dunque (pel num. 230.) sono equiangoli, e interamente eguali: E però l'angolo APC è eguale all' an-

---

(a) LXXXI. *Quindi se sarà proposto di circoscrivere un triangolo a un dato circolo, basterà condurre dal centro del circolo tre raggi [di questi raggi non ve ne possono essere due diametralmente opposti, e non essendo tali deve in oltre il terzo cadere nell' arco maggiore, che essi comprendono], su le di cui estremità se si condurranno tre perpendicolari [pel num.* XLIX.*], esse formeranno il triangolo cercato.*

LXXXII. *Che se a un dato circolo* CBD *[Fig. 111.] si dovrà circoscrivere un proposto triangolo* KNH *[Fig. 112.], si faccia così: Dal centro* A *del circolo si conducano due raggi* AB, AD, *che facciano l' angolo* DAB *eguale all' angolo esterno* N *del proposto triangolo: Si conduca poscia l' altro raggio* AC, *che faccia l'angolo* CAD *eguale all' angolo esterno* H. *Finalmente per i tre punti* C, D, B *si conducano [pel num.* L. *] le tre tangenti* FG, FE, GE, *le quali formeranno il cercato triangolo: Poichè col condursi la retta* BD *ne nascono due triangoli* ABD, BDE, *i di cui sei angoli sono eguali a quattro retti [pel num. 226.]; ma ciascuno dei due angoli* ADE, ABE *è retto [per costruzione]; dunque i due angoli* BAD+BED *sono eguali a due retti, come lo sono pure* KNI, KNL *[pel num. 79.]. Ora [per la costruzione] l'angolo* BAD *è eguale all' angolo* KNL, *dunque l' angolo* BED *è eguale all' angolo* KNI. *Colla stessa maniera si dimostra, che l' angolo* CGD *è eguale all' angolo* KHL, *onde l' altro* CFB *sarà pure eguale all' altro* NKH *[pel num. 226. 6°.]; e però il fatto triangolo* FGE *è equiangolo al proposto* KNH. *Eucl. l. 4. p. 3.*

angolo APF, cioè a dire l'angolo CPF è diviso per metà dalla retta AP. Lo stesso raziocinio vale per gli altri angoli. Lo che si doveva dimostrare. (a)

COROLLARIO I.

236. Reciprocamente se di un dato triangolo si divideranno per metà gli angoli con linee rette, che vadano a cadere su i lati opposti, le linee dividenti si incontreranno in un sol punto dentro il triangolo, che è il centro del circolo iscritto.

COROLLARIO II.

237. Mediante queste rette AP, AB, AE, che dal centro del circolo iscritto vanno agli angoli del triangolo circoscritto, l'intero triangolo si divide in tre triangoli PAB, BAE, EAP, che hanno la medesima altezza, che è il raggio del circolo iscritto.

COROLLARIO III.

238. A motivo dell'eguaglianza dei triangoli APC, APF, così AEC, AEG, e ABG, ABF, essendo PC=PF, BF=BG, EC=EG, qualora si conoscano i lati di un triangolo, si conosceranno ancora i loro segmenti determinati dai punti di contatto del circolo iscritto, poichè se dalla somma dei due lati PE, BE si leverà il lato PB, che è eguale a PC+BG, il residuo sarà CE+GE; dunque

$$\frac{PE+BE-PB}{2}=CE=GE;\text{ e }\frac{PE-BE+PB}{2}=PC=PF;\text{ finalmente}$$

$$\frac{PB-PE+BE}{2}=BF=BG.$$

COROLLARIO IV.

239. Per lo che se in un triangolo rettangolo ABC (Fig. 113.) si iscriverà un circolo, sarà il diametro del circolo iscritto eguale alla differenza, che passa tra l'Ipotenusa AC, e la somma degli altri due lati AB, BC: Poichè essendo AE=AF, CD=CF, sarà EB+BD la differenza tra l'ipotenusa AC, e la somma degli altri due lati AB, BC. Che poi EB+BD sia eguale al diametro del circolo iscritto, è evidente, mentre essendo l'angolo retto B diviso per metà dalla retta OB, sarà OBD semiretto; ma ODB è retto (per costruzione, dunque anche l'angolo BOD è semiretto; conseguentemente OD=BD (per num. 228.) Istessamente si raccoglie EO=EB. Ora EO+OD è eguale al diametro del circolo iscritto;

(a) LXXXIII. *Da ciò si intende come debbasi regolare per iscrivere un cerchio a un dato triangolo. Si dividano per metà due angoli del triangolo, come P, B colle rette* AP, AB, *e dal punto* A [*Fig.* 110.], *in cui queste due rette si intersecano, si conducano ai lati del triangolo le perpendicolari* AC, AG, AF; *indi fatto centro in* A *coll'intervallo di una di queste perpendicolari si descriva un circolo, che sarà il ricercato. Eucl. l.* 4. *p.* 4.

to; dunque lo è pure EB+BD, che è la differenza tra l'ipotenusa AC, e la somma degli altri due lati AB+BC.

COROLLARIO V.

240. Onde se dalla somma dei lati di un triangolo rettangolo si sottrerà il diametro del circolo iscritto, il residuo sarà eguale all' ipotenusa.

COROLLARIO VI.

241. E perchè il triangolo equilatero si può considerare come un triangolo isoscele, in quanto che gli angoli alla base sono eguali, qualunque sia il lato, che serve di base, le rette, che in questo triangolo divideranno gli angoli, saranno perpendicolari ai lati opposti (pel num. 227.), e li divideranno per metà. In questi punti poi i lati del triangolo toccheranno il circolo iscritto dividendolo in tre parti eguali; per lo che (pel num. 228.) questi stessi punti saranno i vertici degli angoli del triangolo equilatero a tale circolo iscritto. Ora il triangolo equilatero circoscritto è quadruplo del triangolo equilatero iscritto. Di fatti essendo equilateri i due triangoli ACE, BDF (Fig. 99.), sono eguali i tre archi BF, BD, DF [pel num. 228.]: E perchè i tre angoli BAF, ABF, BFA hanno per misura la metà dello stesso arco BGF (pel num. 185, e 195.), però essi sono eguali, conseguentemente il triangolo ABF è equiangolo, e quindi equilatero. Lo stesso si dica degli altri triangoli CBD, DFE. Che poi questi triangoli siano tra loro eguali è facile il vederlo: mentre essendo l' angolo AFB eguale all' angolo AEC, le due rette BF, CE sono parallele (pel num. 75.) Per la stessa ragione sono parallele le due AC, FD, e le due AE, BD. Ora perchè le due parallele BA, DF sono intercette fra le due parallele BD, AF, esse sono eguali (pel num. 66.); e lo stesso vale per le BC, DF ec. Questi triangoli adunque non solo sono equilateri, ma anche tra loro eguali; e però il triangolo equilatero circoscritto è quadruplo dell' iscritto al medesimo circolo. Ciò poi nascendo a motivo, che i vertici del triangolo iscritto dividono per metà ciascuno de' lati del triangolo circoscritto, la stessa cosa succederà in qualsivoglia altro triangolo, se si divideranno per metà i di lui lati, indi si uniscano con rette i punti delle divisioni, come si può vedere nella fig. 114, in cui il triangolo AEC è quadruplo del triangolo DFB, lo che evidentemente si raccoglie dalla dottrina delle parallele, mentre DF è parallela a BC, FE a DB, e DE ad FB. Per la stessa ragione se ciascun lato del triangolo si dividerà in un numero n di parti eguali, indi con rette si uniranno i punti delle divisioni, come si vede fatto nella fig. 115., il dato triangolo si risolverà in triangoli tra loro interamente eguali, e simili all'intero triangolo, de' quali il numero sarà espresso da n^2. (a)

PAR-

(a) LXXXIV. *Con ciò si dimostra, che gli spazj percorsi da un grave cadente con moto uniformemente accelerato crescono come i numeri della serie naturale impari* 1. 3. 5. 7. 9. 11. *ec. Sia il corpo* A [*Fig.* 115.] *cadente dal punto* A *in* 4, *e sia* 1 B *la celerità, che trovasi avere nel punto* 1: *Poichè la celerità si va continuamente aumentando, ed egli non si è acquistata la celerità* 1 B, *se non se allorchè è arrivato al punto* 1, *però lo spazio in questo tempo percorso sarà espresso dal triangolo* A 1 B. *Adunque quando il corpo* A *sarà arrivato in* 2 *egli avrà acquistata la celerità* 2 C,

PARTE III.

Della misura dell' aree de' Triangoli.

242. Abbiamo veduto al num. 212, che la superficie, o area di qualsivoglia figura piana si compone da elementi infinitamente piccoli, o sia evanescenti: per lo che quelle aree saranno eguali, i di cui elementi in numero, e grandezza saranno eguali; e *vice versa* ineguali, ogniqualvolta i loro elementi o in numero, o in grandezza non saranno eguali: Onde per determinare l'egualità, o la ragione di due superficie bisogna paragonare ciascun elemento di una, e tutta la loro somma con ciascun elemento dell' altra, e colla loro somma; mentre se il numero degli elementi fra loro uguali in una superficie starà al numero degli elementi in un' altra superficie in una qualunque ragione di m ad n, nella stessa ragione staranno pure fra loro le dette due superficie. Acciò queste superficie abbiano una misura comune, i detti elementi devono essere eguali in tutte le superficie, che si vogliono paragonare; Il loro numero poi resta sempre determinato dalla perpendicolare, come la perpendicolare AD (Fig. 116.) determina il numero degli elementi del triangolo ABC.

TEOREMA II.

243. L'area di un triangolo qualunque è eguale alla metà del prodotto di un qualunque de' suoi lati moltiplicato nella perpendicolare condotta su questo lato dal vertice dell' angolo opposto.

244. Dim. La superficie di un triangolo AHV (Fig. 117.) è eguale alla somma di tutti i suoi elementi HV, GT, FS ec. (pel num. 212.) paralleli alla base HV. Ora questi elementi cominciando dalla base, e andando alla sommità del triangolo hanno tutti fra loro una differenza costante, e però sono in progressione aritmetica; mentre l'elemento GT differisce dall' elemento HV della quantità $Hp + wV$; l'elemento FS differisce dall' elemento GT della quantità $Go + uT$ ec. Che

 que-

e lo spazio da esso percorso sarà espresso dal triangolo A2C; ma questo triangolo è quadruplo del triangolo A1B, mentre il numero de' triangoli, ne' quali si risolve è $2^2 = 4$, ognuno de' quali è eguale al triangolo A1B: Se pertanto da questo spazio si leverà lo spazio A1B percorso nel primo tempo, resterà $4 - 1 = 3$, cioè a dire nel secondo tempo il corpo A ha percorso uno spazio triplo di quello, che ha percorso nel primo tempo: Parimente quando il corpo A sarà giunto al punto 3, egli avrà acquistata la celerità 3D, e lo spazio percorso sarà espresso dal triangolo A3D; ma questo triangolo è nove volte maggiore del triangolo A1B, mentre il numero de' triangoli, ne' quali si risolve è $3^2 = 9$, ciascuno de' quali è eguale al triangolo A1B. Se adunque da questo spazio si sottrerrà lo spazio percorso ne' due tempi precedenti, che si è trovato essere $= A2C = 4$, resterà $9 - 4 = 5$, che è lo spazio percorso nel terzo tempo. Nella stessa maniera continuando il discorso si troverà, che lo spazio percorso nel quarto tempo è eguale a 7; nel quinto tempo eguale a 9, e così in seguito secondo la serie de' numeri naturali impari.

queste differenze poi siano tutte tra loro eguali egli è evidente; poichè essendo paralleli fra loro questi elementi, le altezze BI, CL, DM ec., e Zq, Yr, Qs ec. sono eguali; in oltre gli angoli BIC, CLD, DME ec., e ZqY, YrQ, QsR, poichè retti, sono eguali; e così pure sono eguali gli angoli CBI, DCL, EDM ec., e YZq, QYr, RQs cc. a motivo delle rette AH, e AV, che tagliano le altezze BI, CL, DM ec., e Zq, Yr, Qs tutte parallele fra loro. I triangoli adunque ABx, BCI, CDL ec., e AZx, ZYq, YQr ec. sono eguali fra loro (pel num. 230.), conseguentemente sono tutte eguali fra loro le basi Bx, CI, DL ec., e Zx, Yq, Qr cc., che sono le differenze degli elementi. Gli elementi pertanto, che compongono il triangolo, essendo una serie di quantità in progressione aritmetica, della quale il numero de' termini viene espresso dalla perpendicolare AK, il punto A, che è una parallela alla base infinitamente piccola, n'è il primo termine, e HV l'ultimo; si avrà perciò la somma di tutti questi elementi, o sia l'area

del triangolo (giusta il num. 1023. del I. Tomo) così $\frac{\overline{HV + A} \times AK}{2}$: E perchè

la quantità A è infinitamente piccola, e però nulla, e da trascurarsi (pel num. 214.)

rispetto alla quantità finita, l'area del triangolo trovasi essere $\frac{HV \times AK}{2}$. Lo che

si doveva dim.

245. E quì si osservi, che se gli elementi del triangolo si cominceranno a prendere dalla base, la somma di tutti gli elementi risulterà maggiore dell'area del triangolo per quanto porta la somma di tutti i triangoletti esteriori, come nella Fig. 118.; e se si cominceranno a prendere dal vertice del triangolo, la somma di tutti gli elementi sarà minore dell'area del triangolo per quanto porta la somma di tutti i triangoletti interiori, come nella Fig. 117. Ciò poi nasce dall' obliquità de' lati del triangolo, come abbastanza si scorge. Ma questo aumento, o diminuzione essendo d'una quantità infinitamente piccola rispetto a ciascun elemento, la di cui larghezza è infinitesima a confronto dell' intera superfizie, tale è pure la loro somma in riguardo all'area del triangolo; onde è, che coll' assumere l' eguaglianza della somma degli elementi suddetti all'area del triangolo, si ammette soltanto, o si trascura una quantità minore di qualunque assegnabile, lo che non causa errore, neppur menomissimo giusta il num. 214.

COROLLARIO I.

246. Per avere adunque la misura dell' area di un triangolo, bisogna dal di lui vertice abbassare la base la perpendicolare, o ella cada dentro il triangolo, o fuori nella base prolungata, indi moltiplicare questa perpendicolare nella base, e del prodotto prenderne la metà, che sarà l'area cercata. Quantunque poi una linea comunque moltiplicata con un' altra linea non possa assolutamente divenire una superficie, e questa moltiplicazione sia tutt' affatto diversa dalla genesi delle superficie esposta al num. 212., convengono però in questo, che siccome un elemento di tutta la superficie preso tante volte, quante vengono espresse dalla perpendicolare dà l'area della figura, così il numero delle unità elementari di una delle dette linee preso tante volte, quante unità trovansi nell' altra, produce un

nu-

numero astratto di unità, che equivale alla somma degli elementi della superficie compresa da tali linee. (a)

COROLLARIO II.

247. Dato essendo pertanto di un triangolo l' area, e la base, si troverà l' altezza con dividere l' area per la metà della base; o pure se sarà data l' area, e l' altezza, si avrà la base con dividere l' area per la metà dell' altezza [b].

COROLLARIO III.

248. Tutti i triangoli, che avendo la stessa base, o basi eguali, sono fra le medesime parallele, sono eguali, perchè essendo in eguali spazj paralleli, hanno ancora le altezze eguali, e i triangoli, che hanno le altezze, e le basi eguali, sono eguali, mentre risultano da fattori eguali. Eucl. l. 1. p. 37., e 38. *Vice versa* i triangoli eguali, che essendo posti dalla stessa parte hanno la medesima base, o basi eguali, trovansi in eguali spazj paralleli, o sia hanno altezze eguali. Eucl. l. 1. p. 39., e 40.: Onde un triangolo sarà eguale a due, o più triangoli, che abbiano la stessa altezza, e le di cui basi prese insieme equivalgano alla sua [c]. Così pure i triangoli eguali, che hanno altezze eguali, hanno eziandio basi eguali.

(a) LXXXV. *Si debba per esempio trovar l' area del triangolo* ABC (*Fig.* 13.), *la di cui base* AC *sia di* 135 *piedi. Dal punto* B *si abbassi su la base prolungata la perpendicolare* BD, *la di cui lunghezza sia di* 174 *piedi: Ora si moltiplichi la perpendicolare* $= 174$ *nella base* $= 135$, *e del prodotto* $= 174 \times 135 = 23490$ *se ne prenda la metà* $= 11745$, *che è l' area cercata del proposto triangolo.*

[b] LXXXVI. *Qualora del triangolo* ABC [*F.* 13.] *fosse data l' area* $= 11745$, *e la base* AC $= 135.$, *si avrà la di lui altezza* BD *con dividere l' area per la metà della base, e però la cercata altezza sarà* $= \frac{11745}{\frac{135}{2}} = \frac{23490}{135} = 174$. *Che se sarà data l' area* $= 11745$, *e l' altezza* $= 174$, *si avrà il valor della base con dividere l' area per la metà dell' altezza così* $\frac{11745}{87} = 135$. *base cercata.*

[c] LXXXVII. *Stante ciò si potrà, quando si voglia, ritrovare un triangolo, che sia eguale a più triangoli aventi la stessa altezza* AMB, BNC, COD, DPE [*Fig.* 120.]. *Si dispongano in una stessa retta le basi* AB, BC, CD, DE, *e con questa base* AE *fra le parallele* MP, AE, *il di cui intervallo viene determinato dalla comune perpendicolare, si formi un triangolo qualunque* AME, ANE *ec., che sarà il ricercato.*

LXXXVIII. *Col mezzo pertanto delle parallele si può trasformare un qualunque triangolo in un altro eguale, ma d' altra spezie. Ciò abbastanza si scorge senza bisogno di spiegazione nelle figure* 121., 122., 123. *Nella prima si è cambiato il triangolo acutangolo* ACD *nel rettangolo* APB; *nella seconda si è cambiato il triangolo iso-*

COROLLARIO IV.

249. Che se due triangoli ineguali avranno le altezze eguali, avranno le basi ineguali, e quello sarà maggiore, che avrà la base maggiore, e *vice versa*: Ed avendo le basi eguali, avranno le altezze ineguali, e quello sarà maggiore, che avrà l'altezza maggiore, e *vice versa*. Onde concludiamo, che nella misura dell'aree de' triangoli non si deve aver riguardo, che all'altezza, e alla base.

PARTE IV.

Dei triangoli simili, e delle ragioni, e proporzioni de' loro lati, e aree.

250. DEf. Quelli diconsi triangoli simili, i quali hanno i lati egualmente inclinati, e però sono equiangoli. Lo stesso intendasi di qualunque altra figura. Tali per esempio sono i due triangoli FEK, BAC [Fig. 100., e 119.)

COROLLARIO I.

251. Ora perchè i punti E, A dei vertici si considerano come rette infinitamente piccole parallele alla base, ben si vede, che i triangoli ineguali si ritrovano in spazj paralleli ineguali: Ma i triangoli simili hanno i lati egualmente inclinati (pel num. 250.). Dunque (pel num. 204.) i triangoli simili hanno i lati vicendevolmente proporzionali. Euclide l. 6. p. 4. Reciprocamente se due triangoli avranno i lati proporzionali, essi saranno simili. Eucl. l. 6. p. 5. Siccome nelle quantità proporzionali generalmente considerate gli antecedenti fra loro, e i conseguenti fra loro diconsi termini omologhi [giusta il num. 452. del I. Tomo]; così di due triangoli aventi i lati proporzionali (lo stesso dovrassi intendere in seguito delle altre figure simili) quei lati diconsi omologhi, che si oppongono ai corrispondenti angoli eguali: Come nei due triangoli FEK, BAC [Fig. 100., e 119.] sono lati omologhi i due FK, BC, così i due EF, AB, e finalmente i due EK, AC (a).

CO-

---

scele ADC *nell'ottusangolo* BDC ; *nella terza si è mutato il triangolo equilatero* ABG *nell'isoscele ottusangolo* DBC.

[a] LXXXIX. *Alla dottrina dei triangoli simili è inedificata tutta la pratica della linea delle parti eguali del compasso di proporzione.*

XC. *Avendo preparate due lastre d'ottone ben levigate, e che liberamente s'aggirino all'intorno d'una delle loro estremità per mezzo d'un nodo simile a quello de' Compassi comuni, e il cui centro sia anche centro del Compasso di Proporzione, si tirino da questo all'estremità, o alla lunghezza prefissa due linee* CA, CB [*F.* 126.] *una per lastra, quali si dividano in quante parti eguali si vogliono, o in quante si può secondo la lunghezza dell'istrumento, che comunemente si prende d'un mezzo piede di Parigi. Questa divisione s'eseguisce facilmente facendo uso del metodo dato al num.* LIII.; *e le linee così divise chiamansi linee Aritmetiche, o delle parti eguali.*

XCI. *Servono* 1. *queste linee a dividere in quante parti eguali si vogliono una qualunque retta, bastando aprire il Compasso di proporzione in modo che si possa appli-*

COROLLARIO II.

252. Quindi ne' triangoli simili i vertici de' corrispondenti angoli sono punti similmente posti [pel num. 11.] rispetto ai loro lati opposti; e però di due triangoli simili i tre vertici in uno, e i tre vertici nell' altro sono punti fra loro similmente posti. Che se poi tre punti F, G, H rispetto alla retta IK [Fig. 94.], e tre altri punti A, B, C rispetto alla retta DE saranno similmente posti, sarà il triangolo FGH simile al triangolo ABC, mentre le rette, che uniscono questi punti sono fra loro vicendevolmente proporzionali [pel num. 210.]: *E vice versa*.

CO-

---

care la retta data da una gamba all' altra dello stesso compasso a un medesimo numero divisibile esattamente dal numero delle parti eguali, in cui vorrà dividersi la linea proposta. Diviso poi il numero, cui si è applicata trasversalmente la linea pel numero delle parti eguali cercate, senza movere l'istrumento [questa condizione s'osservi in tutte le operazioni seguenti] si prenda con un compasso comune la distanza pure trasversale, che si trova fra il numero, che n' è venuto di quoziente; e questa dividerà la data linea nelle parti eguali cercate.

XCII. 2. *Similmente date due linee, e il numero delle parti eguali, in cui è stata divisa una di loro, si può trovare quante di queste parti contenga l'altra, applicando la prima da una gamba all' altra al numero delle parti eguali, che comprende, indi con un compasso comune portando la lunghezza della seconda da una gamba all' altra; e quel numero, cui si adutterà [si avverta, che in amendue le gambe dev' essere lo stesso], sarà il numero delle parti contenute nella seconda eguali a quelle, in cui era divisa la prima.*

XCIII. 3. *Collo stesso metodo data essendo una linea, e le parti eguali, che contiene, se ne può trovare un' altra, che ne contenga un qualunque numero dato. Si applica per ciò la prima di esse da una gamba all' altra del compasso al numero corrispondente alle parti eguali, in cui è divisa; indi si prende la distanza pure trasversale fra il numero delle parti, che dee contenere la seconda, quale distanza è eguale alla linea cercata. Così essendo dato il diametro d' un circolo si potrà trovare la circonferenza con applicare il diametro da 50. a 50, e prendere la distanza fra 157., e 157., poichè il diametro sta alla circonferenza prossimamente come 50: 157.*

XCIV. 4. *Si potrà ancora proposta una linea divisa in un dato numero di parti eguali diminuirla di qualsivoglia numero delle stesse parti; trovando cioè pel prec. num.* XCIII. *una linea, che ne contenga tante, di quante si deve diminuire la data, quale linea levata dalla proposta lascierà di residuo la linea cercata.*

XCV. 5. *Con egual facilità si taglia una data linea secondo una data ragione per esempio di* m : n. *Si apra il compasso di proporzione in modo, che la linea data s' adatti da una gamba all' altra al numero* m+n, *poi si prenda la distanza, che si trova fra il numero* m, *la quale portata sulla linea proposta la dividerà in maniera, che la suddetta distanza starà alla parte residua come* m : n.

XCVI. 6. *Il compasso di proporzione si può aprire così, che le linee delle parti eguali comprendano un angolo retto. Si esprimano perciò con numeri i lati d' un triangolo rettangolo; per esempio 180. rappresenti l' Ipotenusa; 144, e 108. gli altri due lati. Si prenda con un compasso comune su d' una gamba del Compasso di proporzione*

COROLLARIO III.

253. Se per un punto A [Fig. 105.] preso ad arbitrio sopra il lato ED del triangolo DEF si condurrà la retta AB parallela alla base, poichè i due triangoli EDF, EAB sono simili a motivo delle parallele DF, AB, che fanno l'angolo EBA eguale all'angolo EFD, e l'angolo EAB eguale all'angolo EDF, saranno i lati DE, FE tagliati proporzionalmente dalla parallela AB, cioè sarà EA: AD :: EB: BF: su le quali si argomenterà in tutti i modi esposti ai num. 509. modo 3., 522., 526. &c. del I. Tomo, come segue EA : EB :: AD : BF; ED: AD :: EF: BF; ED: EA :: EF: EB; EA: EB :: ED: EF; AD: BF :: ED: EF; EA: ED :: EB: EF; AD: ED :: BF: EF; EA: AB :: ED: DF; EB: BA :: EF: FD. Eucl. l. 6. p. 2. p. 1. Reciprocamente se i lati saranno tagliati proporzionalmente, la retta secante sarà parallela alla base. Eucl. l. 6. p. 2. p. 2. Che se i lati del triangolo saranno tagliati da più rette parallele alla base, saranno i segmenti di questi lati fra loro proporzionali [a].

CO-

la distanza dal centro al num. 180., quale si applichi da una gamba all'altra ai numeri 144., e 108., con che le linee delle parti eguali si trovano aperte ad angolo retto.

XCVII. 7. *Si trova con somma facilità a tre linee date una quarta proporzionale. Si applichino le prime due linee date sopr'una gamba del compasso di proporzione, cominciando dal centro; indi al numero, su cui cade l'estremità della prima si applichi da una gamba all'altra la terza data; e ritenendo così aperto l'istrumento, si prenda la distanza trasversale dal numero, su cui cadeva la seconda, quale distanza sarà la quarta proporzionale cercata.*

XCVIII. *Collo stesso metodo si troverà una terza proporzionale a due date linee, facendo cioè sulla seconda le stesse operazioni, che si sono pur ora fatte sulla terza.*

[a] XCIX. *Coll'ajuto di questo Corol. si può trovare la lunghezza di una distanza inaccessibile. Si debba per esempio misurare la larghezza* BC *del lago* BFCG [F. 127.]. *Si collochi lo squadro in* B, *e si traguardi in* C, *e in* A, *indi si segni la retta* BA *di una arbitraria lunghezza, la quale sarà perpendicolare alla retta immaginaria* BC. *Si trasporti lo squadro in* E, *ove si alzi la perpendicolare indefinita* EH. *Fatto ciò dal punto* A *si diriga il raggio visuale* AC, *il quale intersecherà in* D *la retta* EH, *e si avranno i due triangoli simili* AED, ABC, *mediante i quali si ottiene la lunghezza della* BC *facendo* AE : ED :: AB *al quarto, che è* $\frac{ED \times AB}{AE} = BC$, *cioè* 15 : 40 :: 45 *al quarto* $\frac{40 \times 45}{15} = 120$ *distanza cercata, che sarà di piedi, o di braccia, o di pertiche secondo la misura, che si sarà usata.*

C. *Che se dalla parte di* H *non si potesse alzare la perpendicolare* EH *a motivo degli impedimenti, si faccia così: Avendo disegnata nel modo detto la* BA [Fig. 128.], *dal punto* A *nella parte opposta si alzi la perpendicolare* AP *di una arbitraria lunghezza, indi dal punto* P *si diriga in* C *il raggio visuale* PC, *che intersecherà in* E *la retta* BA, *e sarà simili i due triangoli* PAE, EBC, *mediante i quali*

COROLLARIO IV.

254. E perchè (pel num. 230.) due triangoli sono equiangoli, ed equilateri ogniqualvolta hanno eguali due lati, e l'angolo da loro compreso, mentre con ciò resta determinato il terzo lato, e gli altri due angoli; quindi s'intende, che se due triangoli avranno due lati proporzionali, e l'angolo fra loro intercetto eguale, essi saranno equiangoli, o sia simili, e in conseguenza avranno tutti i lati fra loro rispettivamente proporzionali. Eucl. l. 6. p. 6. Lo stesso pure sarà se avranno due angoli eguali, poichè in tal caso (pel num. 226. 7°.) sono equiangoli, o sia simili. Parimente perchè (pel num. 230.) due triangoli sono eguali qualora hanno eguali due lati, e un angolo qualunque, mentre da ciò resta determinato il terzo lato, e gli altri due angoli, poichè tale determinazione ha luogo eziandio in caso, che due triangoli abbiano due lati proporzionali, ed eguale uno degli angoli, fra loro non intercetti, purchè l'altro di questi due rispetto all'uno, e all'altro triangolo sia della stessa spezie, vale a dire o retto, o acuto, o ottuso, quando ciò sia questi triangoli saranno simili, e in conseguenza anche il terzo lato di uno istessamente proporzionale al terzo dell'altro. Eucl. l. 6. p. 7. [a].

CO-

---

si ha AE : AP : : BE *al quarto, che è* $\frac{AP \times BE}{AE} =$ BC, *cioè* 12 : 30 : : 42 *al quarto* $\frac{30 \times 42}{12} = 105$. *distanza cercata*.

CI. *Qualora vi fossero degli impedimenti, i quali non permettessero di costruire triangoli rettangoli, serviranno egualmente i triangoli obliquangoli, come è per se evidente*.

(a) CII. *I triangoli simili servono parimente per determinare la distanza di due luoghi inaccessibili. Si debba ritrovare dal sito* A *la distanza, che passa tra i due luoghi* B, C [Fig. 129.] *Mediante la maniera pur ora esposta si determinino le distanze* AB, AC; *indi si faccia come* AB *ad* AC, *così una qualunque porzione* AE *presa sopra di* AB *ad* AG. *Fatto ciò si conduca la* EG, *la quale si misuri, e sia 24. braccia, e la* AG *ne sia 36. Poichè i due triangoli* AGE, ACB *sono simili per costruzione, e già si sono trovate le distanze di* AB = 120 *braccia, e di* AC = 150, *si faccia* AG : GE : : AC *al quarto, che è* $\frac{GE \times AC}{AG} =$ BC, *cioè* 36 : 24 : : 150 *al quarto, che è* $\frac{24 \times 150}{36} =$ 100 *braccia, che è la distanza cercata, che passa tra i due luoghi* BC.

CIII. *Siccome coi triangoli simili abbiamo determinata la misura delle distanze inaccessibili, così possiamo giungere alla cognizione delle altezze. Si debba trovare per esempio l'altezza della torre* AB (Fig. 130.). *Si prendano due bastoni d'ineguale lunghezza, che si uniscano in* G *per modo, che ivi possano liberamente girare. Si pianti il più lungo* FE *perpendicolarmente sul terreno, poscia si muova talmente l'altro* DC, *che lungo il medesimo stando all'estremità* C *si possa dirigere il raggio visua-*

COROLLARIO V.

255. Se in un triangolo ACG (Fig. 136.) due parallele BF, CG ſaranno interſecate da una retta AE condotta dall' angolo oppoſto, eſſe verranno diviſe in parti

---

le alla ſommità B *della torre. Tenendo immobile il baſtone* DC *ſi paſſi all' altra eſtremità* D, *e ſi diriga il raggio viſuale al punto* Q *ſul terreno. Mediante ciò naſceranno i due triangoli ſimili* QFG, QAB, *onde ſi ha* QF : FG :: QA *al quarto, che è* $\frac{FG \times QA}{QF} = AB$, *cioè* 18: 26 :: 54 *al quarto, che è* $\frac{26 \times 54}{18} = 78$. *Se la diſtanza del punto* F *dal piede della torre foſſe inacceſſibile, eſſa ſi dovrebbe prima trovare* [*pel num.* XCIX.]

CIV. *Lo ſteſſo ſi ottiene per mezzo di uno ſpecchio. Si ponga uno ſpecchio ſul terreno in* A [Fig. 131.], *e tanto ſi avvicini il miſuratore, o ſi ſcoſti da queſto ſpecchio, finchè ſi poſſa vedere la ſommità della Torre traguardando per la ſommità* C *del baſtone* CD *collocato perpendicolarmente. Ora con ciò naſcono i due triangoli ſimili* ACD, ABG, *da' quali ſi ha* AD: DC:: AG *al quarto* GB, *che è la cercata altezza della Torre.*

CV. *La dottrina dei triangoli ſimili dà la maniera di coſtruire la ſcala, che chiamaſi geometrica. Si conduca la retta indefinita* BG [Fig. 132.], *ſu la quale dal punto* B *al punto* C [*che è una diſtanza arbitraria*] *ſi prendano dieci parti eguali* B, 9; 9, 8; 8, 7. *ec. poſcia col compaſſo ſi prenda la diſtanza* BC, *e ſi traſporti da* C *in* E; *da* E *in* G *ec. Fatto ciò dal punto* B *ſi alzi comunque la retta* BA *di una lunghezza arbitraria, che ſi divida in dieci parti eguali, e dal punto* A *ſi conduca la retta* AH *parallela a* BG. *Dai punti* C, E, G *ec. ſi conducano le rette* CD, EF, GH *ec. parallele a* BA. *Poſcia dal punto* 1 *al punto* D *ſi tiri la retta* 1 D, *con cui ſi forma il triangolo* 1 DC, *mediante il quale ſi hanno le parti decime di* 1 C. *Finalmente dai punti* 2, 3, 4 *ec. ſi tirino le rette* 2, 1; 3, 2; 4, 3 *ec. parallele ad* 1 D; *e dai punti* 1, 2, 3 *ec., che ſono ſopra la retta* BA *ſi conducano altrettante rette parallele a* BG, *e in queſto modo reſterà ultimata la ſcala geometrica, nella quale ſiccome la linea* BC *è diviſa in dieci parti, così mediante il triangolo* AB 9 *ſi ha un egual numero di parti della* A 9, *cioè* 9, 9 *è un decimo di* A 9; 8, 8 *n' è due decimi;* 7, 7 *n' è tre decimi ec. Per lo che ſe ſi vorrà, che la lineetta* 9, 9 *rappreſenti un piede, un braccio, una pertica ec., la linea* 8, 8 *ne rappreſenterà* 2; *la linea* 7, 7 *ne rappreſenterà* 3 *ec, e la linea* A 9 *ne rappreſenterà* 10, *la* A 8 *ne rappreſenterà* 20 *ec., la linea* AD *ne rappreſenterà* 100, *la* AF 200. *ec. Onde queſta ſcala geometrica eſibiſce tre gradi della progreſſione decupla. Che ſe la linea* 9, 9 *varrà un decimo, la* 8, 8 *varrà due decimi ec., la* A 9 *darà* 1, *la* A 8 *darà* 2 *ec.*

CVI. *Queſta ſcala geometrica ſerve per ridurre le figure di grande in piccolo, e di piccolo in grande, per trovare il valore di certe linee, che hanno relazione ad altre date ec. Ella ſi è diviſa ſecondo la progreſſione decupla in ſuppoſizione, che nelle miſure ſi voglia ſervire della pertica diviſa in dieci piedi, ognuno de' quali è diviſo in dieci pollici, e il pollice in dieci linee, perchè queſta è la miſura più comune a motivo, che i calcoli rieſcono più facili, e ſpediti: Che ſe nelle miſure ſi voleſſe ſervire per*

ti proporzionali, poichè essendo (pel num. 253.) AE: AD:: EC: DB, e AE: AD:: EG: DF, sarà (pel num. 484. del I. Tomo) EC: DB:: EG: DF, e (pel
K num.

---

esempio del piede di Parigi, bisognerebbe dividere questa scala secondo la progressione duodecupla.

CVII. *Ora prima di tutto bisogna sapere come si possa prendere con una sola apertura di compasso su questa scala una linea, cui corrispondano pertiche, piedi, ec. dati. Per esempio si debba trovare qual sia la lunghezza di una linea, cui corrispondano pertiche* 2, *piedi* 7, *pollici* 9. *Nel triangolo* 1DC *si prenda la linea* ba, *che vale* 9 *unità, poscia da* a *in* e *si contino* 7 *intervalli, che vagliono* 7 *decine; finalmente si prendano su la medesima retta da* b *in* P *due parti, e la* Pe *sarà la retta cercata, che presa con una apertura di compasso rappresenterà due pertiche,* 7 *piedi, e* 9 *pollici, o sia* 279 *pollici; o pure conterrà* 279 *parti della scala.*

CVIII. *Ogniqualvolta sia data una retta, come* RS, *e si voglia sapere quante parti della scala essa contenga, si prenda col compasso la lunghezza di questa retta, e questa apertura di compasso si trasporti sopra una delle parallele a* BG, *ma in modo che una punta del compasso poggiando sopra una delle parallele* CD, EF, GH *ec. l'altra punta cada sopra una delle rette* 1D; 2, 1; 3, 2 *ec. parallele a* B 9, *come nel presente caso una punta del compasso cade in* Q, *e l' altra in* m: *Ma* qo *vale* 4 *parti,* om *ne vale* 20, qQ *ne vale* 100, *dunque la retta* RS *vale* 124 *parti della scala, lo che si cercava.*

CIX. *Vediamo adesso come mediante la scala geometrica si possa ridurre una figura di grande in piccolo, o di piccolo in grande. Avendosi la* Fig. 133. *fatta secondo la scala* Z *si voglia ridurla in piccolo secondo la scala* Y. *Si conduca la retta indefinita* AC [Fig. 134.], *su la quale da* A *in* D *si porti la scala* Z *corrispondente alla figura data, e fatto centro in* A *coll' intervallo* AD *si descriva l'arco* MDN, *cui dal punto* D *si iscriva la corda* DE *eguale alla scala* Y, *che deve servire per la nuova figura ridotta; poscia pei punti* A, E *si conduca la retta* AB. *Ora mediante questa fig.* 134. *si troveranno facilissimamente tutti i lati della nuova figura, i quali corrisponderanno nella cercata proporzione secondo la scala* Y *ai lati della figura proposta* 133. *Si cominci a prendere il lato* AB [Fig. 133.], *che si trasporti da* A *in* P [Fig. 134.] *su la retta* AD, *che è la lunghezza della scala* Z, *indi fatto centro in* A, *coll' intervallo* AP *si descriva l' arco* PQ, *e la corda* PQ *sarà il lato omologo della figura. Dopo ciò si passi al lato* AV, *che si trasporti su la retta* AD, *e nel modo pur ora usato si trovi il corrispondente lato della nuova figura; e questi due lati si uniscano con un angolo eguale all' angolo* BAV. *Collo stesso metodo ritrovando tutti gli altri lati della nuova figura, e formandone angoli eguali agli angoli omologhi della figura data, si avrà finalmente la cercata figura* W [Fig. 135.]; *poichè tutti i lati della figura proposta, che si trasportano sopra la retta* AD [Fig. 134.] *sono proporzionali alle corde degli anzidetti archi, le quali devono essere i lati della nuova figura.*

CX. *Per evitare il disturbo, che accompagna il dover unire i ritrovati lati della nuova figura secondo i corrispondenti angoli omologhi della figura data; da un punto* X *preso nell' area della figura proposta* 133. *si conducano a tutti gli angoli della figura le rette* XA, XB, XC *ec., indi da un punto* W [Figura 135.] *si conducano secondo le stesse direzioni al-*

num. 509. Mod. 3. del I. Tomo) FC: EG :: DB: DF. Onde se dalle estremità B, E, e da altri diversi punti P, Q presi a piacere su la retta BE (Fig. 110., 111.) si condurranno a un qualunque punto A le rette indefinite AB, AP, AQ, AE, indi si tiri una retta FI parallela alla BE, che cada fra le rette AB, AE prolungate, se occorre, sarà la retta FI divisa in parti proporzionali alle parti della retta BE [a].

COROLLARIO VI.

256. Se pertanto vi saranno due triangoli simili ABD (Fig. 139.), EFH (Fig. 140.) e da due quali si siano corrispondenti angoli B, F, si condurranno le rette BC, FG, che facciano gli angoli BCD, FGH, e in conseguenza anche gli altri BCA, FGE eguali, sarà (pel num. 226. 7°.) il triangolo ACB equiangolo al triangolo EGF, e il triangolo BCD equiangolo al triangolo FGH: Onde ciascuno dei triangoli proposti è diviso in triangoli simili ai triangoli dell' altro. Per lo che se da due punti B, F similmente posti rispetto alle due rette AD, EH si condurranno due rette BC, FG a queste linee per modo, che facciano gli angoli BCD, FGH eguali, saranno i punti C, G, ne' quali le rette BC, FG incontrano le linee AD, EH, similmente posti rispetto alle stesse AD, EH (giusta il num. 11.) perchè (pel num. 251.) BC:: AC:: FG: EG, e BC: CD:: FG: GH; e però (pel num. 509. mod. 3. del I. Tomo) BC: FG :: AC: EG, e BC: FG:: CD: GH, conseguentemente (pel num. 484. del I. Tomo) AC: EG :: CD: GH, e per ultimo AC: CD :: EG: GH.

COROLLARIO VII.

257. Qui s' intende, come i lati del triangolo iscritto BFD (Fig. 114.), che coi vertici de' suoi angoli divide per metà ciascun lato del triangolo circoscritto, siano paralleli ai lati del triangolo circoscritto come si e detto al num. 241., poichè dalla retta FD essendo divisi per metà i lati EA, EC, essi sono divisi proporzionalmente; conseguentemente (pel num. 253.) la retta FD è parallela alla retta AC, la BD alla retta AE, e la FB alla retta EC. Per lo che ogniqualvolta due trian-

---

trettante rette indefinite. Su la retta AD [Figura 134.] *si trasportino le rette* XA, XB, XC *ec., e nella maniera già praticata si trovino quelle, che gli devono corrispondere nella nuova figura, e in questo modo ritrovandosi le lunghezze di tutte le rette, che partono dal punto* W, *se con rette si uniranno le loro estremità, si avrà la figura cercata.*

CXI. *Se si avrà un disegno, o una Mappa, cui non sia annessa la sua scala, come sarebbe la fig. 133., ma che vi sia solamente espressa secondo qualche misura la lunghezza di un lato, come di* AV, *che sia di 27. piedi, si potrà mediante la fig. 132. trovare la scala, che le conviene, e trovare la misura di tutti gli altri lati, niente altro a ciò richiedendosi, che trasportare il lato* AV *su la scala della fig. 132., e secondo le divisioni di questa scala resterà diviso il lato* AV, *che prolungato a piacere, e sempre a norma delle divisioni della fig. 132., servirà di scala alla figura proposta, e mediante poi questa scala si determineranno le misure di tutti gli altri lati.*

[a] CXII. *Da ciò si scorge come debbasi operare per dividere una, o più rette linee in parti proporzionali alle parti di una linea data.*

triangoli avranno i lati ciascuno a ciascuno paralleli, essi saranno equiangoli, e però avranno i corrispondenti lati proporzionali. E siccome col far fare un quarto di conversione a uno di due triangoli, che abbiano tutti i lati paralleli, quelli che erano paralleli si cambiano vicendevolmente in perpendicolari, però se due triangoli avranno i lati vicendevolmente perpendicolari, come i due triangoli della Fig. 141., essi saranno simili, e in conseguenza avranno pure i lati proporzionali.

COROLLARIO VIII.

258. Generalmente pertanto i triangoli [e lo stesso si dica di tutte le altre figure del medesimo ordine, e tali sono quelle, che hanno egual numero di lati egualmente posti, o sia inclinati) possono avere fra loro due relazioni, una d'eguaglianza tanto rispetto agli angoli, che rispetto ai lati, l'altra di semplice somiglianza, la quale coll'eguaglianza degli angoli esige, che siano proporzionali rispettivamente fra loro i lati esistenti intorno agli angoli eguali. E perchè tutti i triangoli equiangoli hanno questa proporzionalità di lati, continuerò a ravvisare le proprietà, che rendono i triangoli equiangoli per indi dedurne le varie proporzionalità, che regnano ne' loro lati. Saranno pertanto simili, e però avranno i lati proporzionali due triangoli isosceli, ogniqualvolta costi, che abbiano un angolo eguale, sia egli al vertice, o alla base, perchè in tal caso sono equiangoli (pel num. 228.)

COROLLARIO IX.

259. In due circoli ineguali le corde BC, EF (Fig. 142.) di due archi simili, cioè di egual numero di gradi, hanno fra loro la stessa ragione, che i raggi dei circoli, perchè alle estremità delle corde condotti i raggi AB, AC, e DE, DF, i triangoli ABC, DEF sono simili. Per la stessa ragione se in ciascuno di due circoli ineguali si condurranno comunque due corde, in modo però, che le due corde di uno sostentino rispettivamente egual numero di gradi, che le corde dell'altro, come BG, CG, ed EH, FH, queste quattro corde saranno proporzionali, perchè i due triangoli BGC, EHF sono simili.

COROLLARIO X.

260. Se da un qualunque angolo A (Fig. 143.) di un triangolo ACB iscritto al circolo si abbasserà al lato opposto la perpendicolare, indi si tiri il diametro CE, come starà uno dei lati contigui all'angolo A, per esempio AB, alla perpendicolare, così il diametro all'altro lato AC; poichè cada la perpendicolare dentro il triangolo, e tale sia la AF: i due triangoli ABF, AEC sono simili, mentre gli angoli ABC, AEC, che insistono allo stesso arco AC, sono eguali, e i due retti AFB, EAC sono pure eguali, onde anche i due FAB, ACE devono essere eguali (pel num. 226. 7°.); e però è AB: AF:: CE: AC. Se la perpendicolare si abbasserà dall'angolo C, così che cada fuori del triangolo, quale è CD, saranno simili i due triangoli CAD, BCE, poichè i due angoli CDA, CBE essendo retti sono eguali; come pure gli angoli DAC, BEC, che hanno per misura la metà dell'arco CAB, però sono eguali gli altri due angoli DCA, BCE; quindi è CA : DC :: CE: BC. Ciò mediante essendo data di un triangolo la perpendicolare, e i due lati contigui all'angolo, dal quale si abbassa la perpendicolare, si troverà il diametro del circolo circoscritto.

COROLLARIO XI.

261. Poichè coll'abbassarsi dall'angolo retto A (Fig. 97.) di un triangolo rettangolo BAC una perpendicolare AD alla base BC, il detto triangolo viene diviso in due triangoli simili a lui, e fra loro (Eucl. l. 6. p. 8.), a motivo che i due triangoli BDA, CDA oltre avere ciascuno un angolo retto, come ha il triangolo proposto, ha in oltre ciascun di loro un angolo comune col triangolo BAC, e in conseguenza hanno pure eguale il terzo angolo; ed essendo ciascun di loro simile all' intero triangolo BAC, sono eziandio simili fra loro (pel num. 43. del I. Tomo), non potendo essi avere gli angoli eguali agli angoli del triangolo BAC, senza che abbiano parimente gli angoli eguali fra loro. Eucl. l. 6. p. 21: Quindi si deducono le seguenti proporzioni.

262. Primieramente dalla somiglianza dei due triangoli BDA, DAC (Fig. 97.) si ricava BD : AD : : AD : DC, cioè ∺ BD : AD : DC, vale a dire la perpendicolare AD è una media proporzionale fra i segmenti BD, DC dell' Ipotenusa. Onde, perchè l'angolo nel semicircolo è retto (pel num. 191.), la perpendicolare, che da un punto qualunque della circonferenza di un circolo si conduce al diametro, come EO (Fig. 144.), è una media proporzionale tra le parti CO, OL del diametro, cioè si ha ∺ CO : EO : OL; (a) e perchè (pel num. 488. del I. Tomo) è CO

(a) CXIII. *Avendosi tre rette* AD, AE, AF [Fig. 146.] *in proporzione continua, sarà quindi facile trovarne quante altre si vogliono nella medesima proporzione. Sopra la* AF *si collochi la* AD, *così che l'una, e l'altra cominci dal punto* A, *e dividendo per metà in* Q *la retta* AF, *col raggio* QA *si descriva il semicircolo* AEF. *Dal punto* D, *estremità della retta* AD *si alzi la perpendicolare* DE, *e pel punto* A, *e punto* E, *in cui la retta* DE *taglia la periferia si conduca l'indefinita* AC, *come pure si prolunghi la* AF *in* B. *Fatto ciò si conduca la* EF, *poi sul punto* F *si alzi la perpendicolare* FG, *così sul punto* G *la perpendicolare* GH, *e sul punto* H *la perpendicolare* HK, *e così in poi in modo, che queste rette siano alternativamente perpendicolari su le* AB, AC, *alle quali vadano sempre a terminare. Ora* [*per costruzione*] *i triangoli* ADE, AEF, AFG, AGH *ec. sono simili, perchè oltre l'avere un angolo comune in* A, *hanno tutti eziandio un angolo retto, conseguentemente è* ∺ AD: AE: AF: AG: AH: AK *ec. e però ecco trovate quant' altre rette si vogliono nella stessa continua proporzione, che le già date* ∺ AD: AE: AF.

CXIV. *Per mezzo di un triangolo rettangolo si può determinare la lunghezza di una distanza inaccessibile. Si debba determinare per esempio la distanza* BC, *che non si può percorrere. Dal punto* B [Figura 147.] *si alzi nel modo detto al num.* XCIX. *la retta* BA *di una arbitraria lunghezza; poscia si collochi lo squadro in* A, *e si traguardi in* C, *indi in* D *per modo, che l'angolo* CAD *sia retto: Finalmente si prolunghi mediante lo squadro la retta* CB *in* D *finchè ivi incontri la retta* AD: *Fatto ciò si avrà* ∺ DB : BA: *al terzo proporzionale, che è* $\frac{\overline{BA}^2}{DB}$, *cioè* ∺ 32 : 64: *al terzo che è* $\frac{\overline{64}^2}{32} = 128$.

$CO \times OL = \overline{EO}^2$ il prodotto delle parti del diametro è eguale al quadrato della detta perpendicolare. Queſta perpendicolare EO chiamaſi l'ordinata al circolo, e la porzione CO intercetta fra l'eſtremità del diametro, e l'ordinata, ſi chiama l'aſciſſa. Reciprocamente ſe da un qualunque punto del circolo ſi abbaſſerà al diametro una retta, che ſia media proporzionale tra i ſegmenti del diametro, eſſa paſſerà pel punto, che divide queſti ſegmenti, e ſarà perpendicolare al diametro. Per lo che qualora ſia data l'aſciſſa, e l'ordinata di un circolo, ſi troverà facilmente il di lui diametro con prendere la terza proporzionale all'aſſiſſa, e all'ordinata, mentre il di lei aggregato coll'aſciſſa ſarà il diametro cercato. Si ha adunque la maniera di trovare una media proporzionale fra due date rette CO, OL (Fig. ſteſſa): Si uniſcano queſte due in una ſola retta CL, che ſi divida per metà in B, e col raggio BC ſi deſcriva il ſemicircolo CAL: dal punto O ſi alzi la perpendicolare OE, che vada a terminare alla periferia, ed eſſa ſarà la media proporzionale cercata. Eucl. l. *6.* p. 13. Ciò mediante ſi può pure cambiare un rettangolo in un quadrato, o un quadrato in un rettangolo quando ſi voglia, come è evidente da quanto ho detto. Perchè poi queſta media proporzionale è un ordinata al circolo, e fra le ordinate la maggiore è quella, che ſi alza dal centro del circolo, che è eguale al raggio, e il circolo deſcrivendoſi con un raggio eguale alla metà della ſomma delle rette, fra le quali cade la media proporzionale, egli è perciò evidente, che queſta media proporzionale non può eſſere maggiore della metà della loro ſomma. Data eſſendo pertanto la ſomma AC di due rette (Fig. 145.) e la media proporzionale OF, che cade fra loro, la quale non ſia maggiore della metà di detta ſomma, ſi troverà facilmente ciaſcuna di loro così: ſu la retta AC, come diametro, ſi deſcriva il ſemicircolo ADC; poſcia al punto C ſi conduca tangente la CE eguale alla OF; per l'eſtremità E ſi tiri la ED parallela al diametro AC. Dal punto D, in cui eſſa interſeca la periferia ſi abbaſſi al diametro la perpendicolare DB, la quale (pel num. *60.*) è eguale alla CE. Ora DB è media proporzionale fra le due rette AB, BC; dunque fra le medeſime è media proporzionale ancora la CE, o ſia la ſua eguale (per coſtruzione) OF; e però le AB, BC ſono le rette, che ſi cercavano.

263. Parimente dall'eſſere (Figura 144.) $\div$ CO: EO: OL, e però $\overline{EO}^2 = CO \times OL$, ſi ricava, che ſe il diametro AE (Fig. 148.) di un circolo ſarà diviſo in un numero n di parti eguali, onde ſia $AC = \frac{AE}{n}$, nel qual caſo ſarà

$CE = \overline{n-1} \times AC$, ſe dal punto C ſi alzerà la perpendicolare CB, poichè (pel

num. *262.*) è $\overline{CB}^2 = AC \times CE$, ſarà il quadrato della perpendicolare CB eguale al quadrato di AC preſo un numero $n-1$ di volte, poichè eſſendo CE

$= \overline{n-1} \times AC$, ſe ſi ſoſtituirà queſto valore di CE nell'equazione $\overline{CB}^2 = AC \times CE$,

ſi avrà $\overline{CB}^2 = \overline{n-1} \times \overline{AC}^2$.

264. In oltre eſſendo date due rette ineguali EG, MN (Fig. 149.) ſi ha il modo di applicare alla maggiore EG la quarta parte del quadrato della minore

MN

MN, così che sia mancante di una figura quadrata. Sopra EG si descriva il semicircolo EAG, indi si divida la minore MN per metà in P; e perchè $EG > MN$, sarà pure $ED > MP$. Sopra DA si prenda $DB = MP$, poscia si tiri la retta BC parallela alla EG, e si abbassi la retta CFH perpendicolare alla EG, finchè sia $FH = FG$. Finalmente si termini il rettangolo EFHK, e il quadrato FHQG. Essendo $BD = FC$, sarà il rettangolo EFHK applicato alla retta EG, e mancante della figura quadrata FHQG, eguale al quadrato di FC, o sia DB; ma perchè DB è eguale alla metà di MN, il quadrato di BD è eguale alla quarta parte del quadrato di MN. Dunque il rettangolo EFHK è eguale alla quarta parte del quadrato della retta minore MN, ed è mancante d'una figura quadrata, come si cercava. Dal che rendesi manifesto, che se a una data retta EG si applicherà un rettangolo, come EFHK mancante di una figura quadrata, come FHQG, il rettangolo applicato sarà eguale al rettangolo, che contiensi dai segmenti fatti nella data EG coll' applicazione del rettangolo, stante che è $EH = FG$.

265. In secondo luogo dalla somiglianza dei due triangoli BAD, BAC (Fig. 97.) si ricava $BD : BA :: BA : BC$, cioè ∺ $BD : BA : BC$ e però $\overline{BA}^2 = BD \times BC$: E dalla somiglianza dei due triangoli DAC, BAC si ricava $DC : AC :: AC : BC$, cioe ∺ $DC : AC : BC$ e in conseguenza $\overline{AC}^2 = DC \times BC$. Onde ciascuno dei lati intorno all' angolo retto è un medio proporzionale tra l' ipotenusa, e il segmento dell'ipotenusa contiguo a tale lato. Mediante adunque la perpendicolare abbassata su l'ipotenusa dall'angolo retto di un triangolo rettangolo, si trovano tre medie proporzionali, che sono AD, AB, AC (Fig. stessa).

266. Parimente essendo (Fig. 144.) ∺ $LC : CE : CO$, e ∺ $LC : AC : CB$, cioè $LC \times CO = \overline{CE}^2$, ed $LC \times CB = \overline{AC}^2$; quindi si ha $LC \times CO : LC \times CB :: \overline{CE}^2 : \overline{AC}^2$, conseguentemente $CO : CB :: \overline{CE}^2 : \overline{AC}^2$. Da ciò si ha il modo di ritrovare un quadrato eguale a quanti quadrati si vogliono; poichè (Fig. 150) essendo $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 : \overline{AD}^2 :: AL : AK : AI$, si faccia $AK = LH$, ed $AI = HG$, dal punto G si alzi la perpendicolare GE, poscia si conduca la corda AE, e si avrà $AL + LH + HG : AG :: \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 : \overline{AE}^2$; ma $AL + LH + HG = AG$ (per costruzione), dunque $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AE}^2$.

267. Se il diametro del circolo sarà diviso in un numero n di parti, così che sia $n \times AC = AE$ (Fig. 148.), nel qual caso sarà $CE = \overline{n-1} \times AC$, poichè con alzare dal punto C la perpendicolare CB si ha $\overline{AB}^2 = AC \times AE$; essendo $AE = n \times AC$, sarà $\overline{AB}^2 = n \times \overline{AC}^2$, cioè il quadrato di una corda è eguale al quadrato della corrispondente parte del diametro preso tante volte, quante di queste parti contiene il diametro. Per la stessa ragione sarà $\overline{BE}^2 = n \times AC \times \overline{n-1} \times AC = \overline{n^2 - n} \times \overline{AC}^2$. E perchè $AE = n \times AC$, sarà $\overline{AE}^2 = n^2 \times \overline{AC}^2$; ma $n \times \overline{AC}^2$ è con-

è contenuto un numero n di volte in $n^2 \times \overline{AC}^2$; dunque anche $\overline{AB}^2$, che è eguale a $n \times \overline{AC}^2$, è contenuto un numero n di volte in $n^2 \times \overline{AC}^2$, o sia $\overline{AE}^2$, conseguentemente $n \times \overline{AB}^2 = \overline{AE}^2$. Quindi è, che dovendosi trovare una retta, il di cui quadrato sia $\frac{1}{n}$ del quadrato di un' altra data retta AE, niente altro si dovrà fare, se non dividere la data AE in un numero n di parti eguali, poi su questa retta AE, come diametro, descrivere un circolo, e all' estremità C della prima divisione AC alzare la perpendicolare CB, mentre la retta AB, che unisce i due punti A, B, sarà la retta cercata.

268. Stante la stessa somiglianza dei triangoli CAB, BAD (Fig. 97.) essendo CB: CA:: BA: AD, e però $CB \times AD = CA \times BA$, ben si vede, che la media proporzionale tra CB, AD è eguale alla media proporzionale, che cade fra CA, BA. In oltre essendo AB: AC:: BD: AD, e $\div$ BD: AD. CD, si ha (pel num. 742. del I. Tomo.) $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :$ BD: DC; e perchè è BD: AD:: AD: DC, si ha $\overline{BD}^2 : \overline{AD}^2 :$ BD: DC: Onde coll' abbassarsi dal vertice dell' angolo retto una perpendicolare su l'Ipotenusa, essa resterà divisa in due segmenti, i quali staranno fra loro, o come i quadrati dei lati, o come il quadrato del primo segmento assunto nella proporzione al quadrato della perpendicolare, mentre per la stessa ragione è eziandio $\overline{AC}^2 : \overline{AB}^2 :$ CD: DB, e $\overline{DC}^2 : \overline{AD}^2 :$ DC: DB. Istessamente essendo $\div$ BC: AB: BD, si ha $\overline{BC}^2 : \overline{AB}^2 :$ BC: BD ec. La proporzione $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :$ BD: DC fa vedere, che fra i segmenti BD, DC della base quello è maggiore, che è contiguo al lato maggiore, perchè essendo $\overline{AB}^2 > \overline{AC}^2$, deve essere ancora BD > DC; ed essendo $\overline{AB}^2 > \overline{AC}^2$, è pure AB > AC.

269. Quando la perpendicolare, che si abbassa dall' angolo retto sul diametro (insistendo pel num. 191. l'angolo retto alla semicirconferenza, l'ipotenusa del triangolo rettangolo è sempre il diametro di un circolo), incontra il centro del circolo, essa divide per metà l'angolo retto, come la AB (Fig. 144.), perchè il triangolo BLA essendo isoscele, egli ha i due angoli alla base eguali; ma l'angolo ABL è retto, dunque ognun di loro è semiretto (pel num. 226. 9°) e però essendo semiretto l' angolo BAL, l'angolo CAL è diviso per metà dalla retta AB. Quando poi la perpendicolare cade fuori del centro, come la EO, in tal caso conducendosi dal centro B all'estremità E della perpendicolare la retta BE, l'angolo BEO separa due parti eguali dell'angolo retto CEL; poichè l'angolo CEO è eguale all'angolo CLE; ma l'angolo CLE è eguale all' angolo BEL, perchè il triangolo BLE è isoscele; dunque l' angolo CEO è eguale all' angolo BEL, e in conseguenza l'angolo BEO separa due parti eguali dell' angolo retto CEL.

CO-

COROLLARIO XII.

270. Si è trovato (mediante la somiglianza di tre triangoli BCA, BDA, DAC) [Fig. 97.] ∺ CB: BA: BD, da cui si ha $\overline{BA}^2 = CB \times BD$; e ∺ BC: AC: DC, da cui si ricava $\overline{AC}^2 = BC \times DC$: Se pertanto si sommeranno queste due equazioni, si avrà $\overline{BA}^2 + \overline{AC}^2 = CB \times BD + BC \times DC = BC \times \overline{BD+DC}$; ma $BD + DC = BC$, dunque $BC \times \overline{BD+DC} = \overline{BC}^2$, conseguentemente $\overline{BA}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$, vale a dire che in qualunque triangolo rettangolo il quadrato dell' ipotenusa è eguale alla somma dei quadrati degli altri due lati. Eucl. l. 1. p. 47. Di questo fecondissimo Teorema, che ha un uso perpetuo in tutta la Matematica, da Proclo, ed altri è stato comunemente giudicato inventore Pittagora, il quale pel giubilo di un tanto ritrovato vuolsi avere sacrificato cento buoi alle Muse. Che che ne sia dell' inventore di questo Teorema, non è certamente credibile, che essendo stato Pittagora, abbia egli voluto far ciò, che altronde condannava, e proibiva in sequela del suo sistema della Metempsicosi; come pure non par verisimile in lui un tal trasporto, che non poteva tutto a un tratto ravvisare la grande estensione della sua scoperta.

271. Ora essendo $\overline{BA}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$, sarà pure tanto $\overline{BA}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2$, come $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BA}^2$, vale a dire il quadrato di un lato qualunque di un triangolo rettangolo è eguale all' eccesso del quadrato dell' ipotenusa sopra il quadrato dell' altro lato. Quindi essendo noti due qualsivoglia lati di un triangolo rettangolo, sarà facile trovare il terzo. Per esempio se si cerca l' ipotenusa BC, il suo valore sarà $\sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2}$: Così il valore del lato AB è $\sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2}$, e il valore del lato AC è $\sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2}$. (a)

272.

(a) CXV. *Per mezzo di questo Corollario essendo date alcune rette* AB, BC, CD, DE (*Fig.* 153.) *si può trovare un quadrato, che sia eguale alla somma de' loro quadrati. Si uniscano ad angolo retto le due* AB, BC, *poscia si tiri l' ipotenusa* AC, *e sarà* $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$. *Sul punto* C *si alzi alla* AC *perpendicolare la* CD, *si conduca l' ipotenusa* AD, *e si avrà* $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$. *Lo stesso si faccia colla* DE, *e si avrà finalmente* $\overline{AE}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{AB}^2$, *come si cercava.*

CXVI. *Poichè il triangolo equilatero è isoscele, e* [*pel num.* 227.], *la di lui perpendicolare divide per metà il lato opposto, però se si dovrà trovare la perpendicolare di un triangolo equilatero, di cui si conosca un lato, basterà prendere la radice qua-*

272. Se i lati AB, AC contigui all' angolo retto saranno eguali, poichè il quadrato dell'ipotenusa è eguale alla somma dei loro quadrati, sarà perciò eguale al doppio del quadrato d'uno di loro, come se $AB = AC$, sarà $\overline{BC}^2 = 2\overline{AB}^2$; per lo che $\overline{BC}^2$ è doppio di $\overline{AB}^2$, cioè $\overline{BC}^2 : \overline{AB}^2 :: 2 : 1$. Dunque (pel num. 898. del I. Tomo) in caso che i due lati contigui all'angolo retto siano eguali, l'ipotenusa è incommensurabile al lato.

273. Poichè si ha $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$, e (pel num. 265.) essendo $\overline{AB}^2 = BD \times BC$, così $\overline{AC}^2 = DC \times BC$, sarà $\overline{BC}^2 : \overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: \overline{BC}^2 : BD \times BC : DC \times BC$; ma $\overline{BC}^2 : BD \times BC : DC \times BC :: BC : BD : DC$ (pel num. 504. del I. Tomo). Dunque $\overline{BC}^2 : \overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: BC : BD : DC$. Onde se dall'angolo retto di un triangolo rettangolo si abbasserà una perpendicolare all'ipotenusa, saranno i quadrati dei tre lati del triangolo proporzionali all'ipotenusa, e ai di lei segmenti. In oltre se si avrà $\overline{AF}^2 = n\overline{FC}^2$ (Fig. 151.), perchè è $\overline{AF}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{FC}^2$, sarà $\overline{AC}^2 = \overline{n-1} \times \overline{FC}^2$. Ora essendo $\div AC : FC : CD$, sarà $\overline{AC}^2 : \overline{FC}^2 :: AC : CD$ (pel num. 742. del I. Tomo). Ma $\overline{AC}^2 : \overline{FC}^2 :: n-1 : 1$; dunque ancora $AC : CD :: n-1 : 1$, o sia $AD : CD :: n : 1$. Vale a dire che se il quadrato della corda AF sarà per esempio triplo del quadrato dell'ordinata FC, sarà la porzione AC del diametro dupla della porzione CD; e però il diametro AD triplo della porzione CD. E *vice versa* se il diametro AD di un circolo sarà diviso in un numero n di parti eguali, e dal punto C di una di queste divisioni si alzerà l'ordinata CF perpendicolare al diametro, indi dall'estremità A del diametro all'estremità F di questa ordinata si condurrà la corda AF, starà il quadrato di questa corda AF al quadrato dell'ordinata CF, come sta il diametro del circolo all'altra rimanente porzione CD del diametro.

274. Si è trovato al num. 272. $\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2 = \overline{AD}^2$ (Fig. 97.), e $\overline{AC}^2 - \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2$, dal che si ricava $\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{DC}^2$: Parimente da (Fig. 13.) $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BD}^2$, e $\overline{BA}^2 - \overline{AD}^2 = \overline{BD}^2$ si ottiene $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BA}^2 - \overline{AD}^2$; vale a dire, che abbassandosi dal vertice di un angolo del triangolo una perpendicolare al lato opposto prolungato, se occorre, la differenza dei quadrati di un lato, e del segmento

drata del quadrato del lato dato diminuito del quadrato della metà del detto lato. Si troverà nello stesso modo la perpendicolare del triangolo isoscele, purchè sia cognito un lato, e la metà della base.

contiguo è eguale alla differenza dei quadrati dell'altro lato, e del ſegmento a lui contiguo.

275. Poichè al num. 271. ſi è trovato (Fig. 97.) $\overline{BA}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC} \times \overline{BD + DC}$, in cui $BC \times \overline{BD + DC} = \overline{BC}^2$, e BA è una media proporzionale tra BC, BD, come AC è una media proporzionale tra BC, DC; però ſe vi ſaranno tre rette (Fig. 152.), AB, CD, EF, e la retta AB ſia diviſa in G talmente, che la retta EF ſia media proporzionale fra l'intera AB, e la parte minore AG, e l'altra retta CD ſia media proporzionale fra l'intera AB, e la parte maggiore GB, ſarà il quadrato dell'intera AB eguale ai quadrati dell'altre due CD, EF.

276. Se dal vertice F (Fig. 152.) del triangolo rettangolo AFD ſi abbaſſerà all'ipotenuſa la perpendicolare FC, e dal mezzo B dell'ipotenuſa, che è il centro del circolo, ſi condurrà il raggio BF allo ſteſſo vertice F, ſarà (a motivo dell'angolo retto BCF) $\overline{BC}^2 + \overline{CF}^2 = \overline{BF}^2 = \overline{BD}^2$: Ma $\overline{CF}^2 = AC \times CD$ (pel num. 262.): Che però ſe nella precedente equazione ſi ſoſtituirà in luogo di $\overline{CF}^2$ queſto ſuo valore, ſi avrà $\overline{BC}^2 + AC \times CD = \overline{BD}^2$.: Vale a dire ſe una retta qualunque AD ſarà diviſa per metà in B, e non per metà in C, ſarà il quadrato della di lei metà eguale al rettangolo fatto dai ſegmenti ineguali più il quadrato della parte intermedia. Eucl. l. 2. p. 5. (a) Quindi s'intende 1°, che ſe una retta AD (Fig. ſteſſa) ſarà diviſa egualmente in B, e inegualmente in C, ſarà il rettangolo delle parti ineguali minore del quadrato della metà; e ſiccome la quantità per cui differiſcono è il quadrato della parte intermedia BC, quanto maggiore ſarà queſta parte intermedia, o ſia quanto più il punto C diſterà dal punto medio B, tanto minore ſarà il rettangolo delle parti ineguali, e all'oppoſto quanto minore ſarà la parte intermedia, o ſia quanto più il punto C ſi accoſterà al punto B, tanto maggiore ſarà il detto rettangolo: Onde variando il valor del rettangolo ſempre che ſi muta il valor delle parti, ſe due rette eguali ſaranno diviſe in parti per modo, che il rettangolo fatto dalle parti di una ſia eguale al ret-

---

[a] CXVII. *Queſto Corollario ſomminiſtra il modo di trovare i lati contigui all' angolo retto di un triangolo rettangolo, del quale ſia data l'area, e la ſomma, o la differenza de' medeſimi lati; poichè il doppio dell' area è eguale al prodotto de' detti lati; ma [per queſto Corollario] il rettangolo de' ſuddetti lati più il quadrato della metà della loro differenza è eguale al quadrato della metà della loro ſomma: Se adunque ſarà data l'area, e la differenza de' lati, al doppio dell' area ſi aggiunga il quadrato della metà di queſta differenza, e la radice quadrata di tale aggregato ſarà la metà della ſomma de' lati: Se poi coll' area ſarà data la ſomma de' lati, dal quadrato della metà di queſta ſomma ſi ſottragga il doppio dell' area; e la radice quadrata di queſto reſiduo ſarà la metà della differenza dei medeſimi lati. Avendoſi pertanto la ſomma, e la differenza de' lati, ſi troverà l'uno, e l'altro giuſta il num. 85. del I. Tomo.*

CXVIII. *Così eſſendo data l' area = 9088., e la differenza de' lati = 14, ſi*

rettangolo fatto dalle parti dell'altra, queste rette saranno divise in parti tra loro eguali, cioè la maggiore alla maggiore, e la minore alla minore. 2° perchè CD è la differenza fra le due rette AB, BC, essendosi trovato $AC \times CD + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2$, e però $AC \times CD = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$, ben si vede, che se una retta sarà comunque divisa, sarà il rettangolo fatto dalla somma, e dalla differenza delle sue parti eguale alla differenza dei quadrati delle medesime parti.

277. Si ripigli l'equazione $\overline{AD}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FD}^2$ (Fig. stessa), perchè coll'abbassarsi la perpendicolare FC dall'angolo retto è $\overline{AF}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{FC}^2 = \overline{AC}^2 + AC \times CD$ (a motivo di $\overline{FC}^2 = AC \times CD$), e $\overline{FD}^2 = \overline{CD}^2 + AC \times CD$, se si sostituiranno questi valori di $\overline{AF}^2$, $\overline{FD}^2$ nell'equazione $\overline{AD}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FD}^2$, si avrà $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + 2AC \times CD + \overline{CD}^2$: Cioè se sarà data una retta AD comunque divisa in C, sarà il di lei quadrato eguale ai quadrati delle parti più il doppio del rettangolo di una parte nell'altra. Eucl. l. 2. p. 4. Ora 1° perchè quando la retta è divisa per metà il doppio del rettangolo delle sue parti è eguale al doppio del quadrato della di lei metà; quindi il quadrato di una retta è quadruplo del quadrato della di lei metà. 2° Siccome il rettangolo delle parti ineguali, in cui è divisa una retta, è minore del quadrato della di lei metà (pel num. 276.), chiaramente s'intende, che il quadrato di questa retta è maggiore del quadruplo del rettangolo delle sue parti. 3° Divenendo poi tanto minore la somma dei quadrati delle parti quanto maggiore è il loro rettangolo, e (pel num. 276.) questo rettangolo facendosi tanto maggiore quanto più le parti si accostano all'eguaglianza, perciò quanto più il punto C si accosterà al punto B, tanto minore sarà la somma dei quadrati delle parti, e *vice versa.*

---

troverà la metà della somma dei medesimi lati, che è $= \sqrt{9088 \times 2 + \overline{7}^2} = \sqrt{18225}$, *il cui log. è* $\frac{1}{2} l. 18225 = \frac{4.2606675}{2} = 2.1303337.$, *che corrisponde a* 135.; *trovata la quale, coll'aggiugnerci* 7. *metà della differenza dei lati si ha il lato maggiore* $= 142.$, *e con sottrarcela si ha il minore* $= 128$. *Istessamente coll'area* $= 9088$. *essendo data la somma* $= 270$. *si troverà la metà della differenza* $= \sqrt{\overline{135}^2 - 9088 \times 2}$. *Il valore del log.* $\overline{135}^2$ *è* $= 2 l. 135. = 2 \times 2.1303337. = 4.2606674$, *che corrisponde a* 18225. *onde la formola è* $\sqrt{18225 - 18176} = \sqrt{49}$ *il cui log. è* $\frac{1}{2} l. 49 = \frac{1.6901961}{2} = 0.8450980.$, *il cui numero corrispondente essendo* 7., *perciò la metà cercata della differenza dei lati è* 7.. *Trovata così la differenza, col metodo pur ora tenuto si possono egualmente ottenere i lati.*

ſa. 4°. Se vi ſarà una retta AC (Fig. 154.) diviſa per metà in B, cui ſia aggiunta un'altra retta CD, ſarà $\overline{BC}^2 + 2BC \times CD + \overline{CD}^2$ il quadrato della BD compoſta dalla metà della retta data, e dalla parte aggiunta: Ma perchè $BC = AB$ (per ſuppoſizione), però $2BC = AC$: Se pertanto ſi farà la ſoſtituzione di queſto valore, il precedente quadrato ſarà $\overline{BC}^2 + AC \times CD + \overline{CD}^2$, o ſia $\overline{BC}^2 + AD \times CD$ (a motivo che $AC \times CD + \overline{CD}^2 = \overline{AC + CD} \times CD = AD \times CD$). Eſſendo adunque $\overline{BC}^2 + AD \times DC = \overline{BD}^2$, ſe una retta ſarà diviſa per metà, indi vi ſi aggiunga un'altra retta, ſarà il rettangolo della retta data accreſciuta della parte aggiunta nella ſteſſa parte aggiunta eguale al quadrato della metà accreſciuta della parte aggiunta. Eucl. l. 2. p. 6. 5°. Parimente eſſendo $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + 2AC \times CD + \overline{CD}^2$ (Fig. iſteſſa), ſe ſi aggiungerà a un membro, e all'altro il quadrato di AC, ſi avrà $\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 = 2\overline{AC}^2 + 2AC \times CD + \overline{CD}^2$: Ma $2\overline{AC}^2 + 2AC \times CD = 2AC \times \overline{AC + CD}$, o ſia $2AC \times AD$; dunque $\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 = 2AC \times AD + \overline{CD}^2$ Iſteſſamente trovaſi eſſere $\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 = 2CD \times AD + \overline{AC}^2$. Onde ſe una retta AD ſarà comunque diviſa in C, ſarà il quadrato di tutta queſta retta, più il quadrato di una delle ſue parti eguale al quadrato dell'altra parte più il doppio del rettangolo fatto da tutta la retta nella parte già preſa: O ſia ſe vi ſaranno due rette, ſarà la ſomma de' loro quadrati eguale al doppio del rettangolo fatto da una nell'altra, più il quadrato della loro differenza. Eucl. l. 2. p. 7. 6°. Se poi alla precedente equazione $\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 = 2CD \times AD + \overline{AC}^2$ ſi aggiungerà in ciaſcun membro il doppio del rettangolo dell'intera AD in una delle ſue parti, come CD, ſi avrà $\overline{AD}^2 + 2AD \times CD + \overline{CD}^2 = 4CD \times AD + \overline{AC}^2$: Ma il primo membro di queſta equazione è il quadrato della retta $AD + CD$; però ſe una retta ſarà comunque diviſa in due parti, ſarà il quadrato formato dall'aggregato della retta data, e di una delle ſue parti eguale al quadruplo del rettangolo della detta retta nella ſteſſa ſua parte, più il quadrato dell'altra parte. Eucl. l. 2. p. 8. 7°. Qualora una retta AC (Fig. 151.) ſia comunque diviſa in B, eſſendo (pel precedente num. 5°.) la ſomma dei quadrati delle parti eguale al doppio del rettangolo di una parte nell'altra più il quadrato della loro differenza, cioè $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2AB \times BC + \overline{CD}^2$, ſe all'uno, e all'altro membro di queſta equazione ſi aggiungeranno i quadrati delle medeſime parti, vale a dire $\overline{AB}^2$, $\overline{BC}^2$, ſi avrà $2\overline{AB}^2 + 2\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + 2AB \times BC + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$; ma $\overline{AB}^2 + 2AB \times BC + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$, dunque $2\overline{AB}^2 + 2\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$

$+\overline{CD}^2$. Ora essendo CD la differenza delle due rette AB, BC, la retta AD è divisa per metà in B. Onde se una retta AD sarà divisa per metà in B, e non per metà in C, sarà la somma dei quadrati delle parti ineguali doppia della somma dei quadrati della di lei metà, e della parte intermedia. Eucl. l. 2. p. 9. 8°. Se la retta AC (Fig. 154) sarà divisa per metà in B, cui si aggiunga la retta CD, siccome (pel precedente num. 5°.) si ha $\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 = 2AB \times BD + \overline{CD}^2$, se a un membro, e all'altro di questa equazione si aggiungerà la somma dei quadrati delle parti AB, BD, si avrà $2\overline{AB}^2 + 2\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + 2AB \times BD + \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2$; ma $\overline{AB}^2 + 2AB \times BD + \overline{BD}^2 = \overline{AD}^2$; Se ne faccia adunque la sostituzione, e ne verrà $2\overline{AB}^2 + 2\overline{BD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2$: Vale a dire se a una retta divisa in parti eguali si aggiungerà un'altra retta, sarà il quadrato dell'aggregato di queste due linee più il quadrato della linea aggiunta eguale al doppio del quadrato della metà della linea data più il doppio del quadrato della retta risultante dall'aggregato della di lei metà, e della retta aggiunta. Eucl. l. 2. p. 10.

278. Riassumo ancora l'equazione (F. 151.) $\overline{AD}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FD}^2$, e dal secondo membro diviso per 2 sottraggo il quadrato della metà della somma dei due lati AF, FD, lo che facendo mi viene $\frac{\overline{AF}^2 + \overline{FD}^2}{2} - \left(\frac{AF+FD}{2}\right)^2$, cioè

$$\frac{\overline{AF}^2 + \overline{FD}^2}{2} - \frac{\overline{AF}^2 - 2AF \times FD - \overline{FD}^2}{4} = \frac{\overline{AF}^2 - 2AF \times FD + \overline{FD}^2}{4}$$

che è il quadrato di $\frac{AF-FD}{2}$ metà della differenza dei lati. Se in vece di sottrarre da $\frac{\overline{AF}^2 + \overline{FD}^2}{2}$ il quadrato della metà della somma dei lati, si fosse sottratto il quadrato della metà della loro differenza, si sarebbe avuto $\frac{\overline{AF}^2 + \overline{FD}^2}{2}$

$$-\left(\frac{AF-FD}{2}\right)^2 = \frac{\overline{AF}^2 + 2AF \times FD + \overline{FD}^2}{4},$$ che è il quadrato di $\frac{AF+FD}{2}$ metà della somma dei lati. Ciò mediante se di un triangolo rettangolo sarà data l'ipotenusa, e la somma, o la differenza dei lati, si troveranno questi lati così: Se è data la somma, dalla metà del quadrato dell'ipotenusa si sottragga il quadrato della metà di questa somma, e dal residuo si estragga la radice quadrata, mentre ciò, che ne verrà sarà la metà della differenza de' lati. Se è data la loro differenza, dalla metà del quadrato dell'ipotenusa si sottragga il quadrato della metà di tale differenza, e la radice quadrata del residuo sarà la metà della somma dei lati. Avendosi poi la somma, e la differenza dei lati, si avranno pu-

fa. 4°. Se vi farà una retta AC (Fig. 154.) divisa per metà in B, cui sia aggiunta un'altra retta CD, farà $\overline{BC}^2 + 2BC \times CD + \overline{CD}^2$ il quadrato della BD composta dalla metà della retta data, e dalla parte aggiunta: Ma perchè $BC = AB$ (per supposizione), però $2BC = AC$: Se pertanto si farà la sostituzione di questo valore, il precedente quadrato farà $\overline{BC}^2 + AC \times CD + \overline{CD}^2$, o sia $\overline{BC}^2 + AD \times CD$ (a motivo che $AC \times CD + \overline{CD}^2 = \overline{AC + CD} \times CD = AD \times CD$). Essendo adunque $\overline{BC}^2 + AD \times DC = \overline{BD}^2$, se una retta farà divisa per metà, indi vi si aggiunga un'altra retta, farà il rettangolo della retta data accresciuta della parte aggiunta nella stessa parte aggiunta eguale al quadrato della metà accresciuta della parte aggiunta. Eucl. l. 2. p. 6. 5°. Parimente essendo $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + 2AC \times CD + \overline{CD}^2$ (Fig. istessa), se si aggiungerà a un membro, e all'altro il quadrato di AC, si avrà $\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 = 2\overline{AC}^2 + 2AC \times CD + \overline{CD}^2$: Ma $2\overline{AC}^2 + 2AC \times CD = 2AC \times \overline{AC + CD}$, o sia $2AC \times AD$; dunque $\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 = 2AC \times AD + \overline{CD}^2$ Istessamente trovasi essere $\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 = 2CD \times AD + \overline{AC}^2$. Onde se una retta AD farà comunque divisa in C, farà il quadrato di tutta questa retta, più il quadrato di una delle sue parti eguale al quadraro dell'altra parte più il doppio del rettangolo fatto da tutta la retta nella parte già presa: O sia se vi saranno due rette, farà la somma de' loro quadrati eguale al doppio del rettangolo fatto da una nell'altra, più il quadrato della loro differenza. Eucl. l. 2. p. 7. 6°. Se poi alla precedente equazione $\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 = 2CD \times AD + \overline{AC}^2$ si aggiungerà in ciascun membro il doppio del rettangolo dell'intera AD in una delle sue parti, come CD, si avrà $\overline{AD}^2 + 2AD \times CD + \overline{CD}^2 = 4CD \times AD + \overline{AC}^2$: Ma il primo membro di questa equazione è il quadrato della retta AD + CD; però se una retta farà comunque divisa in due parti, farà il quadrato formato dall'aggregato della retta data, e di una delle sue parti eguale al quadruplo del rettangolo della detta retta nella stessa sua parte, più il quadrato dell'altra parte. Eucl. l. 2. p. 8. 7°. Qualora una retta AC (Fig. 151.) sia comunque divisa in B, essendo (pel precedente num. 5°.) la somma dei quadrati delle parti eguale al doppio del rettangolo di una parte nell'altra più il quadrato della loro differenza, cioè $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2AB \times BC + \overline{CD}^2$, se all'uno, e all'altro membro di questa equazione si aggiungeranno i quadrati delle medesime parti, vale a dire $\overline{AB}^2$, $\overline{BC}^2$, si avrà $2\overline{AB}^2 + 2\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + 2AB \times BC + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$; ma $\overline{AB}^2 + 2AB \times BC + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$, dunque $2\overline{AB}^2 + 2\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$.

$+ \overline{CD}^2$. Ora eſſendo CD la differenza delle due rette AB, BC, la retta AD è diviſa per metà in B. Onde ſe una retta AD ſarà diviſa per metà in B, e non per metà in C, ſarà la ſomma dei quadrati delle parti ineguali doppia della ſomma dei quadrati della di lei metà, e della parte intermedia. Eucl. l. 2. p. 9. 8°. Se la retta AC (Fig. 154) ſarà diviſa per metà in B, cui ſi aggiunga la retta CD, ſiccome (pel precedente num. 5°.) ſi ha $\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 = 2AB \times BD + \overline{CD}^2$, ſe a un membro, e all'altro di queſta equazione ſi aggiungerà la ſomma dei quadrati delle parti AB, BD, ſi avrà $2\overline{AB}^2 + 2\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + 2AB \times BD + \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2$; ma $\overline{AB}^2 + 2AB \times BD + \overline{BD}^2 = \overline{AD}^2$; Se ne faccia adunque la ſoſtituzione, e ne verrà $2\overline{AB}^2 + 2\overline{BD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2$: Vale a dire ſe a una retta diviſa in parti eguali ſi aggiungerà un'altra retta, ſarà il quadrato dell'aggregato di queſte due linee più il quadrato della linea aggiunta eguale al doppio del quadrato della metà della linea data più il doppio del quadrato della retta riſultante dall'aggregato della di lei metà, e della retta aggiunta. Eucl. L. 2. p. 10.

278. Riaſſumo ancora l'equazione (F. 151.) $\overline{AD}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FD}^2$, e dal ſecondo membro diviſo per 2 ſottraggo il quadrato della metà della ſomma dei due lati AF, FD, lo che facendo mi viene $\frac{\overline{AF}^2+\overline{FD}^2}{2} - \left(\frac{AF+FD}{2}\right)^2$, cioè

$$\frac{\overline{AF}^2+\overline{FD}^2}{2} - \frac{\overline{AF}^2 - 2AF \times FD - \overline{FD}^2}{4} = \frac{\overline{AF}^2 - 2AF \times FD + \overline{FD}^2}{4}$$

che è il quadrato di $\frac{AF-FD}{2}$ metà della differenza dei lati. Se in vece di ſottrarre da $\frac{\overline{AF}^2+\overline{FD}^2}{2}$ il quadrato della metà della ſomma dei lati, ſi foſſe ſottratto il quadrato della metà della loro differenza, ſi ſarebbe avuto $\frac{\overline{AF}^2+\overline{FD}^2}{2}$

$$- \left(\frac{AF-FD}{2}\right)^2 = \frac{\overline{AF}^2 + 2AF \times FD + \overline{FD}^2}{4},$$

che è il quadrato di $\frac{AF+FD}{2}$ metà della ſomma dei lati. Ciò mediante ſe di un triangolo rettangolo ſarà data l'ipotenuſa, e la ſomma, o la differenza dei lati, ſi troveranno queſti lati così: Se è data la ſomma, dalla metà del quadrato dell'ipotenuſa ſi ſottragga il quadrato della metà di queſta ſomma, e dal reſiduo ſi eſtragga la radice quadrata, mentre ciò, che ne verrà ſarà la metà della differenza de' lati: Se è data la loro differenza, dalla metà del quadrato dell'ipotenuſa ſi ſottragga il quadrato della metà di tale differenza, e la radice quadrata del reſiduo ſarà la metà della ſomma dei lati. Avendoſi poi la ſomma, e la differenza dei lati, ſi avranno pu-
re

re gli stessi lati (pel num. 85. del I. Tomo). Si troveranno pure i lati del triangolo rettangolo, ogniqualvolta ne sia data l' ipotenusa, e l' area; poichè essendo perpendicolari tra loro questi lati, mentre uno serve di base, l'altro serve di altezza al triangolo, e però il loro rettangolo è eguale al doppio dell' area (pel num. 243.), e il doppio di questo rettangolo è quadruplo dell' area: Ma il quadrato dell' ipotenusa, o sia la somma dei quadrati dei due lati è eguale (pel num. 277. 5°.) al doppio del loro rettangolo più il quadrato della loro differenza; se adunque dal quadrato dell' ipotenusa si leverà il quadruplo dell' area, il residuo sarà il quadrato della differenza dei lati. Avendosi poi l' ipotenusa, e la differenza dei lati, si troverà ciascuno di questi lati, nella maniera poc' anzi esposta al principio di questo num. Se di un triangolo rettangolo sarà data l'area, e uno dei lati contigui all' angolo retto, indi con questo lato si divida il doppio dell' area, il quoziente sarà l' altro lato, e per mezzo di questi due lati si troverà l' ipotenusa giusta il num. 271.

COROLLARIO XIII.

279. Sia il triangolo ottusangolo ACB (Fig. 13.), in cui dall' angolo acuto B si abbassi alla base AC prolungata la perpendicolare BD, il triangolo ABD essendo rettangolo, si ha (pel num. 270.) $\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2$: Ma (pel num. 277.) $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + 2AC \times CD + \overline{CD}^2$, (e pel num. 271.) $\overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$: Se adunque si sostituiranno questi valori di $\overline{AD}^2$, e $\overline{BD}^2$ nell' equazione $\overline{AB}^2 = \overline{ADc} + \overline{BD}^2$, si avrà $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + 2AC \times CD + \overline{CB}^2$, cioè a dire nel triangolo ottusangolo il quadrato del lato opposto all' angolo ottuso è eguale alla somma dei quadrati degli altri due lati più il doppio del rettangolo formato dall' uno, o dall' altro dei lati contigui all' angolo ottuso, e dall' intercetta tra l' angolo ottuso, e la perpendicolare. Euclide l. 2. p. 12. Quindi 1°. mediante la precedente equazione, dati essendo i lati del triangolo ottusangolo si può trovare l' intercetta fra la perpendicolare, e l' angolo ottuso così: $CD = \frac{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 - \overline{CB}^2}{2AC}$. 2°. E perchè $\overline{CB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2$, essendo il quadrato di CD eguale al quadrato di AD—AC, cioè $\overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 - 2AD \times AC + \overline{AG}^2$, e $\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$, se si sostituirà l' uno, e l' altro di questi valori nell' equazione $\overline{CB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2$, ne verrà $\overline{CB}^2 = \overline{AB}^2 - 2AD \times AC + \overline{AC}^2$, e però $\overline{AB}^2 = \overline{CB}^2 + 2AD \times AC - \overline{AC}^2$, cioè il quadrato del lato opposto all' angolo ottuso è eguale alla differenza dei quadrati degli altri due lati più il doppio del rettangolo del lato, che serve di base nello stesso lato prolungato fino alla perpendicolare: Che però mediante questa equazione si può trovare tale lato prolungato così: $AD = \frac{\overline{AB}^2 - \overline{CB}^2 + \overline{AC}^2}{2AC}$. 3°. Essendo pertanto cognito il lato prolungato AD, e l'intercetta CD tra l'angolo ottuso, e la perpendicolare, basterà

basterà che si conosca o il lato AB, o il lato BC per avere la perpendicolare BD, che è tanto $\sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2}$, come $\sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2}$. 4°. Se il triangolo sarà acutangolo, come ABC (Fig. 12.), da un angolo qualunque, come B si abbassi al lato opposto la perpendicolare BD: Essendo rettangoli i due triangoli BDC, BDA, si ha $\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{DC}^2$, e $\overline{BD}^2 = \overline{BA}^2 - \overline{DA}^2$; ma $\overline{DC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 - 2AC \times AD$ (perchè pel n. 277. 5°. $\overline{DC}^2 + 2AC \times AD = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2$). Dunque sostituendo questi valori di $\overline{BD}^2$, $\overline{DC}^2$ nell' equazione $\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{DC}^2$, si avrà $\overline{BC}^2 = \overline{BA}^2 + \overline{AC}^2 - 2AC \times AD$. Nello stesso modo si giunge ad $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 - 2AC \times DC$; vale a dire, che nel triangolo acutangolo il quadrato di un qualunque de' suoi lati è eguale alla somma dei quadrati degli altri due lati diminuita del doppio del rettangolo formato dall' uno, o l' altro di questi lati, e dalla porzione del medesimo intercetta fra la perpendicolare, e l' angolo opposto al lato primieramente assunto. Eucl. l. 2. p. 13. 5°. E perchè $\overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BA}^2 - \overline{AD}^2$, si ha $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$; ma $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{DC}^2 - 2AD \times DC$; quindi fatta la sostituzione di questo valore si avrà $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 + 2AD \times DC$. 6° Nel triangolo pertanto acutangolo ABC essendo noti i di lui tre lati, si trovano, mediante le precedenti equazioni, i segmenti, ne' quali è stata divisa la base dalla perpendicolare, così $AD = \frac{-\overline{BC}^2 + \overline{BA}^2 + \overline{AC}^2}{2AC}$, e

$$DC = \frac{\overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2}{2AC}.$$

Qualora poi siasi trovato l' uno, o l' altro di questi segmenti, si trova la perpendicolare, giusta il num. 271. [a]. 7°. Dall' equazione

---

[a] CXIX. *Dovendosi sul terreno misurare l' area di un triangolo, ove gli impedimenti del luogo non permettano di poter condurre la perpendicolare da moltiplicarsi nella metà della base per avere l' area cercata, se si potranno percorrere, e in conseguenza conoscere i lati di questo triangolo, si potrà mediante la data equazione conoscere la di lui perpendicolare, onde poi averne l' area.*

CXX. *Così se i lati del triangolo* ABC *saranno* AB $=$ 25; AC $=$ 28; BC $=$ 13, *e se si vorrà far uso de' logaritmi, l' equazione* $AD = \frac{-\overline{BC}^2 + \overline{BA}^2 + \overline{AC}^2}{2AC}$ *diverrà* $l. AD = l. \overline{-289 + 625 + 784} - l. 56 = l. 1120 - l. 56 = 3.0492180 - 1.7481880 = 1.3010300$, *che corrisponde a* 20; *onde* AD $=$ 20.

zione $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + 2AC \times CD + \overline{CB}^2$ si ha $\overline{AB}^2 - \overline{CB}^2 = AC \times \overline{AC + 2CD}$; e dall' equazione $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 - 2AC \times DC$ si ha $\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2 = AC \times \overline{AC - 2DC}$. 8°. Se dal vertice B [Figura 12.] del triangolo acutangolo ABC si condurrà alla base la perpendicolare BD, e al punto medio E della base la retta BE, che cada fra A, e D, sarà l' angolo BEC acuto, e l' angolo B E A ottuso; onde [pel principio di questo numero] sarà $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2 + 2AE \times ED$, e [pel num. 4°.] $\overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{EC}^2 - 2EC \times ED$, e però sommando insieme queste due equazioni ne verrà $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2\overline{BE}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{EC}^2 + 2AE \times ED - 2EC \times ED$: Ma $AE = EC$, e in conseguenza $\overline{AE}^2 = \overline{EC}^2$, come pure $2\,AE \times ED = 2EC \times ED$; dunque sarà $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2\,\overline{BE}^2 + 2\,\overline{AE}^2$; vale a dire, che in qualunque triangolo acutangolo la somma dei quadrati di due lati è eguale al doppio del quadrato della retta, che dal vertice dell' angolo da loro compreso si conduce alla metà del terzo lato più il doppio del quadrato della metà di questo stesso terzo lato.

280. Abbiamo veduto, che nel triangolo rettangolo il quadrato del lato, che si oppone all' angolo retto è eguale alla somma dei quadrati degli altri due lati; nel triangolo ottusangolo il quadrato del lato maggiore, che si oppone all' angolo ottuso è maggiore della somma dei quadrati degli altri due lati, e il quadrato d' un qualunque dei lati contigui all' angolo ottuso è minore della somma dei quadrati degli altri due lati; nel triangolo acutangolo il quadrato d' uno qualsisia de' suoi lati è minore della somma dei quadrati degli altri due lati. Dunque se in un triangolo la somma dei quadrati di due lati sarà eguale al quadrato del terzo lato, l' angolo opposto a questo terzo lato sarà retto, e però il triangolo sarà rettangolo. Eucl. 1. 1. p. 48.

COROLLARIO XIV.

281. Se fra due parallele FG, HI (Fig. 164.) si interfecheranno comunque due rette AD, BC, esse si divideranno in parti fra loro proporzionali, cioè AE: BE :: DE : CE, e però $AE \times CE = BE \times DE$, poichè sono simili i due triangoli AEB,

---

Si troverà ora la perpendicolare BD, *che essendo* $= \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225}$, *si esprimerà coi logaritmi così* $l.\,BD = \frac{1}{2}\,l.\,225 = \frac{2.3521825}{2} = 1.1760912$, *che si trova corrispondere a* 15, *e però* $BD = 15$. *Se si moltiplica pertanto questa perpendicolare* $BD = 15$ *in* 14 *metà della base* $AC = 28$, *si trova* $l.\,15. + l.\,14 = 1.1760913 + 1.1461280 = 2.3222193$, *che corrisponde a* 210, *conseguentemente si è trovata l' area del triangolo* $ABC = 210$.

AEB, CED, avendo gli angoli verticalmente opposti AEB, CED eguali (pel num. 83.), e a motivo delle parallele FG, HI essendo eguale l'angolo BAE all'angolo EDC, e l'angolo ABE all'angolo ECD.

Nei seguenti Corol. si parla delle rette, che stanno fra loro in proporzione reciproca.

COROLLARIO XV.

282. Se dentro un circolo ACBD (Fig. 155.) si intersecheranno comunque due corde AB, DC, le parti in cui si divideranno saranno reciprocamente proporzionali, cioè AE : DE :: CE : BE, poichè conducendosi le rette DA, BC, i triangoli BEC, DAE sono simili, mentre l'angolo DEA è eguale all'angolo BEC (pel num. 83.); parimente sono eguali tanto gli angoli DAB, BCD, perchè insistono allo stesso arco BD, come gli angoli ADC, CBA, che insistono al medesimo arco AC. Essendo adunque simili i due triangoli DAE, BCE, si ha (pel num. 251.) AE : DE :: CE : BE, e però $AE \times BE = DE \times CE$, cioè il prodotto fatto dalle parti di una corda, che un'altra corda divide, è eguale al prodotto fatto dalle parti di quest'altra corda. Eucl. l. 3. p. 35. Quindi s'intende in primo luogo, che se in un circolo AKMN (Fig. 156., 157., 158.) si condurrà comunque una corda AM, la quale sia divisa per metà in E da un'altra corda KEN qualunque, indi si conducano a piacere altre corde HDO, GCP, FBQ intersecanti la prima corda, le differenze tra il rettangolo $KE \times EN$ compreso dalle parti della corda dividente per metà la corda data AM, e i rettangoli $HD \times DO$, $GC \times CP$ ec. formati dalle parti delle altre corde, saranno eguali ai quadrati delle rette ED, EC, EB ec. esprimenti le distanze dei punti d'intersezione delle dette corde dal punto medio E: Imperocchè $KE \times EN = AE \times EM = \overline{AE}^2$ (perchè $AE = EM$), e $HD \times DO = AD \times DM$; ma (pel num. 276.) $AD \times DM + \overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 = KE \times EN$. Dunque $KE \times EN - AD \times DM \ (= HD \times DO) = \overline{DE}^2$. Parimente $GC \times CP = AC \times CM$; ma $AC \times CM + \overline{EC}^2 = \overline{AE}^2 = KE \times EN$; dunque $KE \times EN - GC \times CP = \overline{CE}^2$ ec. Per lo che le differenze, che passano fra i detti rettangoli, sono eguali alle differenze, che passano tra i quadrati delle suddette distanze, e il massimo rettangolo; cioè $KE \times EN - HD \times DO = \overline{DE}^2 - o$; $HD \times DO - GC \times CP = \overline{CE}^2 - \overline{DE}^2$ ec. In secondo luogo essendo dati due punti B, C dentro un circolo DGMF (Fig. 159.), pei quali si voglia far passare la periferia FGE di un circolo, che divida per metà la periferia del circolo dato, si dimostra, che ciò si otterrà con condurre una retta indefinita BE per uno di questi punti, come B, e pel centro A, su cui dal punto A si alzi la perpendicolare AD fino alla periferia; si uniscano i punti B, D, e dal punto D sopra la BD si alzi la perpendicolare indefinita DE, la quale a motivo dell'angolo DBE acuto (nel triangolo ADB essendo per costruzione l'angolo BAD retto, l'angolo ABD è necessariamente acuto pel num. 226. 1°) anderà a incontrare (pel num. 91.) la retta BE nel punto E; dopo di che resta solamente a farsi passare (pel num. XXXIV.) un cerchio per i due punti dati B, C, e pel punto d'intersezione E, e questo cerchio dividerà per metà nei punti F, G la periferia DGMF del circolo dato. Ciò poi sarà dimostrato ognqualvolta si

faccia vedere, che la retta F G interseca la retta D A nel punto A, che è il centro, non già in un altro qualunque punto P. Le due FG, BE sono corde intersecantesi nello stesso circolo FGE, dalle quali si ha $BP \times PE = FP \times PG$; così dalle due rette FG, DM, che sono corde intersecantesi nello stesso circolo DGMF, si ha $DP \times PM = FP \times PG$, conseguentemente $BP \times PE = DP \times PM$: Ma (per costruzione) la retta DM interseca la retta BE nel punto A, dunque il punto P è lo stesso, che il punto A, conseguentemente la retta FG, che passa pel punto A, passa pel centro del circolo DGMF, e però è un diametro di questo circolo. Il circolo adunque FGE, che passa per le estremità di questo diametro, divide per metà la periferia del circolo DGMF.

COROLLARIO XVI.

283. Da un punto qualunque E preso fuori di un circolo (Fig. 160.) conducendosi alla concava periferia due rette EC, EB, esse vengono talmente tagliate dalla periferia nei punti A, D, che le parti esteriori EA, ED sono reciprocamente proporzionali alle rette intere EB, EC, cioè EA : ED :: EC : EB, poichè conducendosi le due corde AC, DB, sono simili i due triangoli EBD, ECA, mentre hanno l'angolo E comune, e l'angolo EBD eguale all'angolo ECA, perchè l'uno, e l'altro insiste allo stesso arco AD, conseguentemente hanno eguale anche il terzo angolo (pel num. 226. 7°.) Essendo pertanto simili questi due triangoli EBD. ECA, si ha (pel num. 251.) EA : ED :: EC : EB, e però $EA \times EB = ED \times EC$, Ora 1° dall'essere (Fig. 161., 162.) EB : EC :: EG : EF si raccoglie, che se in un qualunque triangolo rettilineo EAB si abbasserà dal vertice A di un qualsivoglia angolo la perpendicolare AD al lato opposto EB prolungato, se occorre, avrà luogo sempre questa proporzione: Come la base EB alla somma dei lati EA, AB, così la differenza di questi lati alla differenza, o alla somma dei segmenti della base, cioè $EB : EA + AB :: EA - AB : ED \pm DB$; poichè fatto centro in A col raggio AB eguale al lato minore dei due contigui al vertice, si descriva il circolo GCB, e si produca il lato EA finchè incontri la periferia in C, onde sia $AC = AB$, $DF = DB$, nel qual caso sarà $EC = EA + AB$, $EG = EA - AB$, $EF = ED - BD$ nella fig. 161., e nella fig. 162. sarà $EF = ED + DB$. Sostituendo pertanto questi valori nella proporzione EB : EC :: EG : EF si ha $EB : EA + AB :: EA - AB : ED - BD$ rispetto alla fig. 161., ed $EB : EA + AB :: EA - AB : ED + BD$ rispetto alla fig. 162. (a). 2°. Se stando immobile una di queste rette, come la EC

[a] CXXI. *Dovendosi misurare sul terreno l'area impervia di un triangolo qualunque, di cui però sono noti i lati, si potrà ciò ottenere per mezzo delle ritrovate proporzioni in altra maniera da quella praticata al num.* CXIX. *Nel caso presente non altro trattasi, che ritrovare il valore della* EF, *il quale ricavasi dalle dette proporzioni così* [*poichè* $ED \pm DB = EF$]. *Dalla prima proporzione si ha* $ED - DB = EF = \frac{\overline{EA+AB} \times \overline{EA-AB}}{EB} = \frac{\overline{EA}^2 - \overline{AB}^2}{EB}$; *e dalla seconda proporzione* $ED + BD = EF = \frac{\overline{EA+AB} \times \overline{EA-AB}}{EB} = \frac{\overline{EA}^2 - \overline{AB}^2}{EB}$. *Essendosi ritrovato*

EC (Fig. 160.), l'altra EB si andrà continuamente scostando dalla medesima, a misura che ella si scosterà si andrà facendo sempre maggiore la parte esteriore al circolo (pel num. 168.) e minore l'interiore, finchè annullandosi la parte interiore, la retta cadrà tutta fuori del circolo, e si farà tangente, come la Ed; e siccome sussiste sempre la proporzione reciproca tra le rette intere, e le loro parti esteriori al circolo, però in questo caso sarà EC: Ed :: Ed: ED, vale a dire $\overline{Ed}^2 = EC \times ED$; per lo che la tangente è una media proporzionale fra l'intera

---

il valore di EF, *egli si sottragga rispetto alla Fig. 161. dal lato* EB, *e la metà del residuo sarà la retta* BD, *onde rispetto a questa figura il valore della perpendicolare sarà* $AD = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2}$. *Per quanto spetta alla fig. 162. dal ritrovato valore di* EF *si sottragga il lato* EB, *e la metà del residuo sarà la retta* BD, *conseguentemente il valore della perpendicolare cercata sarà* $AD = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2}$. *Ora che si ha la perpendicolare, si moltiplichi essa nella metà della base* EB, *e il prodotto sarà l'area cercata.*

CXXII *I lati del triangolo dato siano determinati così*: $AE = 20$; $AB = 13$; $BE = 21$ *per la fig. 161.; e* $BE = 11$ *per la fig. 162. Si sostituiscano questi valori nella formola quì sopra trovata, onde ottenere il valore di* $EF = \frac{\overline{EA+AB} \times \overline{EA-AB}}{EB}$:

e fatta la sostituzione si avrà relativamente alla fig. 161. $EF = \frac{\overline{20+13} \times \overline{20-13}}{21}$; *e alla fig. 162.* $EF = \frac{\overline{20+13} \times \overline{20-13}}{11}$, *mediante le quali formole, facendo uso de' logaritmi si avrà per la prima* $l.\,EF = l.\,\overline{20+13} + l.\,\overline{20-13} - l.\,21$, *vale a dire* $= 1.5185139 + 0.8450980 - 1.3222193 = 1.0413927$, *che corrisponde a* 11, *e però* $EF = 11$. *Per la seconda formola poi si troverà* $l.\,EF = l.\,\overline{20+13} + l.\,\overline{20-13} - l.\,11. = 1.5185139 + 0.8450980 - 1.0413927 = 1.3222193$, *che corrisponde a* 21, *e però* $EF = 21$. *Si sottragga ora rispetto alla fig. 161.* $EF = 11$ *da* $EB = 21$, *e* 5 *metà del residuo darà il valore della retta* $BD = 5$; *onde il valore della perpendicolare sarà* $AD = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144}$ *cioè per mezzo de' logaritmi* $l.\,AD = \frac{2.1583625}{2} = 1.0791812$, *che corrisponde a* 12, *e però* $AD = 12$. *Riguardo poi alla fig. 162. dal ritrovato valore di* $EF = 21$ *si sottragga il lato* $EB = 11$, *e del residuo* 5 *metà sarà la retta* BD; *conseguentemente il valore della cercata perpendicolare* AD *sarà* $= \sqrt{169 - 25}$, *che si è pur ora trovata* $= 12$. *L'area cercata pertanto sarà per la fig. 161.* $= 12 \times \frac{21}{2} = 126$; *e per la figura 162.* $= 12 \times \frac{11}{2} = 66$.

tera E C, e la parte esteriore E D. Di fatto sono simili i due triangoli E d C, E d D, mentre hanno comune l'angolo d E D, ed eguali gli angoli d C E, E d D, l'uno, e l'altro de' quali ha per misura la metà dell' arco d A D. Eucl. l. 3. p. 36. 3°. Se pertanto da un punto qualunque B [Fig. 64.] preso fuori di un circolo si condurranno quante rette si vogliono, che vadano a terminare alla concava periferia, come le B X, B C, B D, B F, saranno eguali fra loro tutti i rettangoli formati da ciascuna di queste rette nelle loro rispettive parti esteriori al circolo, mentre ciascun di loro è eguale al quadrato della retta, che dallo stesso punto esteriore si conduce tangente al circolo. Per lo che se dallo stesso punto fuori del circolo si condurranno due tangenti, i loro quadrati saranno eguali, essendo ciascun di loro eguale al rettangolo fatto da una qualunque secante nella sua parte esteriore al circolo, e in conseguenza queste tangenti saranno eguali, lo che si è in altro modo dedotto al num. 171. 4.° Per lo che se da un punto preso fuori del circolo si condurranno al medesimo due rette, delle quali una sia secante, e l'altra vada a terminarsi alla convessa periferia, e il rettangolo risultante dalla secante, e dalla sua parte esteriore al circolo sia eguale al quadrato dell' altra retta, essa sarà tangente, poichè il suo quadrato essendo eguale al detto rettangolo, cui (come si è veduto) è eguale il quadrato della tangente, essa deve necessariamente essere eguale alla tangente, e con lei confondersi. Eucl. l. 3. p. 37. 5°. In ogni triangolo rettangolo adunque A B C (Fig. 163.) il prodotto, che risulta dal moltiplicarsi la somma dell' ipotenusa, e d'uno dei lati nella loro differenza, è eguale al quadrato dell'altro lato, poichè $AB + AC = CE$, ed $AC - AB = CD$: Ma $\div EC : BC : CD$, dunque $\overline{BC}^2 = EC \times CD = \overline{AC + AB} \times \overline{AC - AB}$, e perchè $\overline{AC + AB} \times \overline{AC - AB} = \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2$; però in un qualunque triangolo rettangolo la differenza tra il quadrato dell' ipotenusa, e il quadrato d' uno dei lati è eguale al quadrato dell' altro lato: Onde in un qualsivoglia triangolo rettangolo ciascuno dei lati contigui all' angolo retto è medio proporzionale fra l' ipotenusa accresciuta dell' altro lato, e la stessa ipotenusa diminuita del medesimo lato: Quindi è, che di un triangolo rettangolo essendo nota l' ipotenusa, e uno dei lati, si troverà l'altro lato con prendere la media proporzionale tra la somma dell' ipotenusa, e del lato dato, e la loro differenza. O pure di un triangolo rettangolo essendo dato un lato, e la somma, o la differenza dell' ipotenusa, e dell' altro lato, si troverà l'ipotenusa, e questo lato, come segue: Se è data la somma, si divida con questa somma il quadrato del lato dato, e il quoziente sarà la differenza dell' ipotenusa, e dell' altro lato; se è data questa differenza, con lei si divida il quadrato del lato dato, e il quoziente sarà la somma dell' ipotenusa, e dell' altro lato. Avendosi poi la somma, e la differenza dell' ipotenusa, e dell' altro lato, si troverà l'uno, e l'altra giusta il num. 85. del I. Tomo.

COROLLARIO XVII.

284. Tagliandosi i lati di un qualunque triangolo con una retta antiparallela alla base, questi lati saranno tagliati in parti reciprocamente proporzionali: Come nel triangolo A B D (Fig. 26.) conducendosi la retta E F antiparallela alla base, sarà $AB : AF :: AD : AE$, mentre i triangoli A E F, A B D sono simili, avendo l' angolo B A D comune, l' angolo A E F eguale all' angolo A D B, e l' angolo A F E eguale all' angolo A B D giusta il num. 71. Per lo che sarà $AB \times AE = AF \times AD$.

Co-

Così rispetto alla Fig. 25. sarà AB : AD :: AD : AE; e rispetto alla Fig. 27. sarà AB : AD :: AG : AE. E quindi è, che due corde intersecantesi dentro un circolo si dividono in parti fra loro reciprocamente proporzionali, come si è veduto al num. 282, perchè conducendosi le rette DA, BC (Fig. 155.), i triangoli verticalmente opposti DEA, BEC, hanno le basi DA, BC antiparallele. Parimente 1.° (pel num. 198.) essendo antiparallele le rette ED, FG (Fig. 87.), si ha KF : KG :: KC : KB, e in conseguenza $KF \times KB = KG \times KC$: E perchè qualunque siano le rette, che dal punto K si conducono alla concava periferia, esse sono tagliate dalla retta ED reciprocamente (giusta lo stesso num. 198.); però se dal punto K si condurranno infinite rette alla concava periferia, le quali vengano tagliate dalla retta ED, saranno tutti fra loro eguali i rettangoli formati da ciascuna di loro nella sua parte intercetta fra il punto K, e la retta ED, poichè se queste linee si prenderanno a due a due, e se ne formeranno i prodotti di ciascuna nella sua parte nel modo detto, essi saranno eguali. Per la stessa ragione se dal punto K si condurranno alle estremità della retta ED le rette KE, KD, sarà il quadrato di ciascuna di loro eguale a qualsivoglia degli anzidetti rettangoli. Si avrà adunque $\overline{KE}^2 = KF \times KB = KA \times KI = KG \times KC = KH \times KP = \overline{KD}^2$. 2.° Per la stessa ragione se al diametro indefinito AF di un circolo si condurrà una perpendicolare BD, la quale o tagli il circolo, come nelle Fig. 165. 166., o lo tocchi, come nella Fig. 167., o cada fuori del circolo, come nella Fig. 168., indi dall'estremità A del diametro si conducano le rette AB, AD, che vadano a terminare o alla periferia, o alle estremità della retta BD, e dove queste rette incontrano la periferia si conduca la retta EC, starà qualunque intera alla sua parte in ragione reciproca dell'altra intera alla sua parte; così nelle Fig. 165., 166., 167., 168. è AB : AD :: AC : AE. Di fatto per l'estremità A del diametro si conduca la retta HG parallela alla BD, nella Fig. 165. a motivo delle parallele HA, BD l'angolo HAB è eguale all'angolo ABD; ma gli angoli HAB, ACE, che hanno per misura la metà dell'arco AE, sono eguali; dunque l'angolo ABD è eguale all'angolo ACE; l'angolo poi BAD è comune a tutti due i triangoli ABD, AEC, conseguentemente hanno eguale ancora il terzo angolo (pel num. 226. 7°.); onde essi essendo simili si ha AB : AD :: AC : AE. Vale lo stesso per tutte le altre Fig. 166., 167., 168., in ciascuna delle quali la dimostrata eguaglianza degli angoli ne' triangoli ABD, ACE fa vedere, che le rette BD, CE sono antiparallele (pel num. 71.) Quando la retta BD tocca il circolo, come nella Fig. 167., in tal caso si considerano ancora i due triangoli ABF, AEF, che non sono punto dissimili da quelli della Fig. 25., e allora il diametro AF è medio proporzionale tra l'intera AB, e la sua parte AE. 3.° Ora è cosa facile l'intendere come debbasi operare per trovare tutte le reciproche possibili a due date rette. Le rette date siano GD, GE [Fig. 169.], che si mettano una sopra l'altra, e su la più grande, come diametro si descriva un circolo GHD. Perpendicolare a questo diametro GD pel punto E termine della più piccola retta data si conduca l'indefinita AF. Tutte le rette, che dal punto G si condurranno per tutti i punti della semiperiferia GHD, e che andranno a terminare o alla periferia nell'arco eD, o all'indefinita eA, soddisferanno al Problema: Così le rette GC, Gd sono reciprocamente proporzionali alle GD, GE; come le GB, Gi, e le GA, GH; poichè AE, HD sono antiparallele, e in conseguenza i triangoli GHD, GAE sono simili, mentre l'angolo DHG retto, perchè nel semicircolo, è eguale all'angolo retto GEA; l'angolo HDG,

HDG, che ha per misura la metà dell'arco HG è eguale all'angolo GAE, che ha per misura la metà della differenza dei due archi GQ—He, o sia la metà della differenza dei due archi Ge —He, vale a dire la metà dell'arco GH, e perciò anche il terzo al terzo angolo è eguale (pel num. 226. 7.°) Istessamente si dimostrano simili i triangoli GdE, GCD, e GBE, GiD ec. Si serve poi del solo semicircolo GHD, perchè nell'altro semicircolo GQD ritornano le stesse soluzioni già ottenute.

SCOLIO.

285. Trattandosi pertanto di trovare una media proporzionale fra due date rette, ella può essere o un'ordinata giusta il num. 262., o una corda giusta il num. 265., o un diametro giusta il num. 284. 2.°, o una tangente giusta il num. 283. 2.° (a)

286. Abbiamo veduto al num. 246., che si ha l'area del triangolo con moltiplicare l'altezza nella metà della base: Ma (pel num. 504. del I. Tomo) i tutti hanno fra loro la medesima ragione delle parti simili: Quindi

COROLLARIO I.

287. I due triangoli ABD (Fig. 167.), AEB (Fig. 162.), che stanno fra loro come $\frac{AF \times BD}{2} : \frac{AD \times EB}{2}$, saranno pure come $AF \times BD : AD \times EB$, vale a dire in ragione composta delle loro altezze, e delle loro basi.

CO-

[a] CXXIII. *Mediante la sola riga, e il compasso si trova fra due date rette una media proporzionale, ma non così trovare si possono due medie. In più modi è stato sciolto meccanicamente questo problema: Merita però d'essere preferita la maniera, che ci ha lasciata Cartesio, e perchè non si opera tentando, come nell'altre, e perchè non solamente due, ma quante si vogliono medie proporzionali trovare si possono. A ottener ciò si fa uso di due righe* AP, AQ [*Fig.* 175.], *che girano liberamente intorno il punto* A, *e alle quali sono applicate talmente le squadre* BC, CD, DE, EF, *ec., che quando le due righe* AP, AQ *sono chiuse, o sia congiunte l'una all'altra, tutte le squadre si toccano venendo i punti* B, C, D, E *ec. al punto* A: *Quando poi le dette righe si aprono, la squadra* BC *urta, e move la squadra* CD, *e questa l'altra* DE *ec. Quante sono le medie, che si cercano, altrettante squadre più una devonsi mettere in opera, così che per trovare due medie vi vogliono tre squadre; per trovarne tre, ve ne vogliono quattro ec. Essendo pertanto date due rette* AB, AC, *fra le quali si debba trovare un numero* n *di medie proporzionali, si applichi all'istrumento un numero* n+1 *di squadre, la prima delle quali si collochi in* B *per modo, che* AB *sia eguale alla minore delle due date linee, e la squadra ultima tagli col suo braccio una delle righe in un punto, la di cui distanza dal punto* A *sia eguale all'altra linea data, così che se si vorranno due medie, la squadra* DE *dovrà tagliare la riga* AP *nel punto* E, *onde sia* AE *eguale all'altra linea data. Tanto poi devesi aprire l'angolo* PAQ, *finchè ciò succeda. Ciò fatto saranno* AC, AD *le due medie cercate. La dim. di questa operazione si ripete dal num.* CXIII.

COROLLARIO II.

288. Per lo che le superfizie di due triangoli ineguali, che hanno basi eguali, stanno fra loro come le altezze: E se hanno altezze eguali, stanno fra loro come le basi. Eucl. l. 6. p. 1. p. 1. *Vice versa* se stanno fra loro come le altezze, hanno le basi eguali, e se stanno come le basi, hanno eguali le altezze. [a]

COROLLARIO III.

289. Se i triangoli saranno simili, perchè in tal caso hanno i lati omologhi nella stessa ragione delle perpendicolari; però i triangoli simili stanno fra loro in ragione composta dei lati adjacenti ad uno degli angoli eguali: Onde i due triangoli BFD, AEC (Fig. 114.) stanno fra loro, come FB X FD:CA X CE.

CO-

---

[a] CXXIV. *Poichè i triangoli, che hanno una stessa altezza stanno fra loro in ragione delle basi, si ha quindi la maniera di dividere un dato triangolo* BAC [*Fig.* 176.] *secondo una proposta ragione di* BG:GC, *conducendo dal vertice* A *al punto* G *la retta* AG, *la quale dividerà il triangolo dato nella ragione cercata, cioè starà il triangolo* BAG *al triangolo* GAC :: BG : GC.

CXXV. *Che se il triangolo* BAC *si avvrà bensì dividere nella ragione di* BG : GC, *ma la retta dividente abbiasi a condurre non dal punto* G, *ma da un altro qualunque punto, come* D; *in tal caso dal punto* D *si tiri la* DA. *e dal punto* G *la* GH *parallela alla* DA, *indi dal punto* D *al punto* H, *in cui la* GH *incontra il lato* AC, *si conduca la* DH, *e questa dividerà il triangolo nella cercata ragione di* BG : GC; *poichè il triangolo* DHG *è eguale al triangolo* AGH, *avendo l'uno, e l'altro la medesima base* GH, *ed essendo fra le medesime parallele* DA, GH; *che però se a questi due triangoli eguali si leverà la porzione comune* GIH, *resterà il triangolo* DIG *eguale al triangolo* AIH. *Ora si aggiunga all'uno, e all'altro di questi triangoli eguali la superficie* BAIDB, *e si avrà* BAIDB+DIG [*che è eguale al triangolo* BAG] = BAIDB+AIH, *che è eguale alla superficie* BAHD. *Ma precedentemente si è trovato* BAG : GAC :: BG: GC; *dunque* BAHD: DHC :: BG : GC.

CXXVI. *Si dividerà per metà un dato triangolo* ABC *con condurre dal punto medio* E [*Fig.* 177.] *della perpendicolare agli angoli opposti le rette dividenti* EA, EC, *poichè i due triangoli* BCE, ECD *aventi la stessa altezza, e basi eguali, sono eguali, e lo stesso è dei due triangoli* BEA, EAD, *e però il triangolo* AEC *è eguale ad* ABCEA. *Collo stesso metodo si dividerà pure un triangolo in quante parti si vorrà, e secondo quella ragione, che si vorrà mediante il dividere in altrettante parti, e secondo la cercata ragione la perpendicolare, indi, condurre le rette dai punti di divisione agli angoli della base. Nè è necessario servirsi della perpendicolare, ma si può far uso di qualunque altra retta, come della* BF, *la quale dividendosi nel punto* G *in due parti tali; che una sia doppia dell'altra, e conducendosi le rette* GC, GA, *sarà il triangolo* CGA *la metà di* CBAGC.

CXXVII. *Qualora si debba dividere un dato triangolo* ACB [*Fig.* 178.] *in un numero* n *di parti eguali, si troverà il punto* D *sul lato* AC, *da cui si devono con-*

COROLLARIO IV.

290. Se le superficie di due triangoli saranno eguali, essi si reciprocheranno le basi, e le altezze (pel num. 491. del I. Tomo): Come essendo eguali i due triangoli ABC (Fig. 12.), ed ADF (Fig. 151.), sarà BD: FC:: AD: AC. E perchè (pel num. 289.) i triangoli simili stanno fra loro in ragione composta de' lati esistenti intorno ad uno degli angoli eguali, se due triangoli simili saranno eguali, o sia avranno aree eguali, i lati esistenti intorno ad uno degli angoli eguali staranno fra loro in ragione reciproca. E *viee versa* se due triangoli si reciprocheranno le basi, e le altezze, essi avranno le aree eguali. (a)

CO-

---

durre le rette di divisione, con prendere $AD = \frac{AC}{n}$, *e dopo aver condotta la retta* BD *dividere il lato* BC *in un numero* $= n - 1$ *di parti eguali ne' punti* E, F, *pe' quali al punto* D *si devono condurre le rette* ED, FD, *con che resterà diviso il proposto triangolo in un numero* n *di parti eguali, che nella figura sono quattro, la di cui dimostrazione è per se evidente.*

(a) CXXVIII. *Qualora pertanto si abbia un triangolo, e si voglia cambiarlo in un altro eguale, che abbia una data altezza, non si dovrà far altro, che trovare la base, che deve toccare a questo triangolo, lo che si otterrà mediante questa proporzione: Come l'altezza data all'altezza del proposto triangolo, così la di lui base alla base cercata, che deve avere il nuovo triangolo. Ora che si ha la base, e l'altezza, si formerà il triangolo cercato così. Sia* CB [*Fig.* 179.] *la base trovata, e* CA *la data altezza. Dall' estremità* C *della base si alzi perpendicolarmente la* CA, *e pel punto* A *si tiri la* AK *parallela alla* CB, *poscia da un qualunque punto, come* D, *preso su la* AK *si conducano alle estremità della* CB *le rette* DC, DB, *le quali formeranno il triangolo cercato.*

CXXIX. *Se in oltre si volesse, che il nuovo triangolo avesse un angolo eguale al dato* FGH, *dall'estremità* C *della base si tiri la* CE *che* [*pel num.* XXII.] *faccia un angolo eguale al dato, poi si congiungano i punti* EB, *e il triangolo* CEB *sarà il ricercato.*

CXXX. *Egualmente a proporzione si opererà per trasformare un proposto triangolo in un altro eguale, che aver debba una data base.*

CXXXI. *Più speditamente però si troverà l'altezza, o la base cercata, e nel tempo stesso si costruirà il triangolo così: Debbasi trasformare il triangolo* BAC *in un altro eguale, la di cui altezza sia data* [*Fig.* 180., 181.]. *Se il punto* D *sarà il termine della data altezza* DH, *egli si potrà assumere pel vertice del triangolo da costruirsi. Ora questo punto* D *potrà cadere o sul lato* BA, *o sul medesimo prolungato, o potrà caderne fuori. Nel primo, e secondo caso si tiri dal punto* D *all'angolo opposto* C *la retta* DC, *parallela alla quale si conduca dal punto* A *vertice del triangolo dato la retta* AE, *che incontri la base* BC *prolungata se occorre. Pei punti* D, E *si tiri la retta* DE, *e il triangolo* BDE *sarà eguale al triangolo dato* BAC, *perchè i due triangoli* DAC, DEC *esistenti su la stessa base* DC, *e fra le medesime parallele* DC, AE *sono eguali; onde se l'uno, e l'altro si aggiungerà, come nella fig.* 180., *o pure si sottrerà come nella fig.* 181. *dal triangolo* BDC, *ne risulteranno eguali i triangoli* BAC, BDE. *Rispetto al terzo caso dal punto estremo* B *della ba-*

COROLLARIO V.

291. Se due triangoli eguali avranno un angolo eguale, essi avranno i lati intorno a quest'angolo reciprocamente proporzionali; poichè se dei lati contigui all' angolo eguale se ne considereranno due corrispondenti come basi dei triangoli, gli altri due a motivo dell'angolo eguale, saranno alle loro perpendicolari egualmente inclinati, e però (pel num. 203.) saranno a queste perpendicolari proporzionali: Ma perchè questi triangoli sono eguali, essi si reciprocano le basi, e le altezze (pel num. 290.); dunque si reciprocano eziandio i lati esistenti intorno all' angolo eguale. E *vice versa* se due triangoli aventi un angolo eguale si reciprocheranno i lati, che gli sono contigui, si reciprocheranno pure le basi, e le altezze, e in conseguenza saranno eguali (pel num. 290.) Eucl. l. 6. p. 15. p. 1. 2.

se si conduca pel punto dato D [*Fig.* 182., 183.] *l'indefinita* BD, *e dal vertice* A *del triangolo si tiri la retta* AN *parallela alla base* BC, *che vada a incontrare in* N *la retta* BD *prolungata, se occorre. Dal punto* D *all' altra estremità* C *della base* BC *si conduca la retta* DC, *parallela alla quale dal punto* N *si tiri la retta* NE. *Si congiungano i punti* D, E *colla retta* DE, *e si avrà il triangolo* BDE *eguale al triangolo dato* BAC, *come si cercava; poichè il triangolo* BAC *è eguale al triangolo* BNC; *ma, come si è dimostrato quì sopra, il triangolo* BNC *è eguale al triangolo* BDE, *dunque il triangolo* BDE *è eguale al triangolo* BAC.

CXXXII. *Se il nuovo triangolo dovrà avere l'angolo* DBC *eguale a un angolo dato, pel punto* D *si tiri una parallela alla base, poscia dopo avere trovato nel modo poc' anzi detto la sua conveniente base* BE, *si operi come si è detto al preced. num.* CXXXI.

CXXXIII. *Egualmente dovrassi operare per trasformare un triangolo dato in un altro eguale la di cui base sia data.*

CXXXIV. *Mediante quanto pur ora si è detto sarà cosa facile ridurre a un solo due triangoli d'altezze, e basi ineguali. Siano i due triangoli* ABC, [*Fig.* 184., 185.] DEF *da ridursi in un solo. Si riduca col metodo poc' anzi esposto la base del triangolo* DEF *eguale alla base* AB *del triangolo* ABC, *con che il detto triangolo si ridurrà al triangolo* HEG. *Su l' altezza* BC *prolungata* [*Fig.* 185.] *si prenda* CI *eguale ad* HE *altezza dell' altro triangolo, si conduca la retta* AI, *e il triangolo* AIB *sarà eguale alla somma dei due triangoli* ACB, DEF *come si cercava.*

CXXXV. *Si può in oltre fare un triangolo, che sia eguale a un triangolo dato, e simile a un altro. Il triangolo dato sia* ABC [*Fig.* 186.], *e il triangolo, cui deve essere simile il triangolo da farsi, sia* ABD. *Su la base* AC *si descriva il semicircolo* AEC, *e dal punto* D *si alzi la perpendicolare* DE; *indi fatto centro in* A *coll' intervallo* AE *si tagli la retta* AF. *Dal punto* F *si tiri parallela a* BD *la retta* FG, *che vada a incontrare in* G *il lato* AB *prodotto. Il triangolo* AGF *è il ricercato, poichè a motivo delle parallele* BD, FG, *egli è simile al triangolo* ABD. *Che poi sia in oltre eguale al triangolo* ABC, *egli si intende dai metodi poc' anzi dati, ogniqualvolta cosìi, che conducendosi la retta* GC *ella sia parallela alla retta* BF. *Ora* [*pel num.* 265.] AD: AF [=AE]:: AF: AC: *Ma a motivo delle parallele* BD, FG *è* AD: AF:: AB: AG; *dunque* AF: AC:: AB: AG, *e però le due rette* BF, GC *sono parallele* [*pel num.* 253.].

COROLLARIO VI.

292. Si è trovato al num. 283., che i triangoli simili stanno fra loro in ragione composta dei lati adjacenti ad uno degli angoli eguali; ma perchè i triangoli sono simili, questi lati stanno fra loro nella stessa ragione; dunque (pel num. 589. del I. Tomo) i triangoli simili stanno fra loro in ragione duplicata dei lati omologhi, o sia (pel num. 741. del I. Tomo) come i quadrati dei lati omologhi: Onde sarà il triangolo FBD al triangolo AEC (Fig. 114.) come $\overline{BD}^2 : \overline{AE}^2$, o come $\overline{FD}^2 : \overline{AC}^2$, o pure come $\overline{FB}^2 : \overline{EC}^2$. Eucl. l. 6. p. 19. (a)

TEOREMA III.

293. Se si dividerà per metà un angolo qualunque di un triangolo con una retta, che vada a intersecare il lato opposto, saranno i segmenti di questo lato proporzionali ai lati contigui all'angolo bisecato. Come dividendosi in due parti colla retta BD l'angolo ABC (Fig. 171.) del triangolo CAB, sarà AD: DC:: AB: BC. E *vice versa*. Eucl. l. 6. p. 3. p. 1.

294. Dim. Si produca il lato AB in E, così che sia BE = BC: Stante l'eguaglianza di questi due lati, se si uniranno le loro estremità colla retta CE, il triangolo BCE sarà isoscele, e però avrà gli angoli alla base eguali: Ma (pel num. 226. 10°) l'angolo esterno ABC è eguale ai due interni opposti; dunque è doppio di ciascun di loro, e in conseguenza la di lui metà, cioè l'angolo ABD è eguale all'angolo AEC: Onde (pel num. 75.) le due rette BD, EC sono parallele; e però è (pel num. 253.) AD: DC:: AB: BE (= BC). Ritornando su i medesimi passi si dimostrerà, che essendo AD: DC:: AB: BE, l'angolo ABC sarà bisecato dalla BD. Lo che si doveva dim.

CO-

(a) CXXXVI. *Da questo Corollario ricavasi il modo di dividere un dato triangolo* ABC [*Fig.* 187.] *in quante parti eguali si vogliono per mezzo di rette parallele ad uno de' lati. Volendosi per esempio dividerlo in tre parti eguali con linee parallele al lato* BC; *si divida uno degli altri due lati, come* AC *in tre parti eguali nei punti* D, E; *indi si divida di nuovo nei punti* F, G *per modo, che la parte* AF *sia media proporzionale tra* AC, *e* CD, *e la parte* AG *media proporzionale tra* AC, *e* CE. *Pei punti* F, G *si tirino le rette* FH, GI *parallele al lato* BC, *le quali divideranno il proposto triangolo in tre parti eguali; poichè essendo simili* [*pel num.* 253.] *i due triangoli* ABC, AHF, *essi stanno fra loro come* $\overline{AC}^2 : \overline{AF}^2$; *o sia come* AC: CD; *perchè è* [*per costruzione*] $\div$ AC: AF: CD: *Ma* CD *è un terzo di* AC; *dunque il triangolo* AHF *è un terzo del triangolo* ABC. *Nello stesso modo si dimostra, che il triangolo* AIG *è due terzi del triangolo* ABC: *Onde* AIG — AHF = HIGF *è eguale a un terzo del triangolo* ABC, *come pure lo è* IBCG = ABC — AIG.

COROLLARIO I.

295. Quindi essendo dato un triangolo DBH (Fig. 172.), e volendosi dividere la di lui base DH in due segmenti, che stiano fra loro nella stessa ragione degli altri due lati DB, BH, basterà circoscrivere un cerchio a questo triangolo, indi sul mezzo della base alzare la perpendicolare AF, che (pei num. 149., e 150.) passerà pel centro del circolo, e dividerà in due parti eguali l'arco DFH. Fatto ciò se dall'estremità F della perpendicolare AF si condurrà all'angolo B la retta FB, sarà la base DH divisa in E nella ragione cercata, perchè essendo l'arco DF eguale all'arco FH, l'angolo DBF è eguale all'angolo FBH. Eucl. l. 3. p. 3. p. 2.

COROLLARIO II.

296. Per lo che essendo dato un arco qualunque ABD (Fig. 173.) si ha il modo di iscriverci due corde AB, BD, che stiano fra loro in una data ragione di AE:: ED. Al dato arco si iscriva la corda AD, che [pel num. 255.] si divida in E nella data ragione. Si divida per metà l'arco AFD nel punto F, e pei due punti F, E si conduca la corda FEB, che vada a intersecare la periferia nel punto B. Da questo punto B si conducano alle estremità della retta AD le due rette BA, BD, che saranno le corde cercate; poichè la retta BE dividendo per metà l'angolo ABD, si ha AE: ED:: AB: BD.

COROLLARIO III.

297. Se di un triangolo rettangolo ABE [Fig. 174.] si dividerà uno degli angoli acuti, come l'angolo BAE, in un qualunque numero di parti eguali distinte dalle rette AC, AD condotte al lato opposto, verrà questo lato diviso in parti, delle quali quelle saranno maggiori, che saranno più lontane dalla perpendicolare, cioè $BC<CD$, $CD<DE$, poichè essendo AB: AD:: BC: CD, siccome [pel num. 49.] $AB<AD$, così $BC<CD$, e perchè AC: AE:: CD: DE, essendo $AC<AE$, anche $CD<DE$.

COROLLARIO IV.

298. Sia BC [Fig. 188.] la tangente di un arco minore di 45. gradi, e BD la tangente di un arco doppio: Si ha AB: AD:: BC: CD, e componendo AB: $AB+AD$ ($=ED$):: BC: BD; onde $\overline{AB}^2 : \overline{DE}^2 :: \overline{BC}^2 : \overline{BD}^2$, e alternando $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: \overline{DE}^2 : \overline{BD}^2$, e dividendo insieme, e componendo $\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2 : 2\overline{AB}^2 :: \overline{DE}^2 - \overline{BD}^2 : 2\overline{DE}^2$. Ma (pel num. 277.) $\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + 2AE \times AD + \overline{AD}^2$, e $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2$ $(= \overline{AE}^2) + \overline{BD}^2$ (pel num. 270.); quindi $\overline{DE}^2 - \overline{BD}^2 = 2\overline{AE}^2 + 2AE \times AD = 2AE \times \overline{AE+AD} = 2AE \times ED$. Essendo pertanto $\overline{DE}^2 - \overline{BD}^2 = 2AE \times ED$, fatta la sostituzione di questo valore nella precedente equazione, si avrà

$\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2 : 2\overline{AB}^2 :: 2AE\times ED : 2DE$. Ora è $2AE\times ED : 2\overline{DE}^2 ::$ $AE (= AB) : ED$. E però finalmente (perchè $AB : ED :: BC : BD$) .

$\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2 : 2\overline{AB}^2 :: BC : BD$.

COROLLARIO V.

299. Al triangolo ABC [Fig. 171.] si circoscriva un circolo, e si prolunghi il lato BD finchè incontri la periferia in F. Da questo punto F all'angolo C si tiri la FC, cui dal punto D si conduca parallela la DG, nel qual modo saranno simili i due triangoli BDG, BFC: Poichè sono eguali [per ipotesi] i due angoli ABD, DBC, e i due BAC, BFC, che hanno per misura la metà del medesimo arco BQC, sono simili i due triangoli BAD, BDG, onde si ha $BA : BD :: BD :$ BG, e però $BA\times BG = \overline{BD}^2$. Parimente mediante i due triangoli simili BDG, BFC si ha $BD : BG :: DF : GC$, o sia [con sostituire $BA : BD$ in luogo di $BD : BG$] $BA : BD :: DF : GC$, conseguentemente $BA\times GC = BD\times DF$, che sommata con $BA\times BG = \overline{BD}^2$ dà $BA\times GC + BA\times BG = BD\times DF + \overline{BD}^2$. Ma $BA\times GC + BA\times BG = BA\times \overline{BG+GC} = BA\times BC$. Dunque $BA\times BC$ $= \overline{BD}^2 + BD\times DF$. Ora $BD\times DF = AD\times DC$ [pel num. 282.]; quindi fattane la sostituzione si ha $BA\times BC = \overline{BD}^2 + AD\times DC$; e per ultimo $BA\times BC$ $- AD\times DC = \overline{BD}^2$: Vale a dire se si dividerà un qualunque angolo di un triangolo per metà con una retta, che incontri il lato opposto, sarà il prodotto dei lati contigui all'angolo diviso meno il prodotto dei segmenti del lato opposto eguale al quadrato della retta dividente l'angolo.

TEOREMA IV.

300. Se due triangoli simili ABC, CDE [Fig. 189.] uniranno i vertici di due loro angoli in un punto C per modo, che abbiano i lati AB, CD, e BC, DE paralleli, gli altri due lati AC, CE formeranno una retta. Eucl. l. 6. p. 32.

301. Dim. Poichè sono paralleli i due lati AB, CD [per ipotesi], l'angolo BAC è eguale all'angolo DCE [pel num. 75.], e l'angolo ABC è eguale all'angolo BCD [pel num. 86.]. Dunque i tre angoli $CAB + ABC + BCA$ sono eguali ai tre angoli $BCA + BCD + DCE$. Ma i tre primi [pel num. 226.] sono eguali a due retti; dunque eguali a due retti sono pure gli altri tre angoli; conseguentemente ACE su cui cadono tre angoli, de' quali la somma è eguale a due retti, è una retta [pel num. 82.].

TEOREMA V.

302. Se sopra una retta AB si prenderanno due punti A, B, [Fig. 190., 191.] dai quali si alzino due parallele ineguali AC, BD; indi su i medesimi punti si conducano altre due parallele AE, BF proporzionali alle prime, le due rette che

pas-

passeranno per le estremità di queste parallele si andranno a incontrare colla retta AB prolungata quanto occorre in uno stesso punto P.

303. Dim. Concorrano se è possibile le due rette AB, CD in un punto P, e le due AB, EF in un punto diverso R. Poichè le due rette AC, BD sono parallele, i due triangoli ACP, BDP sono simili; e per la stessa ragione sono simili i due triangoli AER, BFR. Si ha adunque AC: BD:: AP: BP, e AE: BF:: AR: BR. Ma AC: BD:: AE: BF; dunque AP: BP:: AR: BR, e dividendo, o componendo AP ± BP: BP:: AR ± BR: BR, cioè AB: BP:: AB: BR. Onde essendo eguali gli antecedenti, sono eguali ancora i conseguenti, cioè BP = BR, e però il punto P coincide col punto R. I segni + servono per la fig. 191., e i segni — per la fig. 190.

COROLLARIO

304. Quindi essendo date due rette AB, CD [Fig. 192.] non parallele, e dato fuori di loro un punto E comunque, si sa condurre per questo punto una retta EF, che passi pel punto, in cui concorrono le date due rette [questo punto si suppone in una grande distanza, onde facile non sia il determinarlo], bastando per ottener ciò condurre dal punto E una retta EGH, che incontri le due date, indi in una distanza a piacere tirare su le medesime un'altra retta FIK parallela alla EGH; che se su la retta FK si determinerà il punto F per modo, che sia HG: GE:: KI: IF, la retta, che passerà pel punto dato E, e pel punto trovato F, sarà la ricercata. Il punto F poi si determinerà così. Su la retta AB dal punto K verso il punto H si prenda KN = HG, e si conduca la NI al punto I d'interfezione delle due rette CD, KF; poscia si prenda la NO, o la NM eguale alla GE: dal punto O, o M si tiri la OF, o MF parallela alla NI, ed ella taglierà la KF nel punto F cercato, come costa dalla costruzione.

DELLE FIGURE QUADRILATERE.

PARTE V.

Delle varie spezie, e proprietà delle Figure quadrilatere.

305. DEf. 1. Figura quadrilatera rettilinea è quella, che viene terminata da quattro linee rette, che diconsi i di lei lati.

306. Secondo l'eguaglianza, o ineguaglianza totale, o parziale degli angoli, e dei lati, e la diversa posizione di questi, varj, e diversi nomi si danno alle figure quadrilatere. Generalmente una figura quadrilatera, i di cui lati opposti sono paralleli, chiamasi parallelogrammo; in particolare poi 1.° se i quattro lati sono eguali, e ciascuno dei quattro angoli è retto, la figura dicesi un quadrato, e tale è ABCD (Fig. 193.) (a) 2.° Se ciascuno dei quattro angoli sarà bensì retto, ma so-

---

(a) CXXXVII. *Da ciò s'intende, come sopra una data retta* CD [*Fig.* 193.] *si possa costruire un quadrato. Su le estremità* C, D *della retta data si alzino due perpendicolari* [*pel num.* XLIX.] *ognuna delle quali sia eguale alla data* CD: *si*

solamente i lati opposti siano eguali, come ABCD (Fig. 194.), dicesi parallelogrammo rettangolo, o semplicemente rettangolo (a). 3.° Se la figura ha tutti i lati eguali, ma degli angoli solamente gli opposti, si chiama Rombo, come ABCD [Fig. 195.] 4.° Se solamente i lati, e gli angoli opposti sono eguali, come ABCD [Fig. 196.], si dice Romboide. (b)

307. Il quadrato adunque è equilatero, ed equiangolo. Il rettangolo è equiangolo, ma non equilatero, Il Rombo è equilatero, ma non equiangolo. La Romboide non è equilatera, nè equiangola.

308. Tutte le altre figure quadrilatere, che escono dalle spezie già esposte, con nome generale si chiamano Trapezj.

309. Def. 2. La retta AC [Fig. 103., 194.], che si conduce per gli angoli opposti del parallelogrammo, si dice diametro, o diagonale; e se questo parallelogrammo sarà un quadrato, la diagonale sarà incommensurabile al di lui lato pel num. 272. (c)

310.

unifcano le loro estremità colla retta BA, *e la figura* ABCD, *che [per costruzione] ha tutti i lati eguali, e tutti gli angoli retti, sarà il quadrato cercato. Eucl. l. 1. p. 46.*

(a) CXXXVIII. *Se pertanto si dovrà formare un rettangolo, di cui siano dati due lati, come* AB, AD, *si unifcano questi due lati ad angolo retto, indi per l' estremità di ciascuno si conduca una parallela all' altro, cioè pel punto* D *la retta* DC *parallela ad* AB, *e pel punto* B *la retta* BC *parallela ad* AD, *con che si avrà* ABCD *parallelogrammo cercato.*

(b) CXXXIX. *Dovendosi costruire un Rombo, o una Romboide, di cui siano dati i due lati contigui con l' angolo, che essi devono comprendere, si unifcano i dati due lati in modo, che formino l' angolo proposto, e il rimanente si eseguisca a norma del preced. num.* CXXXVIII.

(c) CXL. *L' essere la diagonale incommensurabile al lato del quadrato fa vedere doversi dare le quantità infinitamente piccole: di fatti sia, se è possibile, la piccola linea* EC *presa su la diagonale* AC, *che renda incommensurabile tale diagonale al lato* AB [*Fig.* 197.]; *quindi il residuo* AE *sarà commensurabile al lato* AB, *e la loro comune misura sia per esempio la linea* Q, *la quale non potrà essere eguale ad* EC, *altrimenti ella sarebbe comune misura di* AB, *ed* AC, *che per ipotesi non hanno. Sarà adunque la linea* Q *o maggiore, o minore di* EC. *Se è minore, si sottragga da* EC, *e il residuo sia* DC: *Onde è, che le rette* AB, AD *hanno una comune misura; e però non era la retta* EC, *che rendesse incommensurabili le* AB, AC. *Si prenda della retta* Q *una parte aliquota minore di* DC, *che dalla medesima si sottragga, così che resti* FC, *la quale per la stessa precedente ragione trovasi non esser quella, che rende incommensurabili le* AB, AC, *ma un' altra minore: E perchè lo stesso raziocinio ha luogo rispetto a qualunque altra finita particella, resta perciò a conchiudersi, che l' incommensurabilità di* AB *con* AC *nasce da una quantità minore di qualunque assegnabile, conseguentemente tali quantità infinitamente piccole devonsi necessariamente ammettere.*

CXLI. *L' incommensurabilità della diagonale al lato somministra la maniera di trovare due rette incommensurabili tanto in se stesse, come in potenza. Fra il lato* AB, *e la diagonale* AC [*Fig.* 197.] *si trovi la media proporzionale* DE, *la quale*

310. Def. 3. La retta, che da un lato del parallelogrammo si conduce perpendicolarmente al lato opposto prolungato, se occorre, è l'altezza del parallelogrammo, e il lato, su cui cade, si considera come la base. Così AE, o BF [Fig. 196.] è l'altezza del parallelogrammo ABCD.

COROLLARIO I.

311. Poichè il parallelogrammo ha i lati opposti paralleli, ne segue, che egli ha ancora i lati opposti eguali [pel num. 67.] Eucl. L. 1. p. 34. p. 1. E generalmente ogni figura quadrilatera, la quale ha due lati opposti eguali, e paralleli, ha gli altri due parimenti eguali, e paralleli. Onde il parallelogrammo non può avere un angolo retto, senza che gli abbia tutti quattro; poichè essendo retto l'angolo ADC [Fig. 194], lo deve esser pur anche l'angolo DAB, che [pel num. 88.] è il supplemento a due retti, a motivo che le rette AB, DC sono parallele; ed essendo retti questi due, sono retti eziandio i loro opposti.

COROLLARIO II.

312. E però ogni figura quadrilatera, che ha due lati opposti eguali, e paralleli, è un parallelogrammo: Parimente sarà un parallelogrammo rettangolo, se avrà retti i quattro angoli, perchè non può avere i quattro angoli retti, se i lati opposti non sono paralleli [giusta il num. 88.]

COROLLARIO III.

313. In qualsivoglia parallelogrammo la perpendicolare è costante; o sia da qualunque punto di un lato si abbassi una perpendicolare al lato opposto, ella è sempre la stessa, e invariabile. Che però se due parallelogrammi, le di cui basi siano sopra una stessa retta OT [Fig. 198.], ed essi siano posti dalla medesima parte, ed abbiano eguali le altezze: LP, NS, si troveranno fra le stesse parallele.

COROLLARIO IV.

314. I due diametri, che si possono condurre per gli angoli opposti di un parallelogrammo, sono eguali; e ciascun di loro divide il parallelogrammo in due parti eguali, che sono due eguali triangoli ACD, ACB [Fig. 194.] Eucl. l. 1. p. 34 p. 2. Conseguentemente il parallelogrammo è doppio del triangolo, che ha la

---

sarà incommensurabile colla AB *tanto in se stessa, come in potenza; poichè essendo* $\overline{DE}^2 = AB \times AC$, *siccome sono incommensurabili le* AB, AC, *lo è ancora* $\overline{DE}^2$ *eguale al loro prodotto, e molto più lo è* DE; *e però* AB, DE *sono incommensurabili tanto in se stesse, come in potenza. Mediante ciò si possono trovare due figure della medesima spezie e simili, incommensurabili fra loro, come due circoli, due triangoli, due parallelogrammi ec. Si prendano per lati omologhi delle figure da costruirsi le rette* AB, DE [*che si determineranno secondo il bisogno*], *e si avrà l'intento, mentre stando fra loro queste figure come* $\overline{AB}^2 : \overline{DE}^2$, *e però come* AB: AC, *e siccome sono incommensurabili fra loro le* AB, AC, *così lo saranno ancora tali figure.*

la medesima base, e altezza. Eucl. l. 1. p. 41. (a) Quindi si raccoglie primieramente, che se per un punto qualunque F [Fig. 200.] preso su la diagonale di un parallelogrammo si condurranno due linee parallele HG, KE ai lati, esse divideranno il parallelogrammo in quattro parti, delle quali le due, che non sono traversate dalla diagonale, e che si chiamano complementi, sono eguali fra loro, cioè DHFK=EFGB; poichè il triangolo ADC essendo eguale al triangolo ABC, e il triangolo AKF eguale al triangolo AGF, come pure il triangolo FHC eguale al triangolo FEC, se dai triangoli eguali ADC, ABC si leveranno le parti eguali AKF, FHG, e AGF, FEC, resterà DHFK=FEBG. Eucl. l. 1. p. 43. 2.° E' quindi facile dimostrare, che se sopra una data retta AC [Fig. 202, 203.] si formerà un parallelogrammo ACEH, quale colla bisezione della base AC si divida per metà colla retta BD, onde sia ABDH=BDEC, indi nel parallelogrammo BDEC si conduca la diagonale DC, sarà il parallelogrammo ABDH insistente alla metà della retta AC maggiore di qualsivoglia parallelogrammo formato su una qualunque parte della AC, e avente un angolo applicato alla diagonale DC. Sia primieramente la porzione AK maggiore di AB (fig. 202.) sarà AKGF <ABDH, poichè essendo BKGL=GIEM, se all' uno, e all' altro parallelogrammo si aggiungerà GKCI, sarà BLIC=CEMK; ma a motivo di AB=BC, è ABLF=BLIC=KMEC, dunque aggiungendo LBKG, sarà ABLF+LBKG=LBKG+KMEC. Ora LBKG+KMEC è minore di DBCE; che è eguale ad ABDH: dunque ABLF+LBKG, o sia AKGF <ABDH. E questa dimostrazione vale per qualsivoglia altro parallelogrammo formato sopra qualunque altra porzione di AC maggiore di AB. Sia adesso AK minore di AB (Fig. 203.) A motivo di AB=BC, e però HD=DE, è HDLF=DEIL, onde DEIL> HMGF: Ma DEIL=DBKM, dunque DBKM> MGFH. All' uno, e all' altro si aggiunga MHAK, e si avrà MHAK+DBKM> MHAK+MGFH, cioè DHAB>FAKG. E lo stesso si dica di qualunque altro parallelogrammo formato sopra una porzione di AC minore di AB. Se i due parallelogrammi aventi un angolo alla diagonale DC (Fig. 202. 203.), de' quali uno è formato sopra una porzione di AC maggiore, e l'altro minore di AB, avranno il lato KM egualmente distante da BD, cioè BK=BK, questi due parallelogrammi saranno eguali, perchè si reciprocano le basi, e le altezze. E reciprocamente se saranno eguali avranno il lato KM egualmente distante da BD, cioè BK=BK. Eucl. l. 6. p. 27. 3.° Si può aumentare, o diminuire l'altezza, o la base di un dato parallelogrammo senza punto alterarne la superficie. Siano i due parallelogrammi ABCD (Fig. 200., 201.), che abbiano le basi ineguali CD, VX, e si voglia ridurli a basi eguali: Si prolunghi in Z la base VX, così che sia CD=VZ, e condotta ZQ eguale, e parallela ad VR, si tiri QR, con che si avrà il parallelogrammo QRVZ, a cui si iscriva la diagonale QV. Pel punto O, ove la detta diagonale taglia il lato SX si con-

(a) CXLII. *Volendosi adunque fare un rettangolo eguale a un triangolo dato* ABC [*Fig.* 199.] *basta condurre pel vertice* B *la retta* BF *parallela alla base* AC, *indi dividere per metà in* E *la base* AC, *e dal punto* E *alzare la perpendicolare* EG, *cui parallela si conduca la* CF, *e sarà il rettangolo* GECF *eguale al dato triangolo* ABC. *Che se a questo triangolo si vorrà fare eguale un parallelogrammo avente un angolo eguale al dato* PDQ, *dal punto* E *si alzi la* EH, *che con* EC *faccia un*

conduca la PT parallela a QR: Lo che fatto si avrà il parallelogrammo ZTPV eguale al parallelogrammo SRVX, e colla base VZ=CD.

315. Egli è evidente, che qualunque figura quadrilatera viene divisa dalla diagonale in due triangoli; poichè col condursi la diagonale la figura proposta viene divisa in altre due figure, le quali hanno la diagonale per lato comune, e in oltre a ciascuna competono due lati della figura divisa. Ora da ciò nascono le seguenti conseguenze.

COROLLARIO I.

316. La somma dei quattro angoli di un qualsivoglia quadrilatero è eguale a quattro retti, perchè la somma degli angoli di ciascun dei due triangoli, ne' quali si risolve, è eguale a due retti [pel num. 226.]

COROLLARIO II.

317. Che se il quadrilatero sarà iscritto al circolo, i di lui angoli opposti presi insieme saranno eguali a due retti [pel num. 190.] Eucl. l. 3. p. 22. lo che si è dedotto altrimente al num. 190. Onde se si prolungherà un lato del quadrilatero iscritto al circolo, sarà l'angolo esterno eguale all' opposto angolo del quadrilatero. Perchè poi gli angoli opposti nel Rombo, e nella Romboide, o sono maggiori, o sono minori di due retti, nè il Rombo, nè la Romboide si possono iscrivere al circolo. Per altro in qualunque parallelogrammo i due angoli contigui sono eguali a due retti [pel num. 88.]

PROBLEMA I.

318. A un dato circolo ABCD [Fig. 193.] si debba iscrivere, e circoscrivere un quadrato. Eucl. l. 4. p. 6., e 7.

319. Risol. della prima parte. Nel dato circolo si conducano pel centro i due diametri AC, BD interfecantisi ad angoli retti. Per le loro estremità A, B, C, D si conducano le quattro rette AB, BC, CD, DA, che formeranno il quadrato cercato.

320. Dim. Essendo tra loro perpendicolari i due diametri AC, BD, essi dividono il circolo in quattro parti eguali, onde i quattro punti A, B, C, D osservano fra loro eguali distanze, e però sono eguali le rette, che li congiungono: In

---

angolo eguale al proposto PDQ, *poi dal punto* C *se gli tiri parallela la* CK, *ed* EHKC *sarà il parallelogrammo cercato. Eucl. l. 1. p. 42. Se in oltre il parallelogrammo si dovrà costruire sopra una data retta* S, *dopo aver fatto il parallelogrammo* HECK *eguale al triangolo* ABC, *e avente l'angolo* HEC *eguale al proposto* PDQ, *si prolunghino le* EC, HK *in modo, che tanto* KI, *come* CL *sia eguale alla retta* S, *e si compisca il parallelogrammo* KCLI. *Si conduca la diagonale* CI, *quale si prolunghi finchè incontri in* M *la* HE *prolungata. Si compisca il parallelogrammo* HMNI, *in cui sarà* CONL *il parallelogrammo cercato, perchè egli è eguale al parallelogrammo* HECK [*pel num.* 314. 2°.], *che è eguale al dato triangolo* ABC, *e costruito sopra la proposta retta* S, *ed ha un angolo* CON *eguale al dato* PDQ, *come si doveva fare. Eucl. l. 1. p. 44. Da ciò s'intende come sopra una data retta si possa costruire un parallelogrammo eguale, ed equiangolo a un parallelogrammo dato.*

oltre ciascuno degli angoli da queste rette formati insiste al diametro, e in conseguenza è retto [pel num 191.]. Questa figura adunque, i di cui lati sono tutti eguali, e gli angoli retti è un quadrato [pel num. 306. 1.°] Lo che si doveva dim.

321. Risol. della seconda parte. Essendo condotti i due diametri AC, BD fra loro perpendicolari, si tirino per le loro estremità A, B, C, D quattro tangenti al circolo EH, HG, GF, FE, e queste formeranno il quadrato EHGF cercato.

322. Dim. Le suddette quattro tangenti essendo perpendicolari ai diametri AC, BD formanti angoli retti, esse pure si uniscono ad angoli retti, e in oltre perchè fra loro cadono perpendicolarmente i suddetti diametri, sono ai medesimi eguali. Le tangenti adunque EH, HG, GF, FE, che sono tra loro eguali, e si uniscono ad angoli retti, formano un quadrato. Lo che si doveva dim.

COROLLARIO I.

323. Se si vorrà pertanto circoscrivere un circolo a un quadrato ABCD, basterà condurre le diagonali AC, BD, e fatto centro nel punto K, ove si intersecano, coll' intervallo eguale alla metà di una di queste diagonali descrivere il circolo ABCD, che sarà il ricercato. Eucl. l. 4. p. 9.

COROLLARIO II.

324. Che se a un quadrato EHGF si vorrà iscrivere un circolo, basterà dividere per metà i quattro lati del quadrato colle rette AC, BD, e fatto centro nel loro punto d' interfezione K descrivere col raggio eguale alla metà d'una di loro un circolo, che sarà il ricercato, perchè le quattro rette KA, KB, KC, KD essendo eguali, il cerchio passa per i quattro punti A, B, C, D. Eucl. l. 4. p. 8. La retta, che dal centro si conduce perpendicolare al lato del quadrato, dicesi la di lui apotema, che è eguale alla metà del lato del quadrato, cioè KA = BE, lo che costa dal num. 60., perchè le due KA, BE cadono fra le parallele EH, BD, alle quali sono perpendicolari.

COROLLARIO III.

325. Il quadrato circoscritto al circolo è doppio del quadrato iscritto, poichè il quadrato di AC, o sia di EF, che gli è eguale, eguaglia (pel num. 270.) la somma dei quadrati di BA, BC; ma BA = BC, che sono i lati del quadrato iscritto; dunque il quadrato di FE è doppio del quadrato di BA. Per la stessa ragione il quadrato iscritto è doppio del quadrato, che si forma sul raggio del circolo. In oltre essendo EH = BD, il lato del quadrato circoscritto è eguale al diametro del circolo iscritto. (a)

TEO-

(a) CXLIII. *Da ciò si raccoglie come si possa dividere in due parti eguali un dato quadrato per modo, che una di queste parti sia un quadrato. Sia* EFGH (*Fig.* 204.) *il quadrato dato. Si dividano per metà i di lui lati nei punti* R, O, P, Q, *e*

TEOREMA V.

326. In qualſivoglia quadrilatero iſcritto al circolo il prodotto delle di lui diagonali A B, D C è eguale alla ſomma dei due prodotti di ciaſcun lato nel ſuo lato oppoſto, cioè (Fig. 155.) $AB \times DC = AD \times BC + BD \times AC$.

327. Dim. Dall' eſtremità C del lato B C ſi conduca la retta C F tale, che ne riſulti l' angolo BCF eguale all' angolo DCA, e perchè ſono eguali anche i due angoli CDA, CBA inſiſtenti allo ſteſſo arco A C, i due triangoli DCA, BCF ſono equiangoli, o ſia ſimili: Onde ſi ha $DC : AD :: BC : BF$, quindi $BF = \frac{AD \times BC}{DC}$. In oltre perchè l' angolo BCF è eguale all' angolo DCA, ſe all' uno, e all' altro ſi aggiungerà l' angolo FCE, ſarà l' angolo ACF eguale all' angolo DCB, e perchè ſono eguali anche i due angoli C A B, CDB inſiſtenti allo ſteſſo arco BC, ſono equiangoli, e però ſimili i due triangoli AFC, DCB, per lo che ſi ha $DC : AC :: BD : AF$, da cui ſi ricava $AF = \frac{AC \times BD}{DC}$. Si ſommino queſte due ritrovate equazioni, e ſi avrà $BF + FA = BA = \frac{AD \times BC + BD \times AC}{DC}$, conſeguentemente $BA \times DC = AD \times BC + BD \times AC$. Lo che ſi doveva dim.

PARTE VI.

Della miſura dell' aree delle Figure quadrilatere.

328. Baſta riflettere a quanto ho detto ai num. 212., 242. per indi dedurre la maniera di miſurare la ſuperficie delle figure quadrilatere. Si è veduto, che qualſivoglia ſuperficie riſulta da un determinato, e finito numero di elementi naſcenti, il qual numero viene eſibito dalla perpendicolare: Come del parallelogrammo A B D E (Fig. 205.) allora ſi conoſcerà la ſuperficie, quando ſi ſappia il numero degli elementi, da' quali viene compoſto. Siccome pertanto il numero di queſti elementi viene eſpreſſo dalla perpendicolare DC; però l' area del parallelogrammo ABDC ſi ha con moltiplicare l' elemento naſcente A B nella perpendicolare D C. Conſeguentemente ſi ha l' area di qualſivoglia parallelogrammo con prendere il prodotto, che naſce dal moltiplicarſi la perpendicolare, o ſia l' altezza nella baſe: Onde del parallelogrammo A B D E l' area viene eſpreſſa dal prodotto $AB \times DC$.

ſi uniſcano queſti punti con linee rette, onde ſi abbia il quadrato ROPQ, *che ſarà la metà del quadrato* EFGH. *Si faccia* $EL = EN = RQ$, *e ſi compiſca il quadrato* ELMN, *che ſarà eguale al quadrato* ROPQ, *e però ſarà la metà di* EFGH, *il quale perciò reſterà diviſo nel modo cercato.*

329. Ho detto al num. 246. come debbasi intendere questa espressione: *Moltiplicare la base nell'altezza.* E quì si osservi, che le misure devono essere omogenee all'estensione misurata: Onde siccome per misurare una estensione considerata soltanto secondo la lunghezza devesi far uso di una misura puramente lunga, come sarebbe del piede, che si prende per unità, e il di cui ripetuto numero, che ne esaurisce la proposta estensione, esibisce la misura cercata; così per misurare una superficie devesi impiegare una superficie, che sia per esempio di un piede. Ora un piede in superficie non è altro, che una estensione terminata da lati, ognuno de' quali eguagli un piede in lunghezza: Ma perchè la misura deve essere costante, e tra le figure quadrilatere il solo quadrato rinchiude una superficie costante, perchè è invariabile la posizione de' suoi lati, mentre di qualunque altro quadrilatero si varia la superficie al solo mutarsi la inclinazione de' suoi lati; però si adopera il quadrato come unità per misura comune di qualsivoglia superficie; e il numero delle volte, che un quadrato, il di cui lato sia per esempio di un piede, sarà contenuto in una proposta superficie, somministrerà la di lei cercata misura. Quando adunque si vorrà prendere la misura di una data superficie, come sarebbe di un rettangolo, bisognerà osservare quanti piedi quadrati egli contenga, e poichè questo numero di piedi quadrati risulta dal moltiplicarsi la base nell'altezza, o sia dal moltiplicarsi il numero de' piedi, che contiene la base nel numero de' piedi, che contiene l'altezza: Quindi ottimamente si dice, che l'area di un parallelogrammo è eguale al prodotto della base nell'altezza, con che in sostanza niente altro vuolsi significare, se non se, che prendendo una linea minore per misura comune della base, e dell'altezza, starà l'area del parallelogrammo all'area del quadrato, che ha una tal linea per lato, come il prodotto de' numeri esprimenti la base, e l'altezza sta all'unità.

COROLLARIO I.

330. Nel misurare adunque la superficie di un parallelogrammo non bisogna aver riguardo, che alla base, e alla perpendicolare, che ne misura l'altezza, o questa perpendicolare cada dentro, o cada fuori della di lui area: Onde se il parallelogrammo sarà un Rombo, o una Romboide, come ABCD (Fig. 196), la sua area verrà espressa dal prodotto della base DC nell'altezza AE, o BF, cioè sarà DC$\times$AE. Se sarà un quadrato, perchè in tal caso l'altezza è eguale alla base, si avrà la di lui area con moltiplicare uno de' suoi lati in se stesso: Così l'area del quadrato EFGH (Fig. 193.) è $\overline{EF}^2 = \overline{FG}^2$ ec. Se sarà un rettangolo, come ABCD (Fig. 194.), si avrà la di lui area con moltiplicare due lati contigui così AD$\times$DC, perchè mentre uno si prende per base, l'altro è l'altezza. (a) Dal

(a) CXLIV. *Mediante questo corol. si sa determinare il numero delle pietre, che sono necessarie per lastricare per esempio una Sala. Sia essa quadrata, e il lato sia di 180 piedi; le pietre poi colle quali devesi lastricare siano di mezzo piede quadrato. Se queste pietre fossero di un piede quadrato, il numero delle pietre da impiegarsi sarebbe* $\overline{180}^2 = 32400$, *ma perchè sono di mezzo piede quadrato, delle quali ve*

Dal che 1°. s'intende, che se di due date rette AB, AE (Fig. 206.) una, come la AE, sarà divisa in un qualunque numero di parti AC, CD, DE, il rettangolo delle date due linee sarà eguale alla somma dei rettangoli formati dall'intera AB in ciascuna delle parti della divisa AE, cioè $AB \times AE = AB \times \overline{AC + CD + DE}$, perchè la somma delle dette parti essendo eguale all'intera AE, egli è lo stesso moltiplicare AB in AE, che moltiplicare AB in AC+CD+DE. Eucl. l. 2. p. 1. 2°. Per la stessa ragione se una retta AB (Fig. 207.) sarà divisa in un numero *n* di parti, sarà il quadrato di questa linea eguale ai rettangoli compresi dall'intera AB in ciascuna delle sue parti, cioè $\overline{AB}^2 = AB \times \overline{AC + CD + DE + EB}$ Eucl. l. 2. p. 2. 3°. Onde se la retta AB sarà comunque divisa in E, (Fig. stessa) sarà lo stesso moltiplicare la parte AE nell'intera AB, che moltiplicare la parte AE

---

ne vogliono quattro per fare un piede quadrato [perchè supposto $= 1$ il lato delle pietre di mezzo piede quadrato, il lato di quelle di un piede quadrato è $= 2$, e però l'area delle prime è $= 1$, e l'area delle seconde $= 4$], si moltiplichi per 4 il numero 32400, e si avrà 129600, che è il numero delle pietre necessarie per lastricare la detta Sala.

CXLV. *Se poi questa Sala non sarà quadrata, ma rettangola, di cui un lato sia di 247 piedi, e l'altro di 129, e le pietre colle quali devesi lastricare siano quadrate, ed abbiano di lato un quarto di piede, nel qual caso ve ne vogliono 16 a fare un piede quadrato, si moltiplichi il 247 per 129, e ne verrà 31863, il qual numero è di piedi quadrati, per lo che se si moltiplicherà per 16, si avrà 509808, che è il ricercato numero delle pietre da impiegarsi.*

CXLVI. *E quì si osservi, che solamente rispetto al rettangolo ho detto, che per averne l'area si devono moltiplicare i due lati contigui, laddove rispetto al Rombo, e alla Romboide si deve moltiplicare la base nell'altezza, e la ragione si è, perchè quantunque il parallelogrammo obliquangolo abbia i lati contigui d'egual lunghezza, che il parallelogrammo rettangolo, cioè a dire d'egual numero di piedi, e però tanto uno, come l'altro si possa dividere in uno egual numero di spazi aventi i lati di un piede, questi spazi in uno, e nell'altro non hanno aree eguali, poichè nel parallelogrammo rettangolo saranno di un piede quadrato, ma nel parallelogrammo obliquangolo saranno minori, e ciò a motivo, che la perpendicolare, la quale sola serve di regola nelle misure è minore del lato obliquo, e però di un piede, come si può vedere nel parallelogrammo ADCB [Fig. 196.], in cui la perpendicolare AE è minore del lato AD; onde se per avere la di lui area si moltiplicasse il lato AD nel lato DC, si avrebbe un prodotto maggiore del giusto, vale a dire AE $\times$ DC.*

CXLVII. *Da questo num., e dal num. 262. si intende come debbasi operare per ridurre un quadrato ad un rettangolo. Sia PL [Fig. 266.] il lato del proposto quadrato. All'estremità P di questa retta se gli alzi perpendicolare l'indefinita AB, e dal punto P verso H si segni la retta PH, che si vuol per un lato del rettangolo da costruirsi. Dal punto H al punto L si tiri la retta HL, sit la di cui estremità L si alzi perpendicolarmente la retta LI, che tagli in I la retta AB. La retta PI sarà l'altro lato del rettangolo PQRH eguale al dato quadrato PTSL, poichè essendo PL media proporzionale tra HP, PI, si ha $\overline{PL}^2 = HP \times PI$.*

AE nelle due parti AE+EB; ma il prodotto di AE in AE+EB è eguale ad $\overline{AE}^2$ + AE X EB, cioè è eguale al quadrato della prima parte più il rettangolo della prima parte nella feconda: Quindi fe una retta farà comunque divifa in due parti, il rettangolo di tutta in una delle fue parti farà eguale al quadrato di quefta parte più il rettangolo delle due parti, nelle quali ella è ftata divifa. Eucl. l. 2. p. 3.

COROLLARIO II.

331. I parallelogrammi, che hanno la fteffa bafe, o bafi eguali, e fono fra le medefime parallele, fono eguali, come (Fig. 208.) EOQL = ADFB = CDFG, perchè effendo fra le fteffe parallele, hanno la medefima altezza. Eucl. l. 1. p. 35., e 36. Onde fe due parallelogrammi eguali avranno la fteffa bafe, o bafi eguali, avranno ancora le altezze eguali; o pure fe due parallelogrammi eguali avranno la medefima altezza, avranno eziandio le bafi eguali.

COROLLARIO III.

332. Se due parallelogrammi ineguali avranno la medefima altezza, infifteranno a bafi ineguali, e quello che è maggiore avrà bafe maggiore, e *vice verfa*. Che fe due parallelogrammi ineguali avranno bafi eguali, le loro altezze faranno ineguali, e quello farà maggiore, che avrà maggiore altezza, e *vice verfa*.

333. Veniamo adeffo al modo di mifurare un qualfivoglia trapezio. Al num. 315. abbiamo offervato, come qualunque figura quadrilatera fi può rifolvere in due triangoli mediante la diagonale condotta per gli angoli oppofti. Ora ciò fomministra il modo di mifurare un propofto trapezio. Si divida egli in due triangoli mediante la diagonale, d'ognuno de' quali fi trovi l'area giufta il num. 243., e la loro fomma farà l'area cercata del dato trapezio: Come effendo propofto il trapezio ABCD (Fig. 209.), fi divida egli mediante la diagonale AC ne' due triangoli ACB, ACD, fi mifuri l'area dell' uno, e dell' altro, e quefto aggregato darà l'area del trapezio ABCD. O pure fi conducano fu la diagonale AC dagli angoli oppofti le perpendicolari BQ, DP, e il prodotto della diagonale AC nella metà della fomma delle due perpendicolari BQ, DP farà l'area cercata, cioè $AC \times \frac{\overline{BQ+DP}}{2}$; poichè avendofi l'area del triangolo con moltiplicare la bafe nella metà dell' altezza, l'area del triangolo ACB è $AC \times \frac{BQ}{2}$, e del triangolo ACD è $AC \times \frac{DP}{2}$. Dunque l'area del trapezio ABCD effendo eguale all' area dei detti due triangoli, ella farà $AC \times \frac{\overline{BQ+DP}}{2}$. (a) Onde fe dalle eftremità A, C del-

(a) CXLVIII. *Sia per efempio la diagonale* AC [*Fig.* 209.] *di piedi* 217, *la perpendicolare* BQ *di piedi* 123, *e la perpendicolare* PD *ai piedi* 99; *farà l'area del trapezio* ABDC *eguale a* $217 \times \frac{\overline{123+99}}{2} = 217 \times 111 = 24087$ *piedi quadrati.*

della diagonale si alzeranno le due perpendicolari AF, CE, ognuna delle quali sia eguale a $\frac{BQ + DP}{2}$, indi si tiri la retta FE, sarà il rettangolo ACEF eguale al trapezio ABCD. Parimente siccome si ha l'area del triangolo con moltiplicare l'altezza nella metà della base, così si avrà l'area del trapezio con moltiplicare la somma delle due perpendicolari BQ, DP nella metà della diagonale AC, così $\frac{AC}{2} \times \overline{BQ + DP}$. Per lo che se sopra il punto estremo C, e il punto medio S della diagonale si alzeranno due perpendicolari CV, SR, ognuna delle quali sia eguale a BQ+DP, poscia si tiri la retta RV, sarà il rettangolo SRVC eguale al trapezio ABCD. Ed ecco come si può trasformare un trapezio in un rettangolo.

334. Se il trapezio avrà due lati paralleli AB, FC (Fig. 210.), si avrà la sua area con moltiplicare l'altezza AD nella metà della somma dei lati paralleli, così $AD \times \frac{\overline{AB + FC}}{2}$, perchè AD è l'altezza comune ai due triangoli AFC, ACB, ed AB, FC ne sono le basi. O pure si divida per metà in P il lato obliquo AF, e pel punto P si conduca la retta QE parallela alla perpendicolare AD, o sia al lato BC, che suppongo perpendicolare ai lati paralleli AB, FC, lo che fatto si moltiplichi la perpendicolare AD in EC, e il prodotto sarà l'area cercata, perchè il trapezio AFCB è eguale al rettangolo QECB a motivo dell'eguaglianza dei due triangoli APQ, EPF. Lo stesso si farebbe rispetto all'altro lato, qualora in vece di essere BC, egli fosse GH, così che il trapezio divenisse AFHG, la di cui area è parimente AD × EC, perchè il detto trapezio AFHG si cambia nel rettangolo QECB. (a)

PAR-

(a) CXLIX. *Sia la perpendicolare* AD [*Fig.* 210.] *di* 298 *piedi*, *il lato* AB *di* 279 *piedi*, *e il lato* FC *di* 313, *sarà l'area del trapezio* $= 298 \times \frac{279 + 313}{2} = 298 \times 296 = 88208$ *piedi quadrati*.

CL. *Sarà cosa facile ridurre a un triangolo un trapezio, che ha due lati paralleli. Sia il trapezio* ABCD [*Fig.* 226.] *da ridursi a un triangolo. Si prolunghi indefinitamente uno dei lati paralleli, come* DA, *si divida per metà in* G *il lato* AB, *e per questo punto* G *dall'angolo opposto* C *si conduca una retta, che vada a incontrare in* E *il lato* DA *prolungato. Ciò fatto sarà il triangolo* DEC *eguale al trapezio* DABC, *poichè il trapezio* DAGC *è comune all'uno, e all'altro, e i due triangoli* AGE, CGB *sono eguali*, [*pel num.* 230.] *perchè sono equiangoli a motivo delle parallele* DE, CB, *ed hanno* [*per costruzione*] *l'uno, e l'altro un lato eguale, cioè* AG=GB.

PARTE VII.

Delle figure quadrilatere simili, e delle ragioni, o proporzioni dei loro lati, e aree.

335. DEf. Figure quadrilatere simili diconsi quelle, che hanno i corrispondenti angoli eguali, e proporzionali i lati esistenti intorno agli angoli eguali.

COROLLARIO I.

336. Adunque perchè (pel num. 315.) qualsivoglia quadrilatero si può dividere mediante la diagonale in due triangoli, i quadrilateri simili si divideranno in triangoli simili ciascuno a ciascuno, e *vice versa* se due quadrilateri si potranno dividere in triangoli simili, essi saranno simili.

COROLLARIO II.

337. Onde i parallelogrammi QSOT, OPVX esistenti intorno al diametro (Fig. 201.) QV, e formati con condursi per un punto qualunque O del medesimo la retta PT parallela ai lati RQ, VZ, e la retta SX parallela ai lati QZ, RV, sono simili, perchè a motivo delle parallele RQ, PT, VZ, e QZ, SX, RV, sono equiangoli, e però simili i triangoli OQS, OVP, e QOT, OVX, ne' quali si risolvono. E siccome non solo sono simili fra loro i triangoli detti OQS, OVP, e QOT, OVX, ma ancora agli interi triangoli QVR, QVZ; così non solo fra loro, ma ancora all'intero parallelogrammo QRVZ sono simili i parallelogrammi QSOT, OPVX esistenti intorno al diametro QV. Oltre poi l'esser simili all'intero parallelogrammo QRVZ, sono ancora similmente posti i detti parallelogrammi QSOT, OPVX. Eucl. l. 6. p. 24. Per lo che due parallelogrammi QSOT, QRVZ simili, e similmente posti aventi un angolo comune RQZ, avranno i diametri su la stessa retta QV; (a) poichè con dividersi mediante la diagonale QV i due

(a) CLI. *Di questa proposizione si servono i Fisici per dimostrare, che un corpo* A [*Fig.* 227.] *sollecitato da due forze secondo due diverse direzioni espresse dai lati* AB, AC *di un parallelogrammo, egli deve percorrerne la diagonale* AD; *poichè se il corpo* A *fosse sollecitato da una sola forza secondo la direzione* AB, *dopo un certo tempo egli giungerebbe per esempio in* d: *E se fosse spinto con una sola forza secondo la direzione* AC, *dopo egual tempo egli sarebbe arrivato in* f: *Ma perchè le due forze agiscono nel medesimo tempo, e benchè cospiranti, pure sollecitano il corpo verso diverse parti, però nè all'una, nè all'altra deve il corpo adequatamente obbedire, ma parzialmente all'una, e all'altra. Ora il punto, che soddisfa all'una, e all'altra è il punto* n; *dunque dopo il detto tempo ivi devesi il corpo trovare: di fatto se pel punto* d *si condurrà una retta parallela ad* Af, *e dal punto* f *una retta parallela ad* Ad, *queste rette, che rappresenteranno le celerità, le direzioni, e gli spazj percorsi, concorreranno nel punto* n, *il qual punto* n *è su la diagonale, perchè a motivo dell'anzidetto parallelismo si viene a formare il parallelogrammo* Adnf, *che è simile al parallelogrammo* ABDC, *e col medesimo ha comune l'angolo* A. *Vale lo stesso per tutti gli altri punti* m *ec.*

due parallelogrammi nei triangoli QSO, QRV, e QOT, QZV essendo (per ipotesi) QS: QR:: QO: QV, o sia QS: QS + SR:: QO: QO + OV: Ma QS, QO sono due lati del primo triangolo QOS, e QS + SR è un lato omologo del secondo triangolo QVR; dunque QO + OV è l'altro lato omologo del medesimo. Ora il lato QS cade sopra il lato omologo QR, dunque anche il lato QO deve cadere sopra il lato omologo QV, conseguentemente i due parallelogrammi QSOT, QRVZ simili, e similmente posti, e aventi un angolo comune RQZ hanno i diametri sopra la stessa retta QV. Eucl. l. *6.* p. *26.*

338. La proporzione esposta al num. 328., in cui si è trovato, che l'area di qualsivoglia parallelogrammo è eguale al prodotto nato dal moltiplicarsi la base nell' altezza, è il fondamento dei seguenti Corollarj.

COROLLARIO I.

339. I parallelogrammi stanno fra loro in ragione composta delle rispettive basi, e altezze.

COROLLARIO II.

340. Se due parallelogrammi ineguali avranno eguali le altezze, essi staranno fra loro in ragione delle basi (a); e se avranno le basi eguali, staranno fra loro in ragione delle altezze. Eucl. l. *6.* p. 1. p. 2. Reciprocamente i parallelogrammi, che stanno fra loro in ragione delle basi, hanno le altezze eguali; e se stanno in ragione delle altezze, hanno eguali le basi.

(a) CLII. *Dipende da ciò la maniera di dividere un parallelogrammo secondo una data ragione. Debbasi dividere il parallelogrammo* ABCD [*Fig.* 228.] *in ragione di* BF: FC, *secondo la qual ragione suppongo divisa la base del parallelogrammo. Dal punto* F *si conduca la retta* FG *parallela ad* AB, *nel qual modo resterà diviso il parallelogrammo* ABCD, *come si cercava, cioè* ABFG: GFCD:: BF: FC. *Che se si dovrà dividere bensì il parallelogrammo* ABCD *nella ragione di* BF: FC, *ma il punto da cui devesi condurre la retta dividente non sia* F, *ma* E, *in tal caso si conduca pel punto* F *la retta* FG, *come poc' anzi si è fatto; indi si divida questa* FG *per metà nel punto* I, *e pei due punti* E, I *si tiri la retta* EH, *la quale dividerà il parallelogrammo* ABCD, *nella proposta ragione, cioè sarà* ABEH: HECD:: BF: FC, *stante che i due triangoli* HIG, FIE *sono eguali, poichè hanno due lati eguali, cioè* FI = IG, *e sono equiangoli a motivo delle parallele* AD, BC, *onde è* ABFG = ABEH, *ed* FGDC = HECD.

CLIII. *Qualora sia proposto da dividersi secondo una data ragione di* FE: ED [*Fig.* 229.] *un trapezio* ACDF, *di cui due lati* AC, FD *siano paralleli, si dividano questi due lati nei punti* E, B *secondo la cercata ragione, e si conduca la retta* BE, *la quale dividerà il trapezio nella ragione richiesta, cioè sarà* AFEB: BEDC :: FE: ED; *perchè* [*pel num.* 334.] *le aree di questi trapezj risultando dal prodotto della perpendicolare nella metà della somma dei lati paralleli, siccome i trapezj* AFEB, BEDC *hanno la stessa perpendicolare, però essi stanno fra loro come la metà della*

COROLLARIO III.

341. I parallelogrammi eguali, che hanno le altezze, e le basi ineguali, si reciprocano le altezze, e le basi; e se si reciprocano le basi, e le altezze, essi sono eguali (pel num. 491. del I. Tomo).

COROLLARIO IV.

342. Che se i parallelogrammi eguali avranno un angolo eguale, essi si reciprocheranno i lati contigui all' angolo eguale per la stessa ragione del num. 291. Eucl. l. 6. p. 14. p. 1. E se si reciprocano i lati contigui a un angolo eguale, sono eguali. Eucl. l. 6. p. 14. p. 2. E però staranno fra loro in ragione composta de' lati contigui all' angolo eguale, qualora tra loro non siano eguali.

Il seguente Corollario considera le rette divise in estrema, e media ragione.

COROLLARIO V.

343. Con dividersi un parallelogrammo BYKD (Fig. 211.) giusta il num. 314., essendo eguali i parallelogrammi HFGY, AFED non traversati dalla diagonale, essi perciò hanno i lati reciprocamente proporzionali, cioè HF: AF:: FE: FG. Ora 1°. la proporzione dei lati di questi due parallelogrammi eguali somministra la maniera di dividere una data retta AG in modo, che tutta la AG stia alla di lei parte maggiore AF, come questa stessa parte maggiore sta alla minore FG, lo che dicesi dividere una retta in estrema, e media ragione. Su la data AG si formi il quadrato AGYB, e si divida per metà in C il lato AB: Si conduca la retta CG, indi si faccia $CG = CD$. Poichè si è divisa per metà in C la retta AB, e vi si è aggiunta la AD, si ha (pel num. 277. 4°) $BD \times AD + \overline{AC}^2 = \overline{CD}^2 = \overline{CG}^2$; ma (pel num. 270.) $\overline{CG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AG}^2$, dunque facendosi la sostituzione di questo valore ne viene $BD \times AD + \overline{AC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AG}^2$, e però $BD \times AD = \overline{AG}^2$, cioè $BDEH = AGYB$, dai quali levando il parallelogrammo comune AFHB, resteranno eguali i due parallelogrammi AFED, FHYG. E perchè $HF = BA = AG$ (per costruzione), quindi il rettangolo FHYG è eguale al prodotto dell'intera AG nella parte minore FG, e il rettangolo AFED è eguale al quadrato della parte maggiore AF. Dunque la data AG è stata divisa nel punto F come si cercava, mentre si ha AG: AF:: AF: FG. Eucl. l. 2. p. 11., e l. 6. p. 30. 2°. Qualora pertanto una retta sarà divisa in modo, che il rettango-lo

---

somma dei lati paralleli; ma [per costruzione] questi lati paralleli sono divisi nella stessa ragione, onde si ha $AFEB : BEDC :: \frac{AB + FE}{2} : \frac{BC + ED}{2} :: AB + FE : BC + ED :: AB : BC :: FE : ED$.

lo dell'intera nella sua parte minore sia eguale al quadrato della parte maggiore, essa sarà divisa in estrema, e media ragione. 3°. Quindi essendo $\overline{AF}^2 = AG \times FG$, o sia $\overline{AF}^2 = \overline{AF+FG} \times FG$ (perchè $AG = AF + FG$), se si moltiplicherà l'uno, e l'altro membro di questa equazione per 2, indi vi si aggiunga $\overline{AF}^2$, si avrà $3\overline{AF}^2 = \overline{AF}^2 + 2AF \times FG + 2\overline{FG}^2$: Ma $\overline{AF}^2 + 2AF \times FG + \overline{FG}^2 = \overline{AG}^2$; dunque sostituendosi questo valore ne verrà $3\overline{AF}^2 = \overline{AG}^2 + \overline{FG}^2$, cioè a dire se una retta sarà divisa in estrema, e media ragione, sarà il di lei quadrato più il quadrato della parte minore triplo del quadrato della parte maggiore. Eucl. l. 13. p. 5. 4°. Che se la retta AG, che è stata divisa in F in estrema, e media ragione, si intenderà divisa per metà in BM, onde sia $AG = 2AM$, la parte minore FG sarà $= 2AM - AF$, conseguentemente sarà $\overline{AF}^2 = 2AM \times \overline{2AM - AF} = 4\overline{AM}^2 - 2AM \times AF$, e però $\overline{AF}^2 + 2AM \times AF = 4\overline{AM}^2$, e aggiugnendosi a un membro, e all'altro il quadrato della metà della retta AG, cioè $\overline{AM}^2$, ne viene $\overline{AF}^2 + 2AM \times AF + \overline{AM}^2 = 5\overline{AM}^2$. Ora $\overline{AF}^2 + 2AM \times AF + \overline{AM}^2$ è il quadrato di $AF + AM$, vale a dire della metà della data retta più la parte maggiore delle due, nelle quali è stata divisa in estrema, e media ragione; dunque il quadrato dell'aggregato della metà della linea data, e della di lei parte maggiore è eguale al quintuplo del quadrato della sua metà, cioè $\overline{AM+AF}^2 = 5\overline{AM}^2$. Eucl. l. 13. p. 1. Reciprocamente se una retta AG, la di cui metà è AM, sarà divisa inegualmente in F, onde si abbia $\overline{AF}^2 + 2AM \times AF + \overline{AM}^2 = 5\overline{AM}^2$, questa retta sarà divisa in F in estrema, e media ragione, e la parte maggiore AF sarà la media, poichè da ambi i membri della precedente equazione levandosi il quadrato di AM, resterà $\overline{AF}^2 + 2AM \times AF = 4\overline{AM}^2$, o sia $\overline{AF}^2 = 4\overline{AM}^2 - 2AM \times AF$, da cui si ricava $2AM : AF :: AF : 2AM - AF$, o sia $AG : AF :: AF : FG$, che è il carattere della divisione in estrema, e media ragione. Eucl. l. 13. p. 2. Quanto ho detto dell'intera AG rispetto alla parte maggiore AF vale egualmente della stessa parte maggiore AF rispetto alla minore FG. Si divida la parte maggiore AF per metà in Q, e si avrà $\overline{AQ+FG}^2 = 5\overline{AQ}^2$, poichè (per ipotesi) è $\div 2AQ + FG : 2AQ : FG$, e però $2AQ \times FG + \overline{FG}^2 = 4\overline{AQ}^2$, e aggiungendo $\overline{AQ}^2$ a un membro, e all'altro, ne nasce $\overline{AQ}^2 + 2AQ \times FG + \overline{FG}^2 = 5\overline{AQ}^2$, cioè $\overline{AQ+FG}^2 = 5\overline{AQ}^2$. Eucl. l. 13. p. 3. 5°. Oltre la retta AG siavi un'altra retta NR (Fig. 212.) divisa per metà in P, e in estrema, e media ragione nel punto Q: Siccome rispetto alla retta AG si ha $\overline{AM+AF}^2 = 5\overline{AM}^2$, così rispetto alla retta NR si ha $\overline{NP+NQ}^2 = 5\overline{NP}^2$, con-

conſeguentemente $\overline{AM}^2 : \overline{AM+AF}^2 :: \overline{NP}^2 : \overline{NP+NQ}^2$, o ſia AM: AM + AF:: NP: NP + NQ, e dividendo AM: AF:: NP: NQ, e con prendere il doppio di AM, e di NP, ſi trova AG: AF:: NR: NQ: Ma (per ipoteſi) ∺ AG: AF: FG, e ∺ NR: NQ: QR; quindi in vece delle due ragioni AG: AF, e NR: NQ ſoſtituendoſi le loro eguali AF, FG, e NQ: QR, ſi avrà AF: FG:: NQ: QR, con che reſta dimoſtrato, che con dividerſi due date rette in eſtrema, e media ragione, eſſe reſtano diviſe proporzionalmente. Eucl. l. 14. p. 2. 6°. Eſſendo $\overline{AM+AF}^2 = 5\overline{AM}^2$ abbaſtanza ſi vede, che le parti di una linea diviſa in eſtrema, e media ragione ſono incommenſurabili, (pel n. 897. T. I.) poichè eſſendo $\overline{AM+AF}^2 : \overline{AM}^2 :: 5 : 1$, e il numero 5 non eſſendo un numero quadrato, non lo è neppure $\overline{AM+AF}^2$, conſeguentemente AM + AF è irrazionale: Ma la retta data AG eſſendo razionale, la ſua metà AM è pure razionale; biſogna adunque che la parte maggiore AF ſia incommenſurabile, e tale ſia per conſeguenza anche la parte minore FG, mentre ſe eſſa foſſe razionale, lo ſarebbe ancora la AF: Eucl. l. 13. p. 6. Ond'è, che queſta propoſizione 11. del l. 2. d'Euclide non ſi può applicare ai numeri, come applicare ſi poſſono le prime dieci dello ſteſſo libro. 7°. Quindi (Fig. 211.) la parte maggiore AF è incommenſurabile tanto in ſe ſteſſa, come in potenza coll'intera propoſta retta AG (pel num. 913. del I. Tomo), poichè è ∺ AG: AF: FG, ed FG è incommenſurabile. 8°. E perchè eſſendo dato un triangolo iſoſcele ACB (Fig. 213.), il quale abbia gli angoli alla baſe doppj dell' angolo al vertice CAB, ſe ſi dividerà per metà uno degli angoli alla baſe, come l'angolo ACB colla retta CD, ne naſce un nuovo triangolo DCB ſimile al triangolo dato ACB, mentre eſſendo per ipoteſi l'angolo ACB doppio dell' angolo CAB, coll'eſſerſi diviſo per metà, ne riſulta l'angolo DCB eguale all' angolo CAB, e l'angolo CBA è comune a tutti due i triangoli; dunque anche l'angolo CDB è eguale all' angolo ACB; per lo che ancora il triangolo ADC è iſoſcele, ſtante che (per coſtruzione) l'angolo DCA è eguale all' angolo CAD, e però il lato CD è eguale a DA = CB. E ſtando ciò, la retta CD, che divide per metà l' angolo alla baſe ACB, divide eziandio il lato oppoſto AB nel punto D in eſtrema, e media ragione: Poichè ſtante la ſimilitudine dei due triangoli ACB, DCB, ſi ha AB: BC (= AD):: BC: DB, vale a dire ∺ AB: AD: DB, che è il carattere della diviſione in eſtrema, e media ragione. 9°. Ora da ciò ricavaſi il modo di deſcrivere un triangolo iſoſcele, che abbia ciaſcuno degli angoli alla baſe doppio dell' angolo al vertice. Si prenda comunque una retta AB (Fig. ſteſſa), la quale ſi divida in eſtrema, e media ragione nel punto D, e fatto centro nei punti D, B coll'intervallo AD ſi deſcrivano due archi interſecantiſi nel punto C. Dai punti A, D, B ſi conducano al punto C le rette AC, DC, BC, e ſi avrà BC = DC = AD, onde i due triangoli ADC, DCB ſaranno iſoſceli: Ma avendoſi (per coſtruzione) ∺ AB: AD: DB, ſe in luogo di AD ſi ſoſtituirà il ſuo eguale BC, ſi avrà AB: BC:: BC: BD; onde i due triangoli ACB, DCB ſono ſimili, e inoltre ſono iſoſceli, perchè tale è (per coſtruzione) il triangolo DCB. Pel num. poi 226. 10°. l' angolo eſterno BDC è eguale ai due interni oppoſti DAC + ACD, che ſono eguali a motivo, che il triangolo ADC è iſoſcele. Dunque l'angolo DBC eguale all' angolo BDC è doppio dell' angolo BAC, conſeguentemente il triangolo BAC è il ricercato. Eucl. l. 4. p. 10. Che ſe in vece d'eſſere dato un lato AB

del

del detto triangolo isoscele da costruirsi, sarà data la di lui base BC, si operi così: Sopra CB, come uno dei lati eguali, si costruisca nella maniera detta pur ora il triangolo isoscele CDB, in cui ciascun angolo alla base sia doppio dell'angolo al vertice DCB; poscia si prolunghi la base BD in A, finchè sia DA = DC. Dal punto A al punto C si conduca la retta AC, e il triangolo ACB avente la base BC sarà il ricercato. 10°. Se alla linea NR (Fig. 212.) divisa in Q in estrema, e media ragione si aggiungerà la retta NS eguale alla parte maggiore NQ, questa nuova linea SR sarà divisa in estrema, e media ragione nel punto N; poichè essendo (per ipotesi) ∹ NR: NQ: QR, sarà permutando NQ: NR:: QR: NQ e componendo NQ + NR: NR:: QR + NQ: NQ: Ma NQ + NR = SR, e QR + NQ = NR, ed NQ = NS; dunque ∹ SR: NR: NS. Eucl. l. 13. p. 4. 11°. Che se dalla parte maggiore AB (Fig. 214.) della retta AC divisa in B in estrema, e media ragione si leverà la parte minore BC, resterà la retta DC divisa in B in estrema, e media ragione, in cui è AB — BC = DB, e AB = DC. Essendo (per ipotesi) BC: AB:: AB: AC, si ha permutando AB: BC:: AC: AB, e dividendo AB — BC: BC:: AC — AB: AB, cioè DB: BC:: BC: DC. 12°. Quindi essendo proposta una retta divisa in estrema, e media ragione, se ne possono trovare infinite altre continuamente più grandi, o continuamente più piccole divise istessamente in estrema, e media ragione.

COROLLARIO VI.

344. I quadrilateri simili stanno fra loro in ragione composta di due lati contigui ad uno degli angoli eguali, perchè i loro lati omologhi stanno nella stessa ragione delle perpendicolari. Eucl. l. 6. p. 23. Onde stando fra loro i lati omologhi nella medesima ragione, i quadrilateri simili stanno fra loro in ragione duplicata di due lati omologhi, o sia come i quadrati di due lati omologhi. Quanto poi ai quadrilateri simili, siccome essi si risolvono in triangoli simili, e i vertici dei corrispondenti angoli nei triangoli simili essendo punti similmente posti rispetto agli stessi triangoli (pel num. 252.); però i vertici dei corrispondenti angoli nei quadrilateri simili sono punti similmente posti rispetto a questi quadrilateri, e in conseguenza rispetto ai loro lati.

TEOREMA VI.

345. Se i lati di un quadrilatero ABCD (Fig. 215.) si taglieranno nei punti E, F, G, H in modo, che sia AB: AC:: AE: AF, e DB: DC:: DH: DG, le quattro rette EF, FG, GH, HE, che si condurranno pei detti quattro punti, formeranno un parallelogrammo EFGH.

Dim. Si conducano le diagonali AD, BC; poichè i lati AB, AC del triangolo ABC sono divisi (per costruzione) proporzionalmente dalla retta EF, essa è parallela (pel num. 253.) alla diagonale BC, cui pure per la stessa ragione è parallela la retta HG: dunque (pel num. 54.) le due EF, HG sono parallele. Nello stesso modo si dimostrano parallele le due rette EH, FG. Dunque il quadrilatero EFGH è un parallelogrammo (pel num. 305.). Lo che si doveva dim.

346. Si è trovato al num. 265., che nel triangolo rettangolo ciascuno dei lati esistenti intorno all'angolo retto è medio proporzionale tra l'ipotenusa, e il segmento dell'ipotenusa contiguo a tale lato; onde è, che il lato del quadrato iscritto

to al circolo è medio proporzionale fra il diametro, e semidiametro di questo circolo, cioè (Fig. 216.) ∺ AB: AD: AC. Che se dall' estremità A del diametro si tirerà una retta a un qualunque punto del quadrante BFD, come sarebbe la retta AF, sarà il lato AD del quadrato iscritto medio proporzionale fra tale AF, e la porzione AG intercetta fra il punto A, e il diametro DH, cioè ∺ AF: AD: AG: Imperocchè sono simili i due triangoli AGD, AFD, essendo l'angolo A comune a tutti due i triangoli, l'angolo AFD avente per misura la metà dell'arco AD è eguale all'angolo GDA, che ha per misura la metà dell' arco AH eguale all'arco AD, onde resta il terzo angolo DGA eguale al terzo ADF. Per lo che se fatto centro in A coll'intervallo AD si descriverà l'arco DOE, egli taglierà in O la retta AF, mercè cui sarà ∺ AF: AO: AG. Il quadrante BH somministrerà le stesse proporzioni, che dà il quadrante BD. Se poi dal punto A si condurrà una retta, che passi per un qualunque punto del quadrante AD, e vada a terminare al diametro HD prolungato, come sarebbe la AS, si avrà ∺ AV: AD: AS, cioè il lato del quadrato iscritto è medio proporzionale tra l'intercetta fra il punto A, e il diametro prolungato, e fra l'intercetta tra lo stesso punto A, e il quadrante AD; e ciò a motivo dei triangoli simili ADS, ADV.

TEOREMA VII.

347. In qualsivoglia quadrilatero ACBD (Fig. 155.), che si possa iscrivere al circolo, una diagonale, come AB taglierà l'altra DC in parti CE, DE proporzionali ai prodotti AC$\times$BC, AD$\times$BD dei lati adjacenti alla diagonale divisa, cioè AC$\times$BC: AD$\times$BD:: CE: DE.

348. Dim. Essendo simili i due triangoli AEC, DEB, mentre gli angoli verticalmente opposti in E sono eguali (pel num. 83.), i due angoli EAC, BDE insistono al medesimo arco BC, e i due angoli ECA, DBE insistono allo stesso arco DA, si ha CE: BE:: AC: DB; e dai due triangoli CEB, AED per la stessa ragione simili si ha BE: DE:: BC: AD. Quindi moltiplicando fra loro i corrispondenti termini di queste due proporzioni, ne viene CE$\times$BE: BE$\times$DE:: AC$\times$BC: AD$\times$DB, e però CE: DE:: AC$\times$BC: AD$\times$DB. Lo che si doveva dim.

DEI POLIGONI.

PARTE VII.

Delle diverse spezie, e proprietà dei Poligoni.

349. DEf. I. Qualunque figura piana terminata da più lati chiamasi con nome generale Poligono: E quantunque sorto a questo nome cadano tutte le figure piane cominciando dai triangoli, comunemente però soglionsi chiamare con tal nome le figure aventi più di quattro lati. Secondo la posizione, il numero, l' eguaglianza, e ineguaglianza dei lati, e degli angoli, diverse distinguonsi le spezie dei poligoni. Se il poligono ha cinque lati, con nome proprio dicesi Pentagono; se ne ha sei, Esagono; se sette Eptagono; se otto Ottagono: se nove Enneagono; se dieci Decagono; se undici Undecagono; se dodeci Dodecagono ec. Chiamansi della medesima spezie tutti i poligoni, che hanno un egual numero di lati.

350.

350. Def. 2. Quei poligoni diconsi regolari, i quali hanno tutti gli angoli, e tutti i lati eguali, e similmente posti; tale è il pentagono della Fig. 217., e l'esagono della fig. 218.: Se questi poligoni hanno tutti gli angoli alla periferia del circolo, come l'esagono della fig. 218., diconsi iscritti al medesimo; che se co' loro lati toccano la periferia del circolo, si dicono circoscritti, come il pentagono della fig. 217. Il punto A, che è il centro del circolo, cui è iscritto, o circoscritto il poligono, si chiama il centro del poligono.

COROLLARIO.

351. Ond'è, che i lati del poligono iscritto cadono tutti interamente dentro il circolo, e ne sono altrettante corde; tutti poi i lati del poligono circoscritto cadono affatto fuori del medesimo, e però gli diventano altrettante tangenti: Quindi si scorge in primo luogo, che un poligono circoscritto è maggiore, e un poligono iscritto è minore del circolo, cui sono iscritti, e circoscritti. 2°. Di due poligoni circoscritti aventi inegual numero di lati, siccome i lati di quello, che ne ha un numero maggiore, cadono dentro i lati dell'altro poligono, che ne ha un numero minore, egli è dunque evidente, che il poligono avente un maggior numero di lati è minore di un altro, che ne ha un numero minore: Potendosi pertanto accrescere all'infinito il numero dei lati del poligono circoscritto, tale poligono si può accostare infinitamente al circolo, cui è circoscritto: E per altra parte di due poligoni iscritti aventi inegual numero di lati, poichè i lati di quello, che ne ha un numero minore cadono dentro i lati dell'altro, che ne ha un numero maggiore, perciò questo secondo è maggiore del primo, e tanto maggiore sarà il poligono iscritto, quanto più crescerà il numero de' suoi lati; per lo che coll'accrescersi all'infinito il numero de'lati del poligono iscritto, infinitamente pure si accosterà egli al circolo, cui è iscritto. 3°. Ora perchè il numero de'lati di due poligoni iscritti, e circoscritti si può accrescere a segno, che la differenza de' loro lati diventi minore di qualunque assegnabile, ben si vede, che in questo caso nè il poligono iscritto, nè il circoscritto differirà dal circolo, poichè non differendo tra loro, mentre (per ipotesi) non cade fra essi differenza assegnabile, molto meno potrà l'uno, o l'altro differire dal circolo. 4°. Onde è, che il circolo si può considerare come un poligono regolare, i di cui lati siano infinitamente piccoli, o sia minori di qualsivoglia quantità assegnabile. (a)

352.

(a) CLIV. *Da ciò s'intende, come l'angolo del contatto, che [pel num. 132.] non può essere diviso da alcuna linea retta, possa poscia essere diviso [giusta il num. 143.] da infinite periferie, che tutte toccano la tangente* MB [*Fig.* 54.] *nel solo punto* A: *Imperocchè essendo il circolo un poligono di una infinità di lati infinitamente piccoli, tutti i cerchj sono poligoni regolari della stessa spezie, fra quali non v'ha altro divario, se non che i circoli più grandi hanno i lati infinitamente piccoli più grandi de' lati infinitamente piccoli de' cerchj minori: E poichè la tangente non è altro, che uno di questi lati infinitamente piccoli prolungato da una parte, e dall'altra, mentre pel punto* A [*che si considera come uno di questi lati infinitamente piccoli*], *si fanno passare infinite periferie, ciò è lo stesso, che rendere comune a tutte queste peri-*

352. Def. 3. La perpendicolare AH (Fig. 218.), che dal centro del poligono si conduce a un lato del medesimo, chiamasi l'Apotema di questo poligono.

COROLLARIO I.

353. Quindi perchè i lati del poligono circoscritto sono tangenti del circolo, e (pel num. 129.) la retta, che dal centro del circolo si conduce perpendicolare alla tangente va al punto del contatto, però l'apotema del poligono circoscritto è eguale al raggio del circolo: (a) Ma nel poligono iscritto, i di cui lati cadono interamente dentro al circolo (pel num. 351.), l'apotema è minore del raggio del circolo. Nello stesso poligono poi tutte le apoteme sono eguali.

COROLLARIO II.

354. Essendo che [pel num. 113.] la corda di un arco maggiore dista meno dal centro. che la corda di un arco minore, e quanto maggior numero di lati ha il poligono, il suo lato è la corda di un arco sempre minore [suppongo che questi poligoni siano iscritti al medesimo circolo], però l'apotema di un poligono avente un maggior numero di lati è maggiore dell'apotema di un altro poligono, che abbia un minor numero di lati.

355. Def. 4. L'angolo formato da due rette, che partendo dal centro del poligono vanno alle estremità di un lato, dicesi angolo al centro, come FAE [Fig. 218.]; e quelli diconsi angoli del poligono, che sono formati dai di lui lati.

COROLLARIO I.

356. Onde siccome a qualunque poligono regolare si può circoscrivere un circolo, le rette che dal centro si conducono agli angoli del poligono sono tutte eguali, poichè raggi dello stesso circolo; e siccome il poligono regolare ha tutti i lati eguali (pel num. 350.), però se dal centro del poligono regolare si condurranno le rette a tutti i di lui angoli, egli resterà diviso in altrettanti triangoli isosceli, e perfettamente eguali, quanti sono i lati del poligono, cioè (Figura 218.) EFA $=$ AFG, $=$ GAB ec.

CO-

---

serie un medesimo lato infinitamente piccolo, il quale per altro sarà nel suo ordine più grande, o più piccolo, secondo che il lato del di lui cerchio sarà maggiore, o minore, e soltanto allora diverrà una quantità finita quando il raggio del suo circolo sarà infinitamente grande.

(a) CLV. *Dovendosi adunque iscrivere il circolo a un poligono ordinato, se ne determini primieramente il centro giusta il num.* XXXIV. *poscia si conduca l'apotema, che sarà il raggio del circolo da iscriversi al proposto poligono. E perchè i poligoni regolari iscritti hanno tutti gli angoli alla periferia del circolo [pel num. 350.], se a un poligono regolare iscritto si dovrà circoscrivere un circolo, se ne determini prima il centro giusta il num. stesso, indi da questo centro a un angolo qualunque del poligono si tiri una retta, che sarà il raggio del circolo da circoscriversi. Eucl. l. 4. p. 13., e 14.*

COROLLARIO II.

357. Le apoteme poi essendo perpendicolari ai lati del poligono, esse li dividono per metà [pel num. 145.); conseguentemente se dopo aver diviso nel modo anzidetto il poligono in triangoli, si condurranno le apoteme, ciascun dei detti triangoli verrà diviso dall'apotema in due triangoli rettangoli, ed eguali, cioè il triangolo AHE eguale al triangolo AHD ec.

COROLLARIO III.

358. Dividendosi pertanto (giusta il num. 356.] il poligono in altrettanti triangoli, quanti sono i di lui lati; e la somma degli angoli del poligono essendo eguale alla somma degli angoli di questi triangoli meno la somma di quelli, che sono al centro, siccome gli angoli di ciascun triangolo sono eguali a due retti (pel num. 226.) e la somma degli angoli al centro del poligono è eguale a quattro retti [pel num. 81.]; però la somma di tutti gli angoli di un poligono è eguale a due volte tanti angoli retti meno quattro, quante ne mostra il numero de' lati del poligono; per lo che se sarà $= n$ il numero de' lati del poligono, la somma de' gradi dei di lui angoli sarà $180 \times n - 360$, o sia $180 \times \overline{n-2}$.

COROLLARIO IV.

359. E però la somma di tutti gli angoli esterni del poligono, cioè (Fig. 218.) FEK, EDK, DCQ ec. è eguale a quattro retti, poichè la somma dell'angolo esterno coll' interno essendo eguale a due retti (pel num. 79.), la somma degli angoli interni, ed esterni del poligono è eguale a due volte tanti retti, quanti sono i lati del poligono; ma la somma degli angoli interni (pel num. 358.) è eguale a due volte tanti retti meno quattro quanti sono i lati del poligono, dunque se dalla somma degli esterni, e interni si leverà la somma degli angoli interni, resterà la somma degli angoli esterni eguale a quattro retti.

COROLLARIO V.

360. E perchè qualsivoglia figura rettilinea si può risolvere in altrettanti triangoli, quanti sono i di lei lati, per mezzo di rette, che partendo da un punto preso dentro la di lei area vadano agli angoli, come nella Fig. 219., quindi rendesi universale tanto il num. 358, come il 359 per qualsivoglia poligono; conseguentemente la somma degli angoli esterni di qualsivoglia poligono, sia egli di 3, di 4, di 100, di 1000 ec. lati, è sempre eguale a quattro retti.

COROLLARIO VI.

361. Siccome poi la somma degli angoli al centro del poligono è eguale a quattro retti, cioè a 360 gradi, e il numero de' triangoli, ne' quali si risolve il poligono è eguale al numero dei di lui lati; e nel poligono regolare essendo eguali tra loro tutti questi triangoli, eguali sono pure tutti i loro angoli al centro:

Per lo che essendo dato il numero de' lati di un poligono regolare, sarà facil cosa il determinarne l'angolo al centro, niente altro richiedendosi, che dividere il 360 pel numero de' lati del poligono, onde se farà $= n$ il numero di questi lati, il numero de' gradi dell'angolo al centro farà $= \frac{360}{n}$. E poichè dei triangolí, ne' qualí si risolve il poligono regolare, ciascuno dei due angoli alla base è la metà dell'angolo del poligono, però la somma dei due angoli alla base darà l'angolo del poligono; per la qual cosa si troverà l'angolo del poligono, del quale sia dato il numero de' lati $= n$, con sottrarre da 180, somma dei tre angoli del triangolo, il numero de' gradi dell'angolo al centro, che perciò farà $= 180 - \frac{360}{n}$ $= \frac{180}{n} \times \overline{n-2}$ (a). Dal che si raccoglie, che in tutti i poligoni regolari la grandezza degli angoli è determinata unicamente dal numero de' lati, conseguentemente tutti i poligoni regolari della medesima spezie sono equiangoli, poichè hanno lo stesso numero di lati.

CO-

---

[a] CLVI. *Stante ciò si risolve facilmente il quesito, in cui vien proposto di determinare quali siano le spezie de' poligoni regolari, de' quali se ne può unire un certo numero per modo, che concorrano con uno de' loro angoli in un punto senza lasciare spazio vacuo. Siccome per ottener ciò bisogna, che gli angoli, che devonsi disporre intorno a un punto facciano quattro retti* [*pel num.* 81.], *cioè* 360 *gradi, quindi ben si vede, che quei soli poligoni regolari servir possono, de' quali l'angolo moltiplicato per un numero intero dà* 360 *gradi, nel qual caso il numero intero, che moltiplica il* 360 *determina il numero de' poligoni da unirsi insieme. Ciò essendo abbastanza si scorge, che i soli triangoli equilateri, i quadrati, e gli esagoni possono servire, vale a dire ciò si ottiene con sei triangoli equilateri, come nella Fig:* 218.; *con quattro quadrati, che sono* AKBE, CKBF, CKDG, AKDH [Fig. 193.], *e con tre esagoni* [Fig. 230.].

CLVII. *Sapendosi determinare l'angolo al centro di qualsivoglia poligono regolare, è cosa facile iscrivere, o circoscrivere a un circolo dato* HBF [Fig. 231.] *un cercato poligono regolare. Si determini l'angolo al centro, che deve competere al poligono da iscriversi, o circoscriversi; e dal centro A, mediante il semicircolo, o pure con avere in prima divisa la periferia del circolo in* 360 *gradi, si conducano i raggi* AB, AF, *che taglino dalla circonferenza l'arco* BF *di tanti gradi, quanti ne richiede l'angolo al centro del poligono: Si tiri la corda* BF, *che sarà il lato del cercato poligono iscritto: Onde ripetendo l'iscrizione di questa corda al circolo, finchè sia esaurito, si otterrà il bramato poligono. Essendosi trovato nel modo detto il lato del poligono iscritto, si passerà a trovare il lato del poligono circoscritto della medesima spezie così: Si prolunghino i raggi* AB, AE, *e alla corda* BF *si conduca perpendicolare il raggio* AE, *alla cui estremità* E *si tiri la tangente* CG, *che cada fra i raggi prolungati* AC, AG, *e questa tangente* CG *sarà il lato del poligono da circoscriversi. Per compiere questo poligono, si conducano dal centro per tutti gli angoli del poligono iscritto altrettanti raggi, de' quali ognuno sia eguale ad* AC $=$ AG: *Si congiungano le loro estremità con altrettante rette, e*

COROLLARIO VII.

362. Giusta la data determinazione dell'angolo al centro si trova, che l'angolo al centro dell'esagono regolare è $= \frac{360}{6} = 60$ gradi; e perchè in ciascuno dei triangoli FAE, FAG ec. Fig. 218, la somma degli altri due angoli alla base è $180 - 60 = 120$, e questi due angoli alla base sono eguali (pel num. 356.); dunque anche ciascun di loro è di 60 gradi, onde ognuno de' detti triangoli è equilatero (pel num. 228.); e però il lato dell'esagono iscritto è eguale al raggio del circolo. Quindi una corda, che sia eguale al raggio del circolo sostenta un arco, che è la sesta parte della periferia, per lo che colla stessa apertura di compasso, con cui si descrive il circolo, si divide in sei parti eguali la periferia, e si iscrive al circolo un esagono regolare con trasportare il raggio del circolo all'intorno della periferia. Eucl. l. 4. p. 15. Da ciò si intende primieramente, come sopra una data retta FE (Fig. 218.) si possa costruire un esagono: Con un raggio eguale a questa retta FE si descriva un circolo, in cui la reiterata iscrizione della FE darà l'esagono cercato: In 2°. luogo come debbasi operare per iscrivere a un circolo un triangolo equilatero, mentre due parti delle sei, nelle quali vien diviso il circolo dall'esagono, essendo la terza parte della periferia, nel proposto circolo (Fig. 220.) si conduca comunque un diametro AC, e fatto centro in C con un intervallo eguale al raggio di questo circolo si descriva l'arco BED, che interfechi la periferia nei punti B, D; si uniscano questi due punti colla retta BD, poscia dai

Q 2 punti

in questo modo si avrà il cercato poligono circoscritto. Eucl. l. 4 p. 12. Intanto è necessario ricorrere al modo meccanico nella soluzione generale di questo problema, perchè non si è peranche trovata la maniera di iscrivere, o circoscrivere geometricamente i poligoni di lati 7, 9, 11, 13 ec., nel qual numero di parti eguali sarebbe necessario dividere il circolo.

CLVIII. *Dato essendo un circolo* APCG (Fig. 220.) *si troverà praticamente il lato dell' Ettagono da iscriverci così. Con un apertura di compasso eguale al raggio* CE *del circolo, dal punto* C *come centro si descriva il cerchio* BED, *e pei punti* B, D, *ove interseca la circonferenza del circolo dato, si conduca la retta* BD, *la di cui metà* RD *sarà il lato dell' Ettagono da iscriversi. E poichè* BD *è il lato del triangolo equilatero iscritto, però il lato dell' Ettagono iscritto è eguale alla metà del lato del triangolo equilatero parimente iscritto.*

CLIX. *Se poi fatto centro in* R *con un intervallo eguale ad* RG *si descriverà l'arco* VG, *indi si conduca la retta* VG, *sarà in pratica questa retta il lato del pentagono da iscriversi al medesimo circolo.*

CLX. *Che se sopra una data retta* AB (Fig.235.) *si dovrà costruire un proposto poligono, in cui il numero de' lati sia* $=$ n, *si faccia così: Col centro* B, *raggio* BA *si descriva l'arco* ACE, *in cui mediante il semicircolo da* A *verso* E *si tagli una porzione d'arco* CD *di tanti gradi, quanti ne mostra l' angolo del poligono da costruirsi. Per i tre punti* A, B, D *si faccia passare un circolo giusta il num.* XXXIV., *il quale sarà capace del poligono cercato, di cui il lato sia* AB.

punti B, D, si conducano al punto A le rette BA, DA, e il triangolo ABD sarà il ricercato. Colla stessa apertura di compasso, e fatto centro in A, si segnino poscia i punti H, N, e così l'intera periferia sarà divisa in sei parti eguali: Che se perpendicolare al diametro AC si condurrà il diametro PG, e fatto centro nei punti P, G si noteranno colla medesima apertura di compasso i punti F, K, M, Q, resterà divisa la periferia in dodici parti eguali (a): Ed ecco come con una sola aper-

---

[a] CLXI. *Colla scorta di questo numero impariamo come debbasi operare per dividere il circolo in 360 gradi. Si divida primieramente nel modo detto il circolo in dodici parti eguali; ciascuna di queste parti si divida per metà, e così il circolo resterà diviso in 24 parti eguali. Ognuna di queste parti si divida egualmente in tre, nel qual modo resterà divisa la periferia in 72. parti eguali. Finalmente ognuna di loro si divida in cinque parti eguali, con che resterà diviso il circolo in 360 parti, o gradi, come si cercava.*

CLXII. *Dal sapersi determinare la quantità dell' angolo al centro di qualsivoglia poligono regolare nasce il modo di descrivere sul compasso di proporzione la linea de' poligoni, che serve per iscrivere in qualsivoglia circolo un qualunque poligono regolare. La descrizione di questa s' eseguisce colla maggior esattezza possibile per mezzo d' un' altra linea descritta sullo stesso compasso di proporzione, che si chiama linea delle corde, e della quale ne dò ora la costruzione, e l'uso a motivo che questo dipende in tutto da ciò, che s' è dimostrato a questo num. 362, vale a dire, che il raggio è eguale alla corda di 60 gradi nello stesso circolo.*

CLXIII. *Sul Compasso di proporzione dalla parte opposta a quella, in cui si sono [giusta il num.* XC.] *descritte le linee delle parti eguali, si tirino due linee* OM, ON (Fig. 126. n. 2.), *che perfettamente corrispondano a quelle delle parti eguali; indi si divida esattamente ne' suoi 180 gradi un semicircolo descritto col diametro* OM=ON, *e fatto centro sull' estremità* O [*centro del Compasso*] *si prenda con un compasso comune la distanza da questo punto* O *a tutti i gradi del semicircolo, quale si noti sulla linea* OM; *poscia si separino questi punti di 5 in 5, e ad ogni 10 si noti il numero corrispondente cominciando dal centro dell' Istrumento, cosicchè all' estremità* M *della linea si trovi il numero 180. Sull' altra linea* ON *si facciano le stesse divisioni, e a queste due linee si scriva appresso* linee delle corde, *delle quali ecco gli usi principali.*

CLXIV. *Poichè la corda di 60 gradi è eguale al raggio; perciò 1°. si ha il modo di prendere sulla circonferenza d' un circolo dato un arco di quanti gradi si vogliono, con aprire il compasso in modo, che si possa applicare il di lui raggio da 60 a 60, e, conservando la stessa apertura dell' Istrumento prendere la distanza trasversale, che passa tra il numero de' gradi, che deve contenere la corda cercata; e questa distanza portata sulla circonferenza del circolo proposto, ne sottenderà un arco del cercato numero di gradi.*

CLXV. *2°. Se, fatto centro sopr' un dato punto d' una linea proposta, si descriverà un circolo con un apertura di compasso a piacere, e si applicherà il di lui raggio da 60 a 60, si potrà al punto dato, che è centro di questo circolo, fare un angolo di un numero* n *gradi, con prendere la distanza tra* n, *e* n, *e portarla dall' estremità del diametro sulla circonferenza; mentre dal punto della circonferenza, su cui termina tal distanza conducendosi al centro una retta, questa farà sul punto dato colla linea proposta l' angolo cercato.*

apertura di compasso eguale al raggio del circolo se gli iscrivono il triangolo equilatero, l'esagono, e il dodecagono, e si ha il modo di dividere il quadrante di circolo in tre parti eguali. Mediante la bisezione di questi archi, e successivamente di quelli, che ne nascono, si ha la maniera d'iscrivere al medesimo circolo geometricamente oltre i già detti poligoni di 3, 6, 12 lati anche quelli di 24, 48, 96 ec. e così in infinito con numero continuamente doppio. Parimente dopo essersi iscritto il quadrato per mezzo della replicata bisezione degli archi si posso-

no

CLXVI. 3°. *Si può conoscere la quantità d' un dato angolo rettilineo, null' altro richiedendosi, che fatto centro sull' angolo dato, descrivere un circolo con un' apertura di compasso a piacere, e avendo portato il raggio da 60 a 60 osservare su qual numero* [*che sia lo stesso da ambe le parti*] *cade la corda dell' angolo dato, poichè questo numero sarà quello de' gradi dell' angolo.*

CLXVII 4°. *Si apre il compasso di proporzione in maniera, che le linee delle corde comprendano un angolo di gradi* n, *prendendo la distanza dal centro ai gradi* n, *e applicandola da 60 a 60, con che le linee delle corde comprenderanno l' angolo cercato.* Viceversa *poi si può conoscere l'angolo compreso dalle linee delle corde in qualunque apertura si trovi il compasso di proporzione.*

CLXVIII. 5°. *Dato un arco di circolo, e il numero de' gradi, che contiene, con applicare la corda di quest' arco sulle linee delle corde da una parte, e dall' altra al numero de' di lui gradi, e prendere la distanza tra 60, e 60, questa sarà la lunghezza del raggio del circolo, di cui è dato l' arco; onde fatto centro su due qualsivoglia punti dello stess' arco, con un' apertura di compasso eguale al raggio trovato descrivendo due archi di cerchio, nel punto d' intersezione si troverà il centro del circolo, di cui era dato l' arco; conseguentemente si potrà continuare, e compire la circonferenza.*

CLXIX. 6°. *L'uso di queste linee delle corde serve ai Piloti in Mare nella stima de' loro viaggi: E qui si osservi, che aprendo il compasso a un qualunque angolo, se si prenderà una gamba del compasso per la linea Nord, e Sud, o sia per la direzione di un meridiano, l' altra gamba determinerà la direzione a un punto dell' orizzonte corrispondentemente all' angolo, che formano le due gambe: Come se esse comprenderanno un angolo di 33°, 45', e una si prenda per la linea Nord, e Sud, l' altra disegnerà* NE $\frac{1}{4}$ N, *o* NO $\frac{1}{4}$ N. *Se pertanto dopo che una Nave avrà fatta una certa quantità di viaggio, vorrà sapere il Piloto quanto si è avanzata verso l' Est, o verso l' Ouest, egli deve aprire il compasso in modo, che formi un angolo eguale a quello, che fa il Rombo del vento; dopo di che egli volti il compasso ove sono le linee delle parti eguali, e dal centro, che si considera come il punto, dal quale si è principiato il viaggio, incominci a contare su queste linee delle parti eguali il numero delle miglia, che ha corso la Nave, e dove terminerà questo numero, ivi si considererà il punto, in cui si trova la Nave dopo questo viaggio. Ora con un compasso comune si prenda la distanza, con cui il detto ultimo punto è lontano dall'altra linea delle parti eguali, ch' è nell' altra gamba, la qual distanza viene misurata dalla perpendicolare condotta da tale punto all' altra suddetta linea, e questa apertura di compasso comune poi trasportata su una delle linee delle parti eguali resterà determinata relativamente alla loro misura, eguale sarà il numero delle par-*

no iscrivere geometricamente i poligoni di 8, 16, 32 ec. lati. Perchè poi (Fig. stessa) AB è il lato del triangolo equilatero, e BC il lato dell'esagono, che è eguale a CE, ed $AC = 2CE$, ed essendo $\overline{AC}^2$, e però $4\overline{CE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$, $(= \overline{CE}^2)$, sarà $4\overline{CE}^2 - \overline{CE}^2 = \overline{AB}^2$, conseguentemente $3\overline{CE}^2 = \overline{AB}^2$, vale a dire che il quadrato del lato del triangolo equilatero iscritto al circolo è triplo

---

ti eguali da essa compreso, tale sarà il numero delle miglia, per cui si è avanzata la Nave verso l'Est, o verso l'Ouest. Per esempio la Nave ha corso 100 miglia secondo la direzione NE $\frac{1}{4}$ N, *che colla linea Nord, e Sud fa un'angolo di* 33°, 45': *Si apra il compasso in modo, che le linee delle corde formino quest'angolo, e su una delle linee delle parti eguali si contino* 100. *di queste parti: Su l'ultima di queste parti, cioè su quella, che compie le* 100, *e che fissa il termine del viaggio, si metta un piede del compasso comune, e coll'altro piede si misuri la distanza perpendicolare, che è da questo punto all'altra corrispondente linea; poscia si trasporti questa apertura di compasso lungo la linea delle parti eguali, e si troverà, che vi corrispondono* $55\frac{1}{2}$ *di queste parti: Onde si conchiude, che il numero delle miglia, con cui la Nave si è avanzata verso l'Est, e l'Ouest, è* $55\frac{1}{2}$. *Dopo ciò se si vorrà determinare il numero delle miglia corrispondenti alla differenza in latitudine nata dal viaggio fatto, si apra il compasso in modo, che le di lui linee delle corde formino un angolo eguale al complemento di quello, che fa il Rombo del vento, cioè eguale al complemento di* 33°, 45', *che è* 56°, 15': *Si consideri una gamba del compasso, come rappresentante la direzione del viaggio, nel qual caso l'altra gamba rappresenterà la linea Est, e Ouest, e su la linea delle parti eguali della detta gamba si contino* 100 *parti corrispondenti alle* 100 *miglia, che ha corso la Nave: poscia con un compasso comune si misuri la distanza, che trovasi dall'ultima parte rappresentante il termine del viaggio all'altra linea del compasso; e perchè a questa distanza trovansi corrispondere* 83 *parti eguali, però altrettante sono le Miglia convenienti alla cercata differenza in latitudine.*

CLXX. *Se a motivo della variazione de' Rombi di vento avrà la Nave subito diverse varianti direzioni di viaggio, per ciascuna si dovrà ripetere la stessa precedente operazione.*

CLXXI. *Per questa, ed altri simili operazioni s'è prescritto al num.* CLXIII. *che le linee delle corde corrispondano perfettamente a quelle delle parti eguali, perchè aprendosi le prime a un angolo qualunque, anche le seconde comprendano un angolo eguale. Si conoscerà poi se corrispondono esattamente con aprire [pel num.* XCVI.] *la linea delle parti eguali ad angolo retto, e tenendo con quest'apertura il compasso di proporzione, osservare [pel n.* CLXVII.] *se le linee delle corde si trovano anch'esse aperte ad angolo retto.*

triplo del quadrato del raggio. Eucl. l. 13. p. 8. Dunque sarà $BR = \frac{\sqrt{3\overline{CE}}}{2}$, e però $\overline{BC}^2$, o sia $\overline{CE}^2 - \frac{3\overline{CE}^2}{4} = \overline{CR}^2$, o vero $\frac{\overline{CE}^2}{4} - = \overline{CR}^2$, conse-

---

CLXXII. 7°. *Ora mediante la linea delle corde facilissima riesce la costruzione della linea de' poligoni; perchè siccome l'arco sotteso dal lato del triangolo* [*pel num.* 361.] *è di* 120 *gradi; perciò descritte sul compasso di proporzione le due linee* C F, CG [Fig. 126. *num.* 1] *si prenda sulla linea delle corde la lunghezza della corda di* 120 *gradi, che si porti sulle linee de' poligoni cominciando dal centro* C, *e all' estremità di questa lunghezza si noti* 3 *per distinguere il lato del triangolo; e siccome il lato del quadrato sottende un arco di* 90 *gradi, perciò sulla linea delle corde si prenda la corda di* 90 *gradi, quale dal centro si applichi sulle linee de' poligoni, e all' estremità si noti* 4. *Nello stesso modo proseguendo si possono segnare quanti punti si vogliono, i quali, cominciando dal centro, sono lati di poligoni regolari di tanti lati, ed angoli, quanti ne esprime il numero, che li contrassegna, di un Circolo avente il diametro eguale alla lunghezza totale della linea.*

CLXXIII. *Poichè il lato dell' esagono è eguale al raggio, e sul compasso di proporzione il lato dell' esagono è eguale alla distanza dal centro al punto notato 6; perciò* 1°. *si descriverà un qualsivoglia poligono regolare in un circolo dato con aprire l' istrumento in modo che il raggio del dato circolo, si possa applicare da 6 a 6, poichè la distanza, che passa da un lato all' altro allo stesso numero eguale al numero de' lati del poligono da descriversi, è il lato cercato dello stesso poligono.*

CLXXIV. 2°. *Data una linea, si può su di lei descrivere un qualunque poligono regolare con trovare prima il centro del circolo circoscritto al poligono, di cui la retta data sia un lato, lo che si ottiene così. Si applichi da una parte all' altra la lunghezza della linea data a un numero eguale a quello de' lati del poligono da descriversi; poi si prenda la distanza tra 6, e 6, e con questa apertura di compasso, fatto centro sulle estremità della retta data, si descrivano due archi di cerchio, e il punto d' intersezione è il centro cercato del circolo circoscritto al poligono.*

CLXXV. 3°. *Per dividere una data linea in media, ed estrema ragione si applichi la di lei lunghezza da una parte all' altra al punto 6; e si prenda la distanza tra* 10, *e* 10, *che portata sulla linea proposta, la dividerà come si cercava. La dimostrazione di quest' uso dipende dal num.* 363. 3°.

CLXXVI. 4°. *Per descrivere sopr' una data linea, come base, un triangolo isoscele, in cui ciascuno degli angoli alla base sia doppio dell' angolo al vertice, si deve applicare la lungezza della base data da* 10 *a* 10, *e prendere la distanza, che passa tra 6, e 6, che è il lato cercato: Onde fatto centro sulla estremità della base data si descrivano due archi di cerchio, e con due rette si unisca il punto d' intersezione colle estremità della base, con che si avrà il triangolo cercato. Dal num.* 363. *si ricavi la dimostrazione di quest' uso.*

CLXXVII. 5°. *Anche le linee de' poligoni si possono aprire in modo, che compren-*

feguentemente $\frac{CE}{2} = CR$, vale a dire, che il lato BD del triangolo equilatero perpendicolare al raggio CE lo divide per metà nel punto R, ovvero taglia la quarta parte RC del diametro AC. Effendo poi il quadrato del diametro $= 4\,\overline{CE}^2$, e il quadrato del lato del triangolo equilatero $= 3\,\overline{CE}^2$, farà $4\,\overline{CE}^2 : 3\,\overline{CE}^2 :: 4 : 3$, cioè il diametro del circolo, e il lato del triangolo equilatero ifcritto fono linee incommenfurabili,

COROLLARIO VIII.

363. In oltre ftante la data mifura dell'angolo al centro del poligono, farà nel decagono l'angolo al centro di gradi $\frac{360}{10} = 36$, confeguentemente la fomma degli angoli alla bafe in ciafcuno de' triangoli, ne' quali fi rifolve il decagono, farà di gradi $180 - 36 = 144$, e però ciafcuno di quefti angoli alla bafe farà di gradi 72, cioè doppio dell'angolo al vertice. Ma ficome (pel num. 343. 8°.) con dividerfi per metà uno di quefti angoli alla bafe, per efempio l'angolo ABC (Fig. 221.) colla retta BD; il lato AC refta divifo nel punto D in eftrema, e media ragione, e in oltre è AD = BD = BC; perciò effendo divifo il raggio di un circolo in eftrema, e media ragione in D, farà la parte maggiore AD la corda di 36 gradi, o fia il lato del decagono da ifcriverfi. Eucl. l. 14. p. 3. Quindi qualora fia dato un circolo, fi troverà con tutta facilità il lato del decagono da ifcriverci, niente altro richiedendofi, che dividere il fuo raggio in eftrema, e media ragione, indi prenderne la parte maggiore pel lato del decagono da ifcriverci. Che fe fi vorrà pel lato del decagono una linea data, come BC (Fig. fteffa), fi divida quefta retta BC in eftrema, e media ragione (pel num. 343. 1°.), indi vi fi aggiunga la parte maggiore, lo che darà una nuova linea AC divifa in eftrema, e media ragione (pel num. 343. 10°.), di cui la BC farà la parte maggiore. Con quefta linea AC, come raggio, fi defcriva un circolo, e quefto avrà la corda di gradi 36 eguale alla propofta retta BC, come fi cercava. Se pertanto farà razionale il raggio del circolo, il lato del decagono gli farà incommenfurabile tanto in fe fteffo, che in potenza. 2°. E poichè la bafe di un triangolo ifofcele, che abbia ciafcuno degli angoli alla bafe doppio dell'angolo al vertice, è il lato del decagono ifcritto al cerchio, il di cui raggio è eguale ad uno degli altri due lati, fe quefta bafe AB (Fig. 222.) fi prolungherà in E, così che fia BE = BD, vale a dire eguale al raggio, e però fia BE il lato dell'efagono da ifcriverfi nello fteffo circolo, la compofta AE dal lato dell'efagono, e dal lato del decagono farà divifa in eftrema, e media ragione nel punto B, che unifce quefti due lati. Di fatti fi conduca dal punto E al vertice D del

dano un angolo retto applicando trafverfalmente da 10 *a* 6 *la lunghezza del lato del pentagono prefa fullo fteffo compaffo di proporzione, del che la dimoftrazione fi ripeta dal num.* 371.

del dato triangolo isoscele ABD la retta ED, con che si verrà a formare un nuovo triangolo AED isoscele, e simile al proposto ABD; poichè essendo (per costruzione) BE=BD, il triangolo BDE è isoscele, i di cui due angoli perciò BED, BDE sono eguali; ma l'angolo esterno ABD è eguale ai due interni opposti BED, BDE, dunque è doppio di ciascun di loro. Essendo pertanto l'angolo ABD, e però l'angolo BAD doppio dell'angolo AED, doppio del medesimo sarà anche l'angolo ADE. Questi due triangoli pertanto ABD, AED non solo sono isosceli, ma ancora equiangoli (pel num. 228.), vale a dire simili, perchè hanno l'angolo EAD comune. Per lo che si ha EA: AD :: AD: AB; ma (per costruzione) AD=BD=BE, onde fatta questa sostituzione ne viene ∺ AE: BE: AB, cioè la retta AE è divisa in B in estrema, e media ragione. 3°. Dal che ne seguita, che se una retta sarà divisa in estrema, e media ragione, la parte minore sarà il lato del decagono, e la maggiore il lato dell'esagono. Eucl. l. 13. p. 9. 4°. Essendosi trovato geometricamente il lato del decagono, si troverà pure colla continua bisezione degli archi il lato degli altri poligoni di 20, 40, 80 ec. lati; mediante poi il poligono di 20 lati si ottiene la divisione del quadrante di circolo in cinque parti eguali. 5°. Sapendosi trovare geometricamente il lato del decagono da iscriversi in un dato circolo, si sa trovare eziandio il lato del pentagono al medesimo iscritto, bastando prendere la corda dell'arco doppio di quello, che è sostenuto dal lato del decagono, ed essa sarà il lato del pentagono da iscriversi nel medesimo circolo. Eucl. l. 4. p. 11. 6°. Giusta il num. 361. l'angolo al centro del pentagono è di gradi $\frac{360}{5}=72$, e però l'angolo del poligono è di gradi $180-72=108$ Per lo che se si dovrà costruire un pentagono sopra un dato lato BC (Fig. 223.), si innalzi sopra questa BC un triangolo isoscele BAC avente gli angoli alla base doppj dell'angolo al vertice (giusta il num. 343. 9°.) indi dal punto C si conduca la retta CF eguale alla data CB, e parallela al lato AB. L'angolo FCB è eguale all'angolo ACB + l'angolo ACF (=CAB): Ma nel triangolo isoscele avente ciascuno degli angoli alla base doppio dell'angolo al vertice l'angolo alla base è di gradi 72, e l'angolo al vertice di 36; dunque l'angolo FCB è di gradi $72+36=108$, e però FCB è l'angolo del pentagono: Si divida adesso per metà tanto il lato BC, come il lato CF, e dai punti E, D di divisione si alzino le due perpendicolari DH, EH, che si interfecheranno nel punto H, quale (pel n. XXXIV.) sarà il centro del circolo capace del pentagono descritto sopra il dato lato BC. 7°. Per lo che se da uno degli angoli del pentagono, come A, si condurranno due rette AB, AC alle estremità del lato opposto BC, si verrà a formare un triangolo isoscele, in cui ciascun angolo alla base sarà doppio dell'angolo al vertice: di fatti l'angolo ABC ha per misura la metà dell'arco AFC, e l'angolo ACB ha per misura la metà dell'arco AGB; l'angolo poi al vertice ha per misura la metà dell'arco BC: Ma i due archi AFC, AGB sono eguali, e doppj dell'arco BC, dunque il triangolo ABC è isoscele, ed ha ciascuno degli angoli alla base doppio dell'angolo al vertice. 8°. Sapendosi pertanto iscrivere in un dato circolo tanto il pentagono, che (pel numero 362.) il triangolo equilatero, si può per mezzo loro iscrivere al medesimo circolo un poligono di 15 lati. Sia dato il circolo AEC (Fig. 224.), cui debbasi iscrivere il quindecagono: A questo circolo si iscriva primieramente il triangolo equilatero ABC, poi il pentagono ADEFG. Il lato AD del pentagono sostenendo un arco, che è la quinta parte del circolo, sarà la corda di un terzo di quest'arco il lato del quin-

decagono; per lo che l'arco AD sottende tre corde, che sono tre lati del quindecagono, conseguentemente ai due archi AD, DE corrispondono sei lati del quindecagono: Ma all'arco AB, che è un terzo del circolo corrispondono cinque lati del quindecagono; dunque se dall'arco ADE si leverà l'arco ADB, resterà l'arco BE, la di cui corda è il lato cercato del quindecagono da iscriversi. Eucl. l. 4. p. 16.

364. Def. 5. Il poligono dicesi irregolare quando non ha tutti gli angoli, e i lati eguali, e in conseguenza non si può iscrivere al circolo.

365. Def. 6. Una retta, che traversa un poligono passando da un angolo all'altro, come AB (Fig. 223.), chiamasi diagonale.

366. In altra maniera ancora oltre l'esposta ai num. 356. e 360. si può risolvere in triangoli un qualunque poligono, sia egli regolare, o irregolare, mediante il condurre da uno dei di lui angoli, come A (Fig. 225.), le diagonali AC, AD, AE agli angoli opposti, nel qual modo a riserva dei due triangoli, che sono contigui all'angolo A, alla formazione de'quali concorrono due lati del poligono, tutti gli altri triangoli hanno per base uno dei rimanenti lati del poligono; e così si viene egli a risolvere in altrettanti triangoli, quanti sono i di lui lati meno due. Ora egli è evidente, che la somma di tutti gli angoli del poligono così diviso è eguale alla somma di tutti gli angoli di questi triangoli, ne'quali è stato diviso: Ma la somma degli angoli di ciascuno di questi triangoli è eguale a due retti: Dunque generalmente la somma degli angoli di qualsivoglia poligono è eguale ad altrettanti angoli retti quanti sono i di lui lati meno due; lo che corrisponde al num. 358, ove questo Teorema è stato dedotto soltanto rispetto ai poligoni regolari [a].

TEO-

---

[a] CLXXVIII. *Mediante il risolvere un poligono in triangoli nel modo detto si può descrivere sopra una data retta* AB [Fig. 233.] *una figura simile, e similmente posta, che un'altra figura proposta* CEFD [Fig. 234]*: Si risolva questa figura in triangoli nella maniera esposta; poscia sopra la data* AB *si faccia il triangolo* AHB *simile al triangolo* CFD*, indi sopra la* AH *il triangolo* AHG *simile al triangolo* CFE*, e così in seguito finchè sia esaurita la figura proposta. La costruzione stessa fa vedere, che queste figure avranno i lati proporzionali, poichè risultano da triangoli simili, e conseguentemente esse pure saranno simili. Eucl. l. 6. p. 18.*

CLXXIX. *Più speditamente ancora si opererà come segue. Sia dato il poligono* ABCDMN [Fig. 236.], *cui se ne debba fare un simile sopra una data retta* Ab, *che deve essere lato omologo ad* AB. *Dal punto* A *si conducano le diagonali per gli angoli opposti del poligono, poscia si collochi la retta* Ab *sopra il lato* AB, *indi parallela a* BC *si tiri la retta* bc *finchè incontri la diagonale* AC; *poscia dal punto* c *si conduca la retta* cd *parallela al lato* CD, *e così in poi, con che si avrà il poligono* AbcdmnA *simile al dato, e costruito su la retta* Ab, *come si cercava.*

CLXXX. *Dipende da ciò tutta l'arte di rilevare la pianta di un Paese, di un Territorio ec., ed esibirne la Carta Topografica. In questa sorte d'operazioni si fa uso della Tavola detta Pretoriana, la di cui descrizione si può vedere presso il Sig. Giovanni Marinoni, il quale ha egregiamente trattata questa scienza Ienografica. Trattandosi di prendere il disegno di un piano, che si possa percorrere, e di cui soltanto si voglia delinear la figura, ciò si ottiene facilmente mediante una sola stazione con col-*

TEOREMA VIII.

367. Se si prenderà una retta BE divisa in estrema, e media ragione nel punto F (Fig. 232.), quale si prolunghi da B in A per modo, che sia BA = alla parte minore FE, e su la retta AE si descriva il circolo AGEP, indi dall'estremità A del diametro si iscriva la corda AG eguale al lato del pentagono iscritto

R 2 in

---

locare la Tavola Pretoriana o in un punto qualunque della di lui area, o in uno de' suoi angoli. Debbasi descrivere in carta la figura del piano ABCDEF [Fig. 237.]. *Si collochi la Tavola nell'angolo* A, *così che il punto* a *corrisponda al punto* A, *e avendo fatto porre dei segni visibili agli angoli* B, C, D, E, F, *mediante i traguardi armati, se piace, di cannocchiale si vada collimando nei segni fissati* B, C, D, E, F, *e nel tempo stesso, che si dirigono i raggi visuali* aB, aC, aD, aE, aF, *si segnino nel foglio di carta, che è su la Tavola, le linee* ab, ac, ad, ae, af. *Si misuri la lunghezza delle linee* aB, aC, aD, aE, aF, *e mediante la scala geometrica si determinino le lunghezze delle corrispondenti linee, che si sono segnate sul foglio, le quali lunghezze siano* ab, ac, ad, ae, af. *Per gli estremi di queste linee si conducano le rette* bc, cd, de, ef, *e la figura* abcdef *sarà la ricercata. Egualmente si opera allorchè si colloca la Tavola dentro l'area del piano, di cui si vuol rilevare la figura, come si può osservare nella Fig.* 238.

CLXXXI. *Ma qualora si voglia fare la Mappa di un territorio, o di qualunque altra estensione di paese, in cui la vastità del terreno non permette di veder tutto da una sola stazione, di cui sovente l'area è impervia, e di cui tutti i punti considerabili, come Villaggi, Chiese, Edifizj ec., si devono notare sul foglio, che ne deve dare il disegno, dovransi fare per lo meno due stazioni nel modo, che segue. Si scelgano due siti eminenti, per esempio due Campanili, da' quali si possa veder tutto il piano, di cui si vuol fare la Mappa. Si misuri esattamente la distanza, che passa tra questi due luoghi, che sia per esempio miglia* $2\frac{1}{2}$. *Si collochi la Tavola a uno de' due detti punti; ed essendo* [Fig. 239.] PQRS *il foglio che è sulla Tavola, il punto* A *cada sopra questo primo punto scelto sul Terreno. Per mezzo de' Traguardi dal punto* A *si collimi in dirittura de' punti principali del Territorio, che deve rappresentare la mappa, e siano* AC, AE, AF, AG, AH, AI, AK, AL, AN, *le linee, che traguardando restano segnate sulla carta dai raggi visuali. Dopo di che si trasporti la Tavola nel* 2°. *punto, che s'era scelto da prima, cui corrisponda nella Tavola il punto* B *in modo però, che la linea* BA *rappresenti secondo la scala* YZ *la distanza di miglia* $2\frac{1}{2}$, *che s'è trovata passare fra i due punti presi sul Territorio, così che traguardando sopra la* BA, *s'incontri precisamente il punto, che ha servito per la prima stazione. Ora coll'ajuto de' traguardi si collimi negli stessi luoghi che si erano osservati nella prima stazione; e dove il raggio visuale interseca la linea, che stando sulla prima stazione si era condotta al medesimo luogo, che ora si osserva, ivi si segni col suo nome quel tal luogo, che si troverà sul foglio rispetto agli altri colla stessa pro-*

în un circolo, il di cui raggio ſia eguale alla parte maggiore BF; ſe dal punto G termine di detta corda ſi abbaſſerà al diametro AE una retta, che ſia eguale alla parte maggiore BF; dico, che queſta retta paſſerà pel punto di diviſione B, e ſarà perpendicolare al diametro AE.

358. Dim. la detta retta ſi chiami X: Poichè (per coſtruzione) è $X = BF$, ſi ha (pel num. 343. 1°.) $BE \times FE = \overline{X}^2$, cioè a dire (a motivo di $AB = FE$) $AB \times BE = \overline{X}^2$: Dunque $\div AB : X : BE$, e però la retta, che dal punto G ſi è abbaſſata al diametro, e ſi è preſa eguale a BF, è una media proporzionale tra i due

---

porzione, che oſſerva ſul terreno: Come dirigendo dalla ſtazione B *il raggio viſuale al primo punto oſſervato nella prima ſtazione, e in dirittura del quale s' era ſegnata la retta* AC, *nel punto* C, *in cui il ſecondo raggio viſuale interſeca il primo, ſi noti il luogo oſſervato, e in queſto modo ſi noteranno ſul foglio tutti i luoghi, che meritano d'eſſere diſtinti ſecondo la diſpoſizione, che oſſervano fra loro ſul terreno, e così ſi avrà il ricercato diſegno Topografico del luogo oſſervato.*

CLXXXII. *Se con due ſtazioni non ſi poteſſe compiere tutta l'opera, ſe ne faranno delle altre, ma ſempre però colle medeſime regole. Ogniqualvolta ſi voglia la miſura del terreno preſo in diſegno, eſſa ſi otterrà mediante l'anneſſa ſcala, dopo aver prima condotte le linee terminanti la figura, e averla riſoluta in triangoli, e quadrilateri ſecondo il biſogno.*

CLXXXIII. *Si aggiungeranno poi alla ſuddetta Mappa le altre coſe meno notabili, come Fiumi, Strade, Monti ec. con percorrere a luogo per luogo il Territorio, e notarne con le convenienti miſure le ſituazioni.*

CLXXXIV. *E quì opportunamente voglio notare una coſa degna di rimarco nel prendere le miſure delle diſtanze, e delle altezze per mezzo di angoli oſſervati con iſtrumenti, a fine di render cauto il Perito nelle operazioni, e metterlo, per quanto ſi può, in ſicuro dagli errori. Sotto un angolo tanto minore ſi vede un oggetto, quanto più egli è lontano, e tanto più l'oſſervazione, che ſi fa rapporto alle diſtanze, e alle altezze è ſoggetta ad errore notabile, quanto minore è l'angolo, che nelle miſure ſi aſſume, così che queſte altezze, o diſtanze preſe ſotto un tal angolo ſiano ſempre incerte, a motivo che non ſi può eſſere ſicuri dell'eſattezza dell'angolo oſſervato. Quindi è che le diſtanze da miſurarſi devonſi prendere nè troppo grandi, ne troppo piccole, ma mediocri, affinchè gli angoli, de' quali in tali operazioni ſi fa uſo, ſiano di una conveniente grandezza, mentre gli ſteſſi conſiderabili errori, che naſcono dagli angoli aſſai piccoli, naſcono eziandio dagli angoli aſſai grandi a cagione della piccolezza degli angoli del ſupplemento. Siccome poi gli iſtrumenti, che ordinariamente ſi adoprano ſono di una mediocre grandezza, ſi rendono perciò inevitabili per lo meno i piccoli errori. Che poi lo ſteſſo ſbaglio nella miſura di due angoli, uno aſſai acuto, e l'altro convenientemente grande porti una notabiliſſima differenza d' errore nelle diſtanze eccomi a renderlo ſenſibile con un eſempio. Sia* RP [Fig. 320.] *la baſe della Mappa da coſtruirſi, e ſi debbano determinare i poſti di due luoghi* A, D. *Supponiamo che le oſſervazioni degli angoli, che fanno le linee viſuali colla baſe* RP, *ſiano eſatte, e che però ſu la Mappa le giuſte poſizioni de' detti due luoghi ſiano rappreſentate dalle lettere* A, D; *ſe agli angoli ſuddetti ſi farà una eguale variazione, o aumentandoli, e*

due segmenti AB, BE del diametro, conseguentemente (pel num. 262.) ella passa pel punto B, che divide questi segmenti, ed è perpendicolare al diametro. Lo che si doveva dim.

COROLLARIO I.

369. Poichè AB è eguale (per costruzione) alla parte minore FE della retta BE divisa in estrema, e media ragione, questa retta AB (pel num. 363, 3°.) è il lato del decagono iscritto in un circolo, il di cui raggio sia $BF = GB$; Vale a dire è AB il lato del decagono, AG il lato del pentagono, e BG il lato dell'esagono iscritti nel medesimo circolo.

COROLLARIO II.

370. Che però se sul diametro AE di un circolo dato si ordineranno due perpendicolari eguali BG, FH, d'ognuna delle quali la metà sia eguale alla loro distanza BF, in tal caso sarà $AB = FE$, e la retta AF sarà divisa in B, o pure la retta BE in F in estrema, e media ragione, poichè essendo (pel num. 262.) $AB \times BE = \overline{BG}^2$, cioè (a motivo di $AB = FE$, e $BG = BF$) $AB \times AF = \overline{BF}^2$, si ha $\div$ AF : BF : AB, vale a dire AF è divisa in B in estrema, e media ragione (pel num. 343. 1°.); e in oltre $AB = FE$ sarà il lato del decagono, e la corda AG il lato del pentagono iscritti in un cerchio, il di cui raggio sia eguale a BG. 2°. Essendo poi $GB = BP = PQ$, onde $GP = 2GB$, sarà $\overline{GQ}^2 = \overline{AE}^2 = 4\overline{GB}^2 + \overline{PQ}^2 = 5\overline{GB}^2$, cioè il quadrato del diametro è quintuplo del quadrato di GB. 3°. Il diametro AE è eguale al lato dell'esagono più il doppio del lato del decagono iscritti in uno stesso circolo. 4°. Onde se il quadrato di un raggio preso cinque volte sarà eguale al quadrato di un' altra retta, questa retta si comporrà e da questo raggio, e dal doppio del lato del decagono iscritto nel cerchio di questo raggio.

CO-

diminuendoli tutti due egualmente, si troverà, che la variazione della situazione del luogo A sarà assai più considerabile, che quella del luogo D, poichè se i due angoli APR, DPR si faranno egualmente maggiori del giusto, così che i due angoli APB, DPE siano eguali, mentre il luogo A passerà in B, il luogo D non passerà, che in E; o pure facendosi minori del giusto i detti due angoli, la nuova situazione, che acquisterà in F il luogo D, sarà molto minore di quella, che acquisterà in G il luogo A. Evidentemente si scorge, che succede lo stesso, qualora l' errore in vece di succedere all'angolo acuto APR succeda all' angolo ottuso ARP.

COROLLARIO III.

371. Poichè la GB è perpendicolare al diametro, o ſia l' angolo ABG è retto, ſi ha $\overline{AG}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{GB}^2$, cioè a dire il quadrato del lato del pentagono iſcritto al circolo è eguale alla ſomma dei quadrati del lato dell' eſagono, e del decagono iſcritti nel medeſimo circolo. Eucl. l. 13. p. 10.

COROLLARIO IV.

372. Se da un angolo B del pentagono (Fig. 240.), ſi condurrà la BC al lato oppoſto, indi ſi conduca la corda BD, che ſottenti l' angolo del pentagono, poſcia ſi tiri la retta DC, eſſa ſarà il lato del decagono, poichè è la corda della metà dell' arco ſoſtenuto dal lato del pentagono: Ma eſſendo il diametro eguale a 2AB, ſi ha $4\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{DC}^2$ (pel num. 270.), e (pel precedente num. 371.) $\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{BF}^2$; che però ſommando inſieme queſte due equazioni, ne viene $5\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{BF}^2$, cioè il quadrato del lato del pentagono, più il quadrato della corda che ſoſtenta l' angolo del pentagono, ſono eguali al quadrato del raggio preſo cinque volte. Eucl. l. 14. p. 4. 2°. Siccome poi (pel n. 370. 2°.) il quadrato del raggio preſo cinque volte è eguale al quadrato di una retta compoſta dal raggio del circolo, e dal doppio del lato del decagono iſcritto nello ſteſſo circolo, perciò il quadrato di queſta retta è eguale al quadrato del lato del pentagono iſcritto nel medeſimo circolo più il quadrato della corda, che ſoſtenta l' angolo di queſto pentagono.

COROLLARIO V.

373. Stante che (pel num. 371.) il quadrato del lato del pentagono è eguale alla ſomma dei quadrati del lato dell' eſagono, e del decagono; e (pel num. 363. 1°.) quando il raggio del circolo è razionale, il lato del decagono gli è incommenſurabile tanto in ſe ſteſſo, che in potenza, eſſendo razionale il raggio del circolo, gli ſarà pure incommenſurabile tanto in ſe ſteſſo, che in potenza il lato del pentagono. Eucl. l. 13. p. 11.

TEOREMA IX.

374. Se in un pentagono GBEDF (Fig. 217.) ſi condurranno due diagonali BD, EF, ognuna delle quali ſoſtenti un angolo del pentagono, eſſe ſi taglieranno in C in eſtrema, e media ragione, e la parte maggiore ſarà eguale al lato del pentagono.

375. Dim. I due triangoli ECD, BDE ſono iſoſceli, e ſimili perchè nel triangolo ECD i due angoli alla baſe CED, CDE, che hanno per miſura archi eguali FD, BE, ſono eguali, e però il triangolo è iſoſcele, e lo ſteſſo vale pel triangolo BDE: Ora queſti due triangoli iſoſceli hanno comune l' angolo BDE; dunque [pel numero 228.] ſono equiangoli, e però ſimili (pel numero 250.). Quindi ſi ha BD:

BD: BE :: ED: DC. Ma nel triangolo BEC l'angolo BEC, che ha per misura la metà dei due archi $BG + GF$ è eguale all'angolo BCE, che ha per misura la metà dei due archi $BE + FD$ eguali ai precedenti: Che però il triangolo BEC è isoscele, onde $BE = BC = ED$. Se pertanto nella precedente proporzione in luogo dei lati BE, ED si sostituirà BC, che loro è eguale, si avrà ∺ BD: BC: DC; e per la stessa ragione ∺ FE: FC: EC, vale a dire le due diagonali BD, FE si tagliano in C in estrema, e media ragione. E perchè $BC = BE = ED$, come pure $FC = FD = ED$, la parte maggiore BC, ed FC è eguale al lato del pentagono. Lo che si doveva dim.

TEOREMA X.

376. Se in un pentagono, che abbia tutti i lati eguali, tre angoli presi comunque saranno eguali, esso sarà regolare. Eucl. l. 13. p. 7.

377. Dim. Nel pentagono GBEDF siano eguali i tre angoli G, E, D. Si conducano le corde BF, BD, EF, e se ne avranno i tre triangoli isosceli BFG, BDE, FED interamente eguali, poichè hanno gli angoli G, E, D (per ipotesi) eguali, e compresi da lati eguali, conseguentemente sono eguali le basi BF, BD, EF. Parimente i due triangoli isosceli BFE, FBD avendo i lati eguali sono equiangoli. Se pertanto a ciascuno degli angoli eguali FBE, FEB si aggiungeranno gli angoli eguali GBF, DEF, sarà l'angolo totale B eguale all'angolo totale E, e nella stessa maniera si dimostrerà, che l'angolo totale F è eguale all'angolo totale D, e però tutti cinque gli angoli essendo eguali, come lo sono per ipotesi i lati, il pentagono è regolare. Lo che si doveva dim.

TEOREMA XI.

378. Dato il pentagono regolare BCDEF iscritto al circolo (Fig. 241.) se si prenderà un qualunque punto A nella periferia di questo circolo, in modo però che non coincida con alcuno degli angoli del poligono, e da tale punto A si conducano agli angoli del pentagono le rette AB, AC, AD, AE, AF; dico che le tre corde AB, AD, AF sono eguali alle due AC, AE, cioè $AB + AD + AF = AC + AE$.

379. Dim. Siano condotte le linee DB, DF, CF, CE, che sono fra loro eguali, perchè sono corde d'archi eguali: 1°. nel quadrilatero ACDE, le di cui diagonali sono AD, CE, si ha (pel num. 326.) $CD \times AE + DE \times AC = AD \times CE$; ma $DE = CD$, dunque $DC \times \overline{AE + AC} = AD \times CE$, e però $AE + AC : AD :: CE : DC$. 2°. Nel quadrilatero ABDF, le di cui diagonali sono AD, BF, si ha $BD \times AF + DF \times AB = AD \times BF$; ma $BD = DF = CE$, e $BF = DC$; dunque $CE \times \overline{AF + AB} = AD \times DC$, e in conseguenza $AD : AF + AB :: CE : DC$. 3°. Essendo pertanto (pel 1°.) $AE + AC : AD :: CE : DC$, e (pel 2°.) $AD : AF + AB :: CE : DC$, sarà $AE + AC : AD :: AD : AF + AB$. 4°. Si prenda ora $AG = AC + AE$, e $DG = AD$, onde si abbia il triangolo ADG, il quale sarà isoscele, e perciò l'angolo GAD sarà eguale all'angolo AGD. Sopra la AG si prenda $AH = AD$, e dal punto H si conduca HI parallela a DG. Ciò fatto saranno simili i triangoli ADG, AIH, e

però

però sarà AG: AD:: AD: HI (=AI); ma AG=AE+AC; dunque AE+AC: AD:: AD: AI:. E (pel 3°.) essendo AE+AC: AD:: AD: AF+AB, sarà AI=AF+AB=HI. 5°; Si tiri la retta HD, e perchè è AD=AH, sarà il triangolo AHD isoscele; e perchè l'angolo HAD è misurato dalla metà dell'arco CD, che è la quinta parte della periferia, egli ha per misura la quinta parte della semiperiferia. Ma ciascuno degli angoli AHD, ADH, che sono eguali, ha per misura due quinte parti della semiperiferia, dunque ciascun di loro è doppio dell'angolo al vertice HAD. Intanto essendo AHI eguale ad HAD, sarà l'angolo AHD diviso dalla retta HI in due parti eguali, e però IHD=HAD, e l'angolo HID è eguale ad HAI+AHI, conseguentemente l'angolo HID è doppio dell'angolo IHD. Ma HDI è pur anch'esso doppio di IHD, dunque il triangolo HID è isoscele, e il lato HD=HI=AI; perciò sono simili i triangoli AHD, HID. Per la similitudine de' triangoli AHD, HID si ha AH: HD :: HD: DI: Ora HD=AI, AH=AD, DI=AD—AI, dunque AD: AI:: AI: AD—AI, o sia AI: AD:: AD—AI: AI, e per la similitudine dei triangoli AIH, ADG si ha AI: AH:: DI: HG, cioè AI: AD:: AD—AI: HG. Dunque AD—AI: HG:: AD—AI: AI; ma essendo AD—AI=AD—AI, è pure HG=AI=AB+AF (pel 4°.). Onde essendo AH=AD, ed HG=AB+AF; sarà AG=AD+AB+AF, ma (per costruzione) AG=AC+AE; dunque AD+AB+AF=AC+AE. Lo che si doveva dim.

380. Dal punto A al punto L ove la periferia viene intersecata dalla retta HD si conduca la retta AL. La corda AB divide l'arco ACL in cinque parti eguali. La corda AF divide in cinque parti eguali l'arco AEL. La corda AC divide in cinque parti eguali l'arco composto dell'intera periferia più l'arco ABCL. La corda AE divide in cinque parti eguali l'arco composto dell'intera periferia più l'arco AEDL. Finalmente la corda AD divide in cinque parti eguali l'arco composto di due periferie più l'arco ABCL.

TEOREMA XII.

381. L'apotema di un pentagono iscritto è eguale alla metà della somma del raggio del circolo, e del lato del decagono al medesimo iscritto. Eucl. L. 14. p. 1.

382. Dim. AE (Fig. 242.) è l'apotema del pentagono, CF il lato del decagono. Si prenda EG=FE, e il triangolo FCG sarà isoscele; e perchè i due triangoli isosceli CFA, FGC hanno l'angolo in F comune, essi sono equiangoli (pel num. 228.). Ma l'angolo CAF, che è l'angolo al centro del decagono è di 36 gradi, dunque l'angolo alla base ACF, ed AFC è di gradi 72, e tale pure è l'angolo CGF. Ora quest'angolo CGF esterno è eguale ai due interni opposti GAC, ACG; dunque essendo l'angolo CAG di 36 gradi, tale è pure l'angolo ACG, e però il triangolo GCA è isoscele, e il lato GC=GA=CF: Onde essendo (per costruzione) GE=FE, sarà AG+GE=FE+FC. Ma $FE+FC=\frac{AF+FC}{2}$; dunque anche AG+GE, o sia l'apotema $AE=\frac{AF+FC}{2}$. Lo che si doveva dim.

TEO-

TEOREMA XIII.

383. Se nel circolo ſarà iſcritto il lato AB [Fig. 243.] di un qualunque poligono, indi dall' eſtremità A di queſto lato ſi conduca il diametro AC, e dall' altra eſtremità B all' eſtremità C del diametro la corda BC, ſarà tale corda il diametro del circolo iſcritto a queſto poligono.

384. Dim. Dal centro D del circolo ſi conducano al lato AB, e alla corda BC le perpendicolari DE, DF; onde ſaranno retti gli angoli DEB, EBF, BFD, FDE, e però DEBF ſarà un rettangolo, e in conſeguenza DE=FB; ma la retta DF, che è perpendicolare alla corda BC, la divide per metà (pel num. 145.), cioè FB=FC, e DE è il raggio del circolo iſcritto al poligono (pel num. 353.); dunque BC n'è il diametro. Lo che ſi doveva dim.

COROLLARIO.

385. Quindi generalmente riſpetto a qualſivoglia poligono il quadrato del diametro del circolo circoſcritto è eguale alla ſomma dei quadrati del lato del poligono, e del diametro del circolo iſcritto, mentre $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AB}^2$; onde di queſte tre coſe eſſendone date due, ſi trova la terza (pel num. 270, e 271.)

386. Def. 7. Quei poligoni diconſi oſſervare una perfetta ſimmetria, che hanno i lati oppoſti paralleli, ed eguali, come ABCDFEHGK (Fig. 244.)

COROLLARIO.

387. Ond' è che queſti poligoni devono avere neceſſariamente un numero pari di lati. 2°. La retta in queſti poligoni condotta per gli angoli oppoſti, che diceſi controdiametro, divide il poligono in due poligoni eguali, e ſimili, ne' quali ſono vicendevolmente oppoſte le parti ſimili. 3°. Se in queſti poligoni ſi condurranno più controdiametri, eſſi ſi interſecheranno tutti vicendevolmente in due parti eguali, e in un punto, che ſi potrà dire il centro del poligono. 4°. I due triangoli oppoſti compreſi da due controdiametri contigui ſono eguali. 5°. Quello, che al num. 3°. ho detto de' controdiametri, vale per qualſiſiano altre rette, che paſſano pel centro. 6°. Tutte queſte coſe hanno luogo ne' poligoni regolari aventi un numero pari di lati.

PARTE VIII.

Della miſura delle aree dei Poligoni.

388. Abbiamo veduto ai num. 356, 360, e 365, che qualſivoglia poligono ſi può riſolvere in triangoli. Ora ciò ſomminiſtra la maniera di trovar l'area di un propoſto poligono. Per mezzo di rette dividenti condotte agli angoli del poligono da un punto preſo o nell' area, o in un angolo, o ſopra un lato, ſi divida egli in triangoli, come ſi vede fatto nelle Fig. 219, 225, 244, 245. Giuſta il num. 246 ſi miſuri l'area di ciaſcuno di queſti triangoli, e la ſomma di queſte aree darà l'area di ciaſcuno di queſti triangoli, e la ſomma di queſte aree darà l'area cercata

del poligono. O pure si faccia così: Per due angoli opposti del poligono, come BCEQNKM (Fig. 246.) si tiri una diagonale BQ, su la quale si abbassino dagli altri angoli del poligono altrettante perpendicolari, che lo divideranno parte in triangoli, parte in quadrangoli. Si misurino le aree degli uni, e degli altri giusta le regole date, e la loro somma darà l'area cercata (a).

CO-

(a) CLXXXV. *Debbasi per esempio misurare un campo, la di cui figura sia* ABCDEFG. [Fig. 252, 253]. *Si risolva in triangoli o con condurre le rette dividenti da un angolo* A *della figura, come nella fig.* 252, *o da un punto* H *preso dentro l'area della figura, come nella figura* 253. *Ma per condurre le rette dividenti, o sia poterle determinare esattamente sul terreno, si faccia così. Uno dei misuratori stia immobile nel punto* A, *ove sia collocata la palina* AK, *e voglia determinare la retta dividente* AF. *Da un altro faccia egli collocare in* F *la palina* FL [*devesi procurare, che queste paline siano messe perpendicolari sul terreno*]: *In seguito egli faccia piantare le paline* MN, OP, *le quali devono essere tutte su la linea retta* AF; *ciò poi succederà, quando il misuratore, che sta in* A, *applicando l'occhio alla prima palina* AK, *e collimando verso la palina* FL *troverà occultarsi tutte le altre di dietro a quella* AK, *cui ha applicato l'occhio, così che non veda altro, che quella sola: E se mai qualcuna o da una parte, o dall'altra sortisse fuori della retta* AF, *la deve egli far rimovere tentando varj siti, finchè più non apparisca. Fatto ciò mediante la catena, o pure la pertica devesi misurare la retta* AF *per saperne la lunghezza. Nello stesso modo devonsi determinare le altre rette* AE, AD, AC, *e trovarne le lunghezze. Finalmente si devono trovare le perpendicolari* BS, CT, DV, XF, FZ (*giusta il n.* XVII.). *Dopo ciò si misurino tutti i triangoli, ne' quali è stata divisa la figura, e la loro somma darà la di lei area cercata. Sia per esempio* AG = 441 *piedi*, FZ = 86, *sarà l'area del triangolo* AFG = 18963 *piedi quadrati. Sia* AE = 544, XF = 87, *sarà l'area del triangolo* AEF = 23664. *Essendo* DV = 167, *sarà l'area del triangolo* ADE = 45424. *Sia* AD = 352, CT = 72, *sarà l'area del triangolo* ACD = 12672. *Finalmente sia* AC = 232, BS = 193, *sarà l'area del triangolo* ABC = 22388. *Ora si sommino insieme tutti questi valori esprimenti le aree de' triangoli misurati, e si avrà*

18963
23664
45424
12672
22388

Somma 123111 *piedi quadrati, che danno l'area del terreno* ABCDEFG. *Lo stesso si faccia rispetto alla fig.* 253. *Si osservi, che a motivo di un impedimento non si è potuto segnare per il lungo la retta* AE, *ma in* a *si è dovuto declinare* [*lo che devesi sempre fare in simili incontri*] *per* amnp *ritornando nel punto* p *su la stessa retta,* AE.

CLXXXVI. *Più comunemente nelle misure de' terreni si suol ridurre l'area interiore del terreno da misurarsi a un quadrato, o a un rettangolo, de' quali si può avere facilmente la misura, e il rimanente poi per mezzo di perpendicolari si risolve in triangoli, o quadrilateri, che separatamente misurati, e poscia raccolto tutto in una*

COROLLARIO I.

389. Se pertanto il poligono da misurarsi sarà regolare, perchè in tal caso le rette di divisione condotte dal centro lo risolvono in triangoli eguali (pel num. 356.), de' quali l'altezza comune è l'apotema; perciò la loro area è eguale all'

S 2 area

somma somministra l'intera area ricercata. Ma veniamo all' esempio. Si debba misurare un terreno, la di cui figura sia ABCDEFGHIKLMNOPQRS [Fig. 254.] *si collochi lo squadro in* a *in modo, che collimando pei traguardi ad angolo retto nei punti* e, m *non si incontri alcun lato, o angolo della figura, e si segnino le rette* ae, am. *Poscia si collochi lo squadro in* e, *e collimando per una parte in* a *su la stessa retta* ae *già segnata, dall' altra parte si traguardi in* l, *e si segni la retta* el. *Finalmente si ponga lo squadro in* l *talmente, che da una parte traguardando si possa vedere il punto* e *marcato con una palina, e dall' altra il punto* m *similmente notato. Fatto ciò dai punti* b, c, d, f, g, h, i, k, l, n *si alzino le perpendicolari nel modo detto al num.* XVII., *e così resterà divisa la proposta figura da misurarsi, e nel rettangolo* aelm, *e in varj altri quadrilateri, e triangoli. Poichè per le cose dette si sanno trovare le misure di tutte queste figure, si trovino, se ne faccia la somma, e si avrà l'area totale della figura* ABCDE *ec. Ai lati delle figure ho apposto i numeri, che ne mostrano le lunghezze, affinchè e si veda la regola da osservarsi, e chi vuole possa farne il calcolo.*

CLXXXVII. *Alle volte non si può percorrere interiormente l'area della figura da misurarsi a motivo di qualche impedimento, come sarebbe un bosco, un lago ec. In tal caso mediante lo squadro si formi una figura, o quadrata, o rettangola, o comunque quadrilatera, che abbia due lati paralleli, acciò si possa facilmente misurare, la quale abbracci tutto il terreno da misurarsi: si misuri questa figura; indi si misurino [con ridurle per mezzo di perpendicolari a triangoli, o quadrilateri] le differenze tra la figura proposta da misurarsi, e la figura circoscritta, e la loro somma si sottragga dall' area della figura circoscritta, e il residuo sarà l'area cercata. Ciò si vede nella figura* ABCDEFGHIKLA [Fig. 255.], *cui si è circoscritto il quadrilatero* AMRT, *del quale si prenda la misura, poscia si prenda la misura dei triangoli* LKT, TKI, *e dei quadrilateri* HGQR, QGFP *ec. La somma delle loro aree si sottragga dall' area del quadrilatero* AMRT, *e il residuo sarà l'area cercata della figura* ABCDEF *ec.*

CLXXXVIII. *Nella stessa maniera devesi operare per misurare l' area di una certa porzione di fiume, o di una strada, che vada molto tortuosa, come succede comunemente. Ciò poi si veda eseguito nella figura 256, dove si osservi l'arte da praticarsi nella misura delle figure, che abbiano lati curvilinei, nei quai casi devonsi tanto risolvere gli spazj da misurarsi in triangoli, e quadrilateri, finchè i residui divenuti infinitamente piccoli si possano trascurare senza errore.*

CLXXXIX. *Non dissimile è il modo da tenersi per determinare il corso, che tiene una strada, o un fiume, se non che le misure non hansi a prendere, che da una sola parte, nè si deve far conto, che delle perpendicolari* Da, Eb, Fc *ec. (Fig. 257.), delle quali le estremità* a, b, c, d, e *ec. determinano il corso della strada, o del fiume. Trovato poi che si sia l'andamento di un lato* abcdef *ec. della strada, sarà facile il se-*

area di un triangolo, che abbia per altezza l'apotema, e per base la somma delle basi di tutti questi triangoli, onde per avere l'area di un poligono basterà moltiplicare la metà dell'apotema nella somma de' lati del poligono, o sia nel di lui circuito, ovvero nel prodotto di un lato nel numero de' lati.

CO-

---

gnar l'altro lato, niente altro a ciò richiedendosi, che sapere per qualsivoglia sito la larghezza della strada, o del fiume.

CXC. *Una cosa resta da avvertirsi, ed è, che nel misurare i campi fruttiferi non si deve far conto delle inegualità, che può avere il terreno, ma si devono considerare come piani; e così nella misura di un monte non si deve computare, che l'area della sua base; e la ragione si è, perchè nella compra di questi fondi non si considera la quantità della superficie, ma l'utile, che rendono, e quest' utile è sempre lo stesso qualunque sia la superficie, mentre gli alberi, e le biade alzandosi perpendicolarmente, ben si vede, che non ve ne possono capir di più in una superficie inclinata, che in una orizzontale. Vale lo stesso dei terreni destinati a uso di Fabbriche. La cosa poi non andrebbe così qualora per esempio si trattasse di coprire un pavimento, mentre supposti i medesimi confini vi vorrebbero più pietre per lastricare un piano inclinato, che un orizzontale.*

CXCI. *Per misurare la base di un monte serve la regola stessa praticata fin' ora, come si può vedere alla figura* 258. *Come poi si possa trovare l'altezza di un monte si può vedere eseguito nella medesima figura per mezzo del perpendicolo, o sia livello, come comunemente lo chiamano i Muratori, ove le perpendicolari* Aa, Bb, Cc, Dd *danno l'altezza cercata eguale a* $27+24+35+59=145$. *In questa sorte di misure preferisco l'uso del suddetto livello a ogni altro modo d'operare a motivo della facilità, che somministra nel determinare mediante il piombino le perpendicolari.*

CXCII. *In vece di misurare separatamente i triangoli, ne' quali si risolve un poligono, si potrà egli primieramente ridurre a un sol triangolo d'egual superficie, di cui poscia si misurerà l'area giusta il num.* 246. *Sia dato da ridursi a un triangolo il poligono* ABCDE [Fig. 259.] *Si conduca la diagonale* BD, *che separa il triangolo* DBC, *dal di cui angolo* C *si tiri la retta* CF *parallela alla diagonale* BD, *e che va a terminare al lato* AB *prolungato, se occorre. Si uniscano i due punti* D, F *colla retta* DF, *con che si avrà il poligono* AFDE *eguale in superficie al poligono proposto, e minore di un lato; poichè i due triangoli* BDC, BFD *avendo la stessa base* BD, *ed essendo fra le parallele* BD, CF, *sono eguali* [*pel num.* 248.], *onde levando la parte comune* BDH, *resta il triangolo* DHC *eguale al triangolo* BHF: *Ma* [*per costruzione*] *il triangolo* DHC *è escluso dal nuovo poligono, e vi è intruso il suo eguale* BHF; *dunque questo nuovo poligono è eguale al proposto. Dopo ciò si tiri dal punto* F *all' angolo* E *la diagonale* EF, *la quale leverà dal poligono il triangolo* EFD, *dal cui angolo* D *si conduca la* DG *parallela alla precedente diagonale* FE. *Si uniscano i punti* E, G *colla retta* EG, *lo che fatto si avrà il triangolo* AEG *eguale al poligono* AEDF, *poichè il triangolo* EHD *è eguale al triangolo* FHG, *come si può dimostrare nella stessa maniera poc' anzi tenuta. Questo triangolo adunque* AEG *essendo eguale al poligono* AEDF, *e questo poligono al poligono dato* AEDCB, *però il poligono dato* AEDCB *è eguale al triangolo* AEG, *lo che dovevasi trovare.*

CXCIII. *Qualora pertanto sia dato un poligono qualunque, si potrà egli ridurre a un parallelogrammo, che abbia una data retta per base, e un angolo dato: Si ri-*

COROLLARIO II.

390. Quindi perchè il circolo si considera come un poligono di lati infinitamente piccoli (pel num. 351. 4°.), però la di lui area sarà eguale a quella di un triangolo, che abbia il raggio per altezza, e per base la periferia; e però si avrà l'area del circolo con moltiplicare il raggio nella metà della periferia, conseguentemente l'area di un circolo è eguale a quella di un quadrato, il di cui lato sia una media proporzionale geometrica tra il raggio del circolo, e una retta eguale alla metà della circonferenza. Così pure l'area di un settore di circolo è eguale al pro-

---

duca, nel modo pur ora detto il proposto poligono in un triangolo, il quale [pel num. CXXVIII.] *si riduca ad un altro triangolo, che abbia per base una retta doppia della retta data. Pel numero* CXLII. *eguale a questo triangolo, si faccia un parallelogrammo, che abbia un angolo eguale al dato, ed egli sarà quello, che si cercava. Eucl. l. 1. p. 45. Istessamente si opera in caso, che l'altezza debba essere eguale a una data retta.*

CXCIV. *Parimente essendo dato un poligono qualunque, si potrà trovare un quadrato a lui eguale. Si riduca a un triangolo nel modo detto il proposto poligono: A questo triangolo si costruisca un eguale rettangolo [giusta il numero* CXLII.]. *Fra i due lati del rettangolo si trovi una media proporzionale [pel num. 262.], e questa media sarà il lato del quadrato cercato. Eucl. l. 2. p. 14.*

CXCV. *Se adunque sarà dato un poligono* A [Fig. 260.], *e se ne voglia fare un'altro* B *a lui simile, ed eguale a un dato* Q, *si faccia così. Giusta il precedente numero* CXCIV. *si riduca il poligono* A *al rettangolo* CFED, *formandolo sopra* CD *lato del poligono; poscia sopra l'altro lato* DE *del rettangolo trovato si formi un secondo rettangolo* DEHG *eguale al poligono* Q. *Poichè sono rettangoli tutti due, ed hanno comune il lato* DE, *che ne misura le altezze, hanno perciò le basi* CD, DG *sopra una stessa retta. Sopra questa retta* CG *come diametro si descriva il semicircolo* COG, *e si prolunghi il lato* ED, *finchè incontri in* O *la periferia. La retta* DO *sarà il lato, sul quale devesi costruire il nuovo poligono* B *simile al poligono* A, *il quale poligono sarà eguale al poligono* Q; *poichè i due poligoni* A, B *essendo simili [per costruzione] si ha* $A : B :: \overline{CD}^2 : \overline{DO}^2$ *: ma [per costruzione] si ha* $\div CD : DO : OG$, *onde è* $\overline{CD}^2 : \overline{DO}^2 :: CD : DG$ *[pel num. 742. del I. Tomo]; dunque* $A : B :: CD : DG$. *Ora perchè i due poligoni* A, Q *sono [per costruzione] eguali ai rettangoli* CFED, DEHG, *e questi due rettangoli a motivo della medesima altezza* DE *stanno come le basi* CD, DG; *però si ha* $A : Q :: CD : DG$; *ed essendosi trovato* $A : B :: CD : DG$, *dunque* $A : Q :: A : B$, *o sia* $A : A :: Q : B$, *conseguentemente perchè* $A = A$, *anche* $Q = B$; *lo che dovevasi fare. Eucl. l. 6. p. 25.*

CXCVI. *Soggiungerò quì altri due problemi riguardanti la trasformazione di poligoni dati in parallelogrammi.*

CXCVII. *Prob. I. Alla data linea* AB [Fig. 261.] *debbasi applicare un parallelogrammo eguale al poligono dato* C, *e mancante di un parallelogrammo simile al dato* D. *Il poligono* C *non deve essere maggiore del parallelogrammo, che si può fare sopra la*

prodotto del raggio in una retta eguale alla metà della lunghezza dell'arco, che termina questo settore. Dal che si ricava, che il circolo sta al quadrato iscritto ABCD (Fig. 193.), come la semiperiferia al diametro del circolo, poichè in vece del quadrato ABCD si prenda il rettangolo EBDH, che gli è eguale; l'area del circolo è eguale al prodotto della semiperiferia BAD nel raggio AK, e il rettangolo EBDH è eguale al prodotto del raggio AK nel diametro BD, e però il circolo sta al quadrato, iscritto come BAD ╳ AK : BD ╳ AK : : BAD : BD, cioè come la semiperiferia al diametro. E perchè il quadrato circoscritto è doppio del quadrato iscritto, il circolo sta al quadrato circoscritto, come la semiperiferia al doppio del diametro, o sia come la quarta parte della periferia al diametro.

392. Nel precedente numero ho determinato quale esser debba la precisa misura dell'area del circolo, per avere la quale fa mestieri, che si possa rettificarne la circonferenza, o sia che si possa avere l'esatto rapporto del diametro alla circonferenza: ma siccome essendo data in numeri la grandezza del diametro, non si è peranche potuto assegnare in numeri la vera, ma soltanto la quasi vera grandezza della sua circonferenza; quindi è, che la giusta misura dell'area del circolo non si è

---

metà di AB, *a cui manchi un parallelogrammo simile a* D, *perchè* [*pel num.* 314. 2°.] *il parallelogrammo fatto sopra la metà di* AB *è il massimo, che sopra una qualunque parte di* AB *si possa applicare. Eucl. l.6. p.28.*

CXCVIII. *Risol. Si divida* AB *in due parti eguali nel punto* E, *e sopra* EB *si faccia il parallelogrammo* EBGF *simile a* D, *il quale giusta la condizione sarà maggiore del poligono* C. *L'eccesso del parallelogrammo* EBGF *sopra il poligono* C *sia eguale alla figura* I: *si faccia il parallelogrammo* MNTR *eguale alla figura* I, *e simile a* D, *o sia ad* EBGF [*pel precedente numero* CXCV.]. *Si conduca la diagonale* FB, *indi si faccia* FO = KM, FQ = KT. *Pel punto* Q *si tiri la retta* QZ *parallela a* GB, *e pel punto* O *la retta* SR *parallela ad* AB. *Sarà il parallelogrammo* AZPS *quello, che si cerca.*

CXCIX. *Dim. Per costruzione i parallelogrammi* D, EBGF, FOPQ, KMNT, PZBR *sono simili fra loro, ed* EBGF = KMNT + C = FOPQ + C: *dunque se da* EBGF *si leverà* FOPQ, *resterà* C = OEZP + GQZB; *Ma* GQZB = OEBR = AEOS: *dunque* C = AZPS. *Lo che si doveva dimostrare.*

CC. *Probl.* 2. *Sopra la data retta* AB [Fig. 262.] *debbasi formare un parallelogrammo eguale al dato poligono* C, *ed eccedente nella sua applicazione di un parallelogrammo simile al dato* D. *Eucl. l. 6. p. 29.*

CCI. *Risol. Si divida* AB *per metà in* E, *e sopra* BE *si faccia il parallelogrammo* EBGF *simile a* D: *Poscia si faccia il parallelogrammo* IHLK *eguale ad* EBGF+C, *e simile ad* EBGF. *Si prolunghi* FE *in* L, *ed* FG *in* M, *così che sia* FL = IH, *ed* FM = IK. *Pel punto* L *si conduca la retta* RN *parallela ad* AB, *e pel punto* M *la retta* MN *parallela a* BG. *Si tiri la diagonale* FN, *e il parallelogrammo* APNR *sarà quello, che si cerca.*

CCII. *Dim. Per costruzione i parallelogrammi* D, HLKI, LNMF, EBGF *sono simili tra loro; e però* OBPN *è simile a* D, *o sia ad* LNMF [*pel num.* 337.]; LNMF = HLKI: *Onde* LNMF = EBGF + C, *e in conseguenza* LNMF — EBGF = C: *Ma* LNMF — EBGF = LNPE + BPMG = AELR + LNPE = RNPA; *lo che si doveva dim.*

ſi è ancora potuta trovare. E queſto è quanto deveſi intendere, allorchè ſi dice non eſſerſi potuta trovare la quadratura del circolo, avvegnachè queſto nome di quadratura ſi derivi dal quadrato, che (giuſta il num. 329) è la miſura comune delle ſuperficie (a).

393.

(a) CCIII. *Ha Dinoſtrato dato il modo di deſcrivere meccanicamente una curva, alla quale ha dato il nome di quadratrice, perchè per mezzo ſuo ſi può quadrare il circolo. Queſta curva ſi deſcrive nel modo ſeguente. Sia* BAT [*F. 263. n. 1.*] *un quadrante di circolo: Si dividano in un egual numero di parti tanto il raggio* AB, *come l'arco* AFT. *Pel centro* B, *e pei punti* C, D, E, F *ec. delle diviſioni dell'arco ſi conducano i raggi* BC, BD, BE *ec.; poſcia pei punti* G, H, I, K *ec. delle diviſioni del raggio* AB *ſi conducano parallele a* BT *le rette* GL, HM, IN, KO *ec., le quali incontreranno i raggi* BC, BD *ec. nei punti* L, M, N, O *ec. Per queſti punti ſi conduca la curva* A L M N O S, *che ſarà la quadratrice cercata. Siccome poi vicino al punto* S *i punti d'interſezione non ſi poſſono determinare eſattamente a motivo, che i raggi divenendo quaſi paralleli, le rette ſi interſecano troppo obliquamente; però per determinare colla maggiore preciſione poſſibile anche queſti punti della curva, ſi faccia così. Allorchè ſi ſarà giunto a un certo punto, come* R, [*Fig. 264*] *della curva, da cui non ſi poſſano determinare con eſattezza i ſuſſeguenti punti d'interſezione, ſi conduca per queſto punto* R *la retta* FRO *parallela ad* AC, *e ſi prenda* RO = AR, *poſcia ſi tiri la retta* AO, *che ſi divida per metà in* L, *e queſto punto* L *ſarà nella curva. Pel punto* L *ſi conduca la retta* LG *parallela ad* AC, *e ſi prenda* LG = AL, *indi ſi tiri la retta* AG, *che ſi divida per metà in* P, *e queſto punto* P *ſarà nella curva. Nello ſteſſo modo ſi ſeguitino a ſegnare di mano in mano i ſuſſeguenti punti della curva finchè ſi giunga al punto* H. *Quanto più ſaranno i punti, che di queſta quadratrice ſi troveranno nel modo detto, tanto più eſattamente ſi potrà eſſa deſcrivere, mentre eſſendo eſſi aſſai proſſimi reſterà più preciſamente determinata la curvatura della quadratrice.*

CCIV. *Dalla maniera data di coſtruir queſta curva ſi ſcorge, che le parti del raggio* AB [*F. 263. n. 1.*] *ſtanno fra loro nella ſteſſa ragione, che le corriſpondenti parti dell'arco* AFT, *cioè* AH : HK :: AD : DF; AK : KB : AF : FT *ec. E perchè inoltre le linee deſcriventi colle loro interſezioni la curva diſcendono nello ſteſſo tempo, e vanno a terminare in* B, S, T, *perciò ſiccome v'è proporzione tra una qualunque parte del raggio al raggio, e la corriſpondente parte dell'arco all'arco, così vi deve eſſer proporzione tra l'arco* AFT, *il raggio* BT, *e la baſe* BS *della quadratrice, onde il raggio ſia medio proporzionale tra loro. Se adunque a* BS, BT *ſi troverà una terza proporzionale, eſſa ſarà una retta eguale all'arco del quadrante, e il doppio di queſta retta ſarà eguale alla ſemiperiferia. Ma perchè l'area del circolo è eguale al prodotto del raggio nella ſemiperiferia, ſe fra il raggio del circolo, e il doppio della retta trovata ſi prenderà una media proporzionale, eſſa ſarà il lato del quadrato eguale all'area del circolo, perchè di tre medie proporzionali il prodotto delle eſtreme è eguale al quadrato della media.*

CCV. *Per ogni circolo, che ſi voglia quadrare non è neceſſario deſcrivere nel di lui quadrante una nuova quadratrice, ma per tutti può ſervire una ſola, come ſarebbe quella della figura 265. poichè come ſta* AH *ad* AB, *così ſtarà il raggio del circolo da quadrarſi ad una retta, che ſarà eguale alla quarta parte della di lui periferia. Sia*

393. Per altro se non si è potuto trovare il preciso rapporto del diametro alla circonferenza, vi si è però trovata una approssimazione tale, che può servire in pratica senza errore sensibile anche nelle circostanze più scrupolose. Siccome (pel num. 351. 4°.) il circolo si può considerare come un poligono, così a questo mezzo sono ricorsi comunemente i Matematici per determinare la ragione del diametro alla circonferenza. Il primo di tutti, che ciò abbia tentato, è stato Archimede per mezzo di due poligoni di 96 lati, uno iscritto, e l'altro circoscritto. Ha egli trovato, che il circuito del poligono circoscritto contiene il diametro un numero di volte minore di $3\frac{1}{7}$, e il circuito del poligono iscritto lo contiene un numero di volte maggiore di $3\frac{10}{71}$: Onde perchè la circonferenza è minore del circuito del poligono circoscritto, ma maggiore del circuito del poligono iscritto, essa per conseguenza contiene il diametro un numero di volte minore di $3\frac{1}{7}$, e maggiore di $3\frac{10}{71}$. Queste due ragioni 22 : 7, e 223: 71 si riducano allo stesso denominatore, e si avrà 1562: 497, e 1561: 497; per lo che essendo il diametro di 497 parti, la circonferenza sarà maggiore di 1561 delle medesime parti, e minore di 1562.

394. Di questa approssimazione non si sono contentati in seguito i Matematici, ma hanno più oltre promosse le loro scrupolose ricerche, lo che ha fatto Lodolfo da Ceulen, Giovanni Pell, e più di tutti con maggior precisione il Sig. Eulero: Le ragioni però da essi trovate, benchè le più esatte non sono servibili nella pratica a motivo de' lunghissimi penosi calcoli, a'quali espongono, per essere espresse da numeri assai grandi. Onde è, che comunemente si suol far uso della ragione trovata da Adriano Mezio, nella quale a una grande esattezza trovasi accoppiato

---

pertanto eguale ad AX *il raggio del circolo da quadrarsi: dal punto* H *al punto* B *si conduca la retta* BH, *cui dal punto* X *si conduca parallela la* XT, *che vada ad incontrare in* T *il raggio* AB *prolungato, se occorre. Poichè si ha* AH : AB : : AX: AT, *sarà la retta* AT *eguale alla quarta parte della periferia del circolo*, *il di cui raggio è* AX: *Se adunque si farà* ∺ AX: Z: 2AT, *cioè* $Z = \sqrt{AX \times 2AT}$, *sarà la retta eguale a* Z *il lato del quadrato eguale all'area del proposto circolo.*

CCVI. *Che se si dovrà trovare un circolo, la di cui periferia sia eguale ad una data retta, si prenda la quarta parte di questa retta, che si metta sopra il raggio* AB *da* A *in* T; *si conduca la retta* BH, *parallela alla quale si tiri pel punto* T *la retta* TX, *la quale taglierà in* X *il raggio* AC, *e sarà* AX *il raggio del circolo cercato.*

CCVII. *Qualora sia dato un quadrato, e si voglia trovare il diametro del circo-*

piato un egual comodo per la pratica; ed è la seguente: Posto il diametro 113 parti, la circonferenza è 355 delle medesime. (a)

---

lo, che gli è eguale, si faccia così: sia LP *il lato del quadrato proposto, e si prenda questa retta* LP [*Fig.266.*] *come diametro di un circolo, si trovi* [*pel precedente num.* CCV.] *il quadrato, che è eguale a questo circolo, e sia* PI *il lato di questo quadrato: si ponga* PI *perpendicolare a* PL *sul punto* P, *e si conduca la* LI, *indi si prolunghi indefinitamente verso* H *la* PI. *Dal punto* L *perpendicolare ad* LI *si alzi la* LH, *che vada ad incontrare in* H *la* PI *prolungata. Sarà* PH *il diametro del circolo eguale al quadrato descritto sopra il lato* PL. *Di fatto poichè l'angolo* HLI *è retto* [*per costruzione*], *ed* LP *è perpendicolare su l'ipotenusa* HI, *si ha* ∺ PI: PL: PH: *Ma* [*pel num.* 411.] *sono pure proporzionali le figure simili descritte sopra queste rette; dunque poichè* PL *è tanto il lato di un quadrato, come il diametro di un circolo, starà il quadrato della retta* PI *al circolo descritto sul diametro* PL, *come il quadrato della retta* PL *al circolo descritto sul diametro* PH. *Ora* [*per costruzione*] *il quadrato di* PI *è eguale all'area del circolo descritto sul diametro* PL, *però anche il quadrato di* PL *è eguale all'area del circolo descritto sul diametro* PH, *ed ecco trovato il diametro del circolo, che è eguale al proposto quadrato.*

CCVIII. *Mediante la quadratrice si può dividere in quante parti eguali si vuole un dato angolo rettilineo. L'angolo dato sia* ABC [*Fig. 263. n. 2.*], *che si descriva nel quadrante, dov'è la quadratrice: Dal punto* F, *ove il lato* BC *interseca la quadratrice, si conduca la retta* FG *parallela a* BD. *Se l'angolo si dovrà dividere per esempio in cinque parti eguali, si divida parimente in cinque parti eguali la porzione* GA *del raggio, e si conducano parallele a* GF *le rette* EI, KL, PQ, KS, *e pei punti*, I, L, Q, S *si conducano dal centro* B *le rette* BN, BM, BO, BT, *che divideranno l'angolo proposto, come si cercava; poichè* [*giusta la costruzione della curva*] *si ha* AR: RP: PK: KE: EG:: AT: TO: OM: MN: NC; *ed* AR: AG:: AT: AC, *cioè a dire, che tutte le parti dell'arco* AC *sono eguali tra loro, come* [*per costruzione*] *lo sono le parti della* AG; *e però come* AR *è un quinto di* AG, *così* AT *è un quinto di* AC. *Se l'angolo da dividersi in un cercato numero di parti sarà maggiore di un retto, in tal caso di quest' angolo se ne prenda la metà, la quale mediante la quadratrice si divida nel proposto numero di parti, ognuna delle quali sarà la metà di ciascuna di quelle, nelle quali deve esser diviso l'angolo dato.*

CCIX. *A imitazione di Dinostrato il Sig. Tschirnhausen ha inventato un' altra quadratrice parimente meccanica* AMMB [*Fig.267.*]. *Per costruirla si divida in un numero di parti eguali tanto il quadrante di circolo* ANB, *come il raggio* AC. *Dai punti di divisione* P, P *ec. si conducano le rette* PM, PM *ec. parallele a* CB; *e dai punti* N, N *ec. le rette* NM, NM *parallele ad* AC. *Pei punti* M, M *ec. ove si intersecano le rette* PM, NM *si faccia passare la curva* AMMB, *che è la quadratrice cercata, mentre si ha* ANB: AN:: AC: AP.

(a) CCX. *Sia il semicircolo* BDC [*Fig. 268.*] *diviso nei due quadranti* BD, DC: *Si conduca pel punto* D *la tangente* KF, *e colla* AH *si divida per metà l'angolo retto* BAD: *Si supponga diviso il raggio* AD *in* 1000000. *parti eguali; e poichè l'angolo* ADH *è retto* [*per costruzione*], *e tanto l'angolo* DAH, *come l'angolo*

DHA *è semiretto, sarà* $DH = AD = 1000000$, *e però* $\overline{AH}^2 = \overline{DH}^2 + \overline{DA}^2$

395. Essendosi trovato essere 113.: 355. la ragione del diametro alla circonferenza, se si dovrà trovare la grandezza della circonferenza di un proposto circolo, il di cui diametro sia di una nota misura $= a$, si farà $113 : 355 :: a$: al quarto, che trovasi essere $\frac{355a}{113}$, e però tale è il valore della cercata circonferenza. Ora che si è trovato il valore della circonferenza, si troverà l'area del circolo giusta il num. 390. con moltiplicare la metà del diametro, cioè il raggio, che nel caso presente è $\frac{a}{2}$ per la metà della circonferenza trovata, e si avrà $\frac{355a^2}{452}$, che è l'area cercata. O pure l'area del circolo, il di cui diametro sia espresso da 113., e la circonferenza da 355., sarà $\frac{113}{2} \times \frac{355}{2} = \frac{40115}{4}$. Se pertanto si prenderà il quadrato del diametro 113., la ragione di questo quadrato all' area sarà $12769 : \frac{40115}{4}$, o sia, mediante la riduzione allo stesso denominatore, $51076 : 40115$, cioè a dire (con dividere l'uno, e l'altro termine per 113) $452 : 355$.

Si

$= 2000000000000$., *conseguentemente* AH *maggiore di* 1414212., *e minore di* 1414213.. *Si divida per metà l' angolo* HAD *colla retta* AG, *e si avrà* AH: AD:: HG: GD, *e componendo* AH + AD: AD:: HD [$=$AD]: GD, *cioè tanto* 2414212: 1000000:: 1000000: GD *maggiore di* 414213., *come* 2414213: 1000000:: 1000000: GD *minore di* 414214., *con che si trova il valore di* AG. *Si divida di nuovo per metà l'angolo* GAD, *a fine di trovare il valore di una nuova porzione della tangente* DK: *Onde siccome* DH *era la metà del lato del quadrato circoscritto al circolo, e* DG *la metà del lato dell' ottagono circoscritto, così la nuova porzione della tangente sarà la metà del lato del poligono di* 16. *lati circoscritto; e in questo modo si troverà il lato di un qualsivoglia altro poligono circoscritto. Si conduca ora parallela alla tangente* KF *la corda* LN *divisa per metà in* M, *e si avrà* AG: GD:: AL: LM, *e poichè sono noti i valori di* AG. GD, AL, *si potrà trovare il valore di* LM *maggiore, e minore del vero, che è la metà del lato dell' ottagono iscritto; nello stesso modo si troverà il valore del lato di qualunque altro poligono iscritto: Se pertanto si troverà in questo modo il valore del lato di un poligono di* 96 *lati iscritto, e circoscritto, come ha fatto Archimede, e questo valore si moltiplichi per* 96, *si avrà l'ambito tanto del poligono iscritto, come del circoscritto: Ma tra gli ambiti di questi due poligoni cade la periferia del circolo; quindi se si prenderà l'ambito del poligono iscritto prossimamente maggior del vero, e l' ambito del circoscritto prossimamente minor del vero ma tali, che la loro differenza sia minore di qualsivoglia quantità assegnabile, si giungerà in questo modo a trovare il valore della circonferenza; e però la di lei ragione al diametro che si è assunto* $= 2000000$.

Si divida in oltre l'uno, e l'altro termine per 4., e si avrà 113: $\frac{355}{4}$; ma 113. è il diametro, e 355. è la periferia, dunque il quadrato del diametro sta all' area del circolo, come il diametro alla quarta parte della periferia.

396. Quantunque non si sia potuto trovare la quadratura del circolo, si sono quadrati però certi spazj rinchiusi e tra archi di cerchio, e fra archi, e linee rette. Ippocrate Chio ha quadrato i due spazj AECGA, CFBHC (Fig. 247.), che chiamansi lunule d' Ippocrate, e ha dimostrato, che la somma di queste due superficie è eguale all'area del triangolo rettangolo ACB: Poichè essendo rettangolo il triangolo ACB, il semicircolo descritto su l' ipotenusa AB come diametro è eguale ai due semicircoli AEC, CFB descritti sopra gli altri due lati AC, CB. Dunque se dal semicircolo AGCHB si leverà la parte CHB comune col semicerchio CFB, e la parte AGC comune col semicerchio AEC, resteranno le due lunule CFBHC, AECGA eguali all' area del triangolo ACB. Se il triangolo rettangolo sarà isoscele, in tal caso abbassando una perpendicolare dall' angolo retto su l'ipotenusa, verrà egli diviso in due triangoli eguali, ognuno de' quali sarà eguale alla sua lunula. Si possono vedere differenti porzioni di cerchj quadrabili nelle memorie dell' Accademia Reale delle Scienze agli anni 1701. pag. 17., e 1703. pag 21. Si vede pure la fig. 248. DHAEBFCGD terminata da quadranti di circolo, ed eguale al quadrato CDAB.

S C O L I O.

397. L' aver noi considerato generarsi qualsivoglia superficie dal flusso di un elemento nascente ci ha portato a trovare con somma facilità la somma di tutti questi elementi in qualunque data figura piana, e a determinarne in conseguenza la misura dell' aree. Non così facilmente col loro metodo procedevano gli antichi geometri, benchè egli sostanzialmente dal metodo de'Moderni non sia diverso. Iscrivevano essi, e circoscrivevano alla figura, della quale volevano misurare l'area, altre figure, delle quali sapevano determinare la superficie, e talmente ingrandivano la figura iscritta, e diminuivano la circoscritta, finchè venivano ad esaurire la figura, di cui volevano trovare l' area. Così abbiamo veduto al num. 393. aver trovato Archimede l' area del circolo per mezzo dei poligoni iscritti, e circoscritti, aumentando il numero de' lati del poligono iscritto, o sia ingrandendolo a segno, che differisse dal circolo con un difetto minore di qualunque quantità assegnabile, e così diminuendo il poligono circoscritto finchè differisse dal circolo con un eccesso minore di qualunque assegnabile. Nel qual caso essendo inassegnabile l'eccesso, che ha al circolo il poligono circoscritto, e il difetto, che ha al medesimo il poligono iscritto, ben si vede che il circolo risultando eguale e al poligono iscritto, e al circoscritto, co' quali ha inassegnabile la differenza, dai medesimi viene egli esaurito. Quindi è, che il metodo degli antichi è chiamato il metodo delle esaustioni. Nello stesso modo, con cui si è esaurito il circolo per mezzo di poligoni iscritti, e circoscritti, si può egli esaurire per mezzo di rettangoli iscritti, e circoscritti. Sia il quadrante di circolo AMK (Fig. 249.), in cui si iscrivano i rettangoli Aa, Bc, Ce, Dm ec., e si circoscrivano i rettangoli AN, BO, CP, DQ ec., e questi rettangoli iscritti, e circoscritti abbiano tutti eguale altezza, stante la divisione del raggio AK in parti eguali AB, BC, CD ec. Supponiamo adesso, che

che si diminuiscano queste parti AB, BC, CD ec. tutte egualmente: A misura che esse si diminuiranno si diminuirà pure la differenza delle rette AM, B*a*; B*a*, C*c*; C*c*, D*e* ec., e conseguentemente si diminuiranno i rettangoletti M*a*, N*c*, O*e* ec.; così che facendosi infinitamente piccole le parti AB, BC, CD ec., lo che succederà allora quando le rette AM, B*a*; B*a*, C*c*; C*c*, D*e* ec. nè siano distanti, nè affatto congruenti, in tal caso le differenze AM, B*a*; B*a*, C*c*; C*c*, D*e* ec. saranno quantità evanescenti, o sia minori di qualunque quantità assegnabile; onde è pure, che infinitamente piccolo risulterà ciascuno dei rettangoli tanto iscritti, che circoscritti: Ma perchè le differenze delle rette AM, B*a*; B*a*, C*c*; C*c* D*e* ec., si sono fatte infinitamente piccole rispetto alle medesime rette; quindi è, che la differenza dei rettangoli iscritti, e circoscritti è parimente infinitamente piccola, vale a dire è minore di qualunque quantità assegnabile: Dunque anche la differenza tra la somma dei rettangoli iscritti, e circoscritti è minore di qualunque quantità assegnabile, conseguentemente molto più lo è la differenza tra la somma dei rettangoli iscritti, e il quadrante di circolo, e così tra esso, e la somma dei rettangoli circoscritti: Per lo che la somma dei detti rettangoli evanescenti tanto iscritti, che circoscritti, si confonde affatto col quadrante di circolo, e però eccolo esaurito per mezzo di rettangoli iscritti, e circoscritti. Ho supposto, che le parti AB, BC, CD ec. siano eguali; per altro sussistono le cose dette ancorchè siano ineguali, purchè però siano minori di qualunque quantità assegnabile, mentre ciò essendo, sarà sempre minore di qualunque quantità assegnabile la differenza dei rettangoli iscritti, e circoscritti. L'arco poi di questo quadrante di circolo è il limite curvilineo, al quale continuamente si accostano i rettangoli iscritti, e circoscritti, cioè a dire è il limite dell'aumentazione della somma dei rettangoli iscritti, e della diminuzione della somma dei rettangoli circoscritti. Generalmente pertanto se due quantità A, B, che possono crescere, e calare, si accosteranno in un tempo finito a una quantità C, così che avanti, che sia finito questo tempo diventi inassegnabile la differenza tra la quantità C, e l'una, e l'altra delle quantità A, B, questa quantità C è il loro limite, e le dette quantità A, B sono eguali, poichè non essendo assegnabile la differenza tra ciascuna di loro, e la quantità C, alla medesima è ognuna di loro eguale, e in conseguenza sono eguali tra se: Così se una qualunque quantità A, che gradatamente può crescere, e calare, si accosterà in un dato tempo ad una quantità B in maniera, che la loro differenza sia inassegnabile, di poi si accosti nello stesso tempo a un'altra quantità C, finchè la loro differenza diventi inassegnabile, le quantità B, C saranno eguali fra loro, e saranno limiti della quantità A. Che se due quantità A, B si accosteranno continuamente con una ragione costante a due limiti C, D, finchè abbiano con essi una differenza inassegnabile staranno fra loro questi due limiti nella stessa ragione delle quantità A, B; poichè essendo (per ipotesi) inassegnabile la differenza tra A, e C, si ha $A = C$, e per la stessa ragione $B = D$; dunque $A : B :: C : D$.

398. Ma vediamo con un esempio come di questo metodo delle esaustioni si prevalevano gli antichi. Archimede per dimostrare, che l'area del circolo è eguale all'area di un triangolo rettangolo, che abbia il raggio del circolo per altezza, e la periferia per base, supponeva primieramente le due seguenti proposizioni.

Prop. 1. Due quantità sono eguali, la di cui differenza è minore di qualunque assegnabile. Lo che è evidente.

Prop. 2. Se da una data quantita si leverà più della metà, e dal residuo si leverà pure più della metà, e lo stesso si seguiti a fare rispetto a tutti gli altri re-

si-

fidui (la propof. è fempre vera, comunque in vece di $\frac{1}{2}$ fi levi $\frac{1}{3}$, o $\frac{1}{4}$ ec.) fi arriverà finalmente ad un refiduo minore di qualunque quantità affegnabile. Ciò è ftato dimoftrato da Euclide alla prop. 1. del lib. X. come fegue. Sia A la quantità data, e B un'altra quantità quanto fi voglia minore, ma però affegnabile. Si moltiplichi quefta quantità per un'altra quantità D tale, che ne rifulti un prodotto maggiore di A, cioè a dire fia $D \times B > A$. Poichè (per ipotefi) B è una quantità affai piccola, e però affai minore della metà di DB, fe da DB fi fottrerà B, e da A la quantità M maggiore della di lei metà, refterà $DB - B$, o fia

$\overline{D-1} \times B > A - M$. Di nuovo fe dal refiduo $\overline{D-1} \times B$ fi fottrerà B minore della metà, e dal refiduo $A - M$ la quantità N maggiore della metà, fi avrà

$\overline{D-2} \times B > A - M - N$. In quefto modo fi continuino le fottrazioni, finchè il loro

numero fia $D - 2$, nel qual cafo l'ultimo refiduo $\overline{D-D+2} \times B = 2B > A - M - N - P - Q$ ec. Per lo che fe per ultimo dal refiduo 2B fi leverà la metà, e dal refiduo $A - M - N$ ec. più della metà, refterà $B > A - M - N$ ec. Per quanto piccola adunque, che fia la quantità B, effendo fempre minore il refiduo, a cui fi giunge con fottrarre dalla quantità A più della metà, e dal refiduo più della metà, e così in feguito, fa meftiere, che queft' ultimo refiduo fia minore di qualunque quantità affegnabile.

Premeffe quefte due propofizioni paffava Archimede per mezzo de' poligoni ifcritti, e circofcritti a dimoftrare il fuo affunto così. Si ifcriva al cerchio ABCD (Fig. 250.) un quadrato, indi un ottagono: Mediante quefto fecondo poligono fi leverà più della metà della differenza, che paffa tra il circolo, e il quadrato, mentre ognuno dei triangoli AMD, AFB ec. è più della metà del fegmento, cui è ifcritto; poichè fe colla bafe AD, e coll'altezza MG di quefto triangolo fi formerà un parallelogrammo, egli farà doppio del triangolo (pel num. 314.), e maggiore del fegmento, come è evidente, a motivo dell'altezza MG, e della curvatura dell'arco; e lo fteffo vale per tutti gli altri triangoli rifpetto ai loro fegmenti; Onde coll'ifcrizione dell'ottagono fi leva via più della metà della differenza, che paffa fra il circolo, e il quadrato ifcritto. Nella fteffa maniera fi prova, che con ifcrivere un poligono di 16. lati fi leva via più della metà della differenza, che paffa fra il circolo, e l'ottagono ifcritto; e così fe fi ifcriverà un poligono di 32. lati ec. Se adunque mediante la bifezione degli archi fi ifcriveranno continuamente nuovi poligoni, fi giungerà finalmente a un poligono, la di cui differenza dal circolo farà minore di qualunque quantità affegnabile, e però egli fi confonderà col circolo. La medefima cofa fi dimoftra rifpetto ai poligoni circofcritti. Si circofcriva al circolo ABDK il quadrato EFGH (Fig. 251.), indi l'ottagono MOPQRSTN, la differenza tra il quadrato, e l'ottagono farà efpreffa dai triangoli NME, OPH, QRG, STF, e quefta differenza è maggiore della metà della differenza, che paffa tra il quadrato, e il circolo; poichè dall'angolo E del quadrato conducendofi al lato MN dell'ottagono la perpendicolare EL, farà il triangolo ELM rettangolo, e in confeguenza l'ipotenufa EM maggiore del lato LM, come pure maggiore di MA, perchè $LM = MA$ a motivo, che il triangolo LAM è ifofcele. Ora perchè i due triangoli LME, LMA hanno la medefima altezza, effi ftanno come le bafi (pel num. 288.): Dunque il triangolo LME, che ha la bafe più gran-

grande, è maggiore del triangolo LMA; e però l'intero triangolo NME è maggiore dei due triangoli BLN, LAH, cioè a dire con levarsi da BLAEB il triangolo NEM, si viene a levare più della metà; e lo stesso vale per gli altri spazj compresi dai rimanenti tre archi, e dai lati del quadrato. Quindi col circoscriversi l'ottagono si è levato più della metà della differenza, che passa tra il circolo, e il quadrato circoscritto. La medesima cosa si otterrà con circoscrivere un poligono di 16. lati, poi di 32. ec.: Onde finalmente si giungerà a un poligono circoscritto, la di cui differenza dal circolo sarà minore di qualunque assegnabile, e conseguentemente si confonderà col circolo. Avendo così dimostrato Archimede potersi iscrivere, e circoscrivere al circolo due poligoni, che abbiano col medesimo una differenza inassegnabile, veniva tosto a conchiudere: Dunque l'area del circolo è eguale all'area di un triangolo rettangolo, che ha per altezza il raggio del circolo, e la circonferenza per base. Imperocchè questo triangolo nè potendo essere maggiore, nè minore del circolo, gli deve essere necessariamente eguale: Non può essere maggiore del circolo d'una differenza assegnabile, altrimenti sarebbe maggiore del poligono circoscritto, che ha col circolo una differenza inassegnabile, lo che non può essere (giusta il num. 389.), perchè la periferia è minore del contorno del poligono circoscritto: Parimente il detto triangolo non può essere minore del circolo d'una differenza assegnabile, altrimenti sarebbe minore del poligono iscritto, lo che pure non può essere, perchè l'apotema è minore del raggio, e il di lui contorno minore della circonferenza. Resta adunque dimostrato, che il triangolo avente per altezza il raggio, e per base la circonferenza del circolo è eguale alla di lui area.

PARTE IX.

De' poligoni simili, e delle ragioni, e proporzioni de' loro lati, ed aree.

398. Considerando i poligoni, come ho considerato i triangoli, e le figure quadrilatere a norma del num. 212., così che qualsivoglia poligono risulti dalla somma di elementi nascenti, o evanescenti, quei poligoni saranno simili, che si comporrano da elementi nascenti, i quali osservino rispettivamente fra loro lo stesso ordine, e in oltre tutti gli elementi di uno abbiano la stessa ragione ai corrispondenti elementi dell'altro. Ciascun poligono poi deve avere tutti i suoi elementi eguali fra loro. Ciò posto.

COROLLARIO I.

399. Il rapporto dei lati omologhi di due poligoni simili deve essere lo stesso, che quello dei loro elementi.

COROLLARIO II.

400. I poligoni simili devono avere un egual numero di lati, ed egualmente disposti; ond'è, che debbono pure avere un egual numero di angoli vicendevolmente eguali. Quindi è adunque, che due poligoni allora saranno simili, quando avendo un egual numero di lati, ed essendo equiangoli, avranno i lati omologhi proporzionali: Come rispetto alle due figure BCDEFG (Fig. 245.), e KLMNOH (Fig. 269.), che sono equilatere, ed equiangole si ha GB:

GB: HK:: BC: KL
BC: KL:: CD: LM
CD: LM:: DE: MN
DE: MN:: EF; NO
EF: NO:: FG: OH,
o sia GB: BC: CD: DE: EF: FG:: HK: KL: LM: MN: NO: OH.

COROLLARIO III.

401. Per lo che tutti i poligoni regolari della medesima spezie, e conseguentemente tutti i circoli sono simili; siccome pure tali sono tutti i segmenti di circolo terminati da archi di egual numero di gradi.

COROLLARIO IV.

402. Nei poligoni simili osservando vicendevolmente fra loro il medesimo ordine gli elementi nascenti, tutti perciò gli elementi corrispondenti sono ne' medesimi similmente posti: Onde è primieramente, che i centri, e i vertici degli angoli corrispondenti nei poligoni simili sono punti similmente posti rispetto ai lati omologhi, e a qualunque parte delle aree di questi poligoni. In secondo luogo, che se su la superficie di due poligoni simili BCDEFG, KLMNOH (Fig. 245., e 269.) si condurranno d' una stessa maniera due rette AD, PM, esse passeranno per punti similmente posti, e però saranno similmente poste rispetto ai lati, e alle aree di questi poligoni; e perchè due punti determinano la posizione di una retta (pel num. 25.), nei poligoni simili quelle rette saranno similmente poste, che passeranno per due punti similmente posti, o dai medesimi saranno terminare. Essendo poi queste rette AD, PM similmente poste nei poligoni delle fig. 245., 269., esse dividono tali poligoni in quattro figure, delle quali le due di un poligono sono simili all' altre due dell' altro poligono, cioè ADEFG a PMNOH, ed ADCB a PMLK. La somiglianza poi di queste figure fa, che esse abbiano i lati proporzionali (pel num. 400.): Onde rispetto alle due prime figure sarà AD: DE:: PM: MN ec., e rispetto alle altre due si avrà AD: DC:: PM: ML ec., conseguentemente le rette similmente poste in poligoni simili stanno fra loro nella stessa ragione dei lati omologhi; per lo che si possono chiamare linee omologhe, e tali sono ne' poligoni le apoteme, i diametri, che sostentano egual numero di lati, ne' cerchj i raggi, i diametri, le corde d' archi d' egual numero di gradi ec. (a)

CO-

(a) CCXI. *Se pertanto a un circolo si iscriverà il lato di un certo numero di poligoni regolari, per esempio di tutti i poligoni cominciando da quello di tre lati fino a quello di venti lati, se ne potrà poscia prevalere per trovare a dirittura il lato di un poligono cercato da iscriversi a un circolo, di cui sia dato il diametro, e ciò si otterrà*

COROLLARIO V.

403. Ora perchè i poligoni regolari si risolvono in triangoli con condursi dal centro a ciascuno de'loro angoli le rette, che sono raggi del circolo circoscritto, e questi raggi pel precedente numero sono linee omologhe, ciò sono proporzionali ai lati dei poligoni; quindi con condursi le rette dal centro nei poligoni regolari, essi si risolvono in triangoli, che hanno i lati proporzionali, e però in triangoli simili (pel num. 251.). Parimente essendo linee omologhe le diagonali, che nei poligoni simili sostentano egual numero di lati; se due poligoni simili si risolveranno in triangoli con condurre da un medesimo corrispondente angolo le diagonali agli angoli opposti, essi si risolveranno in un egual numero di triangoli, che avranno i lati omologhi proporzionali; conseguentemente si risolveranno in triangoli simili. Istessamente si divideranno in triangoli simili due poligoni simili BCDEFG, KLMNOH con condurre dai punti A, P similmente posti su i lati omologhi GB, HK le rette dividenti agli angoli opposti, perchè esse sono linee omologhe. Eucl. l. 6. p. 20. p. 1.

COROLLARIO VI.

404. Reciprocamente se due, o più poligoni si potranno risolvere in triangoli simili, essi pure saranno simili, perchè risolvendosi in triangoli simili necessariamente hanno i lati proporzionali.

COROLLARIO VII.

405. Se pertanto vi saranno due poligoni aventi un numero n di lati, e nel primo poligono ciascuno dei lati, il di cui numero sia $n-1$, sia proporzionale a ciascuno dei lati corrispondenti in egual numero del secondo poligono, anche il rimanente lato nel primo poligono sarà proporzionale al rimanente lato del secondo poligono: Come nel poligono della fig. 245. essendo i lati EF, FG, GB, BC, CD proporzionali ai lati corrispondenti NO, OH, HK, KL, LM della fig. 269., sarà ancora il lato ED proporzionale al lato NM, perchè essendo proporzionali i lati EF, FG ec., e NO, OH ec., sono simili i triangoli su di loro formati, conseguentemente gli angoli formati dai lati del primo poligono sono eguali agli an-

---

mediante questa proporzione: Come il diametro del circolo già preparato all'iscritto lato del poligono, così il diametro del circolo, cui devesi iscrivere il nuovo poligono della medesima spezie, al lato di questo poligono: Per esempio il diametro del circolo, cui già sono iscritti i lati dei poligoni sia AF [*Fig.* 90.], *e si voglia il lato del pentagono da iscriversi in un circolo, il di cui diametro sia* AB. *Si prenda il lato del pentagono iscritto al circolo, il di cui diametro è* AF, *e questo lato sia* FG; *si mettano* AB, AF *concorrenti in un angolo qualunque; si prolunghi* AF *in* G, *onde si abbia* AG: *Pei punti* B, F *si conduca la retta* BF, *poscia dal punto* G *se gli tiri parallela la retta* GD. *Poichè è* AF: FG:: AB: BD, *sarà* BD *il cercato lato del pentagono da iscriversi al cerchio, il di cui diametro è* AB.

angoli formati dai lati del secondo poligono, onde è, che resta determinata la posizione, e la misura degli angoli, che deve formare il rimanente lato nell'uno, e nell'altro poligono coi lati contigui; e però i due triangoli EDA, PNM formati sul rimanente lato ED, NM aventi l'angolo EAD, NPM eguale, e i lati EA, DA, e NP, MP proporzionali, sono simili (pel num. 254), vale a dire hanno i lati ED, NM proporzionali nella stessa proporzione degli altri lati, stante che osservano fra loro la medesima proporzione, che EA, AD ad NP, PM. Per la stessa ragione se due poligoni avranno tutti i corrispondenti lati eguali in numero $n-1$ (suppongo $=n$ il numero de' loro lati), anche il rimanente lato nell'uno, e nell'altro poligono sarà eguale.

COROLLARIO VIII.

406. Poichè adunque i poligoni simili si risolvono in triangoli simili, essendosi diviso il poligono della fig. 245. nei triangoli X, Y, Z, V, W, e il poligono della fig. 269. nei triangoli x, y, z, u, w, i quali triangoli sono vicendevolmente simili, perchè sono simili i due poligoni, si avrà $X: x:: Y: y:: Z: z:: V: u:: W: w$. Ma (pel num. 552. del I. Tomo), sta la somma di tutti gli antecedenti alla somma di tutti i conseguenti, come qualsivoglia antecedente al suo conseguente, cioè $X+Y+Z+V+W: x+y+z+u+w:: X: x:: Y: y:: Z: z:: V: u:: W: w$. Conseguentemente i poligoni simili stanno fra loro nella medesima ragione, che i triangoli simili, ne' quali si risolvono. Eucl. l. 6. p. 20. p. 2.

COROLLARIO IX.

407. Ma (pel num. 292.) i triangoli simili stanno fra loro come i quadrati dei lati omologhi; quindi nella stessa ragione dei quadrati dei lati omologhi stanno pure i poligoni simili, cioè a dire il poligono della fig. 245. sta al poligono della fig. 269. come $\overline{GB}^2 : \overline{HK}^2$, o come $\overline{BC}^2 : \overline{KL}^2$ ec. Eucl. l. 6. p. 20. p. 3.; e perchè $\overline{GB}^2$ sta ad $\overline{HK}^2$ come GB sta a una terza proporzionale Q dopo GB, HK, però starà il detto primo poligono al secondo, come GB: Q. (a)

(a) CCXII. *Ricavasi da questo numero la maniera di aumentare, o diminuire una proposta figura rettilinea secondo una data ragione. Un lato della figura data sia* $=A$; *la ragione, colla quale essa si vuole aumentare, o diminuire sia come* 1: n. *Si faccia* $1: n:: A^2$: *al quarto, che è* nA^2, *e* $\sqrt{nA^2}$ *sarà il corrispondente lato del nuovo poligono da costruirsi. Collo stesso metodo si troveranno gli altri di lui lati. Per costruire poi il poligono si opererà giusta il num.* CLX. *Onde per avere la cercata figura aumentata, o diminuita secondo una proposta ragione, non altro devesi fare, che fra i termini della ragion data trovare una media proporzionale, che sarà un lato omologo, su cui dovrassi costruire il cercato poligono.*

COROLLARIO X.

408. E perchè nei poligoni regolari le apoteme, e i raggi dei circoli circoscritti sono linee omologhe, perciò i poligoni regolari della stessa spezie stanno fra loro co-

---

CCXIII. *Lo stesso metodo serve per la divisione delle linee* CD, CE, *de' piani* [*Fig.* 126. *n.* 1.], *che con quelle delle parti eguali, e de' poligoni si suol descrivere sul compasso di proporzione. Comprendono queste linee i lati omologhi d'un qualsivoglia numero di piani per esempio* 64. *simili, e moltiplici del primo, che si suppone* $= 1.$, *secondo i numeri naturali* 1, 2, 3, 4, 5, *ec....* 64. *Per avere le rispettive lunghezze de' lati di ciascuno di questi piani le più esatte, che sia possibile, si divida la lunghezza totale della linea de' piani, o sia il lato del piano maggiore* 64. *in* 1000. *parti eguali, delle quali si determinerà quante ne convengano al lato del primo piano, del secondo ec., così:*

CCXIV. *Si faccia una regola del tre diretta, il cui primo termine sia* 64., *il secondo sia il piano di cui si cerca il lato, e il terzo sia* 1000000. *quadrato di* 1000., *che sono le parti, in cui si è diviso il lato del piano maggiore* 64. *La radice quadrata poi del quarto proporzionale esprimerà il numero delle parti, che deve contenere il lato corrispondente al piano, che ha servito di secondo termine. Per risparmiare il calcolo soggiungo una Tavola, in cui a qualunque piano corrisponde il numero delle parti, che gli compete.*

1	250	9	520	17	643	25	731	33	802	41	862	49	914	57	962
2	315	10	538	18	655	26	740	34	810	42	869	50	921	58	967
3	360	11	556	19	667	27	750	35	818	43	876	51	927	59	973
4	397	12	572	20	678	28	759	36	825	44	882	52	933	60	978
5	427	13	588	21	689	29	768	37	833	45	889	53	939	61	984
6	454	14	602	22	700	30	777	38	840	46	895	54	945	62	989
7	478	15	616	23	711	31	785	39	848	47	902	55	951	63	995
8	500	16	630	24	721	32	794	40	855	48	908	56	956	64	1000

CCXV. *Poichè qualunque figura rettilinea si può risolvere in triangoli; perciò quello che ne' seguenti usi si dice de' triangoli, s' intenda egualmente detto di qualunque figura; mentre su questa, se è irregolare si potranno fare le stesse operazioni partitamente su ciascun lato omologo; oppure se è un poligono regolare si faranno queste operazioni soltanto sopr' un lato.*

CCXVI. *Dalla costruzione di questa Tavola, e perciò dalla divisione delle linee de' piani ne segue* 1°. *che per trovare un triangolo, che stia ad un altro dato come* m : n, *si deve applicare un lato del triangolo proposto da una gamba all' altra del compasso di proporzione al numero* n; *poscia notare sullo stesso lato prolungato, se occorre, la distanza da una gamba all' altra del numero* m; *mentre quest' operazione replicata rispetto a un altro lato ci darà due punti uno per lato, pe' qua-*

come i quadrati delle apoteme, o dei raggi dei circoli, ai quali sono iscritti. Eucl. l. 12. p. 1. (a)

V 2 CO-

---

li conducendosi una retta, sarà essa parallela al terzo lato, e diminuirà, o aumenterà il dato triangolo in ragione di m : n.

CCXVII. 2°. Nello stesso modo si deve operare per dividere un qualunque triangolo in un numero n di parti eguali con rette parallele a qualsivoglia lato, applicando cioè da n a n i lati adjacenti all'angolo opposto al lato, cui devon essere parallele le linee dividenti, indi, fatto centro su quest' angolo, notando su i rispettivi lati le rispettive distanze, che si trovano fra 1., e 1., fra 2., e 2. ec. fino al numero n—1; dopo di che se si condurranno da un lato all' altro del triangolo le rette dal 1°. punto al 1°., dal 2°. al 2°. ec. Queste lo divideranno nelle parti eguali cercate.

CCXVIII. 3°. Dati due, o più piani simili si può trovare la loro ragione con applicare la lunghezza d' un lato trasversalmente a uno stesso numero qualunque, poscia osservare su quali punti [che siano gli stessi da una parte, e dall' altra] cade il lato omologo del secondo piano, indi del terzo ec., poichè i numeri, su cui trasversalmente s' adatteranno i lati omologhi di questi piani, saranno i termini della cercata ragione.

CCXIX. 4°. Si apre il compasso di proporzione in modo, che le linee de' piani facciano un angolo retto, prendendo la distanza dal centro a qualsivoglia numero per esempio 2n sulla linea stessa de' piani; ed aprendo l' istrumento in modo che la presa lunghezza 2n si possa applicare trasversalmente da n ad n.

CCXX. 5°. Da ciò si ricava il modo di trovare un piano simile, ed eguale a due, o più piani simili eguali, o ineguali. Si aprano ad angolo retto le linee de' piani, e si applichi dal centro su d' una gamba la lunghezza d' un lato d' uno de' dati piani, e sull' altra gamba quella del lato omologo del secondo piano dato, con che la distanza trasversale, che passa tra i punti, su cui cadono l' estremità de' lati applicati, si trova essere il lato omologo del piano eguale alla somma de' due dati. Con questo trovato, e il terzo si facciano le stesse operazioni, e così si continui cogli altri, e così s' avrà il lato omologo del' piano cercato. Vice versa poi si troverà la differenza, che passa tra due, o più piani simili.

CCXXI. 6°. Se si cerca una media proporzionale fra due date linee, questa s'ottiene con esaminare prima quante parti eguali contenga ciascuna delle due rette date, poscia applicare trasversalmente la maggiore al numero delle parti eguali, che contiene, finalmente prendere la distanza, che passa da una gamba all'altra al numero delle parti contenute nella minore, quale distanza è la media proporzionale cercata.

(a) CCXXII. Or ecco il perchè la forza, e la intensità della luce, che in un mezzo libero si propaga per mezzo di raggi, che partono da uno stesso punto, o che concorrono a uno stesso punto stanno in ragione reciproca dei quadrati delle distanze da questo punto, poichè gli allontanamenti, che osservano fra loro i raggi luminosi a misura, che si allontanano dal punto, da cui partono, sono proporzionali alle distanze da questo punto: Per lo che se con un piano si intercetterà un certo numero di questi raggi in una qualunque distanza dal punto, da cui partono; indi si rimova il piano a una distanza doppia, poi tripla ec., le distanze, che andranno continuamente acquistando tra loro questi raggi, staranno come i numeri 1, 2, 3, 4, 5 ec., che esprimono

COROLLARIO XI.

409. Così pure considerandosi i circoli come poligoni (giusta il n. 351. 4°.) essi stanno fra loro come i quadrati dei raggi, o pure dei diametri. Eucl. l 12. p. 2. Onde se si avranno due circoli concentrici ABCD, FGHE (Fig. 270.), starà il circolo interiore FGHE alla zona MNPQ, che è la differenza dei due circoli, come il quadrato di LG raggio del circolo interiore al rettangolo AG X GC fatto dalle parti del diametro del circolo maggiore: Poichè sta il circolo maggiore al minore. come $\overline{LC}^2 : \overline{LG}^2$, starà (pel num. 528. del I. Tomo) il circolo minore alla differenza tra il circolo maggiore, e il minore, cioè alla zona MNPQ, come $\overline{LG}^2 : \overline{LC}^2 - \overline{LG}^2$: Ma $\overline{LC}^2 - \overline{LG}^2 = \overline{LC+LG} \times \overline{LC-LG} =$ $AG \times GC$. Dunque sta il circolo interiore alla zona MNPQ come $\overline{LG}^2 : AG \times GC$. Onde se col raggio Z, che è una media proporzionale tra AG, GC si descriverà un circolo, sarà questo eguale alla detta zona.

COROLLARIO XII.

410. Quindi se di due poligoni simili saranno dati due lati omologhi ED, NM (Fig. 245., e 269.), si troverà tosto la ragione, che hanno fra loro tali poligoni con prendere una terza quantità proporzionale R dopo ED, NM, lo che fatto si avrà la ragione ED: R nella quale stanno fra loro i due proposti poligoni. Che se sarà nota la ragione dei poligoni, la quale sia per esempio come $P^2 : Q^2$, e si voglia la ragione dei loro lati, ella si troverà con fare $P : \sqrt{PQ}$, o $\sqrt{PQ} : Q$.

COROLLARIO XIII.

411. Se saranno date quattro linee proporzionali, perchè sono pure proporzionali i quadrati formati su ciascuna di loro (pel num. 751 del I. Tomo), saranno perciò proporzionali i poligoni simili, e similmente posti, formati su ciascuna di queste quattro linee proporzionali, che ne saranno i lati omologhi; perchè questi poligoni simili stanno come i quadrati dei lati omologhi, e come si è osservato i qua-

---

le distanze dal punto, da cui partono; e però ciascuna dimensione della base, che sul detto piano formano questi raggi, sarà nello stesso rapporto, conseguentemente le superficie di ciascuna di queste basi staranno come i numeri 1, 4, 9, 16, 25 ec., che sono i quadrati di 1, 2, 3, 4, 5 ec., di maniera che lo stesso numero di raggi trovandosi distribuito successivamente sopra superficie, che stanno, come i quadrati delle distanze dal punto, da cui essi partono, la forza, o sia l'intensità della loro luce diminuirà nella stessa proporzione: Onde a misura, che la luce si allontana da un punto luminoso, la di lei forza seconda questa serie $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}$ *ec.*

i quadrati formati sopra queste quattro rette sono proporzionali. Lo stesso si dica rispetto a qualunque altro numero di rette proporzionali. Reciprocamente se quattro figure simili saranno proporzionali, proporzionali saranno eziandio i loro lati omologhi. Eucl. l. 6. p. 22. p. 1., e 2. Per la stessa ragione saranno proporzionali le quattro figure descritte sopra le dette quattro linee proporzionali, ancorchè i due poligoni simili descritti su le prime due rette siano di una spezie, come due esagoni, e gli altri due descritti su le rimanenti due rette siano di un' altra spezie, come due circoli. Per lo che si possono trovare quanti si vogliono circoli, o poligoni della medesima spezie in proporzione continua. E qui si noti bene, che quando ho detto, che essendovi un certo numero di poligoni proporzionali, sono eziandio proporzionali i loro lati omologhi, non si deve già intendere nella medesima proporzione, stante che (giusta il num. 407.) le figure piane non stanno fra loro nella ragione de' lati omologhi, ma nella loro ragione duplicata, cioè nella ragione de' loro quadrati; la quale non è la stessa, che la ragione delle radici. (a)

COROLLARIO XIV.

412. Siccome poi i poligoni simili stanno fra loro come i quadrati dei lati, o delle linee omologhe, starà pure la somma di più poligoni simili, come la somma dei quadrati delle loro linee omologhe. Dunque perchè nel triangolo rettangolo il quadrato dell' ipotenusa è eguale alla somma dei quadrati degli altri due lati

---

(a) CCXXIII. *Si deduce da ciò il modo di ritrovare delle linee rette proporzionali ad altrettanti poligoni simili* A, B, C, [*Fig.* 275.], *de' quali siano dati i lati omologhi* ab, cd, em. *Su la retta* PS [*Fig.* 276.] $=$ ab *lato della figura maggiore* A *si descriva il semicircolo* PQRS, *e dal punto* P *si conducano le corde* PR, PQ *eguali alle linee omologhe* cd, em *dell' altre due figure* B, C, *e dalle estremità di queste corde si abbassino le perpendicolari* QM, RN *al diametro. Essendo simili le figure* A, B, C, *e le rette* PS, PR, PQ *essendo* [*per costruzione*] *i loro lati omologhi, si ha*

$A:B:C :: \overline{PS}^2 : \overline{PR}^2 : \overline{PQ}^2$: *Ma* [*pel num.* 265.] *è* $\overline{PS}^2 : \overline{PR}^2 : \overline{PQ}^2 :: PS : PN : PM$; *dunque* $A:B:C :: PS : PN : PM$. *Mediante poi il sapere esprimere con linee rette la ragione, che passa tra le figure simili, rendesi facile il ritrovare la ragione, che passa tra alcune date figure simili.*

CCXXIV. *Da quanto pur ora si è detto chiaramente s' intende, come si debba operare per dividere una data figura* A [Fig. 277.] *in un certo numero di parti a lei simili, e proporzionali alle proposte rette* ab, cd, ef, hg [*Fig.* 278.] *A un lato qualunque, secondo che riesce più comodo della fig.* A, *come al lato* mn *si prenda eguale* QF, *su cui si descriva il semicircolo* QTF. *Su questo diametro* QF *si prendano le parti* QB, QC, QD, QE *proporzionali alle date rette* ab, cd, ef, hg, *e tali che tutte insieme siano eguali al diametro, cioè* $QB+QC+QD+QE=QF$. *Dai punti* B, C, D, E *si alzino le perpendicolari* BP, CR, DS, ET, *e dal punto* Q *alle estremità di queste perpendicolari si conducano le corde* QP, QR, QS, QT, *su le quali, come lati omologhi, descrivendosi delle figure simili alla data, esse saranno le di lei simili parti cercate.*

ti (pel num. 270.), però ſarà il poligono, qualunque egli ſia, deſcritto ſopra l'ipotenuſa eguale alla ſomma dei poligoni ſimili deſcritti ſopra gli altri due lati. Eucl. l. 6. p. 31. Per lo che ſe di tre dati poligoni ſimili ſi prenderanno tre linee omologhe, qualora queſte tre linee ſi poſſano diſporre in un triangolo rettangolo, il poligono, la di cui linea omologa ſerve d'ipotenuſa, ſarà eguale alla ſomma degli altri due poligoni, de' quali le linee omologhe ſomminiſtrano gli altri due lati del triangolo rettangolo. Uno poi di queſti due poligoni ſarà eguale (giuſta il num. 271.) alla differenza, che paſſa tra il poligono fatto ſu l'ipotenuſa, e l'altro poligono. Se pertanto ſul diametro BD (Fig. 271.) di un circolo cadrà una perpendicolare qualunque CF, ſarà l'intero circolo ſul diametro BD eguale ai quattro circoli formati ſu le quattro porzioni, come diametri, BA, AC, AD, AE, poichè il circolo ſul diametro BD è eguale ai due circoli ſu i diametri BE, e DE, o CD, che gli è eguale: Ma il circolo ſul diametro BE è eguale ai due circoli ſu i diametri AB, AE; e il circolo ſul diametro CD è eguale ai due circoli ſu i diametri AC, AD. Dunque il circolo ſul diametro BD è eguale ai circoli ſu i diametri AB, AC, AD, AE. Conſeguentemente il circolo formato ſul raggio come diametro è eguale al quadrante del circolo. (a)

413.

(a) CCXXV. *Mediante queſto numero è coſa facile il coſtruire geometricamente dei poligoni, che ſiano la ſomma, o la differenza di due altri poligoni ſimili. Per trovare un poligono, che ſia eguale alla ſomma di due dati poligoni ſimili, ſi prenda un lato d'uno di queſti poligoni, e ſi uniſca ad angolo retto col lato omologo dell' altro poligono, poi ſi conduca l'ipotenuſa, che ſarà il lato omologo del poligono ſimile cercato. Se poi ſi vorrà un poligono, che ſia eguale alla differenza di due dati poligoni, ſopra un lato qualunque del poligono maggiore, come diametro, ſi deſcriva un ſemicircolo, e dall' eſtremità di queſto diametro ſi conduca una corda eguale al lato omologo dell' altro poligono. Dal punto, ove queſta corda incontra la ſemiperiferia ſi conduca una retta all' altra eſtremità del diametro, e queſta retta ſarà il lato omologo del poligono, che ſi dimanda. Onde ſe ſi vorrà un circolo, che ſia la metà di un altro dato* ACBD [*Fig.* 279.], *ſopra il diametro* AB *ſi coſtruiſca un triangolo rettangolo iſoſcele* ACB, *indi ſopra uno dei di lui lati, come* CB, *ſi formi un circolo, che ſarà la metà del circolo dato: o pure ſi può trovare un circolo, il quale ſia doppio di un circolo dato* BFCE [*Fig. ſteſſa*]. *Su l'eſtremità* C *del diametro del circolo dato ſi alzi la perpendicolare* CA *eguale a* CB, *e per le eſtremità* A, B *ſi conduca la retta* AB, *che ſarà l'ipotenuſa di un triangolo rettangolo iſoſcele; Se ſopra* AB *come diametro ſi deſcriverà un circolo, egli ſarà doppio del circolo dato. Quello che ho detto de' circoli vale per qualſivoglia altra ſpecie di poligoni.*

CCXXVI. *Qualunque ſia il numero de' poligoni ſimili ſe ne può trovare uno, che ſia eguale alla loro ſomma con trovare* [*giuſta il num.* CXV.] *il lato omologo ſopra il quale deveſi coſtruire.*

CCXXVII. *Da ciò ſi intende come debbaſi operare per trovare una figura ſimile ad una figura data, e minore di un' altra di una certa figura parimente data; o pure per trovare una figura ſimile ad una figura data, e maggiore di un' altra di una certa figura iſteſſamente data.*

413. Generalmente da quanto si è trovato al num. 389. convenire ai poligoni regolari, cioè che la loro area risulta dal prodotto del valore di un lato nel numero de' lati moltiplicato nella metà dell' apotema, ne segue

COROLLARIO I.

414. Che i poligoni regolari stanno fra loro in ragione composta dell' apotema, di un lato, e del numero de' lati. Che se i poligoni saranno della medesima spezie, vale a dire se avranno lo stesso numero di lati, essi staranno fra loro in ragione composta dell' apotema, e di un lato. Per la stessa ragione i circoli stanno fra loro in ragione composta della circonferenza, e del raggio: Così due settori di due differenti circoli stanno fra loro in ragione composta dei raggi, e degli archi terminanti questi settori. Due settori poi nello stesso circolo stanno fra loro in ragione diretta de' loro archi. Da ciò s' intende, che se in un qualunque triangolo rettangolo ABC si condurrà una retta (Fig. 272.) da uno degli angoli acuti A al lato opposto BC, sarà maggiore la ragione di questo lato BC al di lui segmento CD contiguo all' angolo retto, che la ragione dell' angolo acuto BAC all' angolo DAC opposto al segmento DC; poichè essendo (pel num. 50.) AD maggiore di AC, e minore di AB, col centro A, intervallo AD, si descriva l' arco EDF, che tagli in F il lato AB, e in E il lato AC prolungato; in tal caso il triangolo BAD ha maggior ragione al settore FAD, poichè lo contiene, che il triangolo DAC al settore DAE, in cui è contenuto: Onde sarà (pel num. 512. del I. Tomo.) maggiore la ragione del triangolo BAD al triangolo DAC, che del settore FAD al settore DAE; e (pel num. 522. del I. Tomo.) sarà maggiore la ragione del triangolo BAC al triangolo DAC, che del settore FAE al settore DAE. Ma i due triangoli BAC, DAC, che hanno la medesima altezza AC, stanno fra loro (pel num. 288.) come le basi BC, CD, e i due settori FAE, DAE stanno fra loro come gli archi FE, DE, e come stanno questi archi, così stanno gli angoli BAC, DAC, da' quali sono misurati: Dunque il lato BC al segmento DC ha maggior ragione, che l' angolo BAC all' angolo DAC.

TEOREMA XIV.

415. Se al circolo si iscriverà, e circoscriverà uno stesso poligono, indi se gli iscriva un terzo poligono, che abbia un doppio numero di lati, come si vede fatto nella fig. 273., ove trovasi iscritto, e circoscritto un pentagono, e in oltre v' è iscritto un decagono; questo nuovo poligono sarà medio proporzionale tra il primo poligono iscritto, e circoscritto.

416. Dim. Dal centro A del circolo si conducano agli angoli dei poligoni le rette AF, AG, AE, AB, AC ec., le quali divideranno tanto il poligono iscritto, come il circoscritto in un numero eguale di triangoli simili, poichè tutti equiangoli, mentre hanno tutti un angolo retto, e l' angolo al centro eguale, cioè il triangolo ACM è simile al triangolo ACF: Per lo che si ha AM : AC (= AH) : AH : AF, cioè ∺ AM : AH : AF; e però i triangoli ACM, ACH, ACF, che hanno la medesima altezza, stanno fra loro come le basi in proporzione continua. E perchè vale lo stesso di tutti gli altri triangoli, quindi nella stessa proporzione stanno le loro somme, conseguentemente nella stessa proporzione continua stanno pure i tre poligoni, tra' quali quello, che ha doppio il numero de' lati, è il medio. Lo che si doveva dim.

CO-

COROLLARIO I.

417. Onde se nello stesso circolo saranno iscritti due poligoni, de' quali uno abbia un doppio numero di lati, starà il poligono maggiore al minore, come il raggio del circolo all'apotema del poligono minore.

COROLLARIO II.

418. E perchè l'apotema del quadrato iscritto è eguale alla metà d'uno de' suoi lati (pel num. 324.), perciò il quadrato iscritto è all'ottagono iscritto, come la metà d'uno de' lati del quadrato sta al raggio, o sia come il lato del quadrato sta al diametro.

COROLLARIO III.

419. Dunque se nello stesso circolo, il di cui raggio sia $= R$ saranno iscritti tre poligoni P, Q, S, de' quali il poligono S abbia un numero di lati doppio di Q, e il poligono Q di P; e l'apotema del poligono P sia $= x$, di Q sia $= y$, sarà $P : Q :: x : R$, e $Q : S :: y : R$: Si moltiplichino i corrispondenti termini di queste due proporzioni, e si avrà $PQ : QS :: xy : R^2$, e però $P : S :: xy : R^2$, vale a dire starà il poligono minore al maggiore, come il prodotto delle apoteme del primo, e del secondo al quadrato del raggio. Colla stessa maniera si troverà, che il primo poligono sta al quarto, come il prodotto delle apoteme dei tre primi poligoni sta al cubo del raggio, e così in poi.

PARTE X.

Modo di determinare mediante il raggio $= 1$ il valore di uno dei lati eguali dell' area ec. delle prime figure regolari iscritte, e circoscritte.

420. Lemma. L'apotema del triangolo equilatero iscritto è eguale alla metà del raggio.

421. Dim. Dalle estremità G, E (Fig. 218.) di un lato del triangolo equilatero iscritto conducendosi al punto F, che divide per metà l'arco GFE, le due corde GF, FE, ciascuna è il lato dell'esagono, e però è eguale al raggio (pel num. 362.): Onde il triangolo AFG è equilatero, e però dalla perpendicolare GS egli viene diviso nei due triangoli GSF, GSA eguali, perchè i due angoli GAS, GFS sono eguali, e i due angoli GSF, GSA sono retti. Dunque $SF = SA$: Ma AS è l'apotema del triangolo equilatero iscritto; dunque essa è eguale alla metà del raggio. Lo che si doveva dim.

422. Ora il lato GE del triangolo equilatero iscritto è $= 2GS$, e $GS = \sqrt{\overline{AG}^2 - \overline{AS}^2}$, vale a dire (a motivo del raggio $AG = 1$.) $GS = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$. Dunque $GE = 2GS = 2\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{3}$. Quindi il contorno, o sia la som-

ma

ma dei lati del triangolo equilatero iscritto è $= 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$.

423. E perchè $CS = AC + AS = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, però l' area del triangolo equilatero iscritto è $= CS \times GS = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{27}{16}}$.

424. Passiamo a trovare la perpendicolare del triangolo equilatero circoscritto. Pel num. 416. si ha $\div AM : AH : AF$, (Fig. 111.) o sia $\div \frac{1}{2} : 1 : AF$, e però $AF = 2$; dunque $DF = DA + AF = 1 + 2 = 3$. In oltre BF, che è la metà del lato del triangolo equilatero circoscritto è eguale a $\sqrt{\overline{AF}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$, conseguentemente il lato $EF = 2BF = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$; e tutto il contorno del triangolo equilatero circoscritto è $= 3\sqrt{12} = \sqrt{108}$: La di lui area poi è $DE \times DF = 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$.

425. Quanto al quadrato iscritto la di lui apotema (pel num. 324.) è eguale alla metà del lato, cioè $CE = BE$ (Fig. 250.); dunque $\overline{CB}^2 = 2\overline{CE}^2$, e $CE = \frac{CB}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$: Quindi il lato $= 2CE = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$, e tutto il contorno del quadrato è $= 4\sqrt{2} = \sqrt{32}$: L' area poi è $= 2$. E siccome (pel num. 325.) il lato del quadrato circoscritto è eguale al diametro del circolo iscritto, però egli è eguale a 2, conseguentemente il di lui contorno è $= 8$, e l' area $= 4$.

426. Veniamo al pentagono, e per determinarne il lato più speditamente, prendiamo prima il lato del decagono iscritto nello stesso circolo, che (pel num. 363.) è $= AD$ (Fig. 221.) Ma perchè è $\div AC : AD : DC$, cioè (perchè $AC = 1$) $\div 1 : AD : 1 - AD$, però si ha $\overline{AD}^2 + AD = 1$, conseguentemente (pel num. 395. del II. Tomo) $AD = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$. Essendosi trovato il lato del decagono, si troverà il lato del pentagono iscritto nel medesimo circolo giusta il num. 371, che è $EC = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4} - \sqrt{\frac{5}{4}} + \frac{5}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4} - \sqrt{\frac{5}{4}}} = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}}$: Onde l' ambito del pentagono è $= 5\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}}$. L' apotema adunque AF è $= \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{FC}^2} = \sqrt{1 - \frac{5 + \sqrt{5}}{8}} = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{8}}$ (perchè

$FC = \frac{EC}{2} = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$). Quindi essendo l'area del triangolo $AEC = AF \times FC$

$$= \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{8}} \times \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}} = \sqrt{\frac{10+2\sqrt{5}}{64}} = \frac{1}{8}\sqrt{10+2\sqrt{5}},$$

l'area del pentagono è $\frac{5}{8}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$. Per avere il lato del pentagono circoscritto si faccia (Fig. 273.) $AM : MG :: AG : GF$ (perchè i due triangoli AMG, AGF sono simili), o sia $AM : GC :: AG : EF$, vale a dire $\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{8}} : \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} :: 1$

al quarto, che è $\dfrac{\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}}{\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{8}}} = \dfrac{\sqrt{20-4\sqrt{5}}}{\sqrt{3+\sqrt{5}}} = \sqrt{20-8\sqrt{5}}$ lato del

pentagono circoscritto, il di cui contorno è $5\sqrt{20-8\sqrt{5}}$, e però l'area del triangolo AEF è $= \sqrt{\frac{20-8\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{5-\sqrt{20}}$, e per ultimo l'area del pentagono circoscritto $= 5\sqrt{5-\sqrt{20}} = \sqrt{125-\sqrt{12500}}$.

427. Rispetto all'esagono iscritto il di lui lato è $= 1$, perchè è eguale al raggio, onde il suo contorno è $= 6$, e l'apotema $= AH$ (Fig. 218.) $= \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{HD}^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}$, perchè $HD = \frac{1}{2}$; e però l'area del triangolo $AED = AH \times HD = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{3}{16}}$, e l'area dell'esagono $= 6\sqrt{\frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{27}{4}}$. Per avere il lato dell'esagono circoscritto, si prevalga della proporzione usata pel pentagono, cioè come l'apotema dell'esagono iscritto al suo lato, così il raggio al lato del circoscritto, che trovasi essere $\sqrt{\frac{4}{3}}$, onde il suo contorno è $6\sqrt{\frac{4}{3}}$, e l'area dell'esagono è $\sqrt{12}$.

428. Per l'ottagono si trova, che l'apotema AH (fig. 274.) è $= \sqrt{\frac{1}{2}}$, perchè il lato DC del quadrato è $= \sqrt{2}$, ed $AH = DH = \frac{DC}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$. Dunque

HQ

$HQ = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$, conseguentemente QD lato dell'ottagono $= \sqrt{\overline{DH}^2 + \overline{HQ}^2}$

$= \sqrt{2 - \sqrt{2}}$, e il suo contorno $= 8\sqrt{2 - \sqrt{2}}$. Perchè poi $DG = \frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}$

$= \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}}$, sarà $AG = \sqrt{\frac{1 - 2 + \sqrt{2}}{4}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{4}}$; l'area del triangolo $DAQ = \sqrt{\frac{1}{8}}$, e l'area totale $= \sqrt{8}$. Quanto all'ottagono circoscritto il suo lato è FE, di cui per trovare il valore, osservo che il triangolo AEB è isoscele, e però $AB = BE$, poichè i due angoli BAE, BEA sono eguali, essendo che l'angolo BEA ha per misura la metà dell'arco aPN meno la metà dell'arco aD, o sia ha per misura la metà dell'arco aPM, la qual metà è eguale all'arco Sa, che misura l'angolo BAE. Ora $BA = \sqrt{2\,\overline{AD}^2} = \sqrt{2}$; dunque anche $BE = \sqrt{2}$: Se pertanto da BE si leverà $BD = AD = 1$, si avrà $DE = \sqrt{2} - 1$, ed $FE = 2DE = \sqrt{8} - 2$, che è il lato dell' ottagono circoscritto; conseguentemente il di lui contorno è $= 8\sqrt{8} - 16$. Il triangolo poi $AFE = AD \times DE = \sqrt{2} - 1$, e l'area intera dell' ottagono $= \sqrt{128} - 8$.

429. Il lato KP (Fig. 221.) del decagono iscritto si è trovato (al num. 427.) essere $\sqrt{\frac{5}{4}} - \frac{1}{2}$: Onde il suo contorno è $5\sqrt{5} - 5$. La metà del lato PK, cioè $PQ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$: Quindi $AQ = \sqrt{\overline{AP}^2 - \overline{PQ}^2} = \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{16}} =$

$\frac{1}{4}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$: L'area del triangolo $PAK = AQ \times PQ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4} \times \frac{1}{4}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$

$= \frac{1}{16}\sqrt{40 + 2\sqrt{5}}$, e in conseguenza l'area del decagono iscritto $= \frac{5}{8}\sqrt{40 + 2\sqrt{5}}$.

Per avere il lato del decagono circoscritto si faccia (giusta il num. 426.) come l'apotema AQ del decagono iscritto a QK metà del suo lato, così il raggio a KG metà del lato del decagono circoscritto, cioè $\frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4} : \frac{\sqrt{5} - 1}{4} :: 1$ al quarto $KG = \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$, che per ridurre a un valore intero, faccio $KG\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$, che inalzo al quadrato, e mi viene $10\,\overline{KG}^2 +$

$2\sqrt{5}\,\overline{KG}^2 = 6 - 2\sqrt{5}$, cioè $\overline{2\,\overline{KG}^2 + 2} \times \sqrt{5} = 6 - 10\,\overline{KG}^2$, o sia $\overline{KG}^2$

$\overline{KG}^2 + 1 \times \sqrt{5} = 3 - 5\overline{KG}^2$, che di nuovo inalzo al quadrato, e ne nafce $5\overline{KG}^4 + 10\overline{KG}^2 + 5 = 9 - 30\overline{KG}^2 + 25\overline{KG}^4$, cioè $20\overline{KG}^4 - 40\overline{KG}^2 = -4$, o fia $\overline{KG}^4 - 2\overline{KG}^2 = -\frac{1}{5}$, da cui eftraggo la radice quadrata, e ritrovo $\overline{KG}^2 - 1 = \sqrt{\frac{4}{5}}$, o fia $\overline{KG}^2 = 1 + \sqrt{\frac{4}{5}}$, e però $KG = \sqrt{1 + \sqrt{\frac{4}{5}}} = \sqrt{1 + 2\sqrt{\frac{1}{5}}}$, e in confeguenza il lato GH del decagono circofcritto $= 2\sqrt{1 + 2\sqrt{\frac{1}{5}}}$, e però il contorno $= 20\sqrt{1 + 2\sqrt{\frac{1}{5}}}$, e l'area del decagono circofcritto $= 10\sqrt{1 + 2\sqrt{\frac{1}{5}}}$.

Baftano le cofe dette per norma del metodo da tenerfi rifpetto agli altri poligoni.

P A R T E XI.

Dei perimetri, e loro ragioni, e delle figure ifoperimetre.

430. DEF. 1. Il contorno di una qualunque figura chiamafi il di lei perimetro.

COROLLARIO I.

431. Perchè adunque il contorno di una figura piana rifulta dalla fomma di tutti i di lei lati, però a quefta fomma è eguale il fuo perimetro: Onde fe la figura avrà tutti i lati eguali, fi avrà il fuo perimetro con prendere il prodotto, che rifulta dal moltiplicarfi il valore di un lato nel numero de' lati.

COROLLARIO II.

431. Rifultando pertanto il perimetro di qualunque figura dalla fomma dei lati, fe vi faranno due poligoni, ftarà il perimetro di uno al perimetro dell'altro, come la fomma dei lati del primo alla fomma dei lati del fecondo. Che fe i poligoni faranno fimili, perchè in tal cafo effi hanno un egual numero di lati rifpettivamente proporzionali, così che prendendofi per antecedenti i lati del primo poligono, fono confeguenti i lati del fecondo (giufta il num. 400.), e (pel num. 549. del I. Tomo) la fomma degli antecedenti fta alla fomma de' confeguenti, come qualunque antecedente al fuo confeguente: Quindi i perimetri dei poligoni fimili ftanno fra loro nella fteffa ragione dei lati omologhi. Siccome poi nei poligoni rego-

golari simili le apoteme, e i raggi dei circoli iscritti, o circoscritti sono linee omologhe, però i perimetri dei poligoni regolari simili stanno fra loro come le apoteme, o come i raggi, o i diametri dei circoli iscritti, o circoscritti.

COROLLARIO III.

433. Per la stessa ragione, considerandosi i circoli come poligoni simili giusta il num. 351. 4°., le circonferenze di due circoli, o pure due archi di egual numero di gradi stanno fra loro nella stessa ragione dei raggi, o diametri, o pure come due corde, che sostentano archi d' egual numero di gradi: Onde è, che le corde d' archi d' egual numero di gradi in differenti circoli stanno fra loro, come gli archi, de' quali sono corde; e gli archi d' egual numero di gradi stanno nella stessa ragione dell' intere circonferenze: Per lo che se da un punto A (Fig. 54.), in cui si toccano diversi cerchj, si condurrà una retta AC, che li intersechi, staranno le parti di questa linea intercette fra il punto A, e ciascuna circonferenza, come gli archi AE, AF, AG, AH. (a)

CO-

(a) CCXXVIII. *Quindi s' intende il perchè debba stare in equilibrio la Bilancia* ABC, [*Fig.* 280.] *il di cui punto d' appoggio è* B, *e i braccj eguali sono* BA, BC, *allorchè all' uno, e all' altro di questi braccj si appendono pesi eguali, perchè acciò il peso* C *in un certo tempo possa ascendere in* L, *bisogna, che nello stesso tempo il peso* A *discenda in* M, *e nel tempo, che il peso* C *descrive l' arco* CL, *il peso* A *descriva l' arco* AM: *Ora questi due archi sono eguali, e perchè sono eguali i raggi* BA, BC, *ed eguali gli angoli* ABM, CBL *verticalmente opposti. Si ha adunque da una parte, e dall' altra eguale quantità di moto, ed egual forza nel peso* A *per discendere, che resistenza nel peso* C *per ascendere: Onde non potendo l' uno all' altro prevalere, devono stare in equilibrio.*

CCXXIX. *Ma se il peso A eguale al peso* C *in vece d' essere sospeso al punto* A *sarà sospeso al punto* F *medio fra* A, *e* B, *tosto si toglierà l' equilibrio, poichè essendo il raggio* FB *la metà del raggio* BC, *l' arco* FGD *è la metà dell' arco* CHE; *quindi il peso* C *percorre un duplo maggior spazio nel discendere al punto* E, *di quello percorra il peso* F *nell' ascendere al punto* D: *Ma tra due corpi d' egual peso quello, che nello stesso tempo percorre uno spazio duplo di quello viene percorso dall' altro corpo, ha ancora un doppio moto, e una doppia forza. Dunque il peso* C *avendo una forza doppia di quello sia la resistenza del peso* F, *egli deve necessariamente discendere, e turbare l' equilibrio.*

CCXXX. *Che se il peso* C *si renderà la metà del peso* F, *in tal caso tornerà l' equilibrio, poichè alla forza di uno corrisponde egual resistenza nell' altro corpo.*

CCXXXI. *Da ciò nasce il Teorema in Meccanica: Due corpi stanno in equilibrio ogniqualvolta i loro pesi stanno in ragione reciproca delle distanze dal punto d' appoggio.*

COROLLARIO IV.

434. Se vi sarà pertanto un poligono qualunque, il di cui perimetro sia $= p$, al quale si possa iscrivere, e circoscrivere un circolo; del circolo circoscritto si dica il raggio $= R$, la circonferenza $= C$, e del circolo iscritto il raggio $= r$, la circonferenza $= c$; sarà $C:c::R:r$. Si moltiplichino i termini dell'una, e dell'altra di queste due ragioni pei termini esprimenti la ragione della circonferenza del circolo iscritto al perimetro del poligono, cioè per la ragione di $c:p$, e si avrà $Cc:cp::Rc:rp$, o sia $C:p::Rc:rp$, vale a dire, che la circonferenza del circolo circoscritto sta al perimetro del poligono, come il prodotto del raggio del circolo circoscritto, e della circonferenza del circolo iscritto al prodotto del perimetro del poligono nel raggio del circolo iscritto.

COROLLARIO V.

435. Poichè (pel num. 409.) i circoli stanno fra loro come i quadrati dei raggi, così stanno parimente come i quadrati delle circonferenze.

TEOREMA XV.

436. Fra i poligoni regolari circoscritti al medesimo circolo quello ha un minor perimetro, che ha un maggior numero di lati; e all'opposto fra i poligoni regolari iscritti allo stesso circolo quello ha un maggior perimetro, che ha un maggior numero di lati.

437. Dim. della prima parte. Sia la fig. 251., in cui al circolo è circoscritto un quadrato, e un ottagono. Pel num. 51. è $NE+EM > NM$, $OH+HP > OP$, $QG+RG > RQ$, $SF+FT > ST$. Dunque il perimetro del quadrato circoscritto è maggiore del perimetro dell'ottagono. Nella stessa maniera si dimostrerà, che il perimetro del quadrato è maggiore di quello del pentagono, il perimetro del pentagono è maggiore del perimetro dell'esagono ec.

438. Dim. della seconda parte. Sia la fig. 273., in cui è iscritto al circolo un pentagono, e un decagono. Pel num. 51. è $CH+HG > CG$, $GD+DB > GB$, $BQ+QS > BS$, $SR+RO > SO$, $OZ+ZC > OC$. Dunque il perimetro del decagono è maggiore del perimetro del pentagono. Istessamente si dimostrerà, che un qualunque altro poligono avrà minor perimetro rispetto a un altro poligono avente maggior numero di lati.

COROLLARIO.

439. Quindi perchè (pel num. 389.) si ha l'area del poligono circoscritto con moltiplicarsi la metà del raggio nel perimetro, e del poligono iscritto con moltiplicarsi la metà dell'apotema nel perimetro, però fra i poligoni circoscritti quelli hanno maggior area, che hanno un minor numerò di lati, e fra i poligoni iscritti quelli hanno maggior area, che hanno maggior numero di lati: Onde tanto rispetto ai poligoni circoscritti, come rispetto agli iscritti, quelli che hanno maggior perimetro hanno ancora maggior area.

440. Def. 2. Figure isoperimetre sono quelle, che hanno perimetri eguali.

CO-

COROLLARIO I.

441. Dunque di due figure isoperimetre una non può essere iscritta, o circoscritta all' altra, altrimenti non sarebbero isoperimetre giusta la dim. data ai num. 437., e 438. Onde essendo due figure regolari isoperimetre aventi il medesimo centro, ciascuna coi suoi angoli sortirà fuori dall'area dell' altra, in supposizione, che abbiano un numero ineguale di lati, nel qual caso quella figura, che avrà maggior numero di lati, avrà ancora l' apotema più grande. Per lo che se un poligono sarà isoperimetro a un circolo, perchè il circolo è un poligono di un numero infinito di lati, il raggio del circolo sarà maggiore dell' apotema del poligono.

COROLLARIO II.

442. Conseguentemente di due poligoni regolari iscritti quello, che ha un maggior numero di lati ha una più grande apotema relativamente al suo perimetro.

COROLLARIO III.

443. E poichè (pel num. 389.) l' area di un poligono risulta dalla metà dell' apotema moltiplicata nel perimetro, siccome tra le figure isoperimetre quella ha l' apotema più grande, che ha un maggior numero di lati; però tra le figure isoperimetre quella ha maggior superficie, che ha maggior numero di lati. Quindi è, che il circolo, rispetto a qualunque altro poligono a lui isoperimetro, ha maggior area.

TEOREMA XVI.

444. Fra le figure rettilinee isoperimetre della medesima spezie quella è maggiore, che è equilatera, ed equiangola.

445. Dim. Per dimostrare questa proposizione basta far vedere, che di due triangoli isoperimetri quello ha maggior altezza a confronto della base, che è equilatero, e in conseguenza ha maggior superficie, la quale si desume dall' altezza moltiplicata nella metà della base, perchè siccome l' area di qualunque altra figura rettilinea risulta dalla somma delle aree dei triangoli, ne' quali tale figura si risolve, se la proposta figura non sarà equilatera ed equiangola, nemmeno saranno equilateri i triangoli, ne' quali si risolve, onde la di lei area risulterà minore di quello sarebbe se fosse equilatera, ed equiangola. Che poi di due triangoli isoperimetri quello sia maggiore, che è equilatero, si rende evidente dal num. 248., in cui si è veduto, che due triangoli saranno eguali ogniqualvolta avendo la stessa base saranno fra le medesime parallele: Ma di un triangolo esistente fra le medesime parallele si fa tanto maggiore il perimetro, quanto più obliqui si fanno i di lui lati. Dunque un triangolo avente i lati obliqui non può essere isoperimetro a un triangolo equilatero, e trovarsi fra le medesime parallele. A misura pertanto, che ad uno di due triangoli isoperimetri si renderanno obliqui i lati, gli si diminuirà l' altezza; dunque gli si diminuirà anche l' area, che risulta dall' altezza moltiplicata nella metà della base; con che resta provato, che di due triangoli isoperimetri quello ha maggior area, che è equilatero; e generalmente che fra le figure rettilinee iso-

isoperimetre della medesima spezie quella è maggiore, che è equilatera, ed equiangola. Lo che si doveva dim.

COROLLARIO I.

446. Siccome fra i triangoli isoperimetri il maggiore è l'equilatero, così fra le figure quadrilatere tale è il quadrato, lo che costa ancora dal num. 276. 1°.; fra i parallelogrammi il rettangolo; fra le figure di cinque lati il pentagono regolare ec. Fra le figure poi non equilatere, e però non equiangole quella è maggiore [si paragonano sempre le figure della medesima spezie], che più si accosta ad essere equilatera, ed equiangola.

COROLLARIO II.

447. Per l'opposto se due, o più figure rettilinee saranno eguali, quella che è equilatera, ed equiangola avrà un minor perimetro; che se niuna sarà equilatera, quella che più si accosterà ad essere equilatera, ed equiangola avrà minor perimetro.

448. Quanto di sopra si è detto circa la risoluzione delle figure rettilinee in triangoli, il di cui numero eguaglia il numero dei lati della figura, mediante il condurre da un punto preso nell'area agli angoli altrettante rette, vale eziandio rispetto a un qualunque triangolo, che si può sempre risolvere in altri tre triangoli. Se ciò pertanto si farà giusta il num. 237, con condurre cioè dal centro del circolo iscritto le rette dividenti, come si vede fatto nella fig. 110., il triangolo PBE si risolverà nei tre triangoli PAB, BAE, EAP, i quali avranno tutti la stessa altezza, che è il raggio del circolo iscritto, e in oltre ognun di loro avrà per base un lato del triangolo proposto.

COROLLARIO I.

449. Quindi essendo dato il raggio del circolo iscritto, e il perimetro di un triangolo, si avrà la di lui area con moltiplicare il raggio del circolo iscritto nella metà del perimetro, o pure la metà del raggio nel perimetro.

COROLLARIO II.

450. Onde essendo dato il perimetro, e l'area di un triangolo, si avrà il raggio del circolo iscritto con prendere il quoziente, che nasce dal dividersi l'area pel semiperimetro.

COROLLARIO III.

451. Che se il raggio del circolo iscritto sarà $=2$, l'area del triangolo sarà eguale al suo perimetro. Ciò poi si intenda secondo la considerazione della sola espressione numerica, non già che la superficie si possa eguagliare ad una linea. Si intenda dunque in questo senso, che quante volte una misura di una data lunghezza si contiene nel perimetro, altrettante volte il quadrato di questa misura si contenga nell'area. Per lo che se si vorrà costruire un triangolo simile a un triango-

golo dato, e che abbia l'area eguale al perimetro nel senso detto, si faccia così. Come il raggio del circolo iscritto al triangolo proposto sta a 2, così ciascun lato del triangolo dato a ciascun lato del triangolo cercato, nel qual modo si troveranno tutti i lati del triangolo da costruirsi. Per esempio i lati di un triangolo dato siano 9, 18, 21, e il raggio del circolo iscritto sia $= 3$. Si faccia $3 : 2 :: 9$: al quarto 6; di nuovo $3 : 2 :: 18$: al quarto 12, e finalmente $3 : 2 :: 21$: al quarto 14, e però i lati del triangolo cercato saranno 6, 12, 14, e la di lui area sarà 32 eguale al perimetro. In questo modo si trova, che l'area del triangolo equilatero è eguale al perimetro, quando ciascun lato è $= \sqrt{48}$, e in conseguenza l'area è $= \sqrt{432}$, e l'altezza $= \sqrt{48 - 12} = 6$, cioè è tripla del raggio del circolo iscritto.

COROLLARIO IV.

452. Perchè poi si ha l'area di un triangolo o con moltiplicarne l'altezza nella metà della base, o con moltiplicarne il raggio del circolo iscritto nel semiperimetro, però essendo eguali questi due prodotti, si raccoglie, che sta la metà della base al semiperimetro, o sia la base al perimetro, come il raggio del circolo iscritto alla di lui altezza.

COROLLARIO V.

453. Qualora sia dato il perimetro, e l'area di un triangolo rettangolo, si troveranno i di lui lati così: Si trovi il raggio del circolo iscritto (pel num. 450.), poscia si trovi l'ipotenusa (pel num. 240.). Dal perimetro si sottragga la ritrovata ipotenusa, e il residuo sarà la somma degli altri due lati: mediante poi la loro somma, e l'ipotenusa si troverà ciascun di loro giusta il num. 278.

PARTE XII.

Delle proprietà delle superfizie piane originate tanto dall'incontro con linee rette, come dall'incontro fra loro.

454. LE superfizie piane riconoscendo la loro origine (giusta il num. 212.) dal flusso di una linea retta, che nel suo moto non muta mai direzione, qualunque sia il moto, che ha la linea generante, purchè conservi sempre la stessa direzione, sortiscono una genesi analoga affatto a quella della linea retta. Così è, o si muova sempre parallela a se stessa la linea generante, come la linea AB (Fig. 95.), la quale sempre parallela a se stessa scorrendo colla sua estremità A sopra la retta AD genera la superfizie ADCB; o si muova con un moto di vertigine aggirandosi all'intorno di una estremità immobile, come la retta AB, (Fig. 281.), che movendosi intorno il punto A finchè ritorni al luogo donde è partita, genera la superfizie circolare BCDE, la quale superfizie nascerà ancora in caso, che la retta CE intendasi muovere intorno a un punto medio A immobile; o si muova intorno a un punto isolato, cui conserva sempre una costante direzione, come la retta AB (Fig. 282.), che movendosi intorno al punto isolato K, col quale prolungata sempre concorre, genera la zona AGCDBFE; o si muova intorno a se stes-

ſteſſa una retta DC (Fig. 283.), cui inſiſte perpendicolarmente la retta AB, la quale mediante il moto della retta DC genera la ſuperfizie circolare BBB. Egli è poi neceſſario, che AB ſia perpendicolare a DC, altrimenti non ne naſcerebbe una ſuperfizie piana, come ſi può vedere nella ſuperfizie EAFDC (Fig. 284.) generata dalla retta EA, che incontra obliquamente la retta BG. La retta generante o può conſervare invariata la ſua lunghezza, o può continuamente creſcere, o calare durante il tempo del ſuo fluſſo.

COROLLARIO I.

455. Poichè nella geneſi delle ſuperfizie piane la linea retta generante non muta mai direzione, ſiccome non lo muta il punto nella geneſi della linea retta, ella è perciò la ſteſſa direzione di una linea retta, e di una ſuperfizie piana, conſeguentemente le tre poſizioni, che poſſono avere fra loro due linee rette, convengono ancora a una linea retta, e a una ſuperfizie piana: Onde o una linea retta ſi può adattare per ogni verſo a una ſuperfizie piana, così che la tocchi in tutti i ſuoi punti; o la linea retta può eſſere parallela a una ſuperfizie piana; o finalmente la linea retta è inclinata alla ſuperfizie piana, così che da una parte vi ſi allontani continuamente, e dall'altra vi ſi accoſti finchè la incontri, lo che ſuccederà in un ſol punto ſtante la natura della linea, e della ſuperfizie. Per lo che le proprietà, che ſi ſono già dimoſtrate convenire a due linee rette fra loro, convengono eziandio alla ſuperfizie piana per rapporto alla linea retta.

COROLLARIO II.

456 Siccome pertanto ſe una linea retta va a cadere ſu di un'altra, o interamente vi ſi adatta ſopra, o pure la incontra in un ſol punto, così ſe una linea retta cadrà ſu una ſuperfizie piana, o vi ſi appoggerà perfettamente per ogni parte, o la incontrerà in un ſol punto: Onde una parte di una linea retta non può cadere ſopra una ſuperfizie piana, e l'altra parte caderne fuori. Eucl. l. 11. p. 1.; conſeguentemente ſe due qualſivoglia punti di una linea retta cadranno ſopra una ſuperfizie piana, ſu queſta ſuperfizie cadrà interamente tutta la linea.

COROLLARIO III.

457. Se adunque una retta EF (Fig. 285.) interſecherà due rette AB, CD poſte ſopra un medeſimo piano, eſſa pure ſi troverà ſu lo ſteſſo piano, ſopra il quale trovaſi avere due punti. Eucl. l. 11. p. 7. E perchè comunque una retta traverſi due parallele, le incontra ſempre in due punti, però due rette parallele ſono ſempre ſopra di uno ſteſſo piano, o ſia per due parallele ſi può ſempre far paſſare un piano, e conſeguentemente per due rette perpendicolari a un piano.

COROLLARIO IV.

458. Se ſopra una ſuperfizie piana ſi determineranno alcuni punti, dall' uno all' altro de' quali ſi conducano linee rette, queſte rette ſaranno tutte interamente ſopra la medeſima ſuperfizie, perchè (per coſtruzione) ciaſcuna di loro ha due punti ſu la medeſima: E poichè queſte rette o ſi poſſono interſecare, o formare triango-

goli, o qualunque altra figura; perciò o due rette interſecantiſi, o tre rette formanti un triangolo ec. cadono ſopra una ſuperfizie piana. Eucl. l. 11. p. 2. p. 1., e 2.

COROLLARIO V.

459. Nella ſteſſa maniera, che la diſtanza di un punto da una linea retta viene determinata dalla perpendicolare, che da queſto punto ſi conduce alla linea retta, così la diſtanza di un punto da un piano viene miſurata dalla perpendicolare condotta da tale punto alla ſuperfizie piana. Qualora poi una retta ſarà perpendicolare a un piano, giacchè per un punto preſo ſopra di un piano ſi poſſono far paſſare infinite rette, che ſiano tutte ſul medeſimo piano, ſe pel punto, in cui la perpendicolare inſiſte al piano, ſi faranno paſſare quante rette ſi vogliono eſiſtenti ſopra tale piano, a ciaſcuna di queſte rette ſarà perpendicolare la retta, che (per ipoteſi) è perpendicolare al piano. Per la qual coſa ſe una retta condotta a un punto, nel quale ſi interſecano due rette eſiſtenti ſopra di un piano, ſarà ad amendue perpendicolare, ſarà neceſſariamente ancora perpendicolare a queſto piano. Eucl. l. 11. p. 4.

COROLLARIO VI.

460. Ora perchè la retta, che è perpendicolare a un piano è ſul punto d'interſezione d'infinite rette alle medeſime perpendicolare, e (pel num. 37.) da un punto preſo ſopra una retta non ſi può alzare, che una ſola perpendicolare, o pure da un punto preſo fuori di una retta non ſi può condurre alla medeſima più d'una perpendicolare, però da un punto preſo fuori di una ſuperfizie piana, non ſi può condurre, o pure da un punto preſo ſu la medeſima non ſi può alzare, che una ſola perpendicolare, o ſia due rette non poſſono eſſere ſu di uno ſteſſo punto perpendicolari a una ſuperfizie piana. Eucl. l. 11. p. 13. Onde è, che ſe da un punto preſo fuori di un piano ſi condurrà al medeſimo una perpendicolare, dovendo eſſere neceſſariamente obliqua qualunque altra retta, che dallo ſteſſo punto ſi conduce a queſto piano, reſta dimoſtrato (giuſta il num. 51.), che la più breve, che da un punto preſo fuori di un piano ſi poſſa condurre al medeſimo, è la perpendicolare.

COROLLARIO VII.

461. Eſſendo la retta AF (Fig. 286.) perpendicolare al piano TZVX, ſarà la di lei eſtremità A (pel num. 34.) egualmente diſtante da tutti quei punti preſi ſul piano, che diſtano egualmente dal punto F del perpendicolo, per eſempio dai punti E, D, C, B, cioè ſarà $AE = AD = AC = AB$. Quindi volendoſi determinare tutti i punti, che ſu la data ſuperfizie diſtano egualmente giuſta una propoſta diſtanza FB dal punto del perpendicolo, baſta prendere il punto del perpendicolo come centro, e coll'intervallo eguale alla diſtanza data deſcrivere il circolo BCDE, la di cui periferia ſomminiſtrerà gli infiniti punti, che ſoddisfano al queſito.

COROLLARIO VIII.

462. E perchè tre punti determinano la periferia di un circolo (pel num. 105.), se dal centro F di una superfizie circolare BCDE si alzerà una linea retta, la quale sia egualmente distante da tre punti presi su la periferia, essa sarà a questa superfizie perpendicolare: Per lo che se da un dato punto preso sopra una superfizie si dovrà alzare una perpendicolare, basterà da questo punto come centro descrivere un circolo, indi nella di lui periferia prendere ad arbitrio tre punti B, C, D, e a questi tre punti applicare le estremità di tre rette eguali AB, AC, AD, le quali con le altre tre estremità vadano a unirsi in un punto A. Pel punto A, e pel punto F dato conducendosi la retta AF, essa sarà la perpendicolare cercata. Eucl. l. 11. p. 12. Che se fuori del piano sarà dato un punto A, dal quale debbaglisi condurre una perpendicolare, si collochi un piede del compasso in A, e con una conveniente apertura si segnino comunque tre punti sopra la data superfizie. Per questi tre punti si faccia passare un circolo (pel num. XXXIV.), il di cui centro determinerà il punto su la superfizie, al quale devesi condurre la perpendicolare cercata. Eucl. l. 11. p. 11.

COROLLARIO IX.

463. *Vice versa* essendo una retta perpendicolare a un piano, sarà pure il piano perpendicolare a questa retta, o sia a questa retta saranno perpendicolari tutte le rette esistenti sul piano, che passano pel punto del perpendicolo: Qualunque altra retta poi, che passi bensì pel punto del perpendicolo, ma non sia sul piano, non gli sarà perpendicolare. Quindi è, che se per un qualunque punto F di una retta AF passeranno più rette XZ, GH, TV a lei perpendicolari, queste perpendicolari saranno tutte sopra il medesimo piano. Eucl. l. 11. p. 5.

COROLLARIO X.

464. Ogniqualvolta due, o più rette perpendicolari, o pure egualmente inclinate cadranno sopra di un piano, esse saranno fra loro parallele, poichè non possono le dette due rette essere perpendicolari, o egualmente inclinate a questo piano, senza che lo siano ancora alla retta, che sul piano passa per le loro estremità: Ma (pei num. 58., e 60.) due perpendicolari, o egualmente inclinate sopra una retta sono fra loro parallele: dunque tali sono ancora le suddette egualmente inclinate. Eucl. l. 11. p. 6. E però se di due, o più parallele una sarà perpendicolare a una superfizie piana, alla medesima saranno perpendicolari anche le altre. Euclide l. 11. p. 8.

COROLLARIO XI.

465. In quella guisa che per un punto possono passare infinite linee rette, e tale per esempio è il centro del circolo, per cui passano infiniti diametri, così per una linea retta, come AL (Fig. 288.) possono passare infinite superfizie piane, come QBDC, IGFL; dal che si scorge primieramente, che la comune intersezione di

di due ſuperfizie piane è una linea retta. Eucl. l. 11. p. 3. (a) In ſecondo luogo, che una linea retta non baſta a determinare la poſizione di una ſuperfizie piana, o ſia non baſtano due punti, perchè per due punti dati ſi poſſono far paſſare infinite ſuperfizie piane. Oltre due punti adunque n'è neceſſario un terzo, il quale non ſia in una ſteſſa retta, acciò reſti determinata la poſizione di un piano: Onde è, che per tre dati punti non eſiſtenti in linea retta non ſi può condurre, che una ſola piana ſuperfizie. Di fatto ſe ſi collocherà un piano ſopra un qualunque numero di punti diſpoſti in linea retta, queſti punti ſaranno un appoggio, ſu cui potendo egli liberamente girare, non lo renderanno immobile: Ma ſe il detto piano ſi collocherà ſopra tre punti, che non ſiano ſopra una retta, queſti punti ſomminiſtreranno un appoggio coſtante, ſopra il quale il piano reſterà immobile. Quindi è, che tre punti non eſiſtenti in linea retta non poſſono eſſere comuni a due piani differenti.

COROLLARIO XII.

466. Ora tre punti, che non ſono ſopra una retta, determinando la poſizione di un piano, ſe da tre punti preſi comunque ſu un piano, purchè non ſiano in linea retta, ſarà egualmente diſtante un altro piano, queſti due piani ſaranno paralleli. Qualora poi due piani ſono paralleli, parallele ſono pure tutte le rette, che ſu di loro ſi conducono ſecondo la ſteſſa direzione. Onde è, che ſe una retta ſarà perpendicolare a uno di due piani paralleli, ſarà perpendicolare ancora all'altro, altrimenti una retta potrebbe eſſere perpendicolare a una di due rette parallele ſenza eſſerlo all'altra, lo che non può eſſere giuſta il num. 63. E *vice verſa* ſe una retta ſarà perpendicolare a due ſuperfizie piane, eſſe ſaranno parallele. Eucl. l. 11. p. 14. Quan-

(a) CCXXXII. *Così in proſpettiva per mezzo di ſuppoſti piani interſecantiſi ſi determinano ſul quadro, e la linea orizzontale, e la linea verticale, e il punto di viſta, e il raggio principale. Sia* TB [*Fig.* 287.] *il piano del quadro, ed* O *il punto ove è ſituato l'occhio. Deveſi ſupporre, che pel punto* O *paſſi un piano indefinito* HR, *il quale ſia parallelo all'orizzonte, che perciò dieeſi piano orizzontale, ed egli ſerve a diſtinguere tutti gli oggetti elevati da quelli, che ſono al baſſo, poichè tutti i punti, che ſono in queſto piano, eſſendo in una ſituazione parallela all'occhio, non ſembrano nè alti, nè baſſi: Tutti quelli, che ſono al di ſopra di queſto piano pajono più elevati dell'occhio, e quelli, che ne ſono al di ſotto, ſembrano più baſſi. Si ſupponga in oltre un altro piano indefinito* VC, *che paſſi parimente per l'occhio* O, *e ſia perpendicolare al piano orizzontale* HR. *Egli ſi chiama piano verticale, e ſerve a diſtinguere gli oggetti, che ſono a deſtra da quelli, che ſono a ſiniſtra, mentre quelli, che trovanſi in queſto piano ſono di rimpetto all'occhio. A queſti due piani, verticale* VC, *e orizzontale* HR *intendeſi perpendicolare il piano del quadro* TB, *così che queſti tre piani ſiano perpendicolari tra loro. Ora l'interſezione* hr *del piano orizzontale col piano del quadro ſi chiama* la linea orizzontale *del quadro. L'interſezione* ut *del piano verticale col piano del quadro ſi dice* la linea verticale *del medeſimo. L'interſezione* a *della linea verticale coll'orizzontale diceſi* il punto di viſta *del quadro; E la parte* Oa *dell'interſezione dei due piani orizzontale, e verticale, che miſura la diſtanza dell'occhio dal piano del quadro, ſi chiama* il raggio principale. *Ed ecco come tutto ciò mediante i piani ſuppoſti interſecantiſi reſta determinato.*

Quanto si è detto al num. 59. di due rette, che essendo parallele ad una terza retta sono parallele fra loro, vale sempre, comunque queste tre rette siano in uno stesso, o in diversi piani, poichè se si condurrà un piano perpendicolare ad una di loro, egli sarà perpendicolare anche alle altre (pel num. 464.); e però essendo queste tre rette perpendicolari sul medesimo piano, sono (pel num. stesso) fra loro parallele. Eucl. l. 11. p. 9.

COROLLARIO XIII.

467. Stante che tutte le rette, che secondo la stessa direzione si conducono sopra due piani paralleli sono fra di loro parallele, prodotti adunque quanto si vuole da una parte, e dall'altra due piani paralleli, devono sempre equidistare, altrimenti non sempre equidistarebbero due rette parallele, come si è veduto al num. 55. Se poi due piani non saranno paralleli, prolungati quanto occorre, da una parte si andranno a incontrare, e dall'altra sempre piu si scosteranno. Tutte le perpendicolari pertanto all'uno, e all'altro di due piani paralleli sono fra loro eguali; siccome pure sono tra loro eguali tutte le rette parallele condotte fra due piani paralleli.

COROLLARIO XIV.

468. Dalla stessa natura della superfizie piana, su cui tutte le linee, che si possono condurre, sono rette, si raccoglie, che se due superfizie piane si interfecheranno, non potranno tornare a intersecarsi di nuovo, e che a tenore del num. 456. una superfizie piana non può cadere in parte sopra di un'altra, e in parte cadervi fuori.

COROLLARIO XV.

469. Ciò che succede nelle linee intersecantesi, ha luogo ancora nelle superfizie. Una superfizie o può cadere perpendicolarmente sopra di un'altra, o obliquamente. L'angolo che formeranno tra loro queste due superfizie intersecantisi determinerà l'uno, o l'altro caso. Siccome poi l'angolo formato da due rette si misura dalla loro mutua inclinazione, così dall'inclinazione di due superfizie piane resta determinato l'angolo da loro formato, ed ecco come. Sia il piano immobile PEFQ, sul quale si appoggi il piano ACDB, che si faccia girare su l'estremità, o lato immobile AB (Fig. 289.). Al primo minimo moto, che si comunica al piano ACDB nulla più egli trovasi aver di comune col piano AEFB, che la retta AB, su la quale egli gira. Continuando poi a farlo girare, egli passerà per tutti i gradi possibili d'inclinazione finchè venga a poggiarsi sopra APQB, e questi differenti gradi d'inclinazione saranno misurati dai corrispondenti archi del semicircolo CKIMR, il di cui centro è nella linea AB, intorno la quale gira il piano ACDB, e il raggio di questo circolo è perpendicolare alla stessa linea AB, cioè a dire egli è una delle rette del piano rotante perpendicolari alla estremità immobile AB. Il piano poi ACDB allora sarà perpendicolare al piano PEFQ, quando non inclinerà più da una parte, che dall'altra. Quindi l'angolo formato da due piani è eguale all'angolo rettilineo formato da due rette esistenti su i due piani, e perpendicolari alla comune sezione de' piani medesimi. Per lo che quanto si è detto degli angoli rettilinei, devesi applicare agli angoli formati dalle superfizie piane, che chiamansi angoli piani. Se adunque al piano PQIH insisterà il piano FEDG (Fig.

(Fig. 290.), la misura dell'inclinazione di questi due piani, o sia l'angolo piano da loro formato, verrà misurato dall'angolo rettilineo FEI, o ABC, o GDH, che sono tutti eguali: Onde se FE sarà perpendicolare ad EI, l'angolo FEI sarà retto, e il piano FEDG sara perpendicolare al piano QIHP.

COROLLARIO XVI.

470. Se pertanto sopra una superfizie piana, che ne interseca un'altra si potrà condurre una linea retta, che sia perpendicolare all'altra superfizie, la prima superfizie sarà perpendicolare a questa seconda. Quando poi una superfizie è perpendicolare a un'altra, vicendevolmente questa è a lei perpendicolare. Quindi se una retta BE (Fig. 291.) sarà perpendicolare a una superfizie piana RQSP, e per questa retta si conduca una superfizie ACFD, sarà questa superfizie alla superfizie RQSP perpendicolare. Eucl. l. 11. p. 18. Lo stesso vale per qualunque altra superfizie, che si faccia passare per la retta BE. Dal che si scorge, che per due punti, uno de' quali sia in una retta perpendicolare a un piano, e l'altro no, si può sempre far passare un piano al medesimo perpendicolare; o pure per una retta non perpendicolare a un piano si può far passare un piano al medesimo perpendicolare, bastando condurre da un qualunque punto della data retta una retta perpendicolare al piano, indi per queste due rette far passare un piano, che sarà il ricercato.

COROLLARIO XVII.

471. Se da un qualunque punto K preso sopra il piano ACFD (Fig. 291.) perpendicolare al piano RQSP si abbasserà una perpendicolare KE al piano RQSP, questa perpendicolare cadrà su la comune sezione FD, perchè questa perpendicolare KE, che è sul piano ACFD, non può incontrare il piano RQSP se non in un punto, che sia comune a tutti due i piani; ma tutti i punti comuni ai due piani sono nella loro comune sezione FD: dunque su questa sezione cade la detta perpendicolare KE. Eucl. l. 11. p. 38. Se poi da un qualunque punto T preso sul piano ACFD si condurrà la retta TD non perpendicolare alla comune sezione FD, o pure da un qualunque punto E preso su la comune sezione si condurrà una retta EZ, che non sia sul piano ACFD, nè la retta TD, nè la retta ZE sarà perpendicolare al piano RQSP. Essendo poi perpendicolari i due piani ACFD, RQSP, se la retta KE sarà perpendicolare al piano RQSP, essa si troverà su l'altro piano ACFD. E perchè acciò una retta, che si tira da un qualunque punto della comune sezione di due piani perpendicolari sia perpendicolare a un di loro, devesi trovare su l'altro piano; però se due piani QBDC (Fig. 288.), IGFL comunque intersecantisi saranno perpendicolari al piano SZT, a questo piano sarà pure perpendicolare la loro comune sezione AL. Eucl. l. 11. p. 19.

COROLLARIO XVIII.

472. Che se il piano GFED (Fig. 290.) non sarà perpendicolare al piano QIHP, esso sarà col medesimo da una parte un angolo ottuso, e dall'altra un angolo acuto, e la somma di questi due angoli sarà eguale a due angoli retti. Se poi il piano FEDG si produrrà al di là dell'intersezione DE, gli angoli verticalmente opposti saranno eguali, e la somma di questi quattro angoli sarà eguale a quat-

quattro retti. E generalmente la somma degli angoli fatti da quanti piani si vogliono, che si interfecano in una stessa retta, è di 360. gradi.

COROLLARIO XIX.

473. Siccome poi la comune fezione di due piani è una linea retta, se due, o più piani paralleli verranno tagliati da qualche piano, le loro comuni fezioni faranno rette parallele. Eucl. l. 11. p. 16. Quindi poichè (pel num. 205.) quando una, o più rette sono interfecate da rette parallele, le parti intercette sono fra loro proporzionali, però se due rette GI, KM faranno (Fig. 292.) comunque divise in varie parti da piani paralleli APBO, QCRD, TESF, farà GH: HI:: KL: LM. Eucl. l. 11. p. 17.

TEOREMA XVII.

474. Se due rette AB, AC (Fig. 293.), che formano l'angolo BAC faranno parallele ad altre due rette DE, DF, che fanno l'angolo EDF, faranno eguali i due angoli BAC, EDF, benchè non siano nel medesimo piano. Euclid. l. 11. p. 10.

475. Dim. Dai punti B, A, C si conducano le perpendicolari BE, AD, CF, le quali (pel num. 60.) faranno fra loro parallele, ed eguali; come pure (pel n. 61.) farà BA = ED, AC = DF, BC = EF. I due triangoli adunque ABC, DEF sono fra loro equilateri, e però equiangoli, conseguentemente l'angolo BAC è eguale all'angolo EDF. Lo che si doveva dim.

COROLLARIO.

476. Che però se si farà passare un piano per le due rette AB, AC, e un altro per le due DE, DF, questi due piani faranno paralleli in supposizione, che le rette AB, AC non siano nello stesso piano colle DE, DF. Eucl. l. 11. p. 15.

LI-

LIBRO III.

Della quantita' continua considerata secondo la lunghezza, larghezza, e profondita'; o sia dei solidi, delle loro proprieta', misure, e rapporti.

PARTE I.

Della genesi, e distinzione dei solidi.

477. DEf. 1. Tutto ciò, che cade sotto il nome di quantità corporea, e che conseguentemente dalle tre dimensioni lunghezza, larghezza, e profondità trovasi circoscritto, si chiama corpo, o solido.

478. Relativamente al modo, col quale al num. 212. abbiamo veduto generarsi le superfizie, si generano ancora i solidi: Quelle dal moto di una linea, e questi dal flusso nascono di una superfizie, la quale o può scorrere lungo una linea sempre parallela a se stessa, o con un moto di vertigine può girare intorno a una retta immobile. Quindi si intende quali esser debbano gli elementi componenti i solidi: Questi cioè non altro sono, che solidi nascenti, o evanescenti, de' quali il numero infinito viene determinato dal numero degli elementi della linea, che misura il moto del piano generatore. Misurando poi questa linea il flusso della superfizie generatrice, ella è perciò eguale all' altezza del solido, che ne nasce: Onde è, che l'altezza di un solido qualunque esibisce il numero de' suoi elementi, e però i solidi d'eguale altezza contengono egual numero di elementi. Dal che s' intende, che i solidi d' eguale altezza sono allora eguali, quando gli elementi di uno sono perfettamente eguali agli elementi dell' altro.

479. Dal flusso di una qualunque superfizie piana, che scorre lungo una linea parallela sempre a se stessa, si genera un solido, che con nome generale si chiama prisma. Tale è il solido ABCDEKIHGF (Fig. 294.), il quale si genera mediante il flusso della superfizie ABCDE lungo la retta MN da A fino ad F.

480. Ora questo equabile flusso di parallelismo fa chiaramente vedere in primo luogo, che i piani estremi ABCDE, FGHIK, (che in avvenire chiameremo le basi del prisma), sono tra loro eguali, e paralleli: In secondo luogo che i lati AB, BC, CD, DE, EA del piano generatore descrivono de' parallelogrammi ABGF, BCHG, CDIH ec., che diconsi le faccie del prisma: In terzo luogo che e gli elementi, e le basi del prisma sono prismi d'una grossezza infinitamente piccola, o sia evanescente, tutti eguali fra loro; e similmente posti.

481. Def. 2. Se la linea MN, dalla quale resta determinata la direzione del flusso del piano generatore, e che perciò chiamasi la direttrice, è perpendicolare

a questo piano, come nella fig. 295., il prisma dicesi retto; se non lo è, il prisma dicesi obliquo, come nella fig. 294.

482. Def. 3. La retta PQ, *pq* (Fig. 294., e 295.), che passa per mezzo a tutti gli elementi del prisma, si chiama l'asse del prisma, il quale è eguale, e parallelo a tutti i lati AF, EK, DI ec. del prisma; poichè non altro essendo, che la traccia lasciata dal centro del poligono generatore, egli conserva sempre egual distanza dagli angoli del prisma, e per tanto spazio si muove, per quanto si muove ciascun di loro.

483. Def. 4. La perpendicolare PQ, *p*R (Fig. 294., e 295.), che da un punto qualunque preso su una base del prisma si conduce all'altra base prolungata, se occorre, come nella fig. 181., si chiama l'altezza del prisma: Per lo che l'altezza di un prisma retto è eguale al suo asse: L'altezza poi del prisma obliquo è minore del suo asse, e tanto più n'è minore, quanto il prisma è più obliquo.

484. Secondo la differente spezie del poligono generatore il prisma riceve diversi nomi. Se il piano generatore è un triangolo, il prisma si dice triangolare: Se il piano generatore è un quadrilatero, il prisma si chiama quadrangolare, e determinatamente se il piano è un parallelogrammo, si dice parallelepipedo, che distinguesi in rettangolo, o no, secondo che tale è, o non è il parallelogrammo. Giusta il n. 480. poi tutte le faccie, e le basi del parallelepipedo sono parallelogrammi, e in oltre prendendo le basi, e le faccie opposte, esse sono parallelogrammi simili, ed eguali, siccome sono eguali, e similmente posti gli opposti lati del parallelogrammo generatore. Eucl. l. 11. p. 24. p. 1., 2., 3.: Onde è, che ogni parallelepipedo è un prisma, ma non ogni prisma è un parallelepipedo: E se il piano è un quadrato, e il prisma formato da questo quadrato non solo sia retto, ma abbia l'asse eguale al lato del quadrato, egli si chiama un cubo, o esaedro regolare. Ogni cubo pertanto è un parallelepipedo, ma non *vice versa*. Se il piano generatore è un pentagono, il prisma si chiama pentagonale ec. Qualunque prisma poi si può risolvere in prismi triangolari, poichè le basi del prisma essendo poligoni eguali, e paralleli (pel num. 480.), e questi poligoni potendosi risolvere in triangoli (giusta i num. 356, 360, 366.), egli è evidente potersi risolvere qualsivoglia prisma in prismi triangolari.

485. I prismi anzidetti si possono formare ancora in quest'altra maniera: Si collochino parallelamente ad una arbitraria distanza i due poligoni eguali ABCDE, FGHIK, che devono servire di base, per modo, che i loro centri si corrispondano secondo la stessa direzione, indi si faccia scorrere con moto sempre in tutte le sue parti eguale una retta AF intorno ai loro perimetri.

486. Se, mentre il poligono ABCDEF (Fig. 296., e 297.) scorre con moto sempre parallelo a se stesso secondo la direzione di una retta MN, i di lui lati si andranno diminuendo in progressione aritmetica per modo, che quando il poligono sarà giunto al punto M, la somma dei di lui lati sia divenuta una quantità infinitamente piccola, vale a dire si sia ridotta al punto M; il solido in questo modo generato si chiamerà una piramide, di cui il punto M è il vertice, e il poligono ABCDEF è la base. Dalla maniera pertanto, con cui si generano le piramidi resta dimostrato, che dai lati del poligono decrescenti in progressione aritmetica si descrivono (pel num. 244.) altrettanti triangoli, che sono le faccie della piramide, e i quali sono tutti eguali, allorchè la piramide è retta, e il poligono della base è regolare. Alla piramide si dà il nome istesso, che porta il poligono, che n'è la base, cioè si dice piramide triangolare, quadrangolare ec. Se la piramide

de è retta, e la di lei base sia un triangolo equilatero, tali pure saranno le sue faccie, e in tal caso ella si chiamerà un Tetraedro regolare.

487. Def. 5. La retta MG (Fig. 296.), che dal vertice della piramide si conduce perpendicolare a uno dei lati della base, si chiama apotema della piramide. La retta MN (Fig. 296., e 297.), che dal vertice della piramide va a terminare al mezzo della base, si dice l'asse della piramide. La di lei altezza poi viene esibita dalla perpendicolare MN, MQ tirata su la base prolungata, se occorre, come nella figura 297, la quale perciò è la più breve di qualunque altra retta, che dal vertice si possa abbassare alla base; e questa perpendicolare è eguale, o più breve dell' asse, secondo che la piramide è retta, o obliqua nel modo detto de' prismi al num. 481. dal che s'intende, che l'altezza della piramide è molto diversa dall' altezza de' triangoli, che ne formano la superficie.

488. Se la base della piramide retta sarà un poligono regolare, la piramide si dirà regolare, lo che ha luogo anche nel prisma: E in questo caso tutte le rette terminanti le faccie tanto della piramide, come del prisma regolare sono eguali, come lo sono pure le stesse faccie. Ed essendo la base della piramide un poligono, che si può risolvere in triangoli, così pure la piramide poligona si può risolvere in piramidi triangolari.

489. Se si arresta il moto del poligono generatore prima che i di lui lati siano divenuti infinitamente piccoli, il solido, che ne nasce si chiama una piramide troncata, che dicesi a basi parallele, qualora la base, e la sezione siano parallele.

490. Finora abbiamo considerato i solidi generati con moto di parallelismo; ora considereremo quelli, che vengono prodotti con un moto di vertigine, benchè per altro potessero originarsi anch'essi con un moto di parallelismo.

491. Se un rettangolo MNBA (Fig. 298.) si moverà intorno al lato MN immobile, ne nascerà il solido CABD, che chiamasi cilindro retto, il di cui asse è lo stesso lato MN. Se la base del cilindro non sarà perpendicolare all'asse, come nella figura 299. egli si dirà un cilindro obliquo, il di cui asse sarà MN, e l'altezza sarà MP, che cade su la base prolungata.

492. Egli è evidente, che le basi del cilindro sono circolari. Siccome poi (pel num. 351. 4°.) il circolo si considera come un poligono d'un numero infinito di lati, così il cilindro si può considerare come un prisma d'un numero infinito di faccie, vale a dire, che siccome coll'aumentarsi all' infinito il numero de' lati del poligono il di cui perimetro va a finire in una periferia di circolo, così con moltiplicare all'infinito il numero delle faccie del prisma la di lui superficie passa ad una superficie cilindrica: Per lo che la superficie di un cilindro si può considerare come composta di un numero infinito di parallelogrammi di una larghezza infinitamente piccola.

493. Se un triangolo MND (Fig. 300. 301.) girerà intorno un lato MN, ne nascerà il solido MEGDC, che dicesi cono, il di cui asse è il lato MN. Se il triangolo generatore è rettangolo in N, il cono si chiama retto e la di lui altezza è il lato MN; se non lo è, si dice obliquo, (Fig. 301.) la di cui altezza è la retta MP, che cade su la base prolungata. Le rette ME, MG, MD ec. si dicono i lati del cono.

494. Anche la base del cono è un circolo, come costa dalla di lui esposta genesi: Onde considerandosi il circolo come un poligono d'infiniti lati, sarà il cono una piramide d'infinite faccie triangolari aventi la base infinitamente piccola, e

però con aumentarsi queste all' infinito alla piramide, la di lei superficie va a finire in una superficie conica.

495. Se dal vertice M (Fig. 301.) del cono obliquo MDGEC si abbasserà alla base la perpendicolare MP, ella servirà per determinare dove l'asse MN faccia col diametro ED della base angolo ottuso, e dove acuto; come pure quale sia il lato maggiore, e quale il minore nel cono obliquo. L'asse col diametro della base farà sempre un angolo acuto da quella parte, ove cade la perpendicolare, perchè il triangolo MNP essendo rettangolo in P, l'angolo MNP deve necessariamente essere acuto (pel num. 226. 1°.); e perchè la somma dei due angoli, che fa la retta MN insistente alla retta ED, è eguale a due retti [pel num. 79.], essendo l'angolo MNP, che cade dalla parte della perpendicolare, acuto, l'angolo MND, che cade dalla parte opposta, è ottuso. Siccome poi più dista dalla perpendicolare il lato MD, che il lato ME, mentre i tre punti P, E, D sono sopra la medesima retta, e degli altri punti, che sono nella periferia del circolo della base, quelli sono più lontani dal punto P, che più si accostano al punto D, però fra i lati del cono obliquo quello è maggiore, che più dista dalla perpendicolare, e quello è il minore, che meno dista, e degli altri lati quelli sono maggiori, che più si avvicinano al lato MD, da cui distandone sempre due egualmente, uno al di quà, e l'altro al di là del diametro ED, però ognuno di quelli, che incontra la semiperiferia EGD, ne ha un corrispondente, ed eguale, che incontra la semiperiferia ECD.

496. Se intorno al lato AN (Fig. 302.) girerà il trapezio ANQE, il solido BQED, che ne nascerà, si chiamerà cono troncato. Si avverta, che i due lati AE, NQ devono essere ineguali, e paralleli.

497. Se a un semicircolo si communicherà il moto di rotazione intorno al suo diametro, che si consideri immobile, ne nascerà un solido, che dicesi sfera, in cui il punto di mezzo, che è lo stesso centro del semicircolo generatore, si chiama il centro, il quale dista egualmente da ciascun punto della superficie della sfera, siccome il centro del semicircolo generatore dista egualmente da ciascun punto della semiperiferia. Tutto ciò si veda nella Fig. 303.

498. Def. 6. Qualunque retta, che parte da un punto della superficie della sfera, e pel centro passa alla superficie opposta, come AB, si dice asse, o diametro della sfera, la di cui metà si chiama raggio: Che però tutti gli assi, o diametri della sfera sono eguali, come lo sono tutti i raggi. I punti estremi di un asse si dicono poli della sfera.

499. Questa genesi della sfera dà campo a ravvisare gli elementi, da'quali in diversa maniera si può essa comporre. E primieramente se da tutti i punti consecutivi del diametro AB (Fig. 304.) si intenderanno alzate le perpendicolari pM, che vadano a incontrare nei punti M la semiperiferia del semicircolo generatore, mediante il di lui moto sul diametro AB, queste perpendicolari diverranno raggi di altrettanti circoli, che si faranno sempre minori, e minori a misura, che i loro centri si scosteranno dal centro della sfera, siccome si fanno continuamente minori le rette Mp, che ne sono i raggi, secondo che si scostano dal centro del semicircolo generatore. Ora tutti i suddetti circoli si possono riguardare come cilindri d'un' altezza nascente, e questi formeranno gli elementi della sfera.

500. Considerando in secondo luogo il semicircolo generatore come la metà di un poligono regolare d'una infinità di lati (giusta il num. 351. 4°.), se da tutti gli angoli di questo semipoligono si intenderanno abbassate al diametro AB (Figura

ra 305.) le perpendicolari Fa, Dc, Ee ec., mediante la rotazione del semipoligono sul diametro, si formeranno altrettanti coni troncati, quanti sono i lati AF, FD, DE ec., che saranno gli elementi della sfera, e avranno bensì un'altezza nascente, ma tra loro ineguale. Lo che fa vedere, che le superficie coniche iscritte alla sfera, o a un segmento sferico terminano in una superficie sferica.

501. In terzo luogo se dentro al semicircolo generatore si intenderanno descritti altrettanti semicircoli concentrici, come nella figura 303, quanti sono i punti nel raggio del semicircolo, mediante il moto del semicircolo intorno al diametro tutte queste semiperiferie formeranno altrettante superficie sferiche concentriche d'un'eguale grossezza evanescente, che saranno gli elementi della sfera.

502. In quarto luogo si può considerare la sfera come composta da una infinità di piramidi eguali, a ciascuna delle quali serva di base un punto della superficie della sfera, e che abbiano il vertice al centro della medesima. Queste piramidi poi non potranno essere, che o triangolari, o quadrate, o esagone giusta il num. CLVI.

503. Se si immaginerà, che un solido sia attraversato da un piano, la figura, che avrà per lati le comuni sezioni delle faccie del solido col piano secante, si dirà la sezione di questo solido. Ora egli è evidente, che questa sezione sarà un poligono, che avrà altrettanti lati, quante faccie avrà incontrato il piano secante: Onde è, che con tagliarsi i prismi, i cilindri, le piramidi, e i coni con un piano parallelo alla base, rispetto ai prismi, e ai cilindri ne nascerà una figura eguale alla base; rispetto poi alle piramidi, e ai coni ella sarà una figura simile alla base(a): Poichè quanto ai prismi sia la sezione LRST (Fig. 295.), ciascun de' suoi lati sarà parallelo a ciascun lato della base (per costruzione): Onde ciascun angolo LRS, RST ec. sarà eguale a ciascun angolo AED, EDC ec.: In oltre perchè le faccie del prisma sono altrettanti parallelogrammi, però i lati LR, RS, ST ec. sono eguali ai lati AE, ED, DC ec., conseguentemente la sezione LRST ec. è affatto eguale alla base AEDCB. Lo stesso vale dei cilindri considerandoli come prismi d'infiniti lati. Parimente rispetto alle piramidi sia la sezione LRST (Fig. 296.): Poichè sono simili i triangoli MAB, MLR, così i triangoli MBC, MRS ec., perchè la sezione essendo parallela alla base, i lati di questa sezione sono paralleli ai lati della base, perciò la sezione è una figura simile alla base, mentre a motivo della somiglianza dei detti triangoli i lati della sezione sono proporzionali ai lati della base cioè AB: LR :: MB: MR, e BC: RS :: MB: MR, e però AB: LR :: BC: RS ec. Si dica lo stesso rispetto ai coni. La piramide troncata adunque dovendo

(a) CCXXXIII. *Poichè dalla sola sezione parallela alla base risulta una figura simile alla base della piramide, e secondo la diversa inclinazione del piano secante alla base diversa risulta la figura della sezione; quindi è, che in prospettiva diversa è la figura, che devesi dare a una superficie secondo la varia posizione, sotto cui devesi rappresentare; poichè i raggi, che partendo da tutti i punti di una superficie visibile vengono all'occhio, formano una piramide, della quale l'occhio è il vertice, e la detta superficie n'è la base; e la prospettiva di tale superficie è la figura formata sopra una Tavola, o quadro mediante l'intersezione di detta piramide pel di lei piano. Per lo che la prospettiva di una superficie non può essere una figura simile al suo originale, se non in caso, che il piano di questa superficie sia parallelo al piano della Tavola.*

vendo avere per fezione una figura fimile alla bafe, fe ciò non fuccederà, tale corpo non farà una piramide troncata. Dati poi due poligoni fimili, fi poffono effi confiderare, come fe il maggiore foffe la bafe, e il minore la fezione di una piramide troncata. Quanto alla sfera fe effa fi taglierà comunque con un piano, la fezione farà fempre un circolo ftante l' uniformità delle di lei parti. Se fi replicheranno le fezioni facendole tutte parallele, i circoli, che ne nafceranno faranno [pel num. 499.] tanto più piccoli, quanto più lontano dal centro pafferà il piano fecante; fra quefti circoli poi il maffimo farà, quello, che vien fatto dal piano fecante la sfera pel centro, il quale avrà il centro comune col centro della sfera. Ora qui offerviamo, che la retta, la quale paffa pei centri di tutti i fuddetti cerchj paralleli nati dalle accennate fezioni è un diametro della sfera, che è perpendicolare a ciafcuno de' piani di quefti cerchj, e quefto diametro rifpetto a ognun di loro diceſi affe, le di cui eftremità fu la fuperficie della sfera chiamanfi poli di quel tal circolo, di cui è affe: Onde è, che ciafcun cerchio nato da una fezione della sfera ha i fuoi poli particolari fopra la fuperficie della medefima; e ficcome il diametro della sfera, che paffando pel centro di una fezione sferica va a terminare ai di lei due poli, e n' è perciò l'affe, è perpendicolare a quefta fezione, però tutti i punti della circonferenza di tale fezione circolare hanno le diftanze da uno fteffo polo mifurate da archi eguali. 2°. Che fe la fezione della sfera farà un cerchio maffimo, in tal cafo perchè quefto cerchio paffa pel centro della sfera, tutti i punti della di lui circonferenza difteranno dall' uno, e dall' altro polo per un quarto di cerchio, o fia tale diftanza farà mifurata da 90 gradi: E reciprocamente fe ogni punto della circonferenza di un circolo difterà per un quarto di cerchio dall'uno, e dall'altro de' fuoi poli, egli farà un cerchio maffimo. Qualunque altro cerchio poi, che non paffi pel centro della sfera, e in confeguenza non fia maffimo, avrà bensì ogni punto della circonferenza egualmente diftante da uno fteffo polo, ma le diftanze di quefti punti rifpetto a un polo faranno ineguali alle diftanze rifpetto all' altro polo. 3°. Se un cerchio maffimo pafferà pei poli di un altro cerchio maffimo, anche quefto fecondo pafferà pei poli del primo, perchè il primo circolo non può paffare pei poli del fecondo, fenza che il fuo piano paffi per l' affe di quefto; e perchè gli affi fono perpendicolari ai piani dei loro circoli, però l' affe del primo circolo deve adattarfi ful piano del fecondo, confeguentemente ancora il fecondo circolo deve paffare pei poli del primo: Quindi fe un maffimo circolo pafferà pei poli di un altro circolo maffimo, egli farà perpendicolare al di lui piano, e *vice verfa* fe gli farà perpendicolare, pafferà pei di lui poli: Così pure fe due, o più maffimi cerchj fi interfecheranno nei poli di un altro circolo, faranno tutti a lui perpendicolari. Quando poi due cerchj maffimi fono vicendevolmente tra loro perpendicolari, effi hanno le periferie diftanti per un quarto di cerchio. Ma fe per un punto prefo fu la fuperficie della sfera, che non fia il polo di un cerchio maffimo, fi condurrà un piano, che paffi pel di lui affe, effo gli farà perpendicolare, non però farà poffibile condurvi un altro differente piano, che paffi per l' affe, e per lo fteffo punto, confeguentemente per quefto punto fi può condurre un fol cerchio, che al detto cerchio maffimo fia perpendicolare.

PAR-

PARTE II.

Dell' angolo solido, e de' Poliedri.

504. DEf. 1. Angolo solido è quello, che viene formato dal concorso di più angoli piani, i quali unendo i vertici in un sol punto, gli uni agli altri si inclinano talmente, che ogni due di loro acquistano un laro comune. Tali sono le sommità delle piramidi, gli angoli dei prismi ec. L'angolo solido dicesi retto quando viene formato da tre angoli retti, come quello dell'esaedro.

505. Come il cerchio misura un angolo piano, così la sfera serve a misurare gli angoli solidi. Immaginiamoci un angolo solido al centro della sfera, in tal caso ciascuno degli angoli piani, da' quali risulta, sarà sul piano d'una sezione della sfera fatta pel centro, altrimenti l'angolo solido non avrebbe il vertice al centro della sfera (pel num. 503.); e però la misura di ciascuno degli angoli piani formanti l'angolo solido sarà un arco di cerchio massimo, la di cui corda servirà di base all'angolo piano: Conseguentemente l'angolo solido avrà per misura la somma dei gradi degli archi suddetti sostenuti da corde, che sono le basi degli angoli piani formanti l'angolo solido.

COROLLARIO I.

506. Poichè adunque degli angoli piani formanti l'angolo solido quelli, che sono contigui hanno un lato comune, egli è chiaro, che gli archi de' massimi cerchj, da quali vengono misurati, si incontrano vicendevolmente tra loro, onde dalle loro corde ne risulta un poligono, che serve di base all'angolo solido.

COROLLARIO II.

507. Ora essendo tre il minor numero di lati, che può avere un poligono, il triangolo è per ciò il più semplice poligono, che può servir di base a un angolo solido; ond'è, che vi vogliono per lo meno tre angoli piani a formare un angolo solido, così che se saranno dati tre angoli piani, due de' quali siano maggiori del terzo, si potrà formare un angolo solido, che avrà per base un triangolo. Eucl. l. 11. p. 22. Intanto poi ho detto, che degli angoli piani formanri l'angolo solido due devono essere maggiori del terzo, perchè acciò più rette formino un poligono è necessario, che la più grande di loro sia minore della somma di tutte le altre, mentre se gli fosse eguale, questa cadrebbe su le altre, onde tutte insieme non potrebbero rinchiudere uno spazio; se fosse maggiore, non sarebbe possibile unirle vicendevolmente per le loro estremità: Quindi essendo un poligono la base di un angolo solido, è necessario, che il più grande degli angoli piani, da' quali risulta, sia minore della somma degli altri, poichè in tal caso anche il lato maggiore della base sarà minore della somma degli altri lati: Suppongo poi tutti eguali gli altri lati dell'angolo solido terminanti al vertice. Eucl. l. 11. p. 20.

CO-

COROLLARIO III.

508. E ficcome il piano di un cerchio fomministra la fomma di 360. gradi (pel num. 119.), e gli angoli piani formanti un angolo folido concorrono fra loro in un angolo, non già convengono in un piano; quindi è, che la fomma di tutti gli angoli piani formanti l'angolo folido deve effere minore di 360 gradi. Eucl. l. 11. p. 21. Onde effendo dato un qualunque numero, non minore di tre, di angoli piani, de' quali la fomma fia minore di quattro retti, e il maggiore fra loro fia minore della fomma degli altri, fi potrà formare con effi un angolo folido (a).

509. Def. 2. Due angoli folidi fono eguali, ogniqualvolta fono formati da uno fteffo numero di angoli piani eguali in grandezza rifpettivamente, e collo fteffo ordine difpofti.

CO-

---

[a] CCXXXIV. *Effendo dati tre angoli piani* ABC, EDF, HGI [F. 311.] *due de' quali fiano maggiori del terzo, e de' quali la fomma fia minore di quattro retti, fi formerà un angolo folido così. Si facciano eguali tutti i lati* AB, AC, DE, DF, GH, GI *di quefti angoli, indi colle loro bafi* BC, EF, HI *fi formi il triangolo* PQR [Fig. 312.] [*giufta il num.* LXVI.], *al quale fi circofcriva un circolo, il di cui centro fia* O. *Ora il triangolo* PQR *farà la bafe dell'angolo folido da coftruirfi; onde non altro più rimane a farfi, che trovare il punto* K, *in cui deve cadere il vertice di queft' angolo folido. Quefto punto* K *poi a motivo dell' eguaglianza dei lati* AB, AC, DE *ec. degli angoli propofti, fi troverà nella retta* KO, *che dal centro* O *del circolo fi innalza perpendicolarmente al piano dello fteffo circolo; e perchè fono eguali tutti i lati dei dati angoli, e la* KO *è perpendicolare al raggio, però quefta perpendicolare, che dà l'altezza dell'angolo folido, farà eguale alla radice quadrata della differenza dei quadrati d' uno de' fuddetti lati, e del raggio del circolo, cioè* $KO = \sqrt{\overline{KP}^2 - \overline{PO}^2}$. *Trovata in quefto modo l' altezza dell' angolo folido da coftruirfi, bafterà alzare ful centro* O *del circolo la perpendicolare* KO, *indi dal punto* K *condurre agli angoli del triangolo della bafe le rette* KP, KR, KQ, *che faranno i lati dell' angolo folido, che fi doveva coftruire. Eucl. l. 11. p. 23.*

CCXXXV. *Che fe fopra una data retta* BD [Fig. 313.] *a un propofto punto* A *fi dovrà coftruire un angolo folido eguale a un dato angolo folido* MPNG (Fig. 314.) *fi operi così: Si faccia la fezione* HLK *perpendicolare al lato* GM, *indi fu la retta* BD *dal punto* A *fi prenda* AC=GH, *e dal punto* C *perpendicolari a* AC *fi alzino due rette, una* CE=HK, *l'altra* CF=HL, *le quali formino l' angolo* ECF *eguale all' angolo* KHL. *Si unifcano i punti* E, F *colla retta* EF, *poscia fi conducano dal punto* A *le rette* AE, AF, *e l' angolo folido* ACFE *farà eguale all' angolo folido* GHLK, *come fi cercava, lo che cofta dalla coftruzione, mentre le faccie tanto di uno, come dell' altro folido fono unite ad angoli eguali, e i loro corrifpondenti angoli al vertice fono eguali. Eucl. l. 11. p. 26.*

COROLLARIO.

510. Quindi due angoli solidi eguali costano non solo d'egual numero di gradi, ma in oltre hanno egual numero di gradi per misura anche i corrispondenti angoli piani componenti. Per lo che se due angoli solidi risultanti da un numero n di angoli piani saranno tali, che ciascuno degli angoli piani in numero $n-1$ formanti il primo angolo solido sia eguale a ciascuno degli angoli piani in numero $n-1$ formanti il secondo angolo solido, e in oltre osservino vicendevolmente fra loro lo stesso ordine, anche il rimanente angolo piano del primo angolo solido sarà eguale al rimanente angolo piano del secondo angolo solido, e però questi due angoli solidi saranno fra loro interamente eguali.

511. Poichè qualunque corpo deve essere terminato da superficie piane, e tre superficie piane possono bensì formare un angolo solido, ma non già possono chiudere uno spazio, altrimenti le rette condotte su queste superficie potrebbero incontrarsi in due punti, lo che non può essere (giusta il num. 22.); quindi è, che da un numero minore di quattro superficie non può essere terminato il corpo: E siccome l'angolo solido formato da tre angoli piani ha la base triangolare, però un corpo non può aver meno di quattro angoli solidi, tre alla base, ed uno al vertice.

512. Def. 3. Il poliedro è un corpo terminato da poligoni piani rettilinei. I poliedri, che hanno tutti gli angoli eguali, e le di cui faccie sono poligoni regolari della medesima spezie, si dicono poliedri regolari. Gli altri sono irregolari. Il centro del poliedro regolare è un punto preso dentro la di lui area, e talmente situato, che tutte le rette condotte dal medesimo agli angoli solidi, sono tra loro eguali. Ognuna poi dicesi raggio del poliedro. Conducendosi questi raggi, si risolve il poliedro in altrettante piramidi eguali, quante sono le di lui faccie, che ne saranno le basi.

COROLLARIO.

513. Poichè l'angolo solido non può aver meno di tre angoli piani (pel num. 507.), e in oltre (pel num. 508.) deve essere minore di 360 gradi; quindi ne segue, che le faccie dei poliedri regolari non possono essere, che o triangoli, o quadrati, o pentagoni. Per la stessa ragione l'angolo solido di un poliedro si può formare solamente, o da tre, o da quattro, o da cinque triangoli equilateri; o da tre quadrati; o da tre pentagoni; per lo che cinque soltanto possono essere le spezie dei poliedri. Se il poliedro si compone da quattro triangoli equilateri, si dice tetraedro (Fig. 306.), e il di lui angolo solido è di 180 gradi: Se da otto triangoli equilateri, si chiama Ottaedro (Fig. 307.), e il di lui angolo solido è di 240 gradi; il lato poi è la corda di 90 gradi: Se da venti triangoli equilateri, si dice Icosaedro (Fig. 308.), e il di lui angolo solido è di 300 gradi: Se da sei quadrati, si dice Cubo, o Esaedro (Fig. 309.), e il di lui angolo solido è di 270 gradi: Finalmente se da dodici pentagoni, si chiama Dodecaedro (Fig. 310.), e il di lui angolo solido è di 324 gradi.

PARTE III.

Della misura e dei rapporti della superficie dei solidi.

514. DEf. 1. La superficie di un solido qualunque è quella, che viene esibita dalle di lui faccie. Quando si parla delle superficie dei prismi, cilindri, piramidi, e coni, si intendono sempre escluse le superficie delle basi; e qualora si vogliono includere anche le superficie delle basi, in tal caso la loro superficie dicesi totale a differenza del primo caso, in cui chiamasi superficie semplice.

Def. 2. Solidi simili, sono quelli, che sono circoscritti da piani, che sono figure corrispondentemente tra loro simili: Ond'è, che tutti i poliedri regolari sono solidi simili.

COROLLARIO I.

515. Poichè adunque la superficie totale di un poliedro qualunque è eguale alla somma delle superficie di tutti i poligoni, che ne formano le faccie, e le basi; però per avere la superficie di un qualsivoglia poliedro bisognerà misurare a parte la superficie di tutti i poligoni, che servono di faccie, e di basi (giusta il modo di sopra esposto), e la somma di tutte queste superficie darà la ricercata superficie totale del poliedro.

COROLLARIO II.

516. Che se il poliedro sarà regolare, si avrà la di lui superficie con moltiplicare l'apotema d'una delle di lui faccie nella metà della somma di tutti i suoi lati; o sia con moltiplicare il prodotto dell'apotema, e della metà di un lato nel numero de'lati, perchè (pel num. 389.) si ha l'area di un poligono con moltiplicare il prodotto dell'apotema, e della metà di un lato nel numero de'lati: Per lo che si avrà la superficie totale del Tetraedro con moltiplicare l'apotema di una delle sue faccie nella metà del lato di questa faccia, indi moltiplicare questo prodotto per 12: si avrà la superficie totale dell'Esaedro, e dell'Ottaedro con prendere il prodotto dell'apotema di una faccia nella metà del suo lato, poscia moltiplicarlo per 24. Finalmente si avrà la superficie totale del Dodecaedro, e dell'Icosaedro con prendere sessanta volte il prodotto dell'apotema d'una delle loro faccie nel suo lato. Eucl. l. 14. p. 6, e 7.

COROLLARIO III.

517. Parimente le superficie dei Prismi, Cilindri, Piramidi, e Coni, escluse le basi, essendo eguali alla somma delle superficie di tutte le loro faccie, poichè le faccie dei Prismi sono altrettanti parallelogrammi (pel num. 484.), quanti sono i lati della base, o poligono generatore, che hanno tutti eguale altezza, e l'area di un parallelogrammo rettangolo si ha con moltiplicare l'altezza nella base (pel num. 328.); però la superficie semplice di un prisma retto è eguale al prodotto di uno de'suoi lati, o della di lui altezza nel perimetro di una delle sue basi; vale a dire è eguale a un rettangolo, che abbia per altezza l'altezza del prisma, e

per

per base il perimetro del poligono generatore. Per lo che se l'altezza del prisma retto sarà eguale all'apotema della sua base, in tal caso perchè il prisma ha tante faccie, quanti sono i lati della base, e però quanti sono i triangoli, ne' quali si può risolvere con rette condotte dal centro la base poligona, e in oltre ciascuna faccia ha la medesima base, e altezza, che il confinante triangolo della base, perciò, stante che (pel num. 314.) il parallelogrammo è doppio del triangolo d'egual base, e altezza, la superficie di questo prisma sarà doppia dell'area del poligono, che n'è la base, o sia sarà eguale alle basi del prisma: E generalmente se l'altezza del prisma retto starà all'apotema della base, come $m:1$, la superficie del prisma starà alla superficie della base, come $2m:1$, o sia come $m:\frac{1}{2}$, cioè come l'altezza alla metà del raggio, o alla quarta parte del diametro.

COROLLARIO IV.

518. Stante che (pel num. 492.) il cilindro si può considerare come un prisma avente un numero infinito di faccie, quello che al num. preced. ho detto del prisma vale egualmente del cilindro, vale a dire, che la superficie semplice di un cilindro retto è eguale al prodotto della sua altezza nella periferia d'una delle sue basi: Che se l'altezza del cilindro sarà eguale al raggio della base, sarà la superficie del cilindro doppia dell'area della base, perchè (pel num. 390.) l'area della base è eguale al prodotto del raggio nella metà della sua periferia: E generalmente se l'altezza del cilindro starà al raggio della base, come $m:1$, la superficie del cilindro starà all'area della base, come $2m:1$, o sia come $m:\frac{1}{2}$, e perchè una metà del raggio è eguale a un quarto del diametro, però la superficie del cilindro starà all'area della base, come il di lui lato sta alla quarta parte del diametro della base.

COROLLARIO V.

519. Per la qual cosa la superficie di un prisma, o di un cilindro retto è eguale all'area di un triangolo, che abbia la stessa loro altezza, e per base il doppio del perimetro d'una delle sue basi.

COROLLARIO VI.

520. Se il prisma, o il cilindro non saranno retti, si determini il perimetro di una sezione perpendicolare all'asse, e il prodotto di questo perimetro nell'altezza del prisma, o del cilindro darà la di lui superficie.

COROLLARIO VII.

521. Se di un prisma, o di un cilindro qualunque si vorrà la superficie totale, essa si otterrà con aggiungere alla superficie semplice, trovata nel modo esposto, la somma delle due basi.

COROLLARIO VIII.

522. Quanto poi alle Piramidi essendo le loro faccie altrettanti triangoli, quanti sono i lati della base (pel num. 486.), poichè l'area del triangolo [pel num.243.] è eguale al prodotto dell'altezza nella metà della base; quindi la superficie delle piramidi rette di base regolare si ha con moltiplicare l'apotema di una faccia nella metà del perimetro del poligono, che serve di base. Per la stessa ragione siccome il cono si può considerare (giusta il num. 494.) come una piramide avente un numero infinito di faccie, perciò la superficie del cono retto si ha con moltiplicare il di lui lato nella metà del perimetro della base.

COROLLARIO IX.

523. Onde la superficie di un cono retto, o di una piramide retta regolare è eguale a un rettangolo, che abbia per altezza l'apotema della piramide, o il lato del cono, e per base abbia la metà del perimetro della loro base: O sia è eguale a un triangolo, che abbia l'anzidetta altezza, e per base il perimetro della loro base.

COROLLARIO X.

524. Quindi nelle piramidi rette regolari sta la loro superficie all'area della base, come l'apotema di una faccia all'apotema della base; e parimente la superficie del cono retto sta all'area della base, come il di lui lato sta al raggio della base, o sia come la metà del suo lato alla metà del raggio della base, che è la quarta parte del diametro della medesima. Ora (pel num. 518.) la superficie del cilindro sta alla base, come il suo lato alla quarta parte del diametro della base; dunque se a un cono retto sarà circoscritto un cilindro, starà la superficie del cilindro alla superficie del cono, come il lato del cilindro alla metà del lato del cono. E perchè il triangolo rettangolo equicrure è la metà di un quadrato, il di cui diametro è l'ipotenusa; quindi è, che la superficie di un cono generato da un triangolo rettangolo equicrure sta alla base, come nel quadrato sta il diametro al lato, vale a dire in questo cono la superficie è incommensurabile alla base.

COROLLARIO XI.

525. Che se tra il lato MD del cono retto, e il raggio ND del circolo, che n'è la base (Fig. 300.), si troverà (pel num. 262.) una media proporzionale AB, onde sia $\div$ MD : AB : ND, perchè sta AB ad ND come la periferia descritta col raggio AB alla periferia descritta col raggio ND, (pel num. 433.), così starà pure MD ad AB, come la periferia descritta col raggio MD alla periferia descritta col raggio AB: dunque come sta MD alla periferia descritta col raggio AB, così sta AB alla periferia descritta col raggio ND, e però facendo il prodotto degli estremi, e dei medj, si ha $MD \times \overline{\text{perif. di } ND} = AB \times \overline{\text{perif. di } AB}$; o sia

MD

$\frac{MD \times \overline{\text{peri. di } ND}}{2} = \frac{AB \times \overline{\text{peri. di } AB}}{2}$: Ma il primo membro di questa equazione dà (giusta il num. 522.) la superficie del cono. Dunque la superficie del cono retto è eguale all'area di un circolo, il di cui raggio sia medio proporzionale tra il lato del cono, e il raggio del circolo della sua base. Nello stesso modo si dimostra, che la superficie di un cilindro è eguale all'area di un circolo, il di cui raggio sia medio proporzionale tra il lato del cilindro, e il diametro della sua base.

COROLLARIO XII.

526. Da quanto si è detto ai num. 517, 518, 522 si ha il modo di determinare la ragione, che hanno fra loro le superficie di due prismi, o di due cilindri ec., in somma di due solidi della stessa specie. Se essi hanno altezze, e basi ineguali starà la superficie di un prisma alla superficie dell'altro in ragione composta delle altezze, e dei perimetri delle basi, così le superficie di due piramidi staranno fra loro in ragione composta delle apoteme, e dei perimetri delle basi: Quanto poi ai coni, e ai cilindri, perchè le loro basi sono circoli, le di cui periferie stanno come i diametri; però le superficie dei coni stanno fra loro in ragione composta dei lati, e dei diametri delle basi. Se i prismi, i cilindri ec. avranno eguale altezza, staranno le superficie di questi prismi come i perimetri delle basi, e così le superficie delle piramidi; le superficie poi dei cilindri, e così le superficie dei coni staranno fra loro in ragione dei diametri delle basi: che se avranno basi eguali, staranno fra loro in ragione delle altezze, o dei lati, o delle apoteme delle loro faccie. Se le superficie di due prismi, di due piramidi ec. saranno eguali, saranno le altezze, o le apoteme, o i lati reciproci dei perimetri delle basi, o sia dei diametri delle basi rispetto ai cilindri, e ai coni; e vice versa se si reciprocheranno i perimetri delle basi, e i lati, avranno superficie eguali.

COROLLARIO XIII.

527. Se la Piramide, di cui si vuol misurare la superficie non sarà retta, o pure se la di lei base non sarà un poligono regolare, in tal caso bisognerà misurare separatamente le superficie di tutti i triangoli, che ne formano le faccie, e la loro somma darà la superficie cercata.

COROLLARIO XIV.

528. Se la Piramide sarà troncata, comunque essa sia o retta, o obliqua, purchè però la sezione sia parallela alla base, perchè in questo caso ciascuna delle sue faccie è un trapezio, che ha due lati paralleli, però si troverà la superficie di ciascuna faccia della piramide troncata giusta il num. 334, e la somma di tutte queste superficie sarà la superficie della data Piramide troncata. Qualora poi la piramide troncata fosse retta, e di base regolare, perchè in tal caso tutte le sue faccie sono eguali, se ne avrà la superficie con prendere il prodotto dell' apotema di questa piramide troncata nella metà della somma del perimetro della base, e della se-

fezione. Che se nella piramide troncata la sezione non sarà parallela alla base, se ne misuri a parte ciascuna faccia giusta il num. 333., e la loro somma darà la superficie cercata.

COROLLARIO XV.

529. D'egual maniera si troverà la superficie di un cono troncato con una sezione parallela alla base con prendere il prodotto del suo lato nella metà della somma delle periferie della base, e della sezione, o sia nella periferia di un circolo, il di cui raggio sia eguale alla metà della somma dei raggi della base, e della sezione, perchè le periferie stando come i raggi (pel num. 433.), il circolo che avrà per raggio la metà della somma dei raggi della base, e della sezione, avrà eziandio la periferia eguale alla metà della somma delle periferie della base, e della sezione. Quindi è facil cosa il vedere, che di ciascuno dei coni troncati, che al num. 500. abbiamo considerati come elementi della sfera, la superficie è eguale al prodotto della di lui altezza nella periferia del massimo circolo della sfera. Sia (Fig. 315.) KEFI uno di questi elementi, e col raggio G*u* eguale alla metà della somma dei due raggi K*w*, E*y* della base, e della sezione si descriva la periferia media G*u*H tra quella della base e della sezione: Per lo che la superficie di questo cono troncato sarà eguale al prodotto della sua altezza *yw* nella periferia media G*u* H. Perpendicolare al lato KE nel punto G si conduca la retta GV. la quale passerà pel centro T (pel num. 149.), e però sarà un asse della sfera, Dal punto H al punto V si conduca la retta HV, e dal punto E su la retta KI la perpendicolare E*z*, che è eguale a *yw*. Ora ne nascono i due triangoli EK*z*, GVH, che sono equiangoli, perchè a motivo delle parallele GH, KI, l'angolo EK*z* è eguale all'angolo EGH, e in conseguenza all'angolo GVH, stante che i due angoli EGH, GVH, che sono misurati dal medesimo arco GAH, sono eguali; in oltre i due angoli E*z*K, GHV, poichè retti (per costruzione) sono eguali: Che però sono simili i due triangoli EK*z*, GVH, onde si ha EK: E*z*:: GV: GH, conseguentemente EK╳GH=E*z*╳GV: Ma EK╳GH dà la superficie del cono troncato EFIK, dunque a questa superficie è parimente eguale il prodotto E*z*╳GV, che risulta dall' altezza E*z*=*yw* del cono troncato nella periferia del massimo cerchio.

COROLLARIO XVI.

530. Ma perchè la somma delle altezze di tutti i coni troncati CDFE, EFIK, KIML, LMON, NOQP, PQSR, dalle superficie de' quali risulta la superficie della sfera, è eguale all' asse AB della sfera; quindi la somma di tutte le superficie di questi coni troncati risulta dal prodotto dell' asse della sfera nella periferia del di lei massimo cerchio, e però essendo la somma di tutte queste superficie eguale alla superficie della sfera, essa pure si ha con prendere il prodotto dell' asse nella periferia del suo massimo cerchio, o sia della periferia del massimo cerchio nel suo diametro.

COROLLARIO XVII.

531. Per lo che la superficie della sfera è quadrupla dell' area del suo massimo cerchio, perchè la superficie della sfera (pel preced. num. 530.) è eguale alla periferia-

riferia del massimo cerchio moltiplicata nel suo diametro, e (pel num. 390.) l'area del massimo cerchio è eguale al prodotto della metà della sua periferia nella metà del diametro (a). Onde le superficie delle sfere stanno in ragione de' loro massimi cerchj. Quindi la superficie della sfera circoscritta a un cubo è dupla della superficie della sfera al medesimo iscritta, perchè il cerchio massimo della sfera circoscritta è doppio del cerchio massimo della sfera iscritta, come costa dal num. 325.

COROLLARIO XVIII.

532. Siccome poi la superficie del cilindro retto si ha (pel num. 518.) con moltiplicare la sua altezza nella periferia della base, se alla sfera sarà circoscritto un cilindro, la di cui altezza sia eguale all' asse della sfera, nel qual caso la di lui base sarà eguale al massimo cerchio della sfera, sarà la superficie della sfera eguale alla superficie del cilindro: Che se si vorranno computare le basi del cilindro predetto, starà la superficie totale di questo cilindro alla superficie della sfera iscritta, come $6:4$, o sia come $3:2$, perchè la superficie della sfera essendo quadrupla della base del cilindro, la superficie del cilindro n' è sestupla.

COROLLARIO XIX.

533. L'essere pertanto la superficie della sfera quadrupla dell' area del di lei massimo cerchio, ed eguale alla superficie del cilindro circoscritto, che ha per altez-

(a) CCXXXVI. *Trattandosi di coprire di lastre di piombo la Cupola* EAPDH, [*Fig.* 316.] *che in parte è cilindrica, e in parte sferica, bisogna primieramente determinare la quantità della di lei superficie, lo che si ottiene giusta le cose dette, così. Sia* $KD = KP = 27$ *braccia: Si trovi l'area del massimo cerchio, che ha* KP *per raggio, e a questo fine si trovi in prima la di lui periferia facendo* $113 : 355 :: 54$ [*doppio del raggio* 27.] *al quarto, che trovasi essere* $169\frac{73}{113}$, *la di cui metà è* $84\frac{93}{113}$, *che moltiplicata nel raggio* 27 *dà* $2290\frac{25}{113}$ *area cercata dal massimo cerchio. Siccome poi il quadruplo di quest' area somministra la superficie della sfera, così il di lei doppio esibisce la superficie dell' emisfero: Che però il numero esprimente la superficie dell' emisfero* APD *è* $4580\frac{50}{113}$ *braccia quadrate. La superficie poi del cilindro* ADHE [*supposto che l' altezza* AE *sia di braccia* [illegible]] *si trova essere* [*giusta il num.* 518.] $169\frac{73}{113} \times 22 = 3732\frac{24}{113}$ *braccia quadrate, che sommate con* $4580\frac{50}{113}$ *danno* $8312\frac{74}{113}$ *braccia quadrate superficie totale della Cupola* EAPDH.

tezza l'aſſe della sfera, ne ſegue, che la ſuperficie della sfera, come FGHK [Fig. 317.] è doppia della ſuperficie del cilindro iſcritto ABCD, la di cui altezza AD è eguale al diametro DC della baſe; poichè il maſſimo cerchio della sfera, il di cui diametro è AC, è eguale alla ſomma dei due circoli deſcritti coi diametri AD, DC [pel num. 412.], o ſia è doppio dell'area del circolo deſcritto ſul diametro DC; ma la ſuperficie della sfera è quadrupla [pel num. 531.] dell' area del circolo deſcritto ſul diametro AC, dunque è ottupla dell'area del circolo deſcritto ſul diametro DC, o ſia della baſe del cilindro iſcritto ABCD: Ora la ſuperficie di queſto cilindro iſcritto è quadrupla della ſua baſe, poichè è eguale alla ſuperficie della sfera al medeſimo iſcritto, che è quadrupla della ſuperficie del ſuo maſſimo cerchio, o ſia della baſe del cilindro ABCD; dunque la ſuperficie della sfera FGHK è doppia della ſuperficie del cilindro iſcritto ABCD. Conſeguentemente la ſuperficie della sfera ſta alla ſuperficie totale del detto cilindro iſcritto, come 4: 3.

COROLLARIO XX.

534. Dai num. 529, e 530 s' intende, che la ſuperficie conveſſa di una zona, o porzione qualunque di sfera determinata dalla ſezione di un piano, o di due piani paralleli, è eguale alla ſuperficie di un cilindro, la di cui altezza ſia eguale alla groſſezza di queſta zona, e la baſe ſia eguale al maſſimo cerchio della sfera. Quindi ſe con un piano ſi vorrà tagliare una data sfera in modo, che le ſuperficie delle zone, o porzioni nate da queſta ſezione ſtiano fra loro in una data ragione, baſterà circoſcrivere alla sfera un cilindro, la di cui altezza ſia eguale all'aſſe della sfera, indi dividere la di lui altezza ſecondo la data ragione, e pei punti di diviſione condurre de' piani paralleli alla baſe del cilindro, che divideranno la ſuperficie della sfera nella ragione cercata; poichè queſte porzioni di cilindro avendo la medeſima baſe, hanno le ſuperficie in ragione delle loro altezze, alle quali ſuperficie ſono eguali le ſuperficie delle zone della sfera diviſa. Più ſpeditamente baſterà tagliare la sfera con ſezioni parallele, che dividano perpendicolarmente il di lei aſſe ſecondo la data ragione.

COROLLARIO XXI.

535. Ora eſſendo [pel preced. num.] la ſuperficie conveſſa della zona HAF [Fig. 318.] eguale alla ſuperficie del cilindro RNQK, ſarà eſſa pure eguale all'area del circolo deſcritto col raggio AF, che è una retta condotta dal vertice della zona propoſta alla periferia del circolo, che ſerve di baſe a queſta zona; poichè [pel num. 265.] avendoſi ∺ AE: AF: AB, e le periferie, o ſemiperiferie ſtando come i raggi [pel num. 433.], ſtarà AE ad AF, come la ſemiperiferia deſcritta col raggio AF alla ſemiperiferia deſcritta col raggio AB, o ſia alla periferia deſcritta col raggio BC=EN; per lo che facendoſi la moltiplicazione degli eſtremi, e dei medj, ſarà il prodotto di AE nella periferia deſcritta col raggio EN eguale al prodotto di AF nella ſemiperiferia deſcritta collo ſteſſo raggio AF. Ma il prodotto di AE nella periferia deſcritta col raggio EN è eguale [pel num. 534.] alla ſuperficie del cilindro RNQK, o ſia alla ſuperficie della zona HAF; e il prodotto di AF nella ſemiperiferia deſcritta col raggio AF è eguale (pel num. 390.) all'area del circolo deſcritto col raggio AF. Dunque eſſendo eguali queſti due prodotti, la ſuperficie della zona HAF è eguale all' area del circolo deſcritto col raggio

gio AF. E per la stessa ragione la superficie della zona HBF è eguale all'area del circolo descritto col raggio BF: Onde la superficie convessa del segmento sferico HAF è eguale (pel num. 412.) alla somma dei due circoli, uno descritto col raggio AE, che è l'altezza del segmento sferico, e l'altro descritto col raggio EF, che è la di lui base. Vale lo stesso del segmento sferico HBF.

COROLLARIO XXII.

536. Essendo pertanto la superficie di un qualunque segmento sferico HAF eguale all'area del circolo descritto col raggio AF, e questo circolo stando al circolo della sezione HEF in ragione duplicata di A F ad E F [pel num. 409.), se al segmento sferico si iscriverà un cono, che abbia per base la sezione HEF, poichè [pel num. 524.] la superficie del cono sta alla base, come il suo lato AF al raggio EF della base, starà la superficie del segmento sferico HAF al circolo della sezione in ragione duplicata della superficie del cono iscritto all'area della sua base HEF: Dunque [pel num. 609. del I. Tomo) starà la superficie del segmento sferico alla superficie del cono iscritto, come questa superficie al circolo della sezione; per lo che stando la superficie del cono alla base, come il suo lato al raggio della base, starà pure la superficie del segmento sferico alla superficie del cono iscritto, come il lato del cono al raggio del circolo della sezione, che n'è la base.

COROLLARIO XXIII.

537. Onde perchè il lato del cono iscritto nell'emisfero, o sia nella metà della sfera, è il diametro di un quadrato, di cui il raggio della sfera è il lato; quindi la superficie dell'emisfero sta alla superficie del cono iscritto nella ragione, che ha nel quadrato il diametro al lato. Che se all'emisfero NGH [Fig. 319.] si circoscriverà il cono LMK, starà la di lui superficie alla superficie del cono iscritto NGH, come nel quadrato sta il diametro al lato; poichè la superficie del circolo LMKQ essendo doppia della superficie del circolo GHBN, di cui pure è doppia la superficie dell'emisfero NGH, però la superficie di questo emisfero è eguale all'area del circolo LMKQ: Ma la superficie del cono LMK sta all'area del circolo LMKQ, come il suo lato MK al raggio KC; dunque la superficie del cono circoscritto LMK sta alla superficie del cono iscritto NGH, come MK: KC, cioè come nel quadrato sta il diametro al lato: E *vice versa* la superficie del cono iscritto all'emisfero sta alla superficie del cono circoscritto, come nel quadrato il lato sta al diametro. Onde se al cono rettangolo LMK si iscriverà l'emisfero NGH, e si circoscriverà l'emisfero LDMEK, sarà la superficie del cono media proporzionale tra la superficie dell'emisfero iscritto, e del circoscritto, poichè tanto la superficie dell'emisfero circoscritto alla superficie del cono, come la superficie del cono alla superficie dell'emisfero iscritto sta nella stessa ragione, che nel quadrato ha il diametro al lato.

COROLLARIO XXIV.

538. Le cose dette rispetto all'emisfero LDMEK valendo egualmente per l'emisfero LFQOK, e quel che si dice dell'uno, e dell'altro sussistendo istessamente riguar-

do a tutti due presi insieme, quindi è, che la superficie della sfera BSNPGRHT alla superfizie del rombo quadrato conico circoscritto LMKQ sta nella stessa ragione, che ha nel quadrato il lato al diametro; e *vice versa* la superficie della sfera alla superficie del rombo quadrato conico iscritto, come il diametro al lato. Per lo che la superficie della sfera, la superficie del rombo quadrato conico iscritto, e la superficie della sfera a lui iscritta sono continui proporzionali nella stessa ragione, che ha nel quadrato il diametro al lato, cioè a dire come ∺ LK: LM: LC. Vale lo stesso rispetto alle superficie del rombo quadrato conico, della sfera a lui iscritta, e del rombo quadrato conico a questa sfera iscritto. Stando adunque nell' uno, e nell'altro caso la superficie del primo corpo alla superficie del terzo, come LK: LC, poichè LK è doppia di LC, però la superficie della sfera circoscritta al rombo quadrato conico è doppia della superficie della sfera al medesimo iscritta; e la superficie del rombo quadrato conico circoscritto alla sfera è doppia della superficie del rombo quadrato conico a questa sfera iscritto.

COROLLARIO XXV.

539. Siccome poi (pel num. 536.) la superficie di un segmento sferico sta al cono iscritto, come il lato del cono al raggio della sua base, se a un segmento sferico HDBOF (Fig. 318.) sarà iscritto un cono equilatero HBF, cioè a dire il di cui lato sia eguale al diametro della base, sarà la superficie del segmento sferico doppia della superficie del cono iscritto, perchè in tal caso BF è dupla di FE: dunque starà la superficie del segmento sferico, la superficie del cono equilatero iscritto, e la di lui base come ∺ 4: 2: 1. Conseguentemente la superficie del segmento sferico sta alla superficie totale del cono equilatero iscritto, come 4: 3, nella qual ragione sta pure la superficie totale di un cilindro retto circoscritto a un emisfero alla superficie totale di questo emisfero, perchè (pel num. 531.) essendo la superficie della sfera quadrupla dell'area del di lei massimo circolo, sarà la superficie dell' emisfero, e però la superficie del cilindro circoscritto, cui è eguale (pel num. 534.), doppia dell' area della base del cilindro; dunque se tanto nell'emisfero, come nel cilindro si computeranno le basi, starà l'area totale del cilindro circoscritto all' area totale dell' emisfero, come 4: 3.

COROLLARIO XXVI.

540. Che se alla sfera sarà iscritto un cono equilatero BHF (Fig. 318.) starà la superficie della sfera alla superficie totale del cono, come 16: 9, perchè essendo BE tre quarti del diametro BA, sarà la superficie del segmento sferico HDBOF tre quarti della superficie di tutta la sfera (pel num. 534.); ma (pel num. 539.) la superficie del segmento HDBOF è dupla della superficie del cono iscritto HBF; dunque la superficie di questo cono è $\frac{3}{8}$ della superficie della sfera, cioè la superficie della sfera sta alla superficie di questo cono, come $1: \frac{3}{8}$, o sia come 8: 3, o pure come 16:6: Poichè adunque la superficie di questo cono è doppia della superficie della sua base, come lo è BH di HE, se alla superficie di questo cono si ag-

aggiungerà la superficie della sua base, starà la superficie della sfera alla superficie totale del cono, come $16: 6+3$, cioè come $16: 9$.

COROLLARIO XXVII.

541. Ora poichè la superficie della sfera sta alla superficie totale del cono equilatero iscritto, come $16: 9$, se a questo cono si iscriverà una sfera, essendo il di lei massimo circolo la quarta parte del massimo circolo della sfera circoscritta, perchè il diametro di questo circolo è doppio del diametro dell' altro (pel num. 421.), starà la superficie di questa sfera iscritta alla superficie totale del cono, come $4: 9$, stante che le superficie delle sfere stando in ragione de' loro massimi cerchj (pel num. 531.) la superficie della sfera iscritta è la quarta parte della superficie della sfera circoscritta: Conseguentemente sarà la superficie della sfera alla superficie del cono equilatero circoscritto, come $4: 6$, o sia come $2: 3$. Quindi perchè la superficie della sfera è quadrupla dell'area del di lei massimo circolo, staranno il massimo circolo della sfera iscritta al cono equilatero, la superficie di questa sfera, la superficie del cono, e la superficie della sfera a lui circoscritta, come $1: 4: 9: 16$, cioè come i quadrati dei numeri naturali $1 . 2 . 3 . 4$.

COROLLARIO XXVIII.

542. Per la qual cosa la superficie totale del cono equilatero circoscritto alla sfera è quadrupla della superficie totale del cono equilatero iscritto; poichè se al cono equilatero circoscritto DOF (Fig. 321.) si circoscriverà la sfera DLOFN, starà la superficie della sfera DLOFN alla superficie del cono DOF, come la superficie della sfera BPKM alla superficie del cono SKT, cioè come $16: 9$; ma la superficie della sfera DLOFN è quadrupla della superficie della sfera BPKM, dunque anche la superficie del cono equilatero circoscritto DOF è quadrupla della superficie del cono equilatero iscritto SKT.

COROLLARIO XXIX.

543. Poichè due solidi diconsi simili, qualora hanno le rispettive corrispondenti faccie simili, e siccome di questi corrispondenti piani simili gli omologhi stanno fra loro nella stessa ragione; però le superficie dei solidi simili terminati da piani rettilinei stanno fra loro, come due qualsivoglia piani omologhi: Ma (pel num. 407.) i piani simili stanno fra loro come i quadrati dei lati omologhi. Dunque le superficie dei prismi, cilindri ec. simili stanno fra loro in ragion duplicata, o sia come i quadrati dei lati omologhi, cioè a dire come i quadrati delle altezze, o delle apoteme, o dei lati. Le superficie poi delle sfere, e dei poliedri regolari della stessa spezie stanno fra loro, come i quadrati dei raggi, o dei diametri.

COROLLARIO XXX.

544. Per ultimo dal modo dato di misurare le superficie dei solidi si raccoglie, che se un prisma, e una piramide avranno egual base, e altezza, sarà la superficie del prisma doppia della superficie della piramide; lo che vale egualmente pel cilindro, e pel cono d'egual base, e altezza.

545. Abbiamo veduto al num. 503, che tagliandosi i prismi, e i cilindri con un piano parallelo alla base, il piano della sezione è una figura eguale al piano della base; rispetto poi alle piramidi, e ai coni il piano della sezione è una figura simile al piano della base, dal che ne segue, che queste sezioni nei solidi della medesima spezie stanno in ragion delle basi, purchè però le distanze delle sezioni dalla base nell'uno, e nell'altro solido siano eguali: Onde se le basi saranno eguali, lo saranno anche le sezioni. E siccome (pel num. 503.) si ha MB: MR:: BC: RS (Fig. 295), così si ha pure MN: Mx:: BC: RS; e però sarà MN—Mx: Mx:: BC—RS: RS, cioè come sta l'altezza del tronco della piramide all'altezza della porzione levata, così la differenza di due lati omologhi della base, e della sezione sta al lato della sezione: O pure BC—RS: BC:: MN—Mx: MN, vale a dire come la differenza di due lati omologhi della base, e della sezione al lato della base, così l'altezza del tronco sta all'altezza della piramide intera. Quindi sapendosi l'altezza di una piramide tronca con una sezione parallela alla base, e conoscendosi due lati omologhi della base, e della sezione, si saprà trovare l'altezza della piramide levata, e l'altezza della piramide intera. Lo stesso ha luogo ne' coni troncati, ne' quali i raggi delle basi, e delle sezioni sono i lati omologhi. La sezione poi si suppone sempre parallela alla base. Mediante il num. 523. si trova a dirittura il perimetro di una qualunque sezione parallela alla base in una piramide, o cono. Essendo data la piramide della fig. 296., si formi il triangolo AFM (Fig. 322.), che ne dà la superficie, in cui l'altezza AF è eguale all'apotema MG della piramide, e la base FM eguaglia il perimetro della base della piramide: Fatto ciò se si vorrà il perimetro della sezione LRST ec., si prenda la lunghezza dell'apotema Mz, si trasporti nel triangolo da A in E, e si conduca parallela alla base la retta EG, che sarà il perimetro cercato, poichè (pel num. 503.) sta il perimetro della base al perimetro della sezione, come l'apotema MG all'apotema Mz, e nel triangolo della fig. 322. si ha FM: EG:: AF: EA; ma AF è eguale all'apotema MG; AE è eguale all'apotema Mz; FM è eguale al perimetro della base; dunque EG è eguale al perimetro della sezione. Come poi il triangolo AFM è eguale alla superficie della piramide, così il triangolo AEG è eguale alla superficie della piramide levata MLRST, e però il trapezio EGMF è eguale alla superficie della piramide troncata LRSTDCBA: Che se si ridurrà questo trapezio al rettangolo EHKF [giusta il num. 334.], e così il triangolo AGE al rettangolo ABDE, si troverà tanto il rettangolo, che è eguale alla superficie della piramide troncata, come il rettangolo, che è eguale alla superficie della piramide levata. Si faccia lo stesso rispetto al cono.

PARTE IV.

Della misura, e dei rapporti delle solidità dei solidi.

546. DEf. La solidità, o volume di un corpo non è altro, che uno spazio determinato, e limitato dalle tre dimensioni. La solidità distinguesi dalla massa, e dalla densità del corpo, poichè la massa è la quantità assoluta di materia, che contiene il corpo; la densità poi è il rapporto del volume del corpo alla massa.

547. La solidità di un corpo risulta dalla somma di tutti i suoi elementi; che però basta trovar questa somma per avere la cercata solidità di un corpo: Que-

Questa somma poi si ha con prendere tante volte [pel num. 478.] un elemento [qualora siano tutti eguali], quante ne mostra l'altezza del solido da misurarsi, o sia con moltiplicare l'altezza nella sua base, che è l'elemento generatore. E quì si osservi, che siccome la misura delle superficie è il quadrato, così la misura dei solidi è il cubo: Quando poi si dice, che per avere la solidità di un corpo bisogna moltiplicare la base nell' altezza, ciò devesi intendere relativamente al num. 246, cioè a dire, che siccome il prodotto della base nell'altezza di un rettangolo esprime quante volte il quadrato della linea, che si prende per unità, è contenuto nel dato rettangolo, così il prodotto della base nell' altezza di un parallelepipedo rettangolo esprime quante volte il cubo, che ha per lato quella retta, che si prende per unità, è contenuto nel dato parallelepipedo.

COROLLARIO I.

548. Si avrà adunque la solidità di un prisma qualunque, o d' un cilindro con moltiplicare la di lui altezza nella superficie della base: Per lo che se la base di un prisma sarà eguale alla somma di più basi minori di altri prismi aventi la medesima altezza, la solidità di tale prisma sarà eguale alla somma delle solidità di tutti gli altri prismi: Lo che vale rispetto agli altri solidi ancora della medesima spezie. Quindi tanto i prismi, come i cilindri stanno fra loro in ragion composta delle basi, e delle altezze; che però se due prismi, o due cilindri avranno le basi, e le altezze eguali, nel qual caso si troveranno fra le medesime parallele, saranno eguali; e reciprocamente se avendo la stessa base, o basi eguali, saranno eguali, si troveranno fra le medesime parallele, vale a dire avranno ancora le altezze eguali; o pure trovandosi fra le medesime parallele, ed essendo eguali, avranno eziandio le basi eguali. Eucl. l. 11. p. 29, 30, 31. Se poi due prismi, o due cilindri avranno altezze eguali, staranno fra loro in ragion delle basi. Eucl.l.11.p.32; e se avranno basi eguali, staranno come le altezze. Eucl. l. 12. p. 14. Qualora poi siano eguali, ed abbiano altezze, e basi ineguali, si reciprocheranno le basi, e le altezze; e se si reciprocheranno le basi, e le altezze, saranno eguali. Eucl. l. 11. p. 34, e l. 12. p. 15. (a).

CO-

---

[a] CCXXXVII. *Dovendosi ridurre un prisma, o un cilindro dato a un parallelepido d'eguale solidità, basterà ridurre la base del prisma, o del cilindro in un rettangolo, indi su questo rettangolo costruire un parallelepipedo, che abbia la stessa altezza del prisma, o del cilindro, ed egli sarà il ricercato.*

CCXXXVIII. *Si debba misurare per esempio il cubo della fig. 309: Sia il lato* AE *di questo cubo di piedi 7, sarà la sua base di piedi quadrati 49. Ora si moltiplichi questa base nell'altezza* AE $=$ 7, *e si avranno 343 piedi cubi, e tanta è la solidità del dato cubo. Così se si cercasse il numero delle pietre necessarie per fabbricare un muro lungo 800 piedi, e alto 170, la di cui larghezza deve essere di tre pietre in piano, le quali siano lunghe un piede, e alte quattro pollici, si troverebbe, che uno strato di pietre secondo tutta la lunghezza del muro ne richiederebbe 2400: E perchè la loro altezza è di 4 pollici, onde ve ne vogliono tre per fare l'altezza di un piede, però tutta l'altezza del muro importerà 510 di questi strati. Ora si molti-*

COROLLARIO II.

549. E perchè (pel num. 314.) il parallelogrammo è doppio del triangolo avente la stessa base, e altezza, perciò in questo caso la base del parallelepipedo è doppia della base del prisma triangolare: Onde se questo parallelepipedo, e questo prisma avranno la medesima altezza, sarà il parallelepipedo doppio del prisma triangolare. Quindi 1°. se un piano si farà passare pei diametri AC, EG (Fig. 323.) dei piani opposti del parallelepipedo, egli verrà diviso in due prismi eguali ACGEFB, ACGEHD. Eucl. l. 11. p. 28. 2°. Due prismi triangolari d'eguale altezza ABFGOC, ACGEHD (Fig. 323, 324), de' quali uno abbia la base triangolare EHG, che sia la metà della base ABCO dell'altro, la qual base è un parallelogrammo, sono eguali, poichè se si compiranno i parallelepipedi, avendo elli le basi, e le altezze eguali, saranno eguali. Eucl. l. 11. p. 40.

COROLLARIO III.

550. Si intende in oltre, che se un prisma qualunque ABGHNMDF [F. 325.] si dividerà con un piano CEKO parallelo alle faccie opposte, le due parti, nelle quali il prisma viene diviso dal piano secante, staranno in ragione delle loro basi, perchè questi due solidi hanno eguale altezza, e in conseguenza stanno come le loro basi OGHK, OKNM [pel num. 548.] Eucl. l. 11. p. 25. Se poi per le basi dei due solidi nati dalla sezione considereremo le CEKO, DFNM, essendo queste eguali, perchè (pel num. 503.) la sezione del prisma fatta parallela alla base è una figura eguale alla medesima base, in tal caso il solido BAHGOCEK starà al solido CEKOMDFN, come l'altezza AE all'altezza EF. Lo stesso si dica di un cilindro, che sia diviso con un piano parallelo alle basi, come se il cilindro ABDC (Fig.

---

plichi 2400 per 510, e ne verrà 1224000, che è il numero delle pietre necessarie per fabbricare il detto muro.

CCXXXIX. *Se si dovrà trovare la solidità di un parallelepipedo cavo al di dentro, si faccia così. Si misuri il parallelepipedo, come se fosse tutto solido, poi si misuri la parte vacua, indi si sottragga questa da quella, e il residuo sarà la solidità cercata. Sia per esempio il parallelepipedo* ABCDEFG *vacuo al di dentro* [F. 328.]. *Il lato* CD *sia di 11 piedi, il lato* DE *di 29, l'altezza* AD *di 8. Sarà la base = 319 piedi quadrati. Si moltiplichi questa base nell'altezza* AD = 8, *e si avranno 2552 piedi cubi, che sono la solidità del dato parallelepipedo, come se fosse tutto pieno.*

Ora sia HK *eguale a 8 piedi,* KM = 26, *e l'altezza del vacuo* $= 6\frac{1}{2}$, *sarà lo spazio vacuo = 1352 piedi cubi, che sottratti da 2552, restano 1200 piedi cubi per la solidità cercata.*

CCXL. *Dovendosi prendere la solidità del corpo* ABDEFGH [Fig. 329.], *che è di figura romboide, si misuri la base* BAGH *con risolverla in due triangoli, indi quest' area si moltiplichi nell' altezza* BC, *e ciò, che ne verrà, sarà la solidità cercata.*

(Fig. 298.) sarà diviso col piano FGE, starà la parte AFEC alla parte FBDE, come il segmento MG dell'asse al segmento GN. Eucl. l. 12. p. 13.

COROLLARIO IV.

551. Parimente se un parallelepipedo ACFDSPRV (Fig. 326.) si interseche-rà con un piano HKOL, che divida per metà le faccie opposte, tale parallelepipedo resterà diviso in due parti eguali, poichè hanno le basi, e le altezze eguali: Lo stesso farà il piano BQTE; onde i due piani HKOL, BQTE divideranno il parallelepipedo in quattro parti eguali, siccome in quattro parti eguali dividono le basi ACRP, DFVS; per lo che se su la base DFVS si condurrà la diagonale DV, essa passerà pel punto N, che è un punto comune ai due piani secanti, ove sarà divisa per metà, cioè DN=NV. Si conduca il diametro AV del parallelepipedo: Poichè i piani secanti sono paralleli (per costruzione) alle corrispondenti faccie, sarà pure GN parallela ad AD; onde saranno simili i due triangoli VAD, VXN, e però si avrà VD: VN:: VA: VX: Ma VD è doppia di VN; dunque anche VA di VX. Istessamente si dimostra NG doppia di NX. Con che resta dimostrato, che la diagonale AV del parallelepipedo, e la comune sezione GN dei due piani secanti si dividono per metà. Eucl. l. 11. p. 39. (a).

TEOREMA I.

552. La solidità di una piramide, o di un cono è eguale alla terza parte del prodotto della base ABCD ec. (Fig. 296.) nella sua altezza MN.

553. Dim. La somma degli elementi componenti la piramide, che sono tutte figure simili alla base (pel num. 503.), viene determinata dalla perpendicolare (pel num. 547.). Questi elementi poi, o poligoni simili cominciano dal punto M, che è il vertice della piramide, e vanno continuamente crescendo fino all'ultimo, che è la base della piramide per modo, che i loro lati crescano secondo i numeri della serie naturale $1. 2. 3. 4 \ldots. \infty$: Ora questi elementi stanno fra loro come i quadrati dei lati omologhi (pel num. 407.), cioè a dire secondo la serie $1. 4. 9. 16 \ldots. \infty^2$ dei quadrati de' numeri naturali: Per lo che la solidità della piramide essendo eguale alla somma di tutti i suoi elementi, essa ci viene esibita dalla somma della serie $1. 4. 9. 16 \ldots. \infty^2$. Ma la somma di questa serie infinita è un terzo del prodotto dell'ultimo quadrato moltiplicato nel numero de' termini

---

[a] CCXLI. *Se sopra una data retta* CH [Fig. 330.] *si dovrà costruire un parallelepipedo simile, e similmente posto come il parallelepipedo della Fig.* 331, *si facciano gli angoli piani* HCM, HCD, DCM *eguali agli angoli piani* hcm, hcd, dcm; *poscia con loro si faccia l'angolo solido* C *eguale all'angolo solido* c [*pel num.* CCXXXIV.]. *Finalmente si compisca il parallelepipedo, avvertendo di prendere tutti i di lui lati proporzionali ai lati del parallelepipedo dato, cioè* CH: CM :: ch: cm; CM: CD:: cm: cd, *e il parallelepipedo, che ne verrà, sarà il ricercato, come lo fa vedere la stessa costruzione. Eucl. l.* 11. *p.* 27.

mini [come costa dalla formola generale della somma $= an + \frac{n \times \overline{n-1}}{1 \cdot 2} \times b + \frac{n \times \overline{n-1} \times \overline{n-2}}{1 \cdot 2 \cdot 3} \times c$ data al num. 929. del II. Tomo, la quale con sostituirsi ∞ in luogo di n diventa $= \frac{1}{3} \infty^3$]. Dunque la solidità della piramide è eguale a un terzo del prodotto della base nell' altezza. Lo che si doveva dim.

COROLLARIO I.

554. Qui per le piramidi, e pei coni hanno luogo le medesime conseguenze, che al num. 548. si sono dedotte rispetto ai prismi, e ai cilindri, vale a dire, che le piramidi, e lo stesso è de' coni, stanno fra loro in ragion composta delle basi, e delle altezze, così che se avranno le basi, e le altezze eguali, saranno eguali; e però le piramidi, e i coni, che essendo fra le stesse parallele, hanno la medesima base, o basi eguali, sono eguali, e reciprocamente se avendo la stessa base, o basi eguali, saranno eguali, si troveranno fra le medesime parallele, o sia avranno eziandio le altezze eguali; ovvero se trovandosi fra le stesse parallele saranno eguali, avranno ancora le basi eguali. Onde se due piramidi, o due coni avranno altezze eguali, staranno fra loro in ragion delle basi. Eucl. l. 12. p. 5, 6, e 11.; e se avranno basi eguali, staranno fra loro in ragion delle altezze: Se poi essendo eguali, avranno le basi, e le altezze ineguali, si reciprocheranno le basi, e le altezze, e se si reciprocheranno le basi, e le altezze, saranno eguali. Eucl. l. 12. p. 9. Qualora poi le piramidi [e lo stesso si dica dei prismi] siano simili, nel qual caso le loro basi sono poligoni simili, perchè i poligoni simili stanno fra loro, come i quadrati dei lati omologhi (pel num. 407.), in tal caso staranno fra loro in ragione diretta delle altezze, e duplicata dei lati omologhi della base; e così i cilindri, e i coni staranno fra loro in ragione diretta delle altezze, e duplicata dei raggi, o dei diametri delle basi.

COROLLARIO II.

555. Poichè (pel num. 548.) la solidità del prisma, e del cilindro è eguale al prodotto dell' altezza nella base, e [pel num. 552.] la solidità della piramide, e del cono è eguale a un terzo del prodotto dell' altezza nella base, quindi la piramide è eguale a un terzo del prisma d' egual base, e altezza. Eucl. l. 12. p. 7.; così il cono è un terzo del cilindro d' eguale altezza, e base. Eucl. l. 12. p. 10. E però una piramide è eguale a un prisma avente la stessa base, e un terzo della di lei altezza, ovvero avente la stessa altezza, e un terzo della di lei base: E reciprocamente qualunque prisma è eguale a una piramide avente la stessa base, e l'al-

l'altezza tre volte maggiore; o pure avente la medesima altezza con una base tre volte maggiore. Lo stesso si dica del cono rispetto al cilindro (a).

COROLLARIO III.

556. Se pertanto si vorrà trovare la solidità di una piramide, o di un cono troncato, si farà così: Sia la piramide tronca LNOHKBCDEF (Fig. 327.), di cui si voglia sapere la solidità: Si trovi (pel num. 545.) l'altezza intera AM della piramide, e l'altezza AG della piramide levata; mediante l'altezza intera AM della piramide, e la di lei base, se ne trovi la solidità, e così mediante l'altezza AG, e l'area della sezione si trovi la solidità della piramide levata: Dalla solidità della piramide intera si sottragga la solidità della piramide levata, e il residuo sarà la solidità cercata della proposta piramide troncata. (b)

---

[a] CCXLII. *Se si dovrà trasformare una piramide, o un cono in un parallelepipedo d'eguale solidità, bisognerà ridurre la loro base in un rettangolo, poscia su questo rettangolo formare un parallelepipedo, che abbia per altezza un terzo dell'altezza della piramide, o del cono, ed esso sarà quello, che si cerca.*

CCXLIII. *Qualora si voglia ridurre una piramide in un cono d'eguale altezza, non altro si dovrà fare, che ridurre la base della piramide in un circolo. Se poi si dovrà ridurre un cono ad una piramide, sarà mestiere ridurre la base del cono in un poligono di tanti lati, quante faccie deve avere la piramide.*

CCXLIV. *Da tutto ciò è facile intendere, come debbasi operare per costruire una piramide, o un cono eguale a un prisma, o a un cilindro, e avente la medesima altezza: O pure per costruire un prisma, o un cilindro eguale a una piramide, o a un cono non solo quanto alla solidità, ma anche quanto all'altezza, o pure ancora con una qualunque proposta altezza.*

[b] CCXLV. *Il modo di trovare la solidità di una piramide, o cono troncato serve egualmente per trovare la solidità di un Obelisco, la di cui forma è* ILMHDCFEB (*Fig.* 332.). *Primieramente però troviamone l'intera altezza* AK, *che avrebbe, se i di lui lati fossero continuati a foggia di piramide. Sia* IL *di piedi* 13; GF *di piedi* 9; KG *di piedi* 27. *Sarà* $13-9 : 13 :: 27$ *al quarto, che è* $87\frac{3}{4}$ *altezza cercata* $=$ AK. *Ora passiamo a trovare la solidità di questo Obelisco, la di cui base* ILMH *è quadrata. Essendosi trovata l'altezza* AK *eguale a piedi* $87\frac{3}{4}$, *e l'altezza* KG *essendo di piedi* 27, *sarà l'altezza* AG *piedi* $60\frac{3}{4}$. *Adunque la solidità dell'Obelisco in caso, che andasse a terminare in* A *sarebbe* $= 13 \times 13 \times 29\frac{3}{4} = 4943\frac{1}{4}$. *La*

COROLLARIO IV.

557. Poichè i poliedri si possono risolvere in altrettante piramidi, quanti sono i piani terminanti il poliedro, che a queste piramidi serviranno di basi, con condur-

re

---

solidità poi di CFEDA *trovasi essere* $= 9 \times 9 \times 20\frac{1}{4} = 1640\frac{1}{4}$, *che si sottragga da* $4943\frac{1}{4}$, *e il residuo* 3303 *piedi cubi è la solidità di* ILMHDEFC. *Se pertanto* BG *sarà eguale a* 6 *piedi, si troverà la solidità di* CFEDB *essere* $= 9 \times 9 \times 2 = 162$, *che aggiunta a* 3303 *dà* 3465 *solidità dell' obelisco, che si cercava.*

CCXLVI. *Lo stesso metodo serve eziandio per misurare la capacità delle Botti, le quali sono formate presso a poco da due coni troncati, che si uniscono per le basi, come* DECA, DEFG [Fig. 333.]. *Si prenda con qualche misura la lunghezza interiore* KB, *che regolarmente è eguale a* KH, *parimente si prenda la grandezza del diametro interiore tanto alla metà* DE *della Botte, come all'estremo* AC, *e con questi dati si trovi* [*giusta la maniera di misurare la solidità dei coni troncati*] *la capacità della metà* DECA *della Botte, quale capacità raddoppiata darà la ricercata capacità intera della Botte.*

CCXLVII. *Quando il diametro* AC *all'estremità è di poco differente dal diametro* DE *del mezzo, si può ridurre l'operazione al modo di misurare un cilindro come segue: Si prenda l'area tanto del circolo, il di cui semidiametro è* KE, *come del circolo, il di cui semidiametro è* BC; *si sommino insieme queste due aree, e della somma si prenda la metà, quale sarà l' area di un circolo, che chiamasi base equata. Questa metà si moltiplichi nella lunghezza* BH *della Botte, e il prodotto sarà l'area cercata. Quando poi la differenza dei diametri* DE, AC *sia notabile, questo metodo non può servire, perchè soggetto a errore considerabile.*

CCXLVIII. *Soglionsi ancora misurare le Botti col mezzo di un bastone opportunamente diviso in parti in questo modo. Si prenda un vase* ABDE [Fig. 334.] *di figura cilindrica, poichè tale è il Boccale, che presso noi è la misura comune. Si scielga questo vase di un diametro tale, che votandoci un boccale di vino possa occupare l'altezza di un pollice, mentre quanto più grande è questo diametro, tanto piu facilmente si può egli dividere nel numero di parti, che richiede il bisogno. Il bastone, di cui devesi far uso nel prendere le misure dei vasi, sia* ACDB [Fig. 335.]: *il lato* AC *del medesimo si divida in parti eguali* A, 1; 1, 2; 2, 3 *ec. ognuna delle quali sia di un pollice,* [*perchè si è posto, che nel vase* AEDB [Fig. 334.] *un boccale di vino occupi l' altezza* EF *di un pollice*]. *L'altro lato* BD [Fig. 335.] *del bastone si divida così: Si intenda* BF *perpendicolare al bastone, e si faccia tanto* BF, *come* B1 *eguale al diametro* ED *del vase della Fig.* 334, *onde conducendosi* F1, *essa sarà il diametro di un circolo doppio della base del vase assunto: di poi si prenda* B2 = F1, *e si conduca* F2, *che sarà il diametro di un circolo triplo: Così facendosi* B3 = F2, *e tirandosi* F3, *essa sarà il diametro di un circolo quadruplo ec. Che se si volesse il diametro di un circolo, che fosse la metà della base del vase* AEDB, *si divida* AF *per*

re dal centro i raggi a tutti i di lui angoli solidi; però se si vorrà misurare la solidità di un poliedro, bisognerà misurare la solidità di tutte le piramidi, nelle quali si può risolvere, e la loro somma darà la cercata solidità del poliedro: Che se il poliedro sarà regolare, basterà misurare la solidità d'una delle piramidi, nelle quali si risolve, indi moltiplicarne il risultato nel numero delle faccie del poliedro, e ciò, che ne verrà, sarà la di lui totale solidità. (a)

---

metà in E, *e* B1 *per metà in* G, *indi si conduca* EG, *che sarà il diametro cercato, come costa dal numero* 270. *Fabbricato in questo modo il bastone, dirò adesso come se ne deve servire. Debbasi misurare il vase cilindrico* PQRS [Fig. 336.]: *Col lato* BD *del bastone, ove sono segnati i diametri delle basi, si misuri il diametro della base* QR, *la quale sia per esempio eguale* B5, *onde questa base sarà quintupla della base del vase* AEDB [Fig. 334.], *conseguentemente se si prenderà l'altezza* TQ, *di un pollice, la quantità del vino contenuta in* TQRV *sarà di cinque boccali. Col lato pertanto* AC *del bastone si misuri l' altezza* PQ, *la quale sia di* 6 *parti; si moltiplichi il* 5 *in* 6, *e il prodotto* 30 *darà il numero de' boccali, che contiene il proposto vase* PQRS.

CCXLIX. *Dalle cose dette s'intende come debbasi regolare per misurare vasi d' altre figure, dovendosi prendere il vase* AEDB *d'una figura simile, e secondo lei regolare le divisioni del lato* BD *del bastone.*

CCL. *Se si dovrà misurare il numero de' boccali, che contiene la botte della Fig.* 333., *in cui suppongo il diametro* AC *non molto differente dal diametro* DE, *col lato* BD *del bastone si misuri il diametro* DE, *che sia* $=$ B18, *e il diametro* AC, *che sia* $=$ B17; *si prenda la metà della loro somma, che è* $17\frac{1}{2}$; *di poi col lato* AC *del bastone si prenda la lunghezza* BH, *che sia* $= 32$: *si moltiplichi* $17\frac{1}{2}$ *in* 32, *e si avrà* 560, *che è il numero de' boccali contenuti nella botte.*

CCLI. *Quando ho detto di prendere i diametri* DE, AC, *ho sempre inteso i diametri interiori, dai quali soltanto si ha la vera misura del vino contenuto nella botte. Quello che si è detto rispetto alla misura di un boccale, si può applicare ad altre misure, come quartari ec.*

(a) CCLII. *Dovendosi trovare la solidità di un corpo assai irregolare, essa si otterrà meccanicamente così: Si prenda un vase di una figura facile a misurarsi, come sarebbe parallelepipeda, vi si metta dentro il corpo da misurarsi, poscia si riempia d' acqua, indi si estragga il corpo, dopo di che si misuri lo spazio, che nel vase resta vacuo, e questa sarà la ricercata misura del corpo. Se il corpo fosse d'una materia facile a imbeversi d' acqua in vece d'acqua si adoperi dell'arena sottile, e secca.*

COROLLARIO V.

558. Siccome poi nella stessa maniera, che si concepisce il circolo come un poligono di lati infinitamente piccoli, così si può concepire la sfera come un poliedro regolare di faccie evanescenti, però il modo di misurare la solidità della sfera non è punto differente dal modo dato al preced. num. di misurare un poliedro regolare. Si concepisca adunque, che la superficie della sfera si risolva in parti infinitamente piccole, e che da ciascun punto del loro perimetro siano condotte le rette al centro della sfera, nel qual modo si formeranno altrettante piramidi quante sono le porzioni evanescenti della superficie della sfera, che loro serviranno di base, e delle quali l'altezza comune sarà il raggio della sfera: Che però la loro somma sarà eguale a una piramide, o a un cono, che abbia per base la superficie della sfera, e per altezza la metà dell'asse. Ma (pel num. 531.) la superficie della sfera è quadrupla dell'area del di lei massimo cerchio, e (pel num. 552.) la solidità della piramide, o del cono è eguale alla terza parte del prodotto della base nell' altezza; dunque la solidità della sfera è eguale alla terza parte del prodotto del quadruplo dell'area del massimo cerchio nella metà dell'asse, così che se l'asse si farà $= a$, l'area del massimo cerchio $= m$, sarà la solidità della sfera $= \frac{\frac{1}{2} a \times 4m}{3}$ $= \frac{4}{6} am = \frac{2}{3} am$. Onde la solidità della sfera è eguale a un cono, che abbia per altezza il raggio della sfera, e per base un circolo, il di cui raggio sia eguale all' asse della sfera, nel qual caso la di lui area è eguale alla superficie della sfera: La solidità poi di un settore CHTAVFC (Fig. 318.) è eguale a un cono, che abbia per altezza il raggio CA della sfera, e per base un circolo, il di cui raggio sia AF, perchè l'area di questo circolo è eguale (pel num. 535.) alla superficie del segmento sferico HTAVF. (a)

CO-

(a) CCLIII. *Dovendosi trovare la solidità della cupola* EAPDH [*Fig.* 316.], *si consideri primieramente come un corpo tutto pieno, e se ne trovi la solidità. Giusta il n.* CCXXXVI. *il raggio* KD $=$ KP $=$ 27 *braccia; la superficie dell' emisfero* APD *è* $= 4580\frac{50}{113}$; *l'altezza del cilindro* AE *è* $= 22$. *Dunque la solidità della cupola* EAPDH *in supposizione, che sia affatto piena, è* $4580\frac{50}{113} \times 9 + 2290\frac{25}{113} \times 22$ $= 41223\frac{111}{113} + 50384\frac{98}{113} = 91608\frac{96}{113}$. *Ora poichè l'interiore* FBQCG *è vacuo, se ne trovi la misura, che poscia sottratta dalla solidità poc'anzi trovata lascierà di re-*

COROLLARIO VI.

559. Per lo che se un cono avrà per altezza il raggio di una sfera, e per base il di lei massimo cerchio, sarà la solidità della sfera quadrupla della solidità di que-

---

siduo la cercata solidità della cupola. Sia il raggio KC $=$ 25 *braccia, sarà l' area del circolo, che ha per raggio* KC *eguale a* $1963\frac{56}{113}$, *la superficie dell' emisfero interiore* BQC *sarà* $3926\frac{112}{113}$, *la misura dello stesso emisfero* $= 32724\frac{314}{339}$, *e la misura del cilindro* FBCG $= 43196\frac{102}{113}$: *E però la misura dell' intero spazio interiore* EBQCG *trovasi essere* $32724\frac{314}{339} + 43196\frac{306}{339} = 75921\frac{281}{339}$, *che sottratta da* $91608\frac{288}{339}$ *lascia* $15687\frac{7}{339}$ *braccia cubiche per la cercata solidità della proposta cupola.*

CCLIV. *Abbiamo veduto al num.* 212., *che la superficie si genera dal flusso di una linea, che si muove secondo una certa direzione, del qual moto la quantità viene determinata dalla perpendicolare, che lo misura: Onde la misura della superficie si ha dal prodotto di questa perpendicolare nella retta generante; e al num.* 478. *che i solidi si generano dal flusso di una superficie, la quale moltiplicata nella linea, che misura il moto del piano generatore, dà la solidità del corpo. Ora relativamente a questo metodo il dottissimo P. Guldini della Comp. di Gesù ha di molto facilitata l' invenzione della misura sì delle superficie, come dei solidi. Io ne indicherò brevemente il metodo, perchè quantunque la stessa cosa si ottenga per mezzo del calcolo integrale, al qual luogo mi riserbo di trattarne, pure perchè tal volta il calcolo riesce assai difficile, torna bene essere anche al fatto del metodo del P. Guldini per potere all' occasione prevalersene, ove lo voglia la facilità, e il comodo. Tutto il metodo si rinchiude nel seguente Teorema generale.*

CCLV. *Qualunque superficie piana, o curva prodotta dal moto di una linea, e qualunque solido generato dal flusso di una superficie è eguale al prodotto di questa linea, o superficie multiplicata nella linea, che nel suo moto descrive il centro di gravità dell' una, e dell' altra. Quì poi, come ben si vede, tutta l' invenzione è consistita in istabilire, che dal centro di gravità debba essere determinata la linea, che misura il moto dell' elemento generatore.*

CCLVI. *La dim. di questo Teor. può essere la seguente. Nei corpi omogenei i volumi sono come i pesi: Ma il volume di un corpo risulta dalla somma di tutti i suoi elementi, e il di lui peso totale dalla somma dei pesi di tutti questi elementi; dunque il volume di una superfi-*

queſto cono; conſeguentemente l'emisfero è doppio del cono, che ha la ſteſſa di lui baſe, e altezza. Quindi il cono (Fig. 338.) FAH, l'emisfero FMANH, e il cilindro FBEH ſtanno tra loro come 1: 2: 3., perchè il cono ſta all'emisfero come 1: 2, e (pel num. 555.) lo ſteſſo cono ſta al cilindro come 1: 3.

CO-

---

cie, o di un corpo riſulta dal moltiplicarſi uno de' ſuoi elementi nella linea deſcritta dal di lui centro di gravità. Lo che ſi doveva dim.

CCLVII. *Così ſe il centro della linea* ED [*Fig.* 205.] *sarà* F, *e che eſſa movendoſi ſempre parallela a ſe ſteſſa generi il parallelogrammo* ABDE, *l'area di queſto parallelogrammo* [*come già abbiamo veduto*] *riſulta dal prodotto dell'elemento* ED *nel viaggio* FG *del centro di gravità: E quantunque col moverſi la retta* ED *ſempre parallela a ſe ſteſſa il moto aſſoluto del centro di gravità* F *ſia la retta* FH *parallela, ed eguale ad* EA, *pure la direttrice di queſto moto non eſſendo la* FH, *ma la* FG, *la quale miſura la diſtanza di* ED *da* AB, *però la ſuperficie del parallelogrammo deveſi dedurre dal prodotto di* ED *in* FG, *ſtante che il viaggio del centro di gravità ſi conſidera ſempre ſopra la direttrice del moto.*

CCLVIII. *Naſce da ciò la miſura dell'area del circolo, poichè dalla rivoluzione di un raggio* KB [*Fig.* 282.] *naſcendo il circolo, e il centro di gravità del raggio eſſendo nel punto, che lo divide per mezzo, il viaggio deſcritto da queſto centro è la periferia* ACG *eguale alla metà della periferia* BFD, *perchè il raggio* KA *è la metà di* KB, *conſeguentemente l'area del circolo è eguale al prodotto del raggio* KB *nella periferia* ACG, *che è lo ſteſſo, che il prodotto del raggio* KB *nella metà della periferia* BFD.

CCLIX. *Prendiamone un altro eſempio dal cono. Sia il triangolo* ACB [*Fig.* 337.], *che giri intorno alla retta* AB. *Mediante queſto moto ne naſce un cono: Si divida per metà in* D *la baſe* BC *del triangolo, e dal vertice al punto* D *ſi conduca la retta* AD: *Se ſi dividerà la retta* AD *talmente in* O, *che ſia* $AO = \frac{2}{3} AD$, *ſarà il punto* O *il centro di gravità del triangolo. Adunque la ſolidità del cono ſi avrà moltiplicando l'area del triangolo* ACB *nella circonferenza del circolo deſcritto col raggio* PO. *Ma* AD *ſta ad* AO, *come* BD *ad* OP, *ed* AO *è* $= \frac{2}{3} AD$, *e* $BD = \frac{1}{2} CB$; *dunque* $OP = \frac{2}{3} DB = \frac{1}{3} CB$. *Facciamo* $CB = b$, $AB = a$, *e la ragione del raggio alla circonferenza come* 1: m, *ſi avrà* $OP = \frac{1}{3} b$, *e la circonferenza deſcritta con queſto raggio ſarà* $= \frac{1}{3} mb$; *il triangolo* ACB *ſarà* $= \frac{1}{2} ab$, *e conſeguente-*

COROLLARIO VII.

560. Sapendosi (pel num. 558.) trovare la solidità del settore CHTAVFC, (Fig. 318.) si potrà, quando si voglia, avere la solidità del segmento HTAVF, con sottrarre dal precedente settore il cono CHEF, quale si dovrà aggiungere al settore CHDBOFC in caso, che si voglia la solidità del segmento HFOBDH. Per avere poi la solidità di un segmento NOQP (Fig. 315.) compreso tra due circoli paralleli, o non paralleli, si trovi la solidità dei segmenti NOBN, PQBP, si sottragga l'una dall'altra, e il residuo sarà la cercata solidità del segmento NOQP.

COROLLARIO VIII.

561. Poichè (pel num. 559.) l'emisfero è doppio del cono, che ha la stessa di lui base, e altezza, quindi la sfera FDEO (Fig. 202.) è doppia del rombo quadrato conico QLMK iscritto.

COROLLARIO IX.

562. Se alla sfera sarà circoscritto un cilindro retto FBEH (Fig. 339.) la di cui altezza sia eguale all'asse della sfera, starà la solidità del cilindro alla solidità della sfera, come 3 : 2, poichè sia $= a$ l'asse della sfera, e l'area del di lei massimo cerchio, che è la base del cilindro $= m$, essendo $= a$ l'altezza del cilindro, sarà la di lui solidità (pel num. 548.) $= am$, e la solidità della sfera $= \frac{2}{3} am$ [pel num.

---

mente la solidità del cono $= \frac{1}{2} b \times a \times \frac{1}{3} mb = \frac{1}{6} amb^2$; *ma* $\frac{1}{6} amb^2 = \frac{1}{2} b \times bm \times \frac{1}{3} a$, *o sia è eguale al prodotto della base del cono nel terzo dell'altezza, come si è trovato al num.* 552.

CCLX. *Volendosi con questo metodo trovare la superficie del cono, nulla vi sarà di più facile. Poichè si produce il cono mediante il moto del triangolo* ABC *intorno al lato* AB, *però sarà il lato* AC, *che ne genera la superficie; il centro poi di gravità di questo lato è nel punto* F, *che lo divide per metà: Onde la superficie del cono risulterà dal prodotto del lato* AC *nella periferia del circolo descritto col raggio* EF; *ma perchè* EF *è parallela alla base, e divide per metà i lati* AB, AC, *ella è eguale alla metà della base, dunque anche la periferia descritta col raggio* EF *è la metà della periferia descritta col raggio* BC; *ed ecco, che la superficie del cono è eguale al prodotto del lato* AC *moltiplicato nella metà della periferia della base, come si è veduto al num.* 522.

num. 558.]. Dunque la solidità del cilindro sta alla solidità della sfera, come am: $\frac{2}{3}am$, cioè come 3: 2. Siccome poi il cilindro FBEH sta al cono iscritto FAH, come 3: 1, però essendo al cilindro iscritti la sfera, e il cono, staranno il cilindro, la sfera, e il cono, come 3: 2: 1. Per la qual cosa se dal cilindro si toglierà quanto porta la solidità della sfera iscritta, il residuo sarà eguale al cono iscritto FAH, poichè il cilindro sta a questo residuo come 3: 3—2, cioè come 3: 1. Ma il cilindro (pel num. 555.) sta al cono iscritto, come 3: 1; dunque il detto residuo, e il cono iscritto sono eguali. Lo stesso ha luogo rispetto al cilindro circoscritto all'emisfero, vale a dire, che se dal cilindro si leverà la solidità dell'emisfero, il residuo sarà eguale al cono iscritto FAH (Fig. 338.). La medesima cosa vale eziandio in caso, che il cono iscritto al cilindro MNEB (Fig. 339.) circoscritto all'emisfero MAN abbia il vertice al centro, come è il cono BFE, il quale è eguale a ciò, che rimane dal sottrarsi la solidità dell'emisfero dal cilindro. In oltre se si prenderà un qualunque segmento BRSE fatto con un piano parallelo alla base, sarà il segmento BxzE del cono iscritto eguale al segmento anulare del cilindro cavo BRaAeSE; poichè essendo PA = PN = AE, anche Pu è = uz, e Pe = uS; ma $\overline{Pe}^2 = \overline{Pu}^2 + \overline{ue}^2$ (pel num. 270.), cioè a dire $\overline{uS}^2 = \overline{uz}^2 + \overline{ue}^2$, e però $\overline{uS}^2 - \overline{ue}^2 = \overline{uz}^2$; conseguentemente sarà il circolo descritto col raggio uS meno il circolo descritto col raggio ue eguale al circolo descritto col raggio uz, cioè sarà il circolo xuz nato dal secarsi il cono BPE col piano RS eguale alla sezione anulare aRSe del cilindro cavo; e perchè queste sezioni ovunque si facciano sono tra loro eguali, dunque anche le somme di queste sezioni sono eguali, e però il segmento BxzE del cono è eguale al segmento BRaAeSE del cilindro cavo.

COROLLARIO X.

563. Stante la misura del cono data al num. 552., e la misura della sfera data al num. 558. si raccoglie, che la sfera sta al cono equilatero iscritto DOF (Fig. 321.), come 32: 9: poichè se il raggio AO della sfera si farà = 2, sarà OB = 3 (pel num. 362.), BN = 1, BF = $\sqrt{BO \times BN} = \sqrt{3}$; ma perchè i circoli stanno come i quadrati dei raggi (pel num. 409.), sarà il cerchio massimo NLOF della sfera = 4, e il cerchio DBF, che è la base del cono = 3: Quindi la solidità della sfera (pel num. 558.) sarà $= \frac{2 \times 4 \times 4}{3} = \frac{32}{3}$, e la solidità del cono sarà (pel num. 552.) $= \frac{3 \times 3}{3} = \frac{9}{3}$, conseguentemente starà la solidità della sfera alla solidità del cono equilatero iscritto, come $\frac{32}{3} : \frac{9}{3}$, cioè come 32 : 9.

CO-

COROLLARIO XI.

564. Nella stessa maniera si ritrova, che il cono equilatero circoscritto alla sfera è otto volte maggiore del cono equilatero iscritto, mentre essendo $=2$ il raggio AK del cono iscritto, si è trovata al num.563. la di lui solidità $= \frac{9}{3} = 3$, e perchè AK è $=2$, il raggio AO è $=4$ (pel num. 421.); quindi (pel n.362.) $OB = 6$, $BN = 2$, e $BF = \sqrt{OB \times BN} = \sqrt{12}$: dunque stando i circoli come i quadrati dei raggi, sarà la base DBF del cono circoscritto $= 12$, e però la solidità di questo cono $= \frac{6 \times 12}{3} = 24$ [pel num. 552.], onde egli sta al cono iscritto come 24: 3, o sia come 8: 1. Istessamente si trova, che la sfera circoscritta al cono equilatero sta alla sfera iscritta, come 8: 1.

COROLLARIO XII.

565. Essendo pertanto $=24$ la solidità del cono equilatero circoscritto alla sfera, poichè si è preso $=4$ il raggio della sfera circoscritta, ed $=2$ [pel num. 421.] il raggio dell' iscritta, conseguentemente [pel num. 558.] la di lei solidità è $= \frac{2 \times 4 \times 4}{3} = \frac{32}{3}$, e però la sfera al cono equilatero circoscritto sta come $\frac{32}{3}$: 24, o sia come 32: 72, cioè come 4. 9.

COROLLARIO XIII.

566. E perchè [pel num. 562.] il cilindro retto sta alla sfera, cui è circoscritto, come 3: 2, o sia come 6: 4; e il cono equilatero sta alla medesima, cui è circoscritto, come 9: 4 [pel num. 565.], però il cono equilatero circoscritto alla sfera sta al cilindro alla medesima parimente circoscritto, come 9: 6. Onde stando il cilindro alla sfera, come 6: 4, conseguentemente il cono, il cilindro, e la sfera stanno come 9: 6: 4, cioè in continua proporzione sesquialtera.

567. Si è veduto di sopra, che i solidi simili sono quelli, che ed hanno tutti gli angoli omologhi eguali, e tutti i piani omologhi, da' quali sono terminati, che sono poligoni simili; ond' è, che nei solidi simili tutti i lati terminanti le loro faccie sono omologamente proporzionali secondo la stessa ragione. Per la qual cosa quelli saranno solidi simili, che risulteranno da un egual numero di elementi simili, e similmente posti, di maniera che ciascuno degli elementi del solido maggiore abbia bensì una superficie, e una grossezza più grande, che ciascuno corrispondente elemento omologo del solido minore, ma però sempre in un rapporto costante. Dal che ne nasce, che non vi è punto, o su le faccie, o nell' interno di un solido, che non abbia il suo corrispondente similmente posto nell' altro solido simile.

COROLLARIO I.

568. Quindi se per un solido MNPOHCDE [Fig. 330.] si farà traversare una retta AB, che vada a terminare a due qualsisiano punti A, B di due faccie MCHO, DNPE, indi in un altro solido simile *mcbednpo* [Fig. 331.] si prendano i punti *a*, *b* similmente posti, pei quali a traverso di questo solido si conduca la retta *ab*, queste due rette AB, *ab* staranno fra loro come due qualsisiano lati omologhi di questi due solidi, cioè AB: *ab*:: CM: *cm*:: CH: *cb* ec., poichè in questi solidi tutti i punti corrispondenti essendo similmente posti, come M, *m*; H, *b*; O, *o* ec., sarà CA: *ca*:: AB: *ab*; parimente CA: *ca*: CH: *cb*, conseguentemente AB: *ab*:: CH: *cb*; onde essendo AB, *ab* proporzionali a CH, *cb*, lo sono pure a tutti gli altri lati, che [per ipotesi] sono proporzionali a CH, *cb*.

COROLLARIO II.

569. E poichè non v' ha punto in uno di questi solidi, che non abbia il suo corrispondente similmente posto nell' altro solido simile [pel num. 567.] però tutti i punti, che compongono la superficie del triangolo CAB saranno eguali in numero, e similmente posti in riguardo a quelli, che compongono la superficie del triangolo *cab*; dal che ne segue, che i piani secanti, ne' quali sono situati i triangoli CAB, *cab* passano per de' punti, che sono tutti similmente posti nei due solidi; per lo che le parti dei due solidi, che vengono separate da questi due piani secanti, sono due porzioni simili di cotai solidi, siccome lo sono le porzioni rimanenti: Onde siccome [pel num. 465.] tre punti non esistenti in una retta determinano la posizione di un piano, se per tre punti omologhi, non esistenti in una retta, presi in due solidi simili si farà passare un piano, che traversi ciascun solido, l' uno, e l' altro solido sarà diviso in due parti, delle quali le omologhe saranno solidi simili.

COROLLARIO III.

570. Quello che si è detto di due rette similmente poste dentro due solidi simili vale ancora rispetto alle perpendicolari, che da punti omologhi si abbassano alla base prolungata se occorre, come sono le perpendicolari OR, *or* [Fig. 330., 331.], rispetto alle quali si ha OR: *or*:: OH: *ob*:: PE: *pe*:: AB: *ab*, mentre essendo simili questi solidi, i lati OH, *ob* sono egualmente inclinati, conseguentemente sono simili i triangoli, OHR, *obr*, stante che i due angoli ORH, *orb* sono retti, e i due HOR, *bor* sono eguali a motivo delle egualmente inclinate OH, *ob* alle OR, *or*.

COROLLARIO IV.

571. Qualora due solidi siano simili, essi hanno le basi, che sono poligoni simili, i quali [pel num. 407.] stanno fra loro, come i quadrati dei lati omologhi; ma [pel num. 570.] nei solidi simili le altezze stanno fra loro come due qualsivoglia lati omologhi; dunque perchè i solidi stanno fra loro in ragion composta delle

ba-

basi, e delle altezze [pei num. 548., 554.], essi perciò risultano dal prodotto dei termini omologhi di tre ragioni eguali: essendo pertanto ciascuna di queste ragioni la stessa, che quella di due qualsivogliano lati omologhi, i solidi simili in conseguenza stanno fra loro (pel num. 591. del I. Tomo) in ragion triplicata, o sia come i cubi di due lati omologhi. Rispetto ai poliedri, ai prismi, e alle piramidi si possono prendere i cubi di due qualsisiano lati omologhi; rispetto ai cilindri, e ai coni si sogliono prendere i cubi dei raggi, o dei diametri della base, e così rispetto alle sfere. Eucl. l. 11. p 33., e l. 12. p. 8., 12., e 18.

COROLLARIO V.

572. Siccome adunque [pel num. CCXII.] per accrescere, o diminuire una figura piana devesi trovare una media proporzionale fra i termini della ragion data, così due medie si devono ritrovare per accrescere, o diminuire un corpo secondo una proposta ragione; poichè stando la prima di queste quattro proporzionali alla quarta, come il cubo della prima al cubo della seconda [pel num. 748. del I. Tomo], starà il corpo dato al corpo, che si costruisce su la prima delle due medie proporzionali, come sta la prima proporzionale alla quarta, cioè nella ragion data: Come se si vorrà fare una sfera, che sia ventisette volte maggiore di una data sfera, il di cui raggio si prenda $= 1$, tra 1., e 27. si prendano due medj proporzionali, de' quali il primo sarà 3; onde se si farà una sfera con un raggio triplo del raggio della sfera data, essa sarà la ricercata. E così rispetto a qualunque altro corpo, se si vorrà un solido simile a un altro dato, ma che ne sia doppio, triplo ec. bisognerà che tutti i lati del solido da costruirsi stiano ai lati omologhi del solido dato, come $\sqrt[3]{2} : 1$; $\sqrt[3]{3} : 1$ ec.. Onde se saranno dati due solidi X, Z, si potrà trovar la ragione, che passa fra loro. Un lato del solido X sia $= m$, e il lato omologo del solido Z sia $= n$; si faccia $\div\div m : n : u : y$; ed $m : y$ esprimerà la ragione, che passa tra il solido X, e il solido Z. (a)

(a) CCLXI. *Dipende da ciò il modo di ridurre a un cubo un dato parallelepipedo. Sia il parallelepido* HNMGBDFA *(Fig. 325.) da trasformarsi in un cubo: Tra i due lati* GH, HN *della base si trovi una media proporzionale* X, *il di cui quadrato sarà la base di un parallelepipedo. che sarà eguale al proposto* HNMGBDFA, *e ne avrà la medesima altezza* AH. *Tra* X, *e questa altezza* AH *si trovino due medie proporzionali* Z, V. *Se la prima* Z *si prenderà pel lato di un cubo da costruirsi, egli sarà il ricercato.*

CCLXII. *Da questo num. parimente si ricava il modo di iscrivere al compasso di proporzione le linee* OP, OQ *(Fig. 126. n. 2.) de' solidi, le quali comprendono i lati omologhi di 64. solidi simili, e moltiplici del primo secondo i numeri naturali 1, 2, 3, 4, ec.... 64. Per eseguirne la divisione in modo, che ciascun lato omologo goda delle suddette proprietà, si divida una retta* $=$ OP $=$ OQ *eguale al lato del massimo solido 64 volte maggiore del primo in 1000 parti eguali, poi si trovi quante di queste*

COROLLARIO VI.

573. Stando pertanto i solidi come i cubi dei lati omologhi, e i cubi di quattro linee proporzionali essendo in proporzione (pel num. 751. del I. Tomo), però se saranno date quattro linee proporzionali, su le quali si costruiscano dei solidi simili, essi saranno proporzionali, e *vice versa*. Eucl. l. 11. p. 37. Se poi saranno date tre rette proporzionali $\div m : n : p$, sarà il parallelepipedo mnp risultante da queste tre rette eguale al cubo n^3 formato colla seconda, poichè essendo $mp = n^2$ (pel num. 1056. del I. Tomo), se l'uno, e l'altro membro di questa equazione si moltiplicherà per n, si avrà $mnp = n^3$. Eucl. l. 11. p. 36.

CO-

---

parti devono contenere gli altri lati mediante la seguente proporzione: Come sta 64 massimo solido al solido, di cui si cerca il lato, così 1000000000 cubo delle 1000. parti, in cui s'è supposto diviso il lato del massimo solido, al quarto, la di cui radice cuba esprime le parti, che convengono al lato del solido, che ha servito di secondo termine nella proporzione. La seguente Tavola fa vedere le parti, che si devono prendere per ciascun lato.

1	250	9	520	17	643	25	731	33	802	41	862	49	914	57	962
2	315	10	538	18	655	26	740	34	810	42	869	50	921	58	967
3	360	11	556	19	667	27	750	35	818	43	876	51	927	59	973
4	397	12	572	20	678	28	758	36	825	44	882	52	933	60	978
5	427	13	589	21	689	29	768	37	833	45	889	53	939	61	984
6	454	14	602	22	700	30	777	38	840	46	895	54	945	62	989
7	478	15	616	23	711	31	785	39	848	47	902	55	951	63	995
8	500	16	630	24	721	32	794	40	855	48	908	56	956	64	1000

CCLXIII. *L'uso poi di queste linee è rispetto ai solidi lo stesso, che quello delle linee de' piani esposto al n.*CCXVI. *e seguenti riguardo alle superficie. Serve dunque* 1°. *a trovare per esempio una piramide simile a una data, e tale, che la data stia a quella, che si cerca, come* m : n. *Si apra il compasso di proporzione in maniera, che si possa applicare da una linea all' altra al numero* m *un lato della piramide data, e tenendolo così aperto, si prenda la distanza del numero* n, *che è il lato della piramide cercata omologo al lato della data, che s'è applicato da* m *a* m. *Si ripeta quest' operazione sugli altri lati, con che s'avranno tutti i lati omologhi della nuova piramide, mediante i quali essa potrà costruirsi. E quanto si dice delle piramidi s'estende a qualunque solido anche irregolare, con fare le dette operazioni su qualunque lato; alla sfera, servendosi del diametro; e al cono, o al cilindro mediante il diametro della base, e l'altezza del cono, o del cilindro.*

COROLLARIO VII.

574. Poichè la solidità del corpo decresce in ragion triplicata, e la di lui superficie in ragion duplicata, quindi è, che sotto un minor volume il corpo ha maggior superficie in ragion di quella, che ha sotto un volume maggiore.

CO-

CCLXIV. 2°. *Per trovare in che proporzione stiano fra loro due solidi simili, si applichi a un numero a piacere per esempio* m *da una linea all'altra un lato d'uno de'dati solidi; indi senza movere l'istrumento si applichi a uno stesso numero da una linea all'altra il lato omologo dell'altro solido, e quel numero cui si adatta (che sia per esempio* n*) sarà l'altro termine della ragione cercata, cioè starà il primo al secondo come* m : n.

CCLXV. 3°. *Le linee de' solidi si possono aprire in modo, che prossimamente facciano un angolo retto, con prendere la lunghezza del lato del solido 64, e aprire il compasso di proporzione, cosicchè si possa applicare da 16 a 30, o da 3 a 52. Dico prossimamente, perchè vi sarà sempre un qualche divario, benì poi tanto piccolo che non sarà mai maggiore d'* $\frac{1}{1000}$.

CCLXVI. 4°. *Si debba trovare un solido simile, ed eguale a due, o più dati solidi simili: Si apra il compasso in modo, che si possa applicare il lato del minore a un numero vicino al centro, per esempio* m; *indi conservando quest'apertura si applichi trasversalmente il lato omologo del secondo solido, che cada sopra il num.* n; *nello stesso modo s' applichi il lato omologo del terzo solido, e il numero, cui s' adatta sia* p; *e così si continui per gli altri. Ora si sommino questi numeri* m, n, p *cc., e la distanza da una linea all'altra del numero* m + n + p + *ec. è la cercata lunghezza del lato omologo del solido eguale alla somma de' solidi dati.* Vice versa *si otterrà la differenza di due solidi simili, poichè il lato omologo del solido eguale a questa differenza sarà la distanza tra* m—n.

CCLXVII. 5°. *Fra due linee date si debbano trovare due medie proporzionali. Si misurino le due linee date sulla linea delle parti eguali del compasso di proporzione, delle quali la maggiore ne contenga un numero* = m, *e la minore* = n. *Si applichi ora da una gamba all'altra sulle linee de' solidi al numero* m *la maggiore, poi si prenda la distanza da una linea all'altra del punto* n, *quale è la maggiore delle due medie cercate. Ora fra questa, e la minore delle date linee si trovi [pel n.* CCXXI.] *una media proporzionale, che sarà la minore delle due cercate.*

CCLXVIII. *Appresso alla linea de' solidi si sogliono descrivere le linee* OR, OS *dette de' metalli, che rappresentano i diametri di 6 sfere, la prima di Stagno, la seconda di Ferro, la terza di Rame, la quarta d'Argento, la quinta di Piombo, e la sesta d'Oro; che sul compasso sogliono notarsi coi seguenti caratteri chimici: Stagno* ♃, *Ferro* ♂, *Rame* ♀, *Argento* ☽, *Piombo* ♄, *Oro* ☉.

CCLXIX. *Ora supposto diviso in 1000 parti il diametro d'una sfera di stagno, si dimostra in fisica, che quello d'una sfera di ferro d'egual peso ne contiene prossimamente 974; una di Rame 937, d'Argento 895; di piombo 863, e d'Oro 730: Se*

COROLLARIO VIII.

575. Essendo che i corpi stanno in ragion triplicata, e le loro superficie in ragione duplicata dei lati omologhi; e in oltre i corpi iscritti, o circoscritti alle sfere hanno i lati proporzionali ai diametri delle sfere; però la stessa ragione, che ha la solidità, o la superficie d'una sfera circoscritta a un corpo alla solidità, o superficie della sfera al medesimo iscritta, ha pure del corpo circoscritto alla sfera al corpo simile iscritto la solidità, o superficie.

CO-

---

si dividerà dunque in 1000 parti eguali una linea = OR = OS *eguale al diametro d'una sfera di stagno, una di ferro ne conterrà* 974, *una di rame ec., si dovrà cioè, cominciando dal centro del compasso assegnarne* 974 *per una di ferro d'egual peso;* 937 *per una di rame;* 895 *per una d'argento;* 863 *per una di piombo; e* 730 *per una d'oro.*

CCLXX. *Perciocchè poi tutte le seguenti, e altre simili operazioni sono fondate su ciò, che tutti i solidi simili stanno fra loro in ragione triplicata de' lati omologhi; e che il peso d'un corpo sta al peso d'un altro corpo, come il prodotto del volume del primo nella sua gravità specifica sta al prodotto del volume del secondo nella sua gravità specifica; ne segue, che tutto quel, che si dice de' diametri delle sfere, si deve generalmente intendere de' lati omologhi di tutti i solidi simili.*

CCLXXI. *Da quanto s'è detto ne nascono i seguenti usi:* 1°. *Dato il diametro d'una sfera d'un qualunque metallo, si trova il diametro d'una sfera di qualsivoglia altro metallo, con applicare il diametro della sfera data da una linea all'altra al punto corrispondente al metallo di cui è composta la stessa sfera; indi prendere la distanza, che passa da una linea all'altra tra il punto che corrisponde al metallo di cui dev' esser composta l'altra sfera, quale distanza è il diametro cercato.*

CCLXXII. 2°. *Debbasi trovare il rapporto, che hanno fra loro le gravità specifiche de' 6 metalli. Si prenda con un compasso comune il diametro* OR *dello stagno quale si porti trasversalmente sulle linee de' solidi a un numero a piacere, per esempio* m; *poscia senza mutare l'apertura dell'istrumento si prenda il diametro del ferro, che si porti, come il precedente sulle linee de' solidi, e sia* n *il numero, cui s'adatta. Si proseguisca così per gli altri metalli, e le loro gravità specifiche staranno fra se, come i numeri* m, n *ec.*

CCLXXIII. 3°. *Dato il peso di libbre* n *d'un corpo per esempio d'oro, si debba trovare il peso d'un corpo d'egual volume d'argento. Si apra il compasso di proporzione in modo, che sulla linea de' solidi da una gamba all'altra al numero* n *si possa applicare il diametro della sfera d'argento preso sulle linee de' metalli; indi si porti sulle stesse linee de' solidi il diametro dell'oro, e quel numero, che sia il medesimo da ambe le parti, cui s'adatterà, sarà il numero delle libbre del corpo d'egual volume d'argento. Istessamente si opera rispetto agli altri metalli, avvertendo, che, come s'è ora praticato, se sono date le libbre del metallo più peso, al numero di queste libbre si deve applicare sulle linee de' solidi il diametro del metallo men peso, e vice versa.*

CCLXXIV. *S'aggiungono ordinariamente su i lati del compasso di proporzione due linee una per parte, la prima delle quali serve per il peso delle palle da canno-*

COROLLARIO IX.

576. Siccome a motivo dei triangoli simili LPC, LMK (Fig. 319) si ha ∺ LP: LC: LM: LK, ed LP = PC è il raggio della sfera iscritta, e CL il raggio della circoscritta al rombo quadrato conico LMKQ, stando le sfere in ragione triplicata dei raggi, starà la sfera iscritta alla circoscritta, come LP: LK (pel num. 572.): Ma (pel num. 561.) la sfera circoscritta sta al rombo quadrato conico iscritto come 2: 1, cioè come LK: LC; dunque la sfera sta al rombo quadrato conico circoscritto, come LP: LC, cioè come nel quadrato sta il lato al diametro. Stando poi la sfera circoscritta all'iscritta nel rombo quadrato conico, come LK: LP, però la circoscritta sta all'iscritta, come nel quadrato il diametro sta alla metà del suo lato.

SCOLIO.

577. Al num. 397. abbiamo veduto in qual modo gli antichi col metodo delle esaustioni giungevano a ritrovare la misura dei piani; ora vedremo brevemente, come del medesimo metodo si prevalevano per la misura dei solidi. Osserviamolo nella piramide. Sia la piramide ZCAS (Fig. 340.), la di cui altezza si divida in un numero qualunque di parti eguali AB, BG, GF, e pei punti delle divisioni si fac-

---

ne, e la seconda per il calibro de' pezzi d' artiglieria. Quanto alla prima si sa dall' esperienza, che una palla di ferro fuso, il cui diametro sia di tre pollici, pesa quattro libbre [questa misura, e questo peso è il piede reale, e la libbra di Parigi, attesochè la maggior parte de' compassi di proporzione si trovano divisi secondo questo peso, e misura]. Si apra dunque l'istrumento in modo, che la distanza da una linea all'altra del quarto solido sia eguale a tre pollici del piede reale di Parigi; indi senza cangiare quest' apertura si prendano le distanze del primo solido, del secondo ec., e si portino rispettivamente sulla linea, che s'è tirata per farci queste divisioni, cominciando sempre da una delle sue estremità. Siccome poi accade sovente, che si deve cercare il peso d'una palla minore d'una libbra; perciò torna comodo il divider questo diametro in alcune parti così: Si applichi questo diametro da una linea all' altra de' solidi al punto n; *poscia si prendano le distanze di ciascun solido da* 1 *fino ad* n—1, *quali si portino, cominciando, come sopra, sul diametro, che si vuole dividere, con che resterà egli diviso, come si cercava. Per mezzo poi di questa linea, data essendo una palla, cioè il suo diametro, se ne trova il peso, con applicarvi sopra il diametro dato; mentre quel numero, su cui terminerà, sarà il cercato numero delle libbre.*

CCLXXV. *L'altra linea, che serve pel calibro de' pezzi d' artiglieria deve avere i diametri un poco maggiori a motivo di quella piccola distanza, che deve passare fra la palla, e la superficie interiore del pezzo d' artiglieria. Si suole perciò aggiugnere una linea al diametro di quella di 6 libbre; due a quella di 12; 3, o 4, a quella di 24 ec., e così per le altre in proporzione. L'uso di questa si è di prendere il diametro interiore del pezzo, di cui si cerca il calibro, e misurarlo su questa linea, poichè quel numero su cui termina è il numero delle libbre della palla, che porta quel pezzo d' artiglieria.*

facciano le sezioni GDN, BEP parallele alla base: Indi si concepiscano iscritti i prismi BEPMAO, GDNKBQ, e circoscritti i prismi RCZIBA, SPEXGB, TNDHFG. Abbastanza si vede, che l'eccesso dei prismi circoscritti sopra gli iscritti è eguale al prisma RCZIBA. Se pertanto si dividerà l'altezza AS della piramide in un numero infinito di parti, si moltiplicherà all'infinito il numero de'prismi iscritti, e circoscritti, così che la loro altezza diverrà minore di qualunque quantità assegnabile. Essendo adunque minore di qualunque assegnabile quantità l'altezza del prisma RCZIBA, tale sarà pure la di lui solidità, che risulta dalla base moltiplicata nell'altezza; conseguentemente l'eccesso de' prismi circoscritti sopra gli iscritti diventa finalmente minore di qualunque quantità assegnabile, e molto più l'eccesso dei prismi circoscritti sopra la piramide, e della piramide sopra i prismi iscritti: Onde la piramide è il limite dei prismi iscritti, e circoscritti. Vi sia pertanto un'altra piramide (Fig. 341.) QRAP della stessa spezie, ed egualmente alta, ma d'inegual base, e alla medesima, come alla precedente, siano iscritti, e circoscritti i prismi d'una altezza infinitamente piccola. Poichè tutte le altezze dei prismi nell'una, e nell'altra piramide sono eguali, staranno essi in ragion delle basi (pel num. 548.): Ma (pel num. 503.) tutte le sezioni parallele alla base sono poligoni simili al poligono della base; dunque tutti i suddetti prismi stanno in ragion delle basi delle due piramidi, conseguentemente la somma degli infiniti prismi di una piramide sta alla somma d'egual numero di prismi dell'altra, come la base di quella alla base di questa. Accrescendosi poi indefinitamente il numero de' prismi, la loro somma si accosta in maniera alla solidità della piramide, che ha finalmente con essa una differenza minore di qualunque assegnabile: Quindi perchè la somma de' prismi componenti una piramide sta alla somma dei prismi componenti l'altra piramide in ragione delle loro basi, però anche le piramidi, che sono i limiti di queste somme stanno fra loro nella stessa ragione. Ed ecco determinata col metodo delle esaustioni la ragione delle piramidi egualmente alte. Che se le piramidi avranno basi, e altezze ineguali, esse staranno fra loro in ragion composta delle basi, e delle altezze, perchè così stanno i prismi, che sono dupli delle piramidi d'egual base, e altezza.

578. Trovata col metodo delle esaustioni la misura delle piramidi, si trova d'egual maniera la misura dei coni, e dei cilindri; rispetto ai cilindri mediante l'iscrizione, e la circoscrizione de' prismi, e delle piramidi rispetto ai coni: Imperocchè alle basi del cilindro, e del cono si concepiscano iscritti, e circoscritti dei poligoni di un numero qualsivoglia di lati; e su questi poligoni si intendano costruiti dei prismi nel primo, e delle piramidi nel secondo caso aventi coi cilindri, e coi coni eguale altezza, nel qual modo si verranno a iscrivere, e circoscrivere al cilindro i prismi, e le piramidi al cono. Ora aumentando continuamente ne' suddetti poligoni il numero de'lati, si aumenterà egualmente il numero delle faccie nei prismi, e nelle piramidi; e siccome coll'accrescersi all'infinito il numero de'lati nel poligono, egli vi si accosta per modo, che la loro differenza si fa minore di qualunque assegnabile, così ancora i prismi al cilindro, e le piramidi al cono si accostano in maniera, che la loro differenza diventa al fine minore di qualunque assegnabile, vale a dire, che come il circolo è il limite dei poligoni, così il cilindro è il limite dei prismi, e il cono è il limite delle piramidi iscritte, e circoscritte. Poichè adunque si sa trovare la solidità dei prismi, e delle piramidi, si sa trovare eziandio quella dei cilindri, e dei coni. Finalmente dopo avere scoperta la misura dei cilindri passiamo alla misura della sfera per mezzo dei cilindri iscritti, e circoscritti (come si vede nella fig. 342.), de'quali essa è il limite; poichè la dif-

differenza tra i cilindri iscritti, e circoscritti è eguale al cilindro PYCG, come apertamente si vede, e quando questi cilindri coll' aumentarsi all' infinito il loro numero si saranno ridotti a un'altezza infinitamente piccola, il cilindro PYCG sarà minore di qualunque quantità assegnabile, conseguentemente la differenza tra i cilindri iscritti, la sfera, e i circoscritti sarà minore di qualunque assegnabile, o sia la sfera sarà il limite dei cilindri iscritti, e circoscritti. Dalla misura de' quali si deduce la misura della sfera. E questo basti per fornire un' idea del metodo delle esaustioni degli antichi, che poi in sostanza non differisce dal metodo degli evanescenti de' moderni, mediante cui se non con tanto rigore, certamente con maggior speditezza, precisione, e facilità si dimostrano le verità geometriche.

PARTE V.

Modo di iscrivere alla sfera i cinque poliedri regolari.

579. Abbiamo veduto al num. 273., che se nel circolo il quadrato di una corda AC (Fig. 343.) sarà per esempio triplo del quadrato dell' ordinata CD, sarà il diametro AB triplo della di lui porzione BD, e vice versa se il diametro AB sarà triplo della porzione BD, anche il quadrato della corda AC sarà triplo del quadrato dell' ordinata DC. Ora (pel num. 362.) la retta, il di cui quadrato è triplo del quadrato di un'altra retta, è il lato di un triangolo equilatero iscritto nel circolo, che ha per raggio questa seconda retta. Quindi dovendosi a una data sfera iscrivere un tetraedro sarà mediante ciò cosa facile il determinare quale esser debba il di lui lato, e quali esser debbano le quattro eguali sezioni della sfera, ognuna delle quali sia capace di una faccia del tetraedro. Si divida in tre parti eguali il diametro AB della sfera data, e dal punto D, in cui cade la prima divisione, si alzi la perpendicolare DC, che sarà il raggio di ciascuna sezione capace del triangolo equilatero, che è una faccia del tetraedro da iscriversi. Eucl. l. 13. p. 13. p. 1.

COROLLARIO I.

580. Essendo pertanto $AB = 3BD$, e però $AD = 2BD$, poichè (pel num. 265,) si ha ∺ AB: AC: AD, sarà ∺ 3BD: AC: 2BD; quindi $\overline{AC}^2 = 6\overline{BD}^2$, cioè a dire il quadrato di un lato del tetraedro è sestuplo del quadrato di un terzo del diametro della sfera, cui è iscritto.

COROLLARIO II.

581. Conseguentemente il quadrato del diametro essendo $\overline{AB}^2 = 9\overline{BD}^2$, starà il quadrato del diametro della sfera ai quadrato del lato del tetraedro iscritto, che si è trovato $= 6\overline{BD}^2$, come $9: 6$, o come $3:2$, cioè in ragion sesquialtera. Eucl. l. 13. p. 13. p. 2.

COROLLARIO III.

582. In oltre da $\div$ 3BD: AC: 2BD si ricava (pel num. 742. del I. Tomo) $9\overline{BD}^2 : \overline{AC}^2 :: 3BD : 2BD :: 3 : 2$; onde (pel num. 898. del I. Tomo) il diametro della sfera, e il lato del tetraedro iscritto sono incommensurabili in se stessi, e solo commensurabili in potenza.

TEOREMA II.

583. Il quadrato del diametro della sfera è triplo del quadrato del lato dell' esaedro iscritto.

584. Dim. Nell'esaedro iscritto la diagonale AG (Fig. 323.) è il diametro della sfera; ma questa diagonale colla diagonale EG della base, e col lato AE forma un triangolo rettangolo; però si ha $\overline{AG}^2 = \overline{EG}^2 + \overline{AE}^2$. Ora essendo EG la diagonale della base, si ha $\overline{EG}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{FG}^2$. Dunque $\overline{AG}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EF}^2 + \overline{FG}^2$, cioè $\overline{AG}^2 = 3\overline{AE}^2$, perchè $AE = EF = FG$. Lo che si doveva dim. Eucl. l. 13. p. 14. p. 2. Quindi il quadrato del diametro della sfera è eguale alla superficie di tre faccie dell' esaedro iscritto, conseguentemente la superficie dell'esaedro è eguale al doppio del quadrato dell'asse della sfera circoscritta. Eucl. l. 14. p. 18.

COROLLARIO I.

585. Per lo che siccome con dividersi in tre parti il diametro AB (Fig. 343.) del circolo, indi dal punto D della prima divisione alzare la perpendicolare DC, e finalmente condurre la corda BC, si ha (pel num. 265.) $\div$ AB: BC: BD, o sia $\div$ 3BD: BC: BD, conseguentemente $3\overline{BD}^2 = \overline{BC}^2$; però essendo data la sfera, si troverà il lato dell'esaedro da iscriverci con dividere in tre parti eguali il di lei asse AB, indi alzare dal punto D della prima divisione la perpendicolare DC, poscia condurre la corda BC, che sarà il cercato lato dell' esaedro da iscriversi. Essendosi trovato il lato dell' esaedro, se con questo lato si formerà un quadrato, cui si circoscriva un circolo, egli sarà eguale alla sezione della sfera capace di una faccia dell' esaedro da iscriversi. Eucl. l. 13. p. 14. p. 1.

COROLLARIO II.

586. Ora da $\div$ 3BD: BC: BD si deduce (pel num. 742. del I. Tomo) $9\overline{BD}^2 : \overline{BC}^2 :: 3BD : BD :: 3 : 1$, conseguentemente il diametro della sfera, e il lato dell' esaedro iscritto sono incommensurabili in se stessi, e solo commensurabili in potenza.

587. Giusta il num. 513. il lato dell' ottaedro è una corda di 90. gradi, ma due corde di 90. gradi formano un angolo retto, la di cui ipotenusa è il diametro del cir-

circolo; dunque il quadrato del diametro della sfera è doppio del quadrato del lato dell'ottaedro, che gli è iscritto. Eucl. l. 13. p. 15. p. 2.

COROLLARIO I.

588. Stando adunque il quadrato dell'asse della sfera al quadrato del lato dell' ottaedro, come 2: 1, l'asse perciò della sfera, e il lato dell'ottaedro iscritto sono incommensurabili in se stessi, e solo commensurabili in potenza.

COROLLARIO II.

589. Essendo poi il quadrato dell'asse della sfera doppio del quadrato del lato dell'ottaedro, e il lato dell'ottaedro essendo il lato di un triangolo equilatero, il di cui quadrato (pel num. 362.) è triplo del quadrato del raggio del cerchio circoscritto; quindi il quadrato dell'asse della sfera è sestuplo del quadrato del raggio del circolo capace di una faccia dell'ottaedro: Ma il quadrato dell'asse della sfera, cui è iscritto tanto l'ottaedro, come il cubo, è triplo del quadrato del lato del cubo (pel num. 583.), e il quadrato del lato del cubo essendo doppio del quadrato del raggio del circolo, cui si può una di lui faccia iscrivere; perciò il quadrato dell'asse della sfera è sestuplo del quadrato del raggio del circolo, cui è iscritta una faccia del cubo. Essendo adunque il quadrato dell'asse della sfera, cui è iscritto tanto il cubo, come l'esaedro sestuplo del quadrato del raggio del circolo, cui è iscritta una faccia del cubo, e sestuplo del quadrato del raggio del circolo, cui è iscritta una faccia dell'ottaedro, ben si vede, che questi due raggi sono eguali, e però uno stesso circolo è capace tanto di una faccia del cubo, come di una faccia dell'ottaedro iscritti nella medesima sfera. Eucl. l. 13. p. 15. p. 1.

COROLLARIO III.

590. Conseguentemente per avere il lato dell'ottaedro da iscriversi in una data sfera, basta trovare (pel num.585.) il circolo, che è capace di una faccia dell' esaedro, che è iscritto insieme coll'ottaedro nella medesima sfera, mentre iscrivendosi a questo circolo un triangolo equilatero, il di lui lato sarà il ricercato lato dell'ottaedro.

TEOREMA III.

591. Il quadrato dell'asse della sfera, cui è iscritto il dodecaedro, è triplo del quadraro della diagonale tirata sul pentagono, che è una delle di lui faccie.

592. Dim. Poichè nel dodecaedro (Fig. 344.) la faccia superiore AFBED è similmente posta, e parallela alla faccia inferiore GKIHC, se su la faccia superiore si tirerà la diagonale AB, e dall'angolo B si abbasserà al corrispondente angolo C della faccia inferiore la retta BC, essa sarà perpendicolare a tutte due le faccie. Si conduca adesso dall'angolo A all'angolo C il diametro AC del dodecaedro, che sarà anche l'asse della sfera, cui egli è iscritto. Ciò posto il triangolo ABC è rettangolo in B, onde il quadrato di AC è eguale ai quadrati di AB, BC: Ma BC (Fig. 345.) sostenta le due diagonali BX, CX situate su le corrispondenti due faccie del dodecaedro, e queste due diagonali si uniscono in X ad

angolo retto; dunque il quadrato di BC è eguale ai quadrati di BX, CX, conseguentemente $\overline{AC}^2$ (Fig. 344.) $= \overline{AB}^2 +$ (Fig. 345.) $\overline{BX}^2 + \overline{CX}^2$, cioè $\overline{AC}^2 = 3\overline{AB}^2$, perchè $AB = BX = CX$ a motivo, che sono diagonali di pentagoni eguali. Che poi le due diagonali BX, CX si uniscano in X ad angolo retto, lo dimostro. Poichè l'angolo del pentagono è di 108. gradi, l'angolo con cui si uniscono le due faccie Z, V è di gradi 108. Se adunque sopra la retta XQ, che è il comune incontro dei due pentagoni, si alzerà dal punto X la perpendicolare XN, sarà l'angolo fatto da questa perpendicolare col piano V di gradi 108., e l'angolo formato dalla stessa perpendicolare colla retta XQ di gradi 90. Quindi l'angolo PXN è di gradi 18., conseguentemente è eguale all'angolo NXB, perchè l'angolo PXB, che è un terzo dell'angolo del pentagono, è di gradi 36., e però l'angolo BXQ è di gradi 72. Dunque la retta BX è inclinata su la diagonale XC del piano V di 18. gradi più di quello fosse inclinata la retta NX: Ma l'inclinazione della retta NX alla diagonale XC era di gradi 18., però l'inclinazione della diagonale BX alla diagonale XC è di gradi 90., essendo $108 - 18 = 90$, o sia la diagonale BX fa colla diagonale XC un angolo retto. Lo che si doveva dim.

COROLLARIO I.

593. Dunque la diagonale di una faccia del dodecaedro è il lato del cubo iscritto alla medesima sfera (pel num. 583.); e però tirando le diagonali su i dodici pentagoni, che formano il dodecaedro, quelle che si incontreranno formeranno i sei quadrati, che sono le sei faccie dell'esaedro iscritto alla medesima sfera.

COROLLARIO II.

594. E perchè (pel num. 374.) con dividere la diagonale di un pentagono in estrema, e media ragione, la parte maggiore è il lato del pentagono; quindi per ritrovare il lato del dodecaedro da iscriversi in una data sfera, bisogna trovare primieramente (pel num 585.) il lato del cubo da iscriversi nella medesima sfera, e siccome questo lato è la diagonale del pentagono, che è una faccia del dodecaedro, se si dividerà questo lato in estrema, e media ragione, sarà la parte maggiore il ricercato lato del dodecaedro. Eucl. l. 13. p. 17. p. 2. Se in oltre si vorrà il circolo, che è la sezione della sfera capace di una di queste faccie, bisognerà sul ritrovato lato costruire il pentagono, indi circoscrivergli un circolo, che sarà il ricercato. Eucl. l. 13. p. 17. p. 1.

COROLLARIO III.

595. Perchè poi il lato del cubo è (pel num. 586.) commensurabile solo in potenza coll'asse della sfera, cui è iscritto, e il lato del pentagono, essendo la parte maggiore delle due, nelle quali è stato diviso il lato del cubo in estrema, e media ragione, è incommensurabile (pel num. 343. 7°.) collo stesso lato del cubo tanto in se stesso, che in potenza; però il lato del dodecaedro è incommensurabile tanto in se stesso, come in potenza coll'asse della sfera, cui è iscritto.

TEO-

TEOREMA IV.

595. Il lato dell'icosaedro è eguale al lato del pentagono iscritto in un cerchio, del di cui raggio il quadrato è un quinto del quadrato dell'asse della sfera, cui è iscritto l'icosaedro.

597. Dim. Giusta il num. 370. si trovi il diametro del circolo, che deve circoscrivere l'anzidetto pentagono, e sia egli AB (Fig. 345.), cui si prenda eguale CE, e sopra queste due rette, come diametri, si descrivano i circoli ANBD, CGHE paralleli, de' quali la distanza AC sia eguale (per lo stesso num.) ad AR: Poscia pe' centri di questi due circoli si tiri la XZ eguale all'asse della sfera data, così che sia RZ = SX. Fatto ciò si iscriva un pentagono a ciascuno di questi due circoli, e da ognuno de'loro angoli si tirino ai punti X, Z le rette FZ, IZ, BZ ec., le quali rette (per lo stesso num.) saranno eguali ai lati del pentagono; nel qual modo sopra i detti due circoli, come basi, si verranno a costruire due angoli solidi, de'quali ognuno risulta da cinque triangoli equilateri tutti eguali, onde fra tutti sono dieci. Si iscriva in oltre a ciascuno de' detti due circoli un decagono, i di cui corrispondenti angoli si congiungano colle rette PK, IH, DG, FL ec., che sono tutte eguali ad AC = al raggio AR. Fatto ciò si tirino le diagonali BK, KI, IG ec. Ora perchè il quadrato di BK è eguale ai quadrati del lato del decagono BP, e del lato PK del esagono iscritto allo stesso circolo, egli è perciò (pel num. 371.) BK il lato del pentagono iscritto nello stesso circolo. Vale lo stesso di KI, IG ec.; per lo che tutti questi triangoli BIK, IKG ec. sono equilateri, ed eguali agli altri dieci triangoli formanti i due angoli solidi, che hanno per basi i circoli ADBN, CGE. Ma questi triangoli sono altrettanti, quanti sono i lati dei due pentagoni iscritti ai circoli suddetti, mentre ognuno di loro ha un lato di questi pentagoni per base: Quindi essendo dieci i lati dei due pentagoni, dieci pure sono questi triangoli, i quali cogli altri precedenti dieci fanno venti. Questo solido adunque, che è terminato da venti faccie, che sono triangoli equilateri eguali, è un icosaedro (pel num. 513.), di cui ciascun lato è eguale al lato del pentagono iscritto in un cerchio, del quale il quadrato del diametro è un quinto del quadrato dell' asse della sfera, cui devesi iscrivere questo icosaedro. Lo che si doveva dim.

COROLLARIO I.

598. Essendo adunque dato l'asse di una sfera, si troverà (giusta il num. 370.) il lato dell'icosaedro da iscriverci. Eucl. l. 13. p. 16.

COROLLARIO II.

599. Il quadrato poi dell'asse della sfera circoscritta all'icosaedro è quintuplo (pel num. 370.) del quadrato del raggio del circolo, che è la sezione della sfera, la quale serve di base a uno degli angoli solidi dell'icosaedro.

COROLLARIO III.

600. Essendo (pel num. 373.) il lato del pentagono, che è il lato dell'icosaedro, incommensurabile tanto in se stesso, che in potenza col raggio del circolo, cui

cui è iscritto; e (pel num. 599.) il quadrato di questo raggio essendo commensurabile al quadraro dell'asse della sfera, cui sta come 1 : 5; però il lato dell'icosaedro, che è ad uno incommensurabile tanto in se stesso, che in potenza, lo sarà anche all'alrro, vale a dire l'asse della sfera, e il lato dell'icosaedro iscritto sono incommensurabili tanto in se stessi, come in potenza.

601. Dalle cose fin'ora esposte si deduce la risoluzione del problema, in cui vien proposto di trovare il lato di ciascuno de' cinque corpi regolari da iscriversi alla sfera, della quale è dato l'asse. Sia AB (Fig. 347.) l'asse della sfera, su cui si descriva il semicircolo AFB; poscia si divida in tre parti il detto asse, delle quali una sia AD: Sul punto D si alzi perpendicolare all'asse l'ordinata DE, e dal punto E si conducano alle estremità dell'asse le rette EA, EB. Pel num. 579. la retta BE è il lato del tetraedro, e pel num 585. la retta AE è il lato dell'esaedro. Divisa poi per metà in F la semiperiferia, e condotta dal punto F al punto B la retta BF, ella è (pel num. 513.) il lato dell'ottaedro. Dal punto E al punto G si trasporti su la retta EB la retta AE, indi si produca la AE in H, onde sia $EH = \frac{AE}{2}$, poscia posto un piede del compasso in H, si tagli coll'apertura HG la HA in I, con che il lato AE dell'esaedro verrà diviso in I in estrema, e media ragione, e la parre maggiore EI sarà (pel num. 594.) il lato del dodecaedro. Finalmenre si inalzi dal punto B perpendicolare ad AB la retta BL eguale ad AB, e dal punto L al centro C del semicircolo si conduca la retta LC, poscia dal punro O, ove la retta LC interseca la semiperiferia, si riri al punto B la retta OB, la quale (pel num. 596.) sarà il lato dell'icosaedro. Eucl. l. 13. p. 18.

602. Citandosi comunemente dagli Scrittori di Matematica le proposizioni di Geometria secondo l'ordine d'Euclide; affinchè chi vuole possa rrovare ne'presenti Elementi con tutta speditezza qual più piaccia proposizione giusta l'Ordine suddetto, ho stimato opportuno di soggiungere la seguente Tavola, in cui d'un colpo d'occhio si può vedere qual numero in questi Elementi corrisponda a ciascuna proposizione d'Euclide.

Eu-

Euclide l. 1.	Numeri corrispond.
Prop. 1 . . .	LXI.
2 . . .	LXII.
3 . . .	LXIII.
4 . . .	230.
5 . . .	228.
6 . . .	228.
7 . . .	229.
8 . . .	229.
9 . . .	XXXVI.
10 . . .	XXX.
11 . . .	XXVIII.
12 . . .	XXIX.
13 . . .	79.
14 . . .	82.
15 . . .	83.
16 . . .	226.
17 . . .	226.
18 . . .	231.
19 . . .	231.
20 . . .	51.
21. p.1.	52.
21. p.2.	197.
22 . . .	LXVI.
23 . . .	XXII.
24 . . .	231.
25 . . .	231.
26 . . .	230.
27. p.1.	86.
27. p.2.	76.
27. p.3.	88.
28 . . .	87.
29. p.1.	76.
29. p.2.	89.
30 . . .	59.
31 . . .	XIX.
32. p.1.	226.
32. p.2.	226.
33 . . .	57.
34. p.1.	311.
34. p.2.	314.
35 . . .	331.
36 . . .	331.
37 . . .	248.
38 . . .	248.
39 . . .	248.
40 . . .	248.

Euclid. l. 1.	Numeri corrispond.
Prop. 41 . . .	314.
42 . . .	CXLII.
43 . . .	314.
44 . . .	CXLII.
45 . . .	CXCIII.
46 . . .	CXXXVII.
47 . . .	270.
48 . . .	289.
Eucl. l. 2.	
Prop. 1 . . .	330.
2 . . .	330.
3 . . .	330.
4 . . .	277.
5 . . .	276.
6 . . .	277.
7 . . .	277.
8 . . .	277.
9 . . .	277.
10 . . .	277.
11 . . .	343.
12 . . .	279.
13 . . .	279.
14 . . .	CXCIV.
Eucl. l. 3.	
Prop. 1 . . .	XXXIV.
2 . . .	135.
3. p.1.	147.
3. p.2.	145.
4 . . .	148.
5 . . .	139.
6 . . .	139.
7. p.1.	159.
7. p.2.	162.
7. p.3.	159.
7. p.4.	172.
8. p.1.	156.
8. p.2.	156.
8. p.3.	162.
8. p.4.	168.
8. p.5.	172.
9 . . .	172.
10 . . .	140.
11 . . .	167.
12 . . .	167.

Euclid. l. 3.	Numeri corrispond.
Prop. 13 . . .	141.
14 . . .	113.
15 . . .	113.
16. p.1.	126.
16. p.2.	132.
17 . . .	L.
18 . . .	129.
19 . . .	130.
20 . . .	178.
21 . . .	184.
22 . . .	190. 317.
23 . . .	118.
24 . . .	118.
25 . . .	XXXV.
26 . . .	112.
27 . . .	112.
28 . . .	184.
29 . . .	184.
30 . . .	XXXVI.
31. p.1.	191.
31. p.2.	191.
31. p.3.	191.
31. p.4.	192.
32 . . .	189.
33 . . .	XLVII.
34 . . .	XLVI.
35 . . .	282.
36 . . .	283.
37 . . .	283.
Eucl. l. 4.	
Prop. 1 . . .	109.
2 . . .	LIX.
3 . . .	LXXXII.
4 . . .	LXXXIII.
5 . . .	LVIII.
6 . . .	318.
7 . . .	318.
8 . . .	324.
9 . . .	323.
10 . . .	343.
11 . . .	363.
12 . . .	CLVII.
13 . . .	CLV.
14 . . .	CLV.

Euclide l. 4.	Numeri corrispond.
Prop. 15 . . .	362.
16 . . .	363.
Eucl. l. 6.	
Prop. 1. p. 1.	288.
1. p. 2.	340.
2. p. 1.	253.
2. p. 2	253.
3. p. 1.	293.
3. p. 2.	295.
4 . . .	251.
5 . . .	251.
6 . . .	254.
7 . . .	254.
8 . . .	261.
9 . . .	LVI.
10 . . .	LVI.
11 . . .	207.
12 . . .	207.
13 . . .	262.
14. p. 1.	342.
14. p. 2.	342.
15. p. 1.	291.
15. p. 2.	291.
16. p. 1.	488. T. I.
16. p. 2.	491. T. I.
17. p. 1.	492. T. I.
17. p. 2.	1057. T. I.
18 . . .	CLXXVIII.
19 . . .	292.
20. p. 1.	403.
20. p. 2.	406.
20. p. 3.	407.
21 . . .	261.
22. p. 1.	411.
22. p. 2.	411.
23 . . .	344.
24 . . .	337.
25 . . .	CXCV.
26 . . .	337.
27 . . .	314.
28 . . .	CXCVII.
29 . . .	CC.
30 . . .	343.
31 . . .	412.
32 . . .	300.
33 . . .	122.

Eucl. l. 11.	Numeri corrispond.
Prop. 1 . . .	456.
2 . . .	468.
3 . . .	465.
4 . . .	459.
5 . . .	463.
6 . . .	464.
7 . . .	457.
8 . . .	464.
9 . . .	466.
10 . . .	474.
11 . . .	462.
12 . . .	462.
13 . . .	460.
14 . . .	466.
15 . . .	476.
16 . . .	473.
17 . . .	473.
18 . . .	470.
19 . . .	471.
20 . . .	507.
21 . . .	508.
22 . . .	507.
23 . . .	CCXXXIV.
24. p. 1.	484.
24. p. 2.	484.
24. p. 3.	484.
25 . . .	550.
26 . . .	CCXXXV.
27 . . .	CCXLI.
28 . . .	549.
29 . . .	548.
30 . . .	548.
31 . . .	548.
32 . . .	548.
33 . . .	571.
34. p. 1.	548.
34. p. 2.	548.
36 . . .	573.
37 . . .	573.
38 . . .	471.
39 . . .	551.
40 . . .	549.
Eucl. l. 12.	
Prop. 1 . . .	408.
2 . . .	409.
5 . . .	554.

Euclid. l. 12.	Numeri corrispond.
Prop. 6 . . .	554.
7 . . .	555.
8 . . .	571.
9. p. 1.	554.
9. p. 2.	554.
10 . . .	555.
11 . . .	554.
12 . . .	571.
13 . . .	550.
14 . . .	548.
15 . . .	548.
18 . . .	571.
Eucl. l. 13.	
Prop. 1 . . .	343. 4°.
2 . . .	343. 4°.
3 . . .	343. 4°.
4 . . .	343. 10°.
5 . . .	343. 3°.
6 . . .	343. 6°.
7 . . .	376.
8 . . .	362.
9 . . .	363.
10 . . .	371.
11 . . .	374.
12 . . .	373.
13. p. 1.	579.
13. p. 2.	581.
14. p. 1.	585.
14. p. 2.	583.
15. p. 1.	589.
15. p. 2.	586.
16 . . .	598.
17. p. 1	594.
17. p. 2.	594.
18 . . .	601.
Eucl. l. 14.	
Prop. 1 . . .	381.
2 . . .	343.
3 . . .	363.
4 . . .	372.
6 . . .	516.
7 . . .	516.
18 . . .	584.

IL CALCOLO
DEI TRIANGOLI PIANI.

P A R T E I.

Nozioni preliminari, e Teoria del calcolo trigonometrico.

1. LA scienza, che versa intorno ai triangoli rettilinei per quanto spetta la misura dei loro angoli, e lati, chiamasi Trigonometria piana. Siccome pertanto tre sono gli angoli, e tre i lati in qualsivoglia triangolo, sei perciò sono le cose, alle quali essa insegna di applicare il calcolo aritmetico per ritrovarne la misura. Ma di queste sei cose bisogna, che ne siano date tre per poter trovare le altre: Onde tutta la dottrina trigonometrica si riduce alla soluzione generale secondo qualunque caso di questo problema: *Delle predette sei cose essendone date tre qualsisiano, trovate delle rimanenti tre qual altra più piace*. Qualora però di un triangolo sono dati due angoli le dette sei cose si riducono a cinque, perchè (pel n. 226. Geom.) la somma degli angoli in qualunque triangolo essendo eguale a due retti, cioè a 180 gradi, qualora di un triangolo saranno dati due angoli, sarà cognito ancora il terzo, che è il residuo nato dal sottrarsi da 180. gradi la somma dei gradi dei due angoli dati. Ogniqualvolta adunque siano cogniti i valori o di due lati, e di un angolo, o di due angoli, e di un lato, si troverà la cercata misura di un angolo, o di un lato mediante una regola del tre, che ci verrà esibita dai tre detti valori, i quali perciò devono essere in proporzione col valore, che si cerca.

2. Quantunque poi nel triangolo quanto un lato è maggiore, tanto maggiore sia l'angolo, che gli si oppone, così che non si possa aumentare, o diminuire un lato, restando invariata la misura degli altri due, senza che pure si aumenti, o diminuisca l'angolo opposto; ciò non ostante gli angoli non sono proporzionali ai lati, del che può ognuno evidentemente chiarirsi dividendo con linee rette un angolo in più parti eguali, nel qual caso il lato opposto resta diviso in parti ineguali. Questa proporzione, che non si può avere tra gli angoli, e i lati, si è trovata tra i lati, e certe altre linee rette, che si sono sostituite agli archi, da' quali sono misurati gli angoli. Queste linee si dicono *seni*, *tangenti*, *secanti*, *coseni*, *cotangenti*, e *cosecanti*, delle quali veniamo alla spiegazione.

3. Sia dato l'arco PD (Fig. 348.) del cerchio BCDE, in cui si intersecano ad angoli retti i due diametri BD, CE. Dall'estremità P dell'arco dato PD si abbassi sul raggio AD, che passa per l'altra estremità D dell'arco proposto, la perpendicolare PN, e pel punto D si conduca la tangente indefinita HDT; per ultimo si prolunghi il raggio AP, finchè incontri la detta tangente in R. La retta PN, o la sua eguale DO si chiama il *seno* dell'arco DP, e però dell'angolo PAD, poichè nel circolo gli angoli al centro sono proporzionali ai loro archi; la retta DR si dice la sua *tangente*; e il raggio prodotto AR la sua *secante*. Si prenda ora l'arco PC, che è il complemento dell'arco dato PD ad un retto, e dal punto P si abbassi sul raggio AC, (che fa angolo retto col raggio AD) la retta PQ: Pel punto C si conduca la tangente indefinita *a* CS; indi si prolunghi il raggio AP, finchè incontri questa tangente in S: La retta PQ è il seno dell'arco PC; la retta CS è la sua tangente; e la retta AS la sua secante. E perchè PC è il complemento al quadrante dell'arco PD, però le rette PQ, CS, AS si chiamano il seno, la tan-

gente, e la fecante del complemento dell' arco PD, e più comunemente con un fol termine fi appellano il di lui *cofeno*, *cotangente*, e *cofecante*. Siccome PN è il feno dell' arco PD, e PQ n' è il cofeno, così PQ è il feno dell' arco PC, e PN è il fuo cofeno. La retta ND, ehe è la differenza tra il raggio AD, e il cofeno AN, fi dice il feno verfo dell' arco DP; e parimente CQ è il feno verfo dell' arco CP. Quefte rette fi fogliono indicare in quefto modo Sen., Cof., Tang., Cot., Sec., Cofec., e però Sen. PD vuol dire il feno dell'arco PD, cioè vuol fignificare la retta PN; e Cof. PD vuol efprimere il cofeno di PD, vale a dire PQ.

4. Ma paffiamo a confiderare gradatamente la ferie degli archi cominciando da un arco minore di qualunque affegnabile, e fcorrendo per l' intera circonferenza, e offerviamo quali fiano i feni, i cofeni, le tangenti, le cotangenti, le fecanti, e le cofecanti, che loro corrifpondono. Si affuma adunque primieramente un arco minore di qualunque affegnabile: poichè il feno è una retta minore del corrifpondente arco, tale pure farà il fuo feno, così che efprimendo col zero le quantità inaffegnabili, farà Sen. $o = o$: Ma quando l' arco è minore di qualunque affegnabile, tale è eziandio la fua tangente, cioè Tang. $o = o$; la fecante poi fi confonde col raggio, onde è Sec. $o = r$ (dicendofi il raggio $= r$); e parimente il feno del complemento fi confonde col raggio, perchè in tal cafo il complemento dell' arco affunto ha una differenza inaffegnabile all' intero quadrante, quindi è Cof. $o = r$. Finalmente la cotangente, e la cofecante diventano infinite, e parallele. Facciamo adeffo, che comincino a crefcere gli archi dal zero fino al quadrante del circolo: A mifura, che crefcono gli archi, crefcono ancora i feni, così che quando l'arco è eguale al quadrante, il feno diventa eguale al raggio, ma i cofeni vanno continuamente decrefcendo fino al zero: Onde mentre i primi vanno crefcendo dal zero fino ad r, calano i fecondi da r fino al zero; per lo che fe fi dirà la circonferenza $= c$, farà Sen. $\frac{c}{4} = r$, Cof. $\frac{c}{4} = o$, Cot. $\frac{c}{4} = o$, Cofec. $\frac{c}{4} = r$; la tangente poi, e la fecante diventano infinite. Quando l'arco e di 45 gradi il feno è eguale al cofeno, la tangente alla cotangente, e la fecante alla cofecante.

5. Poniamo che crefca tuttavia l'arco, e fi faccia maggiore del quadrante, come farebbe CDL, di cui il feno è LI, il cofeno AI, il feno verfo CAI. Il feno adunque di un arco maggiore del quadrante è minore del raggio. Quanto poi al Cofeno fi offervi, che dopo effere calato da r fino a o, egli torna di nuovo a crefcere da o fino ad r, ma in una pofizione contraria, onde è, che effendofi prefi pofitivi i cofeni corrifpondenti agli archi del quadrante, i cofeni corrifpondenti agli archi maggiori del quadrante fono negativi, cioè a dire il cofeno AI dell' arco CDL è negativo. Ma tanto la tangente, come la cotangente è negativa, poichè dall' arco CDL la tangente è C*a* negativa, mentre va con una pofizione contraria alla tangente pofitiva CS, e la cotangente DH è parimente negativa ftante che va con una direzione contraria alla cotangente pofitiva DT. Quando l' arco farà crefciuto fino alla femicirconferenza CDE, il feno fi farà minore di qualunque affegnabile, vale a dire farà Sen. $\frac{c}{2} = o$; il cofeno farà negativo, ed egua-

eguale al raggio, cioè Cof. $\frac{c}{2} = -r$; la tangente è infinita, e la cotangente è eguale a zero, cioè Cot. $\frac{c}{2} = 0$.

6. Crefcendo tuttavia l'arco, e facendofi maggiore della femicirconferenza i feni tornano a crefcere, e a calare i cofeni, e quefti cofeni, perchè confervano tuttavia una pofizione contraria a quella dei cofeni degli archi minori del quadrante, effi fono ancora negativi, e tali pure fi fanno ancora i feni, poichè mentre i feni degli archi minori della femicirconferenza ftanno alla deftra del diametro, i feni degli archi maggiori gli ftanno alla finiftra: Così dell'arco CDEF il feno è FG, il cofeno è AG. Se pertanto l'arco farà CDEB eguale a tre quadranti, il fuo feno farà negativo, ed eguale al raggio; il cofeno farà eguale a zero; la tangente farà infinita; e la cotangente eguale a zero; e però farà Sen. $\frac{3}{4} c = -r$; Cof. $\frac{3}{4} c = 0$, Cot. $\frac{3}{4} c = 0$; e quefte tangenti, e cotangenti di un arco maggiore della femicirconferenza, ma minore di tre quadranti fono pofitive, come dell'arco CDEF la tangente è CS, e la cotangente è DR.

7. Finalmente fe l'arco farà maggiore di tre quadranti il feno tornerà a calare, e farà tuttavia negativo, il cofeno poi anderà crefcendo, e farà pofitivo; così dell'arco CDEBZ il feno è ZY, il cofeno è AY: e quando fi farà giunti all' intera circonferenza il feno farà di nuovo nullo, e il cofeno farà eguale al raggio, la tangente farà zero, e la cotangente infinita: Onde farà Sen. $c = 0$, Cof. $c = r$, Cot. $c = \infty$. Se l'arco farà maggiore di tre quadranti, e minore della circonferenza, la tangente, e la cotangente faranno negative, come dell'arco CDEBZ la tangente è Ca, la cotangente è DH.

8. Quefti feni, cofeni, tangenti ec. fi chiamano con termine generale funzioni degli archi del circolo, o fia degli angoli, che hanno quefti archi per mifura.

9. Se all' intera circonferenza fi aggiungerà qualche arco, quefto aggregato avrà il medefimo feno, cofeno ec., che ha l'arco folo: Per lo che aggiungendo alla circonferenza un arco eguale ad x, farà Sen. $\overline{c+x} =$ Sen. x; Cof. $\overline{c+x} =$ Cof x ec. O pure aggiungendo il detto arco alla circonferenza prefa un numero n di volte, farà Sen. $\overline{nc+x} =$ Sen. x; Cof. $\overline{nc+x} =$ Cof. x ec.

10. Siccome fi fono prefi gli archi pofitivi da C verfo DE ec., così fi prenderanno gli archi negativi da C verfo BE ec. L'arco negativo CZ ha il feno negativo ZY, il cofeno pofitivo AY, la tangente Ca, e la cotangente DH negative. L'arco negativo CBF ha il feno negativo FG, il cofeno negativo AG, la tangente pofitiva CS, e la cotangente pofitiva DR. L'arco negativo CBEL ha il feno pofitivo LI, il cofeno negativo AI, la tangente Ca, e la cotangente DH negative. Finalmente l'arco negativo CBEDP ha il feno pofitivo PQ, il cofeno pofitivo AQ, la tangente pofitiva DR, e la cotangente pofitiva CS. Si vede pertanto in primo luogo, che tanto la tangente, e cotangente pofitiva, come la tangente, e cotangente negativa poffono fempre indicare degli archi minori della femi-

micirconferenza, o sia degli angoli minori di due retti: In secondo luogo, che qualora risulti la tangente positiva, e la cotangente negativa, o *vice versa*, gli archi saranno impossibili. Ogniqualvolta i seni dedotti dai calcoli delle quantità circolari saranno positivi, comunque siano i coseni, si dovranno prendere gli archi positivi, e pel contrario gli si prenderanno negativi, quando i seni saranno negativi, e ciò a motivo di avere sempre gli archi minori della semicirconferenza, e in conseguenza gli angoli minori di due retti, lo che è sempre necessario a fine di poter applicare il Canone de' seni ai triangoli. Chi avrà ben intese le esposte nozioni non avrà difficoltà a dedurne le seguenti evidentissime conseguenze.

COROLLARIO I.

11. Tra tutti i seni il maggiore è quello, che corrisponde all' angolo retto, il quale è eguale al raggio, e dicesi seno totale.

COROLLARIO II.

12. Il seno di un arco, come PD, è eguale alla metà della corda PK dell' arco doppio PDK, poichè il seno cade perpendicolare sul raggio, e il raggio (pel num. 145. Geom.), che è perpendicolare a una retta, la quale cade dentro al circolo, divide per metà e questa retta, e l'arco, che ella sostenta.

COROLLARIO III.

13. Ond'è, che il seno dell' arco di 30. gradi è eguale alla metà del raggio, perchè questo seno è la metà della corda di 60 gradi, la quale (pel num. 362. Geom.) è eguale al raggio: Conseguentemente se un angolo del triangolo rettangolo sarà di 30 gradi, il suo lato opposto sarà eguale alla metà dell' Ipotenusa: Come essendo l'angolo PAD di 30 gradi, sarà PK = AP, e però PN eguale alla metà di AP.

COROLLARIO IV.

14. La tangente di 45 gradi è eguale al raggio; poichè essendo l'angolo CAS di 45 gradi, il triangolo ACS sarà isoscele; quindi AC = CS.

COROLLARIO V.

15. La secante di 60 gradi è eguale al diametro; mentre (sia l'angolo TAD di 60 gradi, sarà l'angolo VAC di 30) i due triangoli VAX, TAD sono simili, a motivo, che hanno un angolo retto, e che tanto l' angolo VAX, come l'angolo ATD è di 30 gradi, e però si ha VX : AV : : AD [= AV] : AT; ma [pel num. 13.] XV è la metà di AV, dunque anche AD è la metà di AT, cioè AT è = 2AD, o sia eguale al diametro.

COROLLARIO VI.

16. Quando l'arco è minore di qualunque assegnabile, tale è ancora il seno verso, e crescendo l'arco, cresce egli pure gradatamente, così che sia eguale al raggio, quando l'arco è divenuto eguale al quadrante, indi passi ad essere eguale al diametro, quando l'arco è cresciuto fino alla semicirconferenza. Il seno verso pertanto di un arco minore di 90 gradi è eguale alla differenza, che passa fra il raggio, e il coseno; e il suo coseno verso è eguale alla differenza, che passa tra il raggio, e il seno: Il seno verso poi del supplemento è eguale alla somma del raggio, e del coseno.

COROLLARIO VII.

17. Se si prenderà l'ipotenusa di un triangolo rettangolo pel raggio del circolo, o sia pel seno totale, gli altri due lati saranno i seni dei loro angoli opposti, come nel triangolo APN, in cui l'ipotenusa AP è il raggio, o seno totale, il lato PN è il seno dell'angolo PAN, e il lato AN è il coseno, o sia il seno dell'angolo APN: Che se del triangolo rettangolo, come ADR si prenderà un lato AD pel raggio, o seno totale, l'altro lato sarà la tangente del suo angolo opposto, e l'ipotenusa sarà la secante.

18. Stante ciò è cosa facile il vedere, che in un qualunque triangolo ADE [F. 351.] la somma AD+AE di due de' suoi lati quali si siano sta alla loro differenza AE—AD=CE, come la tangente della metà della somma degli angoli D, E opposti a questi lati alla tangente della metà della loro differenza. Si faccia centro in A, e coll'intervallo AD, che de' due detti lati è il minore, si descriva il circolo BCD, onde sarà BE la somma dei lati, e CE la loro differenza. Dal punto D al punto C si conduca la retta DC, cui si tiri parallela dal punto E la retta EG, la quale vada a incontrare in G la retta BG, che dal punto B si conduce pel punto D, e la quale fa tanto colla DC, come colla sua parallela GE un angolo retto; poichè l'angolo BDC è nel semicircolo. Ora l'angolo DAB esterno è eguale ai due interni opposti ADE, AED; ma l'angolo BCD alla circonferenza è la metà dell'angolo BAD al centro (pel num. 178. Geom.]; dunque l'angolo BCD, o sia BEG, che gli è eguale a motivo delle parallele DC, GE, è eguale alla metà della somma dei due angoli ADE, AED. Perchè poi [pel num. 85. del I. Tomo] con levarsi dalla maggiore di due quantità la metà della loro somma, il residuo è la metà della loro differenza, se da ADE, che è il maggiore de' due detti angoli, si leverà l'angolo ADC eguale all'angolo ACD, che si è trovato essere la metà della loro somma, resterà l'angolo CDE, e però DEG, che gli è eguale a motivo delle parallele DC, GE [pel num. 86. Geom.] eguale alla metà della differenza di questi due angoli. Ma a motivo dei triangoli simili EGB, CDB si ha EB : EC :: GB : GD. Se pertanto e nel triangolo rettangolo EBG, e nell'altro EDG si prenderà il lato EG pel raggio, sarà GD la tangente dell'angolo BEG metà della somma dei due angoli ADE, AED; e GD la tangente dell'angolo DEG metà della loro differenza; conseguentemente la somma dei due lati di un triangolo sta alla loro differenza, come la tangente della metà della somma degli angoli opposti a questi lati sta alla tangente della metà della loro differenza.

CO-

COROLLARIO VIII.

19. Tanto un angolo ottuſo EAP [F. 1.], come un angolo acuto CAP, che è il di lui ſupplemento, hanno le medeſime funzioni, cioè ſeno PQ, coſeno AQ, tangente CS, cotangente DR, ſecante AS, e coſecante AR: Per lo che ſe la circonferenza ſi dirà $= c$, e un angolo qualunque, o arco minore del quadrante ſi dica $= m$, i quattro ſeguenti archi, o angoli m, $\frac{c}{2} - m$, $- m$, $- \frac{c}{2} + m$ avranno eguali i ſeni, coſeni tangenti ec., che alle volte dovranſi prendere negativi: Onde è Sen. $\frac{c}{2} - m =$ Sen. m; Sen. $- \frac{c}{2} + m =$ Sen. $- m = -$ Sen. m; Coſ. $- m =$ Coſ. m; Coſ. $\overline{\frac{c}{2} - m} =$ Coſ. $\overline{- \frac{c}{2} + m} = -$ Coſ. m. E quì ſi oſſervi, che eſſendo l' arco CP $= m$, ſarà $\frac{c}{2} - m =$ EDP, e Sen. $\overline{\frac{c}{2} - m} =$ Sen. $m =$ PQ $=$ AN $=$ Coſ. $\overline{\frac{c}{4} - m}$, cioè è eguale al coſeno dell'arco PD complemento dell' arco propoſto m, o pure Sen. $\overline{\frac{c}{4} + m} =$ Coſ. m: Per lo che ſe ſarà dato un arco qualunque $= m$, ſarà Sen. $\frac{1}{2} m =$ Coſ. $\frac{1}{2}$ ſuppl. di m; e Coſ. $\frac{c}{2} - m =$ Coſ. $m =$ AQ $=$ PN $=$ Sen. $\overline{\frac{c}{4} - m}$, che è il ſeno dell' arco DP complemento dell' arco propoſto m; o ſia Coſ. $\overline{\frac{c}{4} + m} = -$Sen. m. Iſteſſamente ſi trova Sen. $\frac{c}{2} + m = -$ Sen. m; e Coſ. $\overline{\frac{c}{2} + m} = -$Coſ. m ec. Che ſe ſi prenderanno due archi eguali CDK, EDP, eſſi avranno i ſeni PQ, KG, e i coſeni AQ, AG eguali, ſe non che un coſeno ſarà poſitivo, e l'altro negativo: Egli è poi arbitrario il prendere i coſeni poſitivi da che parte ſi vuole; ma ſiſſati che ſi ſiano, gli oppoſti ſono negativi, nè è più in libertà il mutarli.

CO-

COROLLARIO IX.

20. Il seno PQ di un arco qualunque CP è eguale al coseno AN dell' arco PD del complemento; e così il coseno AQ dell' arco CP è eguale al seno PN dell' arco PD del complemento: Onde generalmente si ha Sen. $\overline{\frac{c}{4} - m} = \text{Cos.}\ m$, e Cos. $\overline{\frac{c}{4} - m} = \text{Sen.}\ m$.

COROLLARIO X.

21. Essendo che (pel num. 12.) il seno è la metà della corda dell' arco doppio, si intende, che in un triangolo qualunque le metà dei lati sono eguali ai seni degli angoli opposti, poichè al triangolo circoscrivendosi un circolo, gli angoli di questo triangolo trovandosi alla circonferenza avranno per misura le metà degli archi sostenuti dai loro lati opposti: Onde le metà di questi lati, che sono perciò corde di archi doppj, sono eguali ai seni degli angoli opposti. Quindi perchè i tutti stanno nella stessa ragione delle loro metà, però in qualunque triangolo i seni degli angoli stanno come i loro lati opposti: Così nel triangolo BCD (Fig. 349.) il seno dell' angolo BDC è EC, che è il seno dell'angolo EAC, cui è eguale l'angolo BDC, lo che vale pure per gli altri angoli. Parimente nel triangolo ottusangolo RPQ [Fig. 350.] il seno dell' angolo RQP è RT, che è il seno dell'angolo TMR eguale all'angolo RNP, il quale essendo il complemento dell'angolo RQP, ha lo stesso di lui seno (pel num. 19.).

22. Da ciò impariamo a dividere, o aumentare un proposto angolo in modo, che i seni delle di lui parti stiano in una data ragione. Si debba primieramente dividere l'angolo VPS (Fig. 353.) in modo, che i seni delle parti, nelle quali deve restare diviso, stiano fra loro nella ragione di m: 1. Si prolunghi indefinitamente verso X il lato VP, su cui si prenda la porzione PQ, e sul lato PS la porzione PR, le quali due porzioni stiano fra loro come m: 1. Si uniscano le estremità Q, R colla retta QR, alla quale dal vertice P dell' angolo si conduca parallela la retta PT; ed essa dividerà l' angolo proposto VPS nel modo cercato; mentre a motivo delle parallele PT, QR l' angolo VPT è eguale all'angolo PQR, e l'angolo TPR è eguale all'angolo PRQ: Ma il seno dell' angolo PQR sta al seno dell'angolo PRQ, come il lato PR al lato PQ, cioè come m: 1; dunque anche il seno dell'angolo VPT sta al seno dell'angolo TPR nella ragione di m: 1, come si cercava. Si debba in secondo luogo aumentare l' angolo RPT dell'angolo TPV in modo, che il seno dell'angolo dato RPT stia al seno dell'angolo accresciuto TPV, come 1: m. Al lato PT si conduca comunque una parallela indefinita RQ, che incontri in R il lato PS; poscia si prenda PQ tale, che stia a PR nella ragione data di 1 : m. Si prolunghi QP in V, e l'angolo VPT sarà il ricercato, come costa da quanto pur ora si è detto. Che se il seno dell' angolo accresciuto VPT dovrà stare al seno dell'aggregato dell' angolo dato, e accresciuto VPR nella ragione di 1 : m, si prenda PR, PT, che stiano fra loro come 1 : m: Per i punti

R, T si conduca la retta TR, cui si tiri parallela la retta PV, e l' angolo VPT sarà il ricercato; poichè l' angolo VPR a motivo delle parallele PV, RT è eguale all' angolo TRS; ma tanto l' angolo TRS, come l' angolo PRT ha il medesimo seno (pel num. 19.) e il seno dell' angolo PTR sta al seno dell' angolo PRT, come il lato PR al lato PT, o sia come $1 : m$. Dunque anche il seno dell' angolo VPT sta al seno dell' angolo VPS, come $1 : m$. Stando pertanto in qualsivoglia triangolo i seni degli angoli, come i loro lati opposti, e (pel num. 18.) stando la somma di due lati alla loro differenza, come la tangente della metà della somma degli angoli opposti sta alla tangente della metà della loro differenza; però la somma dei seni di due archi sta alla differenza, come la tangente della metà della somma dei detti archi alla tangente della metà della differenza.

COROLLARIO XI.

23. Sia adunque un triangolo qualunque BCD (F. 349.), di cui il lato BC si ponga $= P$; il lato $CD = Q$; il lato $DB = R$; e l' angolo $B = m$, l'angolo $C = n$, sarà il terzo angolo $D = \times\ 180° - m - n$. Onde sarà Sen. $B =$ Sen. m; Sen. $C =$ Sen. n; Sen. $D =$ Sen. $\overline{180° - m - n}$. Ora l' arco di $180° - m - n$ essendo il supplemento dell' arco $m + n$, ha (pel num. 19.) con quest' arco il medesimo seno, però è Sen. $\overline{180° - m - n} =$ Sen. $\overline{m + n}$. Si ha pertanto $P : Q ::$ Sen. $\overline{m + n}$: Sen. m, cioè (I) $P \times$ Sen. $m = Q \times$ Sen. $\overline{m + n}$, e $Q : R ::$ Sen. m Sen. n, e in conseguenza (II) $Q \times$ Sen. $n = R \times$ Sen. m. Ed ecco che mediante queste due equazioni si può trovare qualunque delle cinque quantità P, Q, R, m, n, purchè ne siano cognite tre. E primieramente siano cogniti i due angoli m, n, e il lato P; che però resteranno a trovarsi i due lati Q, R, mentre il terzo angolo resta cognito, essendone dati due. Dall' equazione (I) si ha

$$(1)\quad Q = \frac{P \times \text{Sen. } m}{\text{Sen. } \overline{m + n}}$$

il qual valore sostituito nell' equazione (II), dà il seguente valore di R

$$(2)\quad R = \frac{P \times \text{Sen. } n}{\text{Sen. } \overline{m + n}}$$

In secondo luogo siano dati i due lati R, Q, e l' angolo m opposto al lato Q: Si dovrà adunque trovare il lato P, e l' angolo n. Si osservi, che è necessario il sapere di che spezie è l' angolo n cercato, cioè se è acuto, o ottuso a motivo, che hanno lo stesso seno tanto l' angolo acuto come l' angolo ottuso del supplemento. Dall' equazione (II) si ha

$$(3)\quad \text{Sen. } n = \frac{R \times \text{Sen. } m}{Q} = \text{all' angolo, che suppongo} = r$$

Si

Si sostituisca il valore di quest'angolo nell' equazione (I), indi si ricavi il valore di P, che trovasi essere

$$(4)\quad P = \frac{Q \times \text{Sen.}\,\overline{m+s}}{\text{Sen.}\,m}$$

Siano dati in terzo luogo i due lati P, Q, e l'angolo n compreso fra loro, e però si cerchi il lato R, e gli altri due angoli CBD, CDB, uno de' quali dirò $=r$, e l'altro $=s$. Quantunque ciò ottenere si possa per mezzo delle due precedenti equazioni, pure perchè il calcolo riesce lungo, e la formola assai composta, mi prevalerò del num. 18. Starà adunque la somma P + Q dei due lati alla loro differenza P — Q, come la tangente della metà della somma dei due angoli cercati, la qual somma è $= 180° - n$ (pel num. 226. 6°. Geom.), cioè Tang. $\overline{\frac{180° - n}{2}}$, alla tangente della metà della loro differenza, vale a dire Tang. $\overline{\frac{r-s}{2}}$: Onde si ha

$$(5)\quad \text{Tang.}\,\overline{\frac{r-s}{2}} = \frac{\overline{P-Q} \times \text{Tang.}\,\overline{\frac{180° - n}{2}}}{P+Q}$$

Ora che si ha mediante questa equazione la metà della differenza dei due angoli r, s, e che pure è cognita la metà della loro somma, quale è $\frac{180° - n}{2}$, si troverà l'uno, e l'altro giusta il num. 85. del I Tomo, poichè l'angolo maggiore sarà eguale alla metà della detta somma più la metà della differenza, e il minore sarà eguale alla metà della somma meno la metà della differenza. Essendosi pertanto trovati i due angoli r, s, e posto che sia $r = m =$ all' angolo DBC, si avrà mediante l'equazione (II.) il rimanente lato R così

$$(6)\quad R = \frac{Q \times \text{Sen.}\,n}{\text{Sen.}\,m}$$

24. Qualora il triangolo sia rettangolo, come BEG (F. 351.), in cui suppongo BG = P, BE = Q, GE = R, l'angolo BGE $= m$, e l'angolo GBE $= n$, in tal caso perchè l'angolo $m = 90°$, il suo seno è $= r$, cioè al raggio, e però Sen. $m = r$, e Sen. $\overline{m+n}$ = Sen. $\overline{90° + n}$ = Cos. n (pel num. 19.): Onde le due equazioni del n. 23. diventano assai più semplici, cioè (III.) Pr = Q × Cos. n; (IV.) Q × Sen. n = Rr; e perchè (pel num. 17) come un lato sta all'altro, così il raggio sta alla tangente, sarà (V.) Rr = P × Tang. n. Quindi è, che delle quattro quantità P, Q, R, n basta che ne siano date due per trovare ancora le

 altre,

altre. Se pertanto saranno dati i due lati P, R, si troverà primieramente l' angolo n per mezzo dell'equazione (V.) così

$$(7) \quad \text{Tang. } n = \frac{R\,r}{P}$$

e sostituendosi il valore di quest' angolo trovato, che pongo $= t$, si troverà l'ipotenusa BE mediante l'equazione (IV.) così

$$(8) \quad Q = \frac{R\,r}{\text{Sen.}\,t}$$

Sia dato in secondo luogo il lato EG, e l'ipotenusa BE, si troverà l'angolo n mediante l' equazione (IV.) così

$$(9) \quad \text{Sen. } n = \frac{R\,r}{Q}$$

poscia si troverà l'altro lato BG per mezzo dell' equazione (V.) dopo averci sostituito il poc'anzi trovato valore dell'angolo n, che faccio $= t$, così

$$(10) \quad P = \frac{R\,r}{\text{Tang.}\,t}, \text{ o sia } R = \frac{P \times \text{Tang. } t}{r}$$

Isteſſamente si opererà per trovare il lato GE essendo dato il lato BG, e l' ipotenusa BE

In terzo luogo sia dato il lato GE con l' angolo n, e si debba trovare l' ipotenusa, e l'altro lato. Per mezzo dell' equazione (V.) si troverà il lato BG così

$$(11) \quad P = \frac{R\,r}{\text{Tang.}\,n}, \text{ o sia } R = \frac{P \times \text{Tang. } n}{r}$$

e mediante l' equazione (IV.) si trovi l'ipotenusa così

$$(12) \quad Q = \frac{R\,r}{\text{Sen.}\,n}$$

Finalmente sia dato l' angolo n, e l' ipotenusa BE: Si troverà il lato GE per mezzo dell' equazione (IV.) così

$$(13) \quad R = \frac{Q \times \text{Sen. } n}{r}$$

poi si troverà l'altro lato BG mediante l'equazione [III.] così

$$[14] \quad P = \frac{Q \times \text{Cof. } n}{r}$$

CO-

COROLLARIO XII.

25. Poichè il ſeno per eſempio PN [Fig. 348.] è ſempre perpendicolare al coſeno AN; quindi facendoſi $= m$ uno dei due angoli acuti, e l'altro $= n$, e l'ipotenuſa $= r$, ſi avrà [pel num. 270. Geom.] $r^2 = \overline{\text{Sen. } m}^2 + \overline{\text{Coſ. } n}^2$, conſeguentemente $r^2 - \overline{\text{Sen. } m}^2 = \overline{\text{Coſ. } n}^2$, e $r^2 - \overline{\text{Coſ. } n}^2 = \overline{\text{Sen. } m}^2$.

COROLLARIO XIII.

26. Stante poi la ſomiglianza dei due triangoli APN, ARD ſi ha [con prendere l'angolo PAD $= m$, e AD pel raggio $= r$]
(I.) AN : PN :: AD : DR, cioè Coſ. m : Sen. m :: r : Tang. m
(II.) AN : AD :: AP : AR   Coſ. m : r :: r : Sec. m
[III.] AP : PN :: AR : RD r : Sen. m :: Sec. m : Tang. m
Parimente dalla ſomiglianza dei due triangoli AQP, ACS ſi ha
(IV.) AQ : QP :: AC : CS   Sen. m : Coſ. m :: r : Cot. m
(V.) AQ : AP :: AC : AS   Sen. m : r :: r : Coſec. m
(VI.) AP : AS :: QP : CS r : Coſec. m : Coſ. m : Cot. m
E dalla ſomiglianza dei triangoli APN, ARD, ACS ſi ha
[VII.] AD : DR :: CS : CA r : Tang. m :: Cot. m : r
(VIII.) AR : DR :: AS : AC   Sec. m : Tang. m :: Coſec. m : r
(IX.) AD : AR :: CS : AS r : Sec. m :: Cot. m : Coſec. m
Che ſe di un arco dato, come CV, ſi prenderà il doppio, cioè CP, il ſeno di queſt'arco doppio ſarà PQ; il coſeno dell'arco dato CV è AX $=$ VM, e il doppio del ſeno dell'arco dato CV è CP. Ora [pel num. 257. Geom.] i due triangoli CPQ, AVM ſono ſimili, perchè hanno i lati tra loro vicendevolmente perpendicolari, e però ſi ha AV : VM :: CP : PQ. Onde dicendoſi $= m$ l'angolo dato CAV, perchè in tal caſo è VM $=$ Coſ. m; CP $= 2$ Sen. m; PQ $=$ Sen. $2m$; però eſſendo dato un angolo $= m$ ſi ha generalmente queſta proporzione
(X.) r : Coſ. m :: 2 Sen. m : Sen. $2m$

27. Se di un arco dato CP (Fig. 348.) ſi prenderà la metà CV, indi ſi conduca il raggio AV, e dall'eſtremità P dell'arco all'eſtremità E del diametro ſi tiri la retta PE, ſaranno ſimili i due triangoli CAW, QEP, poichè ſono rettangoli, ed hanno eguali gli angoli GAW, QEP, ognuno de' quali (per coſtruzione) è la metà dell'angolo CAP: Onde ſi ha EQ : QP :: AC : CW, cioè il raggio più il coſeno dell'arco dato ſta al di lui ſeno, come il raggio ſta alla tangente della metà di queſt'arco; e però l'arco dato dicendoſi $= m$ ſi ha la proporzione generale

(XI.) $r +$ Coſ. m : Sen. m :: r : Tang. $\frac{1}{2} m$.

E perchè dal triangolo EPQ con condurre dal centro A al lato EP la perpendicolare An, con che il lato EP reſta diviſo (pel num. 145. Geom.) per metà in n, e in

e in oltre Pn è eguale ad AX, che è il coſeno dell'arco CV metà dell'arco CP, ſi deduce EA: En:: EP ($=2Pn$): EQ, perciò ſi ottiene queſta general proporzione

(XII.) r : Coſ. $\frac{1}{2}m$: : 2 Coſ. $\frac{1}{2}m$: $r +$ Coſ. m.

Così pure eſſendo ſimili i due triangoli CPQ, EAn, ſi ha EA: An: : CP: CQ; Ma dicendoſi $= m$ l' arco CP, la retta CQ è eguale al raggio meno il coſeno dell' arco CP, e la retta CP, che è doppia della An, è il doppio del ſeno di CV metà dell'arco dato CP, conſeguentemente An è il ſeno della metà dell' arco CP; però dalla precedente proporzione ſi ha queſta generale

[XIII.] r: Coſ. $\frac{1}{2}m$: : 2 Coſ. $\frac{1}{2}m$: $r -$ Coſ. m.

Parimente perchè ſono ſimili i due triangoli CPQ, CAW, ſi ha PQ: CQ: : AC: CW, cioè ſta il ſeno di un arco dato al raggio diminuito del di lui coſeno, come il raggio alla tangente della metà di queſt'arco; onde ſi ha

[XIV.] Sen. m : $r -$ Coſ. m : : r : Tang. $\frac{1}{2}m$.

In oltre la ſomiglianza dei due triangoli QPE, TAD ſomminiſtra PQ: QE:: AD: DT, cioè come ſta il ſeno di un arco dato all' aggregato del raggio, e del ſuo coſeno, così ſta il raggio alla cotangente della metà del propoſto arco; quindi ſi ha

[XV.] Sen. m : $r +$ Coſ. m:: r: Cot. $\frac{1}{2}m$:

O pure a motivo dei due triangoli ſimili CPQ, TAD ſi ha CQ: QP: : AD: DT, o ſia come il raggio meno il coſeno dell'arco dato al di lui ſeno, così il raggio alla cotangente della metà di queſt'arco, e però

[XVI.] $r -$ Coſ. m: Sen. m : : r: Cot. $\frac{1}{2}m$.

Giuſta il num. 265 Geom. eſſendo ∸ EC: CP: CQ, ſi trova eſſere

[XVII.] ∸ $2r$: 2 Sen. $\frac{1}{2}m$: $r -$ Coſ. m;

e così pure eſſendo ∸ EC: PE: EQ, ſi ritrova

[XVIII.] ∸ $2r$: 2 Sen. di $\frac{1}{2}$ del ſuppl. di m: r + Coſ. m

Se ſi prenderanno due archi uno, che ſi chiami $= m$, e l'altro $= n$, ſi avrà mediante la preced. proporzione [II.] $r^2 =$ Coſ. m X Sec. m, ed $r^2 =$ Coſ. n X Sec. n, conſeguentemente Coſ. m X Sec. $m =$ Coſ. n X Sec. n, e però
[XIX.] Coſ. n : Coſ. m: Sec. m : Sec. n,
o ſia [giuſta la proporzione V] ſi avrà
[XX.] Sen. n: Sen. m : : Coſec. m: Coſec. n,
cioè a dire ſe ſaranno dati due archi, i loro ſeni ſtaranno in ragione reciproca delle ſecanti degli archi del complemento. Nello ſteſſo modo ſi deduce dalla proporzione (VII.) la ſeguente
(XXI.) Tang. n: Tang. m : : Cot. m : Cot. n

28. Da queste proporzioni si possono dedurre le seguenti formole a fine di sostituire i seni alle tangenti ec.

Dalla (I.) si ha

(XXII.) $\text{Sen. } m = \frac{\text{Cos. } m \times \text{Tang. } m}{r} = \frac{r \times \text{Tang. } m}{\text{Sec. } m}$ (dalla III.) $= \frac{r \times \text{Cos. } m}{\text{Cot. } m.}$

dalla (IV.) $= \frac{r^2}{\text{Cosec. } m}$ (dalla V.) $= \frac{\overline{r + \text{Cos. } m} \times \text{Tang. } \frac{1}{2} m}{r}$ (dalla XI.)

Dalla (I.)

(XXIII.) $\text{Cos. } m = r \frac{\times \text{Sen. } m}{\text{Tang. } m} = \frac{r^2}{\text{Sec. } m}$ (Dalla II.) $= \frac{\text{Sen. } m \times \text{Cot. } m}{r}$

[dalla IV.] $= \frac{r \times \text{Cot. } m}{\text{Cosec. } m}$ [dalla VI.] $= \frac{r \times \text{Sen. } 2m}{2 \text{ Sen. } m}$ [dalla X.), e da questa si ricava $\frac{1}{2} \text{Sen. } 2m = \frac{\text{Sen. } m \times \text{Cos. } m}{r}$: Che se in questo secondo membro si sostituirà in vece del Cos. m il suo valore $= \frac{r \times \text{Sen. } m}{\text{Tang. } m}$ poc'anzi trovato, si avrà $\frac{1}{2} \text{ Sen. } 2m = \frac{\overline{\text{Sen. } m}^2}{\text{Tang. } m}$, o pure sostituendosi in luogo del Cos. m l'altro suo valore $\frac{\text{Sen. } m \times \text{Cot. } m}{r}$, sarà $\frac{1}{2} \text{Sen. } 2m = \frac{\overline{\text{Sen. } m}^2 \times \text{Cot. } m}{r^2}$; e dalla proporzione [XI.] si deduce $\frac{\overline{r \times \text{Sen. } m - \text{Tang. } \frac{1}{2} m}}{\text{Tang. } \frac{1}{2} m} = \text{Cos. } m$

(dalla XIV.) $\frac{r^2 - \text{Sen. } m \times \text{Tang. } \frac{1}{2} m}{r}$

dalla(I.)[XXIV.]$\text{Tang. } m = \frac{r \times \text{Sen. } m}{\text{Cos. } m} = \frac{\text{Sen. } m \times \text{Sec. } m}{r}$ (dalla III.) $= \frac{r^2}{\text{Cot. } m}$

(dalla VII.) $= \frac{r \times \text{Sec. } m}{\text{Cosec. } m}$ [dall'VIII.]

[dallaIV.](XXV.)$\text{Cot. } m = \frac{r \times \text{Cos. } m}{\text{Sen. } m} = \frac{\text{Cos. } m \times \text{Cosec. } m}{r}$ [dalla VI.] $= \frac{r^2}{\text{Tang. } m}$

(dalla VII.) $= \frac{r \times \text{Cosec. } m}{\text{Sec. } m}$ [dalla IX.]

PRO-

PROBLEMA I.

29. Essendo dati i seni, e i coseni di due archi GD, DC (Fig. 352.), si debbano trovare i seni, e i coseni della loro somma, e differenza.

30. Risol. Per l'estremità D dell'arco GD si conduca il raggio AD: E saranno Db, Ab, il seno, e il coseno dell'arco GD; così Ca, Aa saranno il seno, e il coseno dell'arco DC: Onde devesi trovare CH, AH seno, e coseno dell'arco GC, che è la somma dei due dati; ed FE, AE seno, e coseno dell'arco GF, che è la differenza dei due dati. Dal punto a si conduca ad parallela a Db, ed aP parallela ad AG: Mediante i due triangoli simili Aad, ADb si ha $AD : Db :: Aa : ad$, conseguentemente $ad = HP = \frac{Db \times Aa}{AD}$: In oltre dai due triangoli simili ADb, PaC si deduce $AD : Ab :: Ca : CP$; e però $CP = \frac{Ab \times Ca}{AD}$. Ma $CH = HP + PC$, ed $FE = HQ = HP - PQ$, e $PQ = CP$ a motivo di $Ca = aF$, e delle parallele Pa, QF. Dunque il seno della somma dei due dati archi è $= HC = HP + PC = \frac{Db \times Aa + Ab \times Ca}{AD}$, e il seno della loro differenza è $FE = HQ = HP - PC = \frac{Db \times Aa - Ab \times Ca}{AD}$. Per avere i loro coseni si prendano i due triangoli simili Aad, ADb, dai quali si ha $AD : Ab :: Aa : Ad$; onde $Ad = \frac{Ab \times Aa}{AD}$: Poi dai due triangoli simili ADb, Fae si ha $AD : Db :: Fa : Fe$; quindi $Fe = \frac{Db \times Fa}{AD}$. Ora il coseno della somma dei due dati archi è $= AH = Ad - Hd$, (ed $Hd = Fe$) $= Ad - Fe$; e il coseno della loro differenza è $= AE = Ad + FE$. Dunque il coseno della somma dei due archi dati è $\frac{Ab \times Aa - Db \times Fa}{AD}$, e il coseno della loro differenza è $\frac{Ab \times Aa + Db \times Fa}{AD}$.

31. Se pertanto l'angolo GAD si dirà $= m$, e l'angolo $DAC = n$, si avrà

$$\text{(I.)} \quad \text{Sen.}\, \overline{m+n} = \frac{\text{Sen.}\, m \times \text{Cos.}\, n + \text{Cos.}\, m \times \text{Sen.}\, n}{r}$$

$$\text{(II.)} \quad \text{Sen.}\, \overline{m-n} = \frac{\text{Sen.}\, m \times \text{Cos.}\, n - \text{Cos.}\, m \times \text{Sen.}\, n}{r}$$

$$\text{(III.)} \quad \text{Cos.}\, \overline{m+n} = \frac{\text{Cos.}\, m \times \text{Cos.}\, n - \text{Sen.}\, m \times \text{Sen.}\, n}{r}$$

$$\text{(IV.)} \quad \text{Cos.}\, \overline{m-n} = \frac{\text{Cos.}\, m \times \text{Cos.}\, n + \text{Sen.}\, m \times \text{Sen.}\, n}{r}$$

Se si prenderà il raggio $= r = 1$, le formole diverranno più semplici.

CO-

COROLLARIO I.

32. Se pertanto si dovranno trovare il seno, e il coseno della somma di tre archi dati, ciò si otterrà per mezzo delle precedenti formole: Si prenda primieramente il seno, e il coseno della somma di due de' suddetti archi, poscia servendosi delle stesse formole si prenda il seno, e il coseno dell' arco, che è eguale alla somma di quest' arco col terzo de' già proposti: Come se gli archi proposti saranno a, b, c, d'ognuno de' quali sia dato il seno, e il coseno, si trovi in primo luogo il seno, e il coseno di $a+b$; poscia col seno; e coseno di quest' arco $a+b$, e dell'arco c si prenda il seno, e il coseno dell' arco $a+b+c$. Continuando a operare si troverà il seno, e il coseno dell' arco eguale alla somma di quattro, di cinque ec. archi dati.

COROLLARIO II.

33. Se i due archi dati saranno eguali, in tal caso sarà $m=n$, e però il seno, e il coseno di un arco doppio si avrà con sostituire nelle precedenti formole m in luogo di n: Onde dalla formola (I.) si avrà

$$\text{(V.)} \quad \text{Sen. } 2m = \frac{2 \text{ Sen. } m \times \text{Cos. } m}{r}.$$

e dalla (III.) si avrà

$$\text{(VI.)} \quad \text{Cos. } 2m = \frac{\overline{\text{Cos. } m}^2 - \overline{\text{Sen. } m}^2}{r}.$$

La formola (II.) poi fa vedere, che il seno della differenza di due archi eguali è $=0$, come si è detto al num. 4.; poichè sostituendosi m in luogo di n si ha Sen. $\overline{m-m} = \frac{0}{r}$, che è una quantità minore di qualunque assegnabile; e la formola (IV.) fa vedere, che il coseno della differenza di due archi eguali è eguale al raggio $=r$, come si è detto al num. 4; mentre sostituendosi m in luogo di n, ne viene Cos. $\overline{m-m} = \frac{\overline{\text{Cos. } m}^2 + \overline{\text{Sen. } m}^2}{r}$; ma (pel num. 25.) è $\overline{\text{Cos. } m}^2 + \overline{\text{Sen. } m}^2 = r^2$, dunque Cos. $\overline{m-m} = \frac{r^2}{r} = r$.

COROLLARIO III.

34. Parimente se si vorrà il seno, e il coseno di un arco triplo, cioè Sen. $3m$, si prenda dalla formola (I.) il seno di $2m+m$ così Sen. $\overline{2m+m} = \frac{\text{Sen. } 2m \times \text{Cos. } m + \text{Sen. } m \times \text{Cos. } 2m}{r}$; ma (pel num. 33.) Sen. $2m =$

$\frac{2 \text{ Sen. } m \times \text{Coſ. } m}{r}$, e Coſ. $2m = \frac{\overline{\text{Coſ. } m}^2 - \overline{\text{Sen. } m}^2}{r}$; facendoſi adunque queſte ſoſtituzioni ſi avrà Sen. $3m =$

$\frac{2 \text{ Sen. } m \times \overline{\text{Coſ. } m}^2 + \text{Sen. } m \times \overline{\text{Coſ. } m}^2 - \overline{\text{Sen. } m}^3}{r^2}$; e poichè [pel num. 25.] $\overline{\text{Coſ. } m}^2 = r^2 - \overline{\text{Sen. } m}^2$, ſe ſi ſoſtituirà queſto valore di $\overline{\text{Coſ. } m}^2$, ſi avrà finalmente

$$[\text{VII.}] \ \text{Sen. } 3m = \frac{3 r^2 \text{ Sen. } m - 4 \overline{\text{Sen. } m}^3}{r^2}.$$

Iſteſſamente ſi trova Coſ. $3m = \frac{\overline{\text{Coſ. } m}^3 - \text{Coſ. } m \times \overline{\text{Sen. } m}^2 - 2 \overline{\text{Sen. } m}^2 \times \text{Coſ. } m}{r^2}$

e ſoſtituendoſi $r^2 - \overline{\text{Coſ. } m}^2$ in luogo di $\overline{\text{Sen. } m}^2$, cui è eguale [pel num. 25.] ſi avrà per ultimo

$$[\text{VIII.}] \ \text{Coſ. } 3m = \frac{4 \overline{\text{Coſ. } m}^3 - 3 r^2 \text{ Coſ. } m}{r^2}.$$

Collo ſteſſo metodo operando ſi potranno continuare queſte formole eſibenti i ſeni, e i coſeni dei ſuſſeguenti archi moltiplici di un arco dato: Ma hanno queſto incomodo, che per ciaſcun ſeno, e coſeno di un propoſto arco moltiplice di un arco dato biſogna calcolar la ſua formola, e il calcolo diventa ſempre più lungo, e moleſto, quanto maggiore è il numero eſprimente la moltiplicità dell'arco dato: Che però ſoggiungerò una formola generale, di cui potraſſi prevalere per trovare il ſeno, e il coſeno di un qualunque arco moltiplice di un arco dato. Si prenda dell'arco dato il coſeno più, e meno il ſeno moltiplicato nella radice immaginaria dell'unità, cioè [poſto $= m$ l'arco dato] Coſ. $m \pm$ Sen. $m \sqrt{-1}$, che ſi innalzi al quadrato con $\overline{\text{Coſ. } m \pm \text{Sen. } m \sqrt{-1}}^2 = \overline{\text{Coſ. } m}^2 \pm 2 \text{Coſ.} m \times \text{Sen.} m \sqrt{-1} - \overline{\text{Sen. } m}^2$: Ma [pel num. 33.] $\overline{\text{Coſ. } m}^2 - \overline{\text{Sen. } m}^2 = \text{Coſ. } 2m$ [per rendere più comodo il calcolo ſi fa $r = 1$], e $2 \text{ Sen. } m \times \text{Coſ. } m = \text{Sen. } 2m$: Onde facendoſi la ſoſtituzione di queſti valori, ſi avrà $\overline{\text{Coſ. } m \pm \text{Sen. } m \sqrt{-1}}^2 =$ Coſ. $2m \pm$ Sen. $2m \sqrt{-1}$, che ſi moltiplichi per Coſ. $m \times \pm$ Sen. $m \sqrt{-1}$, e ne verrà Coſ. $2m \times$ Coſ. $m \pm$ Coſ. $m \times$ Sen. $2m \sqrt{-1} \pm$ Coſ. $2m \times$ Sen. $m \sqrt{-1} \pm$ Sen. $m \times$ Sen. $2m = \overline{\text{Coſ. } m \pm \text{Sen. } m \sqrt{-1}}^3$: E perchè [per la formola [III.] del num. 31.] è Coſ. $\overline{2m + m} =$ Coſ. $2m \times$ Coſ. $m -$ Sen. $2m \times$ Sen. $m =$ Coſ. $3m$; e (per la formola [I.]) è Sen. $\overline{2m + m} =$ Sen. $2m \times$ Coſ. $m +$ Coſ. $2m \times$ Sen. m $=$ Sen. $3m$; ſe ſi faranno queſte ſoſtituzioni nella precedente formola, eſſa ſi cambie-

bierà in $\text{Cof. } 3m \pm \text{Sen. } 3m\sqrt{-1} = \overline{\text{Cof. } m \pm \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^3$. Si moltiplichi l'uno, e l'altro membro di questa equazione per $\text{Cof. } m \pm \text{Sen. } m\sqrt{-1}$, e dopo aver fatto il calcolo colle opportune sostituzioni già praticate, si troverà $\text{Cof. } 4m \pm \text{Sen. } 4m\sqrt{-1} = \overline{\text{Cof. } m \pm \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^4$. Il processo pertanto dell'operazione fa vedere, che generalmente per una potestà indeterminata t si ha $\overline{\text{Cof. } m + \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t = \text{Cof. } tm + \text{Sen. } tm\sqrt{-1}$; e $\overline{\text{Cof. } m - \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t = \text{Cof. } tm - \text{Sen. } tm\sqrt{-1}$. Ora si faccia in primo luogo la somma di queste due equazioni, e si avrà $\overline{\text{Cof. } m + \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t + \overline{\text{Cof. } m - \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t = 2\,\text{Cof. } tm$; conseguentemente

$$[\text{IX.}]\ \text{Cof. } tm = \frac{\overline{\text{Cof. } m + \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t + \overline{\text{Cof. } m - \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t}{2}.$$

In secondo luogo si sottragga la seconda dalla prima, e si avrà
$\overline{\text{Cof. } m + \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t - \left(\overline{\text{Cof. } m - \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t\right. = 2\,\text{Sen. } tm\sqrt{-1}$,
e però

$$[\text{X.}]\ \text{Sen. } tm = \frac{\overline{\text{Cof. } m + \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t - \left(\overline{\text{Cof. } m - \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^t\right.}{2\sqrt{-1}}.$$

Ed ecco due formole generali, delle quali la IX. dà il coseno, e la X. dà il seno di un arco moltiplice dell'arco dato m, il di cui grado di moltiplicità viene espresso dall'indeterminata t, alla quale tosto che si da un valore determinato, spariscono gli immaginarj dalle formole. Si faccia per esempio $t = 2$, con che la formola IX. diverrà

$$\text{Cof. } 2m = \frac{\overline{\text{Cof. } m + \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^2 + \overline{\text{Cof. } m - \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^2}{2},$$

e facendosi le attuali potestà, si trova $\text{Cof. } 2m = \overline{\text{Cof. } m}^2 - \overline{\text{Sen. } m}^2$, come si è trovato al num. 33. Così la formola X diventa $\text{Sen. } 2m =$

$\dfrac{\overline{\text{Cof. } m + \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^2 - \left(\overline{\text{Cof. } m - \text{Sen. } m\sqrt{-1}}^2\right.}{2\sqrt{-1}}$, che con fare le attuali potestà risulta $\text{Sen. } 2m = 2\,\text{Sen. } m \times \text{Cof. } m$, come si è trovato al num. 33.

COROLLARIO IV.

35. Sommandosi le due formole [I, II] del num. 31. si avrà $\frac{\text{Sen.}\,\overline{m+n} + \text{Sen.}\,\overline{m-n}}{2} = \frac{\text{Sen.}\,m \times \text{Cof.}\,n}{r}$, ed essendo $m=n$, ne verrà $\frac{r}{2} \times \text{Sen.}\,2m = \text{Sen.}\,m \times \text{Cof.}\,m$. Col sottrarsi dalla formola [I.] la [II.] si ottiene $\frac{\text{Sen.}\,\overline{m+n} - \text{Sen.}\,\overline{m-n}}{2} = \frac{\text{Cof.}\,m \times \text{Sen.}\,n}{r}$, ed essendo $m=n$ si ha $\frac{r}{2}$ Sen. $2m = \text{Cof.}\,m \times \text{Sen.}\,m$, come prima. Se si sommeranno insieme le due formole [III., e IV.] si avrà $\frac{\text{Cof.}\,\overline{m+n} + \text{Cof.}\,\overline{m-n}}{2} = \frac{\text{Cof.}\,m \times \text{Cof.}\,n}{r}$, ed essendo $m=n$, ne verrà $\frac{r}{2} \times \overline{\text{Cof.}\,2m+r} = \overline{\text{Cof.}\,m}^2$ [XI.][perchè Cof. $\overline{m-m} = r$ pel num. 4.]. Così pure sottraendosi la formola [III.] dalla [IV.] ne verrà $\frac{\text{Cof.}\,\overline{m-n} - \text{Cof.}\,\overline{m+n}}{2} = \frac{\text{Sen.}\,m \times \text{Sen.}\,n}{r}$, e facendosi $m=n$, si avrà $\frac{r}{2} \times \overline{r-\text{Cof.}\,2m} = \overline{\text{Sen.}\,m}^2$ [XII.] Nello stesso modo si trova [facendosi $r=1$] $\overline{\text{Sen.}\,m}^3 = \frac{3\,\text{Sen.}\,m - \text{Sen.}\,3m}{4}$; $\overline{\text{Cof.}\,m}^3 = \frac{3}{4} \times \overline{\text{Cof.}\,m + \text{Cof.}\,3m}$ ec.

COROLLARIO V.

36. Qualora pertanto sia dato il seno, e il Coseno di un arco qualunque, e si voglia il seno, e il coseno della sua metà, si prendano le due precedenti equazioni (XI., e XII.), che sono $\overline{\text{Cof.}\,m}^2 = \frac{r}{2} \times \overline{\text{Cof.}\,2m+r}$, e $\overline{\text{Sen.}\,m}^2 = \frac{r}{2} \times \overline{r-\text{Cof.}\,2m}$, o sia Cof. $m = \sqrt{\frac{r}{2} \times \overline{\text{Cof.}\,2m+r}}$, e Sen. $m = \sqrt{\frac{r}{2} \times \overline{r-\text{Cof.}\,2m}}$, e si faccia $m = \frac{p}{2}$, dalla di cui sostituzione si avrà Cof. $\frac{p}{2} = \sqrt{\frac{r}{2} \times \overline{\text{Cof.}\,p+r}}$, e Sen. $\frac{p}{2} = \sqrt{\frac{r}{2} \times \overline{r-\text{Cof.}\,p}}$.

COROLLARIO VI.

37. Se ſaranno dati i ſeni, e i coſeni di due archi, ſarà facile il trovare la tangente della loro ſomma, e della loro differenza. Mediante le formole del num. 31. ſi prendano i ſeni, e i coſeni della ſomma, e della differenza di queſti due archi, poſcia giuſta la proporzione [I.] del numero 26. ſi trovi la cercata tangente della loro ſomma, e differenza, così Tan. $\overline{m+n} =$

$r \times \frac{\overline{\text{Sen. } m \times \text{Coſ. } n + \text{Coſ. } m \times \text{Sen. } n}}{\text{Coſ. } m \times \text{Coſ. } n - \text{Sen. } m \times \text{Sen. } n}$; e perchè dalla ſteſſa proporzione (I.)

del num. 26. ſi deduce Sen. $m = \frac{\text{Tang. } m \times \text{Coſ. } m}{r}$; e Sen. $n =$

$\frac{\text{Tang. } n \times \text{Coſ. } n}{r}$, però ſi facciano le ſoſtituzioni di queſti valori nella precedente

formola, ed eſſa ſi cambierà nella ſeguente Tang. $\overline{m+n} =$
$\frac{\text{Tang. } m \times \text{Coſ. } m \times \text{Coſ. } n + \text{Tang. } n \times \text{Coſ. } m \times \text{Coſ. } n}{\text{Coſ. } m \times \text{Coſ. } n - \frac{\text{Tang. } m \times \text{Tang. } n \times \text{Coſ. } m \times \text{Coſ. } n}{r^2}}$, conſeguentemente

$$(\text{XIII.})\ \text{Tang. } \overline{m+n} = \frac{r^2 \times \overline{\text{Tang. } m + \text{Tang. } n}}{r^2 - \text{Tang. } m \times \text{Tang. } n}$$

Ed eſſendo $m = n$, ſarà (XIV.) Tang. $2m = \frac{r^2 \times 2\,\text{Tang. } m}{r^2 - \overline{\text{Tang. } m}^2}$

Quanto poi alla tangente della differenza dei due dati archi, eſſa ſarà

Tang. $\overline{m-n} = r \times \frac{\overline{\text{Sen. } m \times \text{Coſ. } n - \text{Coſ. } m \times \text{Sen. } n}}{\text{Coſ. } m \times \text{Coſ. } n + \text{Sen. } m \times \text{Sen. } n}$, la quale, per mezzo delle medeſime ſoſtituzioni fatte nella precedente formola, diventa

$$(\text{XV.})\ \text{Tang. } \overline{m-n} = \frac{r^2 \times \overline{\text{Tang. } m - \text{Tang. } n}}{r^2 + \text{Tang. } m \times \text{Tang. } n}$$

Parimente baſta che ſiano dati i ſeni, e i coſeni di due archi per poter trovare la cotangente della loro ſomma, e differenza, baſtando prendere i ſeni, e i coſeni della ſomma, e della differenza di queſti archi per mezzo delle formole del numero

mero 31, indi operare a tenore della proporzione (IV.) del num. 26, con che si ha

$$\text{Cot. } \overline{m+n} = r \times \frac{\overline{\text{Cof. } m \times \text{Cof. } n - \text{Sen. } m \times \text{Sen. } n}}{\overline{\text{Sen. } m \times \text{Cof. } n + \text{Cof. } m \times \text{Sen. } n}}$$

$$\text{Cot. } \overline{m-n} = r \times \frac{\overline{\text{Cof. } m \times \text{Cof. } n + \text{Sen. } m \times \text{Sen. } n}}{\overline{\text{Sen. } m \times \text{Cof. } n - \text{Cof. } m \times \text{Sen. } n}}$$

le quali con sostituirsi il valore di Cof. m, e di Cof. n preso dalla proporzione (IV.) del num. 26, che è $\frac{\text{Sen. } m \times \text{Cot. } m}{r}$, e $\frac{\text{Sen. } n \times \text{Cot. } n}{r}$, diventano

$$(\text{XVI.})\ \text{Cot. } \overline{m+n} = \frac{\text{Cot. } m \times \text{Cot. } n - r^2}{\text{Cot. } m + \text{Cot. } n}$$

$$(\text{XVII.})\ \text{Cot. } \overline{m-n} = \frac{\text{Cot. } m \times \text{Cot. } n + r^2}{\text{Cot. } n - \text{Cot. } m}$$

Essendo $m = n$, sarà

$$(\text{XVIII.})\ \text{Cot. } 2m = \frac{\overline{\text{Cot. } m}^2 - r^2}{-\,2\text{Cot. } m}$$

Collo stesso metodo continuando il calcolo, si trova, che la secante della somma di due archi m, n, de' quali sono dati i seni, e i coseni, è

$$(\text{XIX.})\ \text{Sec. } \overline{m+n} = \frac{r \times \text{Sec. } m \times \text{Sec. } n}{r^2 - \text{Tang. } m \times \text{Tang. } n}$$

e la secante della loro differenza è

$$(\text{XX.})\ \text{Sec. } \overline{m-n} = \frac{r \times \text{Sec. } m \times \text{Sec. } n}{r^2 + \text{Tang. } m \times \text{Tang. } n}$$

Dalle formole XIII., e XIX. si raccoglie, che la tangente della somma di due archi m, n sta alla secante, come $r \times \overline{\text{Tang. } m + \text{Tang. } n}$: Sec. $m \times$ Sec. n, e dalle formole XV., e XX., che la tangente della differenza di due archi sta alla secante, come $r \times \overline{\text{Tang. } m - \text{Tang. } n}$: Sec. $m \times$ Sec. n

Qualora sia $m = n$, si avrà $\text{Sec. } 2m = \frac{r \times \overline{\text{Sec. } m}^2}{r^2 - 2\text{Tang. } m}$

Finalmente se saranno dati i seni, e i coseni di due archi m, n, si troverà la cosecante della loro somma, e differenza, che è

$$(\text{XXI.})\ \text{Cof. } \overline{m+n} = \frac{\text{Cosec. } m \times \text{Cosec. } n}{\text{Cosec. } m + \text{Cosec. } n}$$

(XXII.)

$$(\text{XXII.})\quad \text{Cosec.}\ \overline{m-n} = \frac{\text{Cosec.}\ m \times \text{Cosec.}\ n}{\text{Cosec.}\ m - \text{Cosec.}\ n}$$

Essendo $m = n$, si avrà

$$(\text{XXIII.})\quad \text{Cosec.}\ 2m = \frac{\overline{\text{Cosec.}\ m}^2}{2\ \text{Cosec.}\ m}$$

38. Se si prevalerà delle formole XI., e XII. del num. 34. si avrà mediante la proporzione (I) del num. 26. la formola generale della tangente di un arco moltiplo di un arco dato m; e giusta la proporzione (IV.) la formola generale della cotangente ec. Dalle formole (I., e II.) del num. 31. si ottiene la seguente proporzione $\text{Sen.}\ \overline{m+n} : \text{Sen.}\ \overline{m-n} :: \frac{\text{Sen.}\ m \times \text{Cos.}\ n}{r} + \frac{\text{Cos.}\ m \times \text{Sen.}\ n}{r} : \frac{\text{Sen.}\ m \times \text{Cos.}\ n}{r} - \frac{\text{Cos.}\ m \times \text{Sen.}\ n}{r}$, e dividendo i termini della seconda ragione per $\text{Cos.}\ m \times \text{Cos.}\ n$, si avrà $\text{Sen.}\ \overline{m+n} : \text{Sen.}\ \overline{m-n} :: \frac{\text{Sen.}\ m \times \text{Cos.}\ n}{r \times \text{Cos.}\ m \times \text{Cos.}\ n} + \frac{\text{Cos.}\ m \times \text{Sen.}\ n}{r \times \text{Cos.}\ m \times \text{Cos.}\ n} : \frac{\text{Sen.}\ m \times \text{Cos.}\ n}{r \times \text{Cos.}\ m \times \text{Cos.}\ n} - \frac{\text{Cos.}\ m \times \text{Sen.}\ n}{r \times \text{Cos.}\ m \times \text{Cos.}\ n}$, cioè $\text{Sen.}\ \overline{m+n} : \text{Sen.}\ \overline{m-n} :: \frac{\text{Sen.}\ m}{r \times \text{Cos.}\ m} + \frac{\text{Sen.}\ n}{r \times \text{Cos.}\ n} : \frac{\text{Sen.}\ m}{r \times \text{Cos.}\ m} - \frac{\text{Sen.}\ n}{r \times \text{Cos.}\ n}$; e perchè giusta la proporzione del num. 26. si ha $\frac{\text{Sen.}}{\text{Cos.}} = \frac{\text{Tang.}}{r}$, se si farà questa sostituzione, ne verrà $\text{Sen.}\ \overline{m+n} : \text{Sen.}\ \overline{m-n} :: \text{Tang.}\ m + \text{Tang.}\ n : \text{Tang.}\ m - \text{Tang.}\ n$. E nello stesso modo dalle formole (III., e IV.) del num. 31. si dedurrà $\text{Cos.}\ \overline{m+n} : \text{Cos.}\ \overline{m-n} :: \text{Cot.}\ m - \text{Tang.}\ n : \text{Cot.}\ m + \text{Tang.}\ n :: \text{Cot}\ n - \text{Tang.}\ m : \text{Cot.}\ n + \text{Tang.}\ m$. Sia un arco dato KB (Fig. 354) $= n$, e un altro maggiore KH $= m$. Si conduca perpendicolare al diametro IK dal punto H la retta HF, cui dal punto B si abbassi perpendicolarmente la retta BE. Fatto ciò sarà l' arco BMF eguale alla somma dei due archi KH, KB $= m+n$, e l' arco BH eguale all' arco KH meno l' arco KB $= m-n$: Onde sarà GH $= \text{Sen.}\ m - \text{Sen.}\ n$; GE $= \text{Cos.}\ m + \text{Cos.}\ n$; GF $= \text{Sen}\ m + \text{Sen.}\ n$; GB $= \text{Cos.}\ n - \text{Cos.}\ m$. Si dividano in due parti eguali gli archi BF, BH nei punti M, a, indi si conduca tangente al punto B la retta CBD: sarà BD $= \text{Tang.}\ \overline{\tfrac{1}{2}m + \tfrac{1}{2}n}$; BC $= \text{Tang.}\ \overline{\tfrac{1}{2}m - \tfrac{1}{2}n}$; MN $= \text{Sen.}\ \overline{\tfrac{1}{2}m + \tfrac{1}{2}n}$; AN $= \text{Cos.}\ \overline{\tfrac{1}{2}m + \tfrac{1}{2}n}$; B$m$ $= \text{Sen.}\ \overline{\tfrac{1}{2}m - \tfrac{1}{2}n}$; A$m$ $= \text{Cos.}\ \overline{\tfrac{1}{2}m - \tfrac{1}{2}n}$; ed EF $= 2\ \text{Cos.}\ \overline{\tfrac{1}{2}m - \tfrac{1}{2}n}$, perchè l' arco EF è il supplemento dell' arco BH, cioè

cioè $EF = 180° - BH$, conseguentemente la corda $EF = 2 \text{Sen.} \overline{90° - \frac{1}{2} BH}$; ma il seno è eguale al coseno del complemento; dunque $EF = 2 \text{Cos.} \overline{\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n}$. Ora sono simili i tre triangoli GHE, GBF, ACB, come pure i tre ANM, ABD, HGB mediante i quali si hanno le seguenti proporzioni.

(I.) GF : EF :: MN : AM, cioè $\text{Sen.}\, m + \text{Sen.}\, n : 2 \text{Cos.} \overline{\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n} :: \text{Sen.} \overline{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n} : r$

(II.) HG : HB :: AN : AM $\quad \text{Sen.}\, m - \text{Sen.}\, n : 2 \text{Sen.} \overline{\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n} :: \text{Cos.} \overline{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n} : r$

(III.) EG : EF :: AN : AM $\quad \text{Cos.}\, m + \text{Cos.}\, n : 2 \text{Cos.} \overline{\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n} :: \text{Cos.} \overline{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n} : r$

(IV. BG : HB :: MN : AM $\quad \text{Cos.}\, n - \text{Cos.}\, m : 2 \text{Sen.} \overline{\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n} :: \text{Sen.} \overline{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n} : r$

(V.) HG : GF :: BC : BD $\quad \text{Sen.}\, m - \text{Sen.}\, n : \text{Sen.}\, m + \text{Sen.}\, n :: \text{Tang.} \overline{\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n} : \text{Tang.} \overline{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n}$

(VI.) EG : GF :: AB : BD $\quad \text{Cos.}\, m + \text{Cos.}\, n : \text{Sen.}\, m + \text{Sen.}\, n :: r : \text{Tang.} \overline{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n}$

(VII.) GF : GB :: AB : BC $\quad \text{Sen.}\, m + \text{Sen.}\, n : \text{Cos.}\, n - \text{Cos.}\, m :: r : \text{Tang.} \overline{\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n}$

(VIII.) GE : GH :: AB : BC $\quad \text{Cos.}\, m + \text{Cos.}\, n : \text{Sen.}\, m - \text{Sen.}\, n :: r : \text{Tang.} \overline{\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n}$

(IX.) GH : GB :: AB : BD $\quad \text{Sen.}\, m - \text{Sen.}\, n : \text{Cos.}\, n . \text{Cos.}\, m :: r : \text{Tang.} \overline{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n}$

Dalle varie combinazioni, che si possono fare di queste proporzioni, se ne troveranno con tutta facilità delle altre: Così dalla combinazione della VI. colla VII.

si ricava $\dfrac{\text{Cos.}\, m + \text{Cos.}\, n}{\text{Sen.}\, m + \text{Sen.}\, n} : \dfrac{\text{Cos.}\, n - \text{Cos.}\, m}{\text{Sen.}\, m + \text{Sen.}\, n} :: 1 : \dfrac{\text{Tang.} \frac{1}{2} m - \text{Tang.} \frac{1}{2} n,}{\text{Tang.} \frac{1}{2} m + \text{Tang.} \frac{1}{2} n,}$

e però

(X.) $\text{Cos.}\, m + \text{Cos.}\, n : \text{Cos.}\, n - \text{Cos.}\, m :: \text{Tang.} \frac{1}{2} m + \text{Tang.} \frac{1}{2} n : \text{Tang.} \frac{1}{2} m - \text{Tang.} \frac{1}{2} n$.

PAR-

PARTE II.

Modo di costruire le Tavole dei Seni, Tangenti ec.

39. Abbiamo veduto come a ciascun arco del circolo corrisponda il suo proprio seno, coseno, tangente ec.; ma fino ad ora non abbiamo considerate queste funzioni degli archi, che come linee rette. Adesso cominceremo a vedere espressi i loro valori con numeri. A questo ritrovato sono stati spinti i Matematici dal comodo, che quindi ne nasce, di poter applicare ai triangoli il calcolo aritmetico; poichè stando i lati del triangolo (pel num. 21.) come i seni degli angoli opposti, qualora sia espresso in numeri il valore di questi seni, ed espressa in numeri relativi a una nota misura si prenda la lunghezza dei lati, lo che è sempre in nostro arbitrio, col solo calcolo aritmetico dalla cognizione o di due lati, e un angolo; o di due angoli, e un lato; o di tre lati si può passare alla ricerca delle rimanenti tre quantità del triangolo. Per assegnare il conveniente valore numerico a ciascuna funzione degli archi del circolo è stato supposto diviso il raggio, o seno totale in un certo numero di parti eguali, qual numero è comunemente 1000000; e fatta questa supposizione si è poscia cercato con geometrico raziocinio quante di queste parti debbano convenire a ciascun seno, coseno, tangente ec.. Per lo che il costruire le Tavole de' seni, tangenti ec. non è altro, che trovare nel modo detto i loro valori per rapporto al raggio, o sia esprimere con numeri la vera, o quasi vera ragione, che hanno al raggio.

40. Questi numeri pertanto esprimenti il valore del seno, della tangente ec. devonsi intendere relativamente alla misura, secondo la quale è stato diviso in parti il raggio, così che se il numero esprimente il valore del raggio sarà di linee, e di pollici, o di piedi, o di braccia ec., a una tal misura si riferirà pure il numero, che dà il valore del seno, della tangente ec.: Ond' è per esempio, che il seno, e il coseno di un proposto arco disegnano il numero de' piedi, o braccia ec., che contengono i due lati di un triangolo rettangolo, la di cui ipotenusa ne contiene 1000000.

41. Siccome poi il raggio del circolo, comunque sia egli grande, o piccolo, si prende sempre diviso in 1000000 parti, quindi è, che queste parti saranno più grandi ne' circoli maggiori, e *vice versa*, in quella guisa, che i gradi di un circolo sono tanto più grandi, quanto egli è maggiore. Dal che si intende primieramente, che i valori di questi seni, tangenti ec., non sono assoluti, ma relativi alla misura secondo la quale è stato supposto diviso il raggio: In secondo luogo, che i seni, le tangenti ec. di due archi simili di cerchj ineguali contengono un egual numero di parti de' loro raggi; onde è, che in circoli ineguali i seni, le tangenti ec. di archi simili hanno la stessa ragione ai raggi dei loro circoli.

42. In tanto poi si assume il raggio diviso in un numero così grande di parti, a fine di avere esatta il più, che si può, la ragione delle suddette funzioni al raggio, poichè tante volte per avere il valore de' seni facendo mestiere ricorrere all' estrazione di radice, che non si può avere esattamente a motivo che il numero non è quadrato, in tal caso quanto maggiore è il numero, da cui devesi estrarre la radice, tanto più insensibile è l' errore inevitabile. E rispetto poi a quei seni, la di cui invenzione non esige alcuna estrazione di radice, siccome essi si trovano per mezzo d' altri risultati da estrazione di radice, quindi è, che ne contrag-

gono gli errori, i quali quantunque si vadano facendo maggiori a misura della moltiplicità delle operazioni, pure qualora nella loro origine siano insensibili nel modo detto, non potranno mai giungere a fare un errore notabile.

43. Ma veniamo al modo di costruirne le Tavole. Non è già, che sia necessario l'intraprendere questa fatica, essendoci ella stata risparmiata dall'industria di molti Matematici, ma solamente a fine di sapere come si calcolano, onde niuna cosa resti a desiderarsi in questa materia.

44. Si sa (giusta il num. 362. Geom.), che la corda di 60 gradi è eguale al raggio, e (pel num. 13.) che il seno di un arco di 30 gradi è eguale alla metà della corda di 60 gradi: Onde essendosi posto il raggio, o sia la corda di 60 gradi eguale a 1000000 parti, sarà il seno di 30 gradi eguale a 500000 di queste parti. Ed ecco trovato con tutta facilità il seno di 30 gradi. Ora si prenda la metà di quest' arco, che è $= \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$, di cui si trovi il seno (giusta il num. 36.) giacchè avendosi il seno del detto arco $= 30^\circ$, si ha ancora il suo coseno, che (pel num. 25.) è $= \sqrt{r^2 - \overline{\text{Sen. } 30.}^2}$ Si passi in seguito a trovare il seno dell' arco 7°, 30' metà dell'arco di 15°, e così si continui mediante la formola del num. 36. a trovare il seno dell' arco 3°, 45', che è la metà di 7°, 30'; poi il seno dell'arco 1°, 52', 30'' metà di 3°, 45': In sesto luogo si trovi il seno dell'arco 56', 15'' metà di 1°, 52', 30'': In settimo luogo il seno di 28', 7'', 30''' metà di 56', 15''. In ottavo luogo il seno di 14', 3'', 45''' metà di 28', 7'', 30''': In nono luogo il seno di 7', 1'', 52''', 30'''' metà di 14', 3'', 45''': In decimo luogo il seno di 3', 30'', 56''', 15'''' metà di 7', 1'', 52''', 30'''': In undecimo luogo il seno di 1', 45'', 28''', $7''''\frac{1}{2}$ metà di 3', 30'', 56''', 15''''. Finalmente si prenda il seno di 52'', 44''', $3''''\frac{3}{4}$ metà di 1', 45'', 28''', $7''''\frac{1}{2}$. E perchè questo seno si confonde col suo arco, lo che è pure senza sensibile errore anche del seno di 1', però questi seni si possono prendere proporzionali ai loro archi: Si faccia adunque come l'arco di 52'', 44''', $3''''\frac{3}{4}$ sta al suo seno già trovato, così l'arco di 1' al quarto, che è il suo seno. Avendosi pertanto il seno dell'arco di 1', si troverà il seno dell' arco di 2', e di tutti gli altri moltiplici dell' arco di 1' per mezzo della formola X del num. 35.: O pure avendosi il seno dell'arco di 1', e di 2', si troverà il seno dell'arco di 3' coll'ajuto della formola I. del num. 31.; e col seno dell' arco di 2', e di 3' si troverà il seno dell'arco di 5' ec., e così in poi si troveranno tutti i seni degli archi cominciando dall' arco di 1' fino all' arco di 30°. Parimente colla stessa formola I. del numero 31., dopo essersi trovati i seni degli archi da 1' fino a 30°, si troveranno i seni degli archi da 30° fino a 60°, prendendo i seni di 30° + 1°, di 30° + 2°, di 30° + 3° ec., essendo che di tutti i gradi, e minuti fino all' arco di 30° si hanno i coseni mediante la formola

Cos. $m. = \sqrt{r^2 - \overline{\text{Sen. } m}^2}$ del num. 25., giacchè dei medesimi si sono trovati i se-

seni nel modo già detto. Perchè poi i coseni sono i seni dei complementi (pel n. 20.), da questa stessa formola si dedurranno, coll' ajuto dei seni degli archi minori di 30°, i seni degli archi maggiori di 60° fino all'intero quadrante, e tanto basta per avere tutti i seni del circolo, poichè gli archi maggiori di 90° hanno lo stesso seno, che gli archi del supplemento giusta il num. 19. Trovati così i seni di tutti gli archi del quadrante, si troveranno tutte le loro tangenti mediante la proporzione I. del num. 26., e mediante la proporzione II. si troveranno tutte le secanti dopo essersi trovati i loro seni, e le loro tangenti.

45. Per facilitare i calcoli si sono trovati i logaritmi di ciascun seno, coseno, tangente, e cotangente, e se ne sono formate le Tavole. Per trovare i logaritmi di questi seni, coseni ec. si devono essi considerare come numeri comuni, e calcolarne i loro logaritmi nel modo esposto all' Art. II. del Cap. VI. del I. Tomo. Una cosa sola devesi avvertire, ed è, che essendosi supputati i seni, coseni ec. al raggio o seno totale di 10000000.000, il quale è maggiore di quello delle Tavole delle tre ultime cifre, però qualora vogliasi trovare il logaritmo di un seno, coseno ec., devesi egli aumentare di tre zeri, indi di questo numero accresciuto trovare il logaritmo. Si debba per esempio trovare il logaritmo del seno di 40 gradi, il qual seno si trova nelle Tavole essere 6.427876: A questo numero si aggiungano tre zeri giusta le cose dette, con che diverrà 6.427876000, di cui devesi trovare il logaritmo: Ma per far ciò comodamente, osservo che questo numero risulta dai tre seguenti fattori 17659, 2800, 130, d'ognuno de' quali prendo dalle Tavole i logaritmi, che sono 4.2469661, 3.4471580, 2.1139434. Faccio la somma di questi tre logaritmi, ed ho finalmente 9.8080675, che è il cercato logaritmo del seno di 40 gradi. Nello stesso modo si trovano i logaritmi delle altre funzioni del circolo. Nelle Tavole si trovano separate nei seni tangenti ec. le due ultime zifre, e ciò vuol dire, che in pratica si possono ommettere per rendere più spediti i calcoli, nel qual caso poi si considererà il raggio diviso solamente in 100000 parti, e si aggiungerà un'unità all'ultima figura, quando le due ultime figure che si levano sono maggiori di 50. Ora che ho esposto il modo di costruire le Tavole dei seni, coseni, tangenti ec., e di trovarne i loro logaritmi, soggiungerò quanto occorre circa l'ordine delle medesime Tavole, che per compimento dell' opera a questo Tomo si sono annesse.

46. La prima Tavola contiene i logaritmi dei numeri naturali da 1 fino al 20000. Dove per facilitare i calcoli, ne' quali entrano minuti, e secondi, o sia di tempo, o sia di gradi, si è aggiunta primieramente a ciascuna pagina la prima colonna a sinistra, che contiene i numeri naturali da 1 fino a 60, e questi rappresentano i minuti secondi; in secondo luogo in fronte a ciascuna colonna si sono messi per ordine i numeri naturali 0, 1, 2 ec. fino al 60, e questi rappresentano i minuti, così che dopo la colonna 60esima si è notato in fronte della pagina 1, che rappresenta o un grado, o un'ora. L'esempio farà vedere come con questo mezzo si risparmino le riduzioni alla minima spezie, e *vice versa*. Essendosi ritrovato nelle Effemeridi, che al mezzo dì de' 24. di Aprile il Sole si trova in ♉. 5°, 15', 25", cercasi quanto avrà di longitudine alle ore 0, 48', 35" dopo mezzo dì del medesimo giorno. Il moto diurno, che in questo giorno compete al Sole sia tale, che in ore 0, 59', 47" egli percorra 2', 16". Per avere il moto, che compete alle ore 0, 48', 35" scorse dopo il mezzo dì, bisogna fare questa proporzione 59', 47" : 2', 16" :: 48', 35" al quarto cercato. Per ovviare adunque le riduzioni a secondi, come sarebbe necessario col metodo comune di calcolare, si ricorra

 al-

alla Tavola dei logaritmi così: Si prenda il logaritmo di 2', 16", per avere il quale si ricorra alla pagina, che non ha in fronte gradi completi, e si cerchi nella colonna prima a sinistra il numero 16, dirimpetto al quale si troverà nella colonna, che ha in testa il 2, il logaritmo 2. 1335389, parimente nello stesso modo si prenda il logaritmo di 48', 35", che è 3. 4646386, quale si sommi col precedente, e da questa somma si sottragga il logaritmo di 59', 47', che è 3.5547314, ed il residuo sarà il logaritmo della quantità cercata, che risulterà da due numeri, de' quali uno si dovrà prendere in testa alla colonna, ove trovasi il logaritmo, e l'altro in dirittura lateralmente nella prima colonna a sinistra; e questo sarà di secondi, e il precedente di minuti primi. Ecco l' operazione.

	2. 1335389
	3. 4646386
Somma	5. 5981775
	3. 5547314
Residuo	2. 0434461, cui prossimamente corrisponde 1', 51".

Egualmente a proporzione si opererà, se vi saranno gradi, che si dovranno prendere in fronte della Tavola.

47. La seconda Tavola contiene i seni, coseni, tangenti, cotangenti, secanti cosecanti, e i logaritmi de' seni, coseni, tangenti, e cotangenti. Ciascuna pagina di questa Tavola è divisa in dodeci colonne: La prima a sinistra contiene i numeri naturali 1, 2, 3 ec. fino al 60, che esprimono i 60 minuti, ne' quali si divide ciascun grado, e questi numeri procedono dall'alto al basso della Tavola. Sopra questa colonna sono notati in fronte della Tavola i gradi, ai quali appartengono questi minuti. La duodecima colonna, che è la prima a destra della pagina, contiene gli stessi numeri naturali, o sia minuti, i quali vanno dal basso all' alto sempre crescendo fino al 60, e sotto a questa colonna sono notati al fondo della pagina i gradi, ai quali essi corrispondono. Nella seconda colonna a sinistra sono notati i seni, nella terza i coseni, nella quarta le tangenti, nella quinta le cotangenti, nella sesta le secanti, nella settima le cosecanti, nell'ottava i logaritmi de' seni, nella nona de' coseni, nella decima delle tangenti, e nella duodecima delle cotangenti come lo mostra il titolo notato in fronte a ciascuna colonna. Ai gradi segnati in alto della pagina, e ai loro minuti posti nella prima colonna a sinistra corrispondono i seni, coseni, tangenti ec., che vengono indicati dal titolo messo in fronte a queste colonne; e ai gradi notati al basso della pagina, e ai loro minuti della prima colonna a destra corrispondono i seni, coseni ec. a norma del titolo segnato al piede di queste colonne. Intanto poi si sono notati in queste Tavole solamente i seni ec. dei primi 45 gradi, perchè tutti i coseni degli archi cominciando dall' arco di 1' fino all'arco di 45 gradi, sono i seni (pel num. 20.) degli archi del complemento: Ond'è, che dovendosi trovare il seno, la tangente ec. di un arco minore di 45 gradi, bisogna cercare il numero de' gradi di quest' arco in forte della pagina, e i convenienti minuti nella prima colonna a sinistra; e se l'arco proposto è maggiore di 45 gradi, bisogna cercare il numero esprimente i di lui gradi al basso della Tavola, e gli annessi minuti nella prima colonna a destra.

48. Si sono ommessi in questa Tavola i logaritmi delle secanti e cosecanti a motivo della somma facilità di poterli trovare, quando si voglia; poichè giusta la pro-

proporzione II. del num. 26. ftando il cofeno al raggio, come il raggio alla fecante, fe fi dovrà trovare il logaritmo della fecante di un propofto arco, basterà prendere la differenza, che nafce dal fottrarfi dal doppio del logaritmo del raggio il logaritmo del cofeno dell' arco dato. Parimente non fi fono pofti i feni verfi a motivo della fomma facilità di poterli trovare, quando fi voglia: Mentre fe fi vorrà il feno verfo di un arco minore del quadrante, basterà prendere il refiduo, che nafce dal fottrarfi il cofeno dell' arco dato dal feno totale: Se fi vorrà il feno verfo di un arco maggiore del quadrante, basterà prendere la fomma del di lui cofeno, e del feno totale.

49. Da quanto pur ora ho detto s' intende abbaftanza come debbafi far ufo di quefte Tavole; ciò non pertanto non farà fuperfluo il dichiararlo ancora coll' efempio. Debbafi trovare il feno dell'arco di gradi 41, 17': Poichè quefto numero di gradi è minore di 45, fi cerchi in fronte delle pagine della Tavola feconda il num. 41, e nella prima colonna a finiftra il num. 17., cui fi troverà corrifpondere nella colonna de'feni il numero 65978.31, che è il feno cercato: Se fi volesfe il cofeno, la tangente ec. o i logaritmi del feno, cofeno ec. dell'arco propofto, quefte funzioni fi prenderebbero nelle loro rifpettive colonne dirimpetto al n. 17. de' minuti. Ma fe il num. de'gradi foffe maggiore di 45, come farebbe 82, 39', in tal cafo bifognerà cercare al piede delle pagine di quefta Tavola il n. 82., e nella prima colonna a deftra il n. 39., cui fi troverà corrifpondere nella colonna de'feni marcati al fondo della pagina il num. 99178.31, che è il di lui feno cercato. Se poi il propofto numero di gradi fuperera il 90, bifognerà fottrarre quefto numero da 180, indi del refiduo prendere il feno, la tangente ec. nel modo detto.

50. Se fi dovrà trovare il feno di un arco di uno, o più minuti fecondi, come di 52", in tal cafo perchè l'arco di un minuto fi confonde con una retta, molto più vi fi confonde l'arco di 52": Onde fe CP (Fig.348.) farà l'arco di un minuto, e CV l'arco di 52", perchè quefti due archi non differifcono da due rette, faranno fimili i due triangoli CVX, CRQ. e però varrà quefta analogia PC: VC :: RQ: VX, vale a dire come un minuto, o fia 60" a 52", così il feno RQ di un minuto, che è 2909 al quarto, che trovafi effere $2521\frac{2}{15}$. Per lo che fe fi dovrà trovare il feno di un arco, che oltre gradi, e minuti abbia ancora fecondi, fi farà così: Si debba trovare il feno di 28°, 19', 47", e fia EL (Fig. 348.) l'arco di 28°, 19', ed EK l'arco di 28°, 20', poichè l'arco KL è di un minuto, egli non differifce da una retta, confeguentemente fe L*d* farà l'arco di 47" faranno fimili i due triangoli LK*b*, L*de*, e varrà quefta analogia LK: L*d*:: *b*K: *ed*, cioè a dire come l'arco di un minuto, o di 60" a 47", così la differenza dei feni degli archi di 28°, 19', e 28°, 20', che è $47460.04 - 47434.43 = 2561$ al quarto, che trovafi effere $\frac{47'' \times 2561}{60'} = 1939\frac{9}{20}$, che aggiunto al feno di 28°, 19', dà $47453.82\frac{9}{20}$, che è il feno cercato dell'arco di 28°, 19', 47".

51. Ogniqualvolta fia propofto un feno, una tangente ec. fi troverà l'arco, che gli corrifponde, con cercare quefto feno ec. nelle convenienti colonne, e trovato, che fi fia, prendere i corrifpondenti gradi, e minuti con quefta legge, vale

le a dire si prenderanno i seni in alto, e i minuti nella prima colonna a sinistra, se il seno ec si troverà nella seconda, quarta, o sesta colonna; ma se si troverà nella terza, quinta, o settima si dovranno prendere i gradi al piede della pagina, e i minuti nella prima colonna a destra. Come essendo data la tangente 408151.99, perchè essa si trova nella quinta colonna, si devono prendere i gradi al piede della pagina, che sono 76, e i minuti nella prima colonna a destra, che sono 14, e però 408151.99 trovasi essere la tangente di gradi 76, 14'. Se poi il dato seno, tangente ec. non si troverà nelle Tavole, ciò sarà segno, che il di lui corrispondente arco contiene non solo minuti, ma anche secondi, per trovare i quali si osservi quanto si è detto al num. 50., a tenore di che si istituisca questa analogia: Come la differenza del seno prossimamente maggiore, e prossimamente minore al dato sta a 60", così la differenza tra il seno dato, e il di lui prossimamente minore sta al numero di secondi, de' quali devesi aumentare l'arco del seno prossimamente minore per avere l'arco del seno dato. Come essendo dato il seno 45765.84, che non si trova nelle Tavole, si prenda il di lui prossimo maggiore, e prossimo minore, che sono 45787.39, 45761.53, de' quali la differenza è 2586; la differenza poi tra il prossimo minore di questi, e il dato è 431: Onde si faccia 2586: 60":: 431: al quarto, che è $\frac{60 \times 431}{2586} = 10''$; poichè adunque l'arco corrispondente al seno prossimo minore al dato è di gradi 27, 14', quindi l'arco corrispondente al seno dato è 27°, 14', 10".

P A R T E III.

Dell' uso del calcolo nella misura de' triangoli.

52. TUtta la pratica del calcolo per la misura de' triangoli si appoggia alle formole, che abbiamo dato ai numeri 23, 24, e 25. Soggiungerò quì per ordine tutti i casi colla loro soluzione secondo l' espressione logaritmica, mediante la quale si rendono più facili i calcoli. E per cominciare dai triangoli obliquangoli io farò la denominazione con lettere arbitrarie dei lati, e angoli di un triangolo obliquangolo qualunque, acciò indi sia più facile nel caso particolare il farne l'applicazione secondo il bisogno. Un lato adunque del triangolo obliquangolo si dica $= P$, e il suo angolo opposto $= m$: il secondo lato si chiami $= Q$, e l'angolo opposto $= n$; il terzo lato si dica $= R$, e l'angolo opposto $= p$. Il logaritmo si esprima al solito colla lettera L. Ciò posto si avrà

Quan-

Quantità date	Quant. da trovarsi	
m	Q	(1) $l.Q = l.P + l.\text{Sen.}\,n - l.\text{Sen.}\,m$ (a)
n	R	(2) $l.R = l.P + l.\text{Sen.}\,\overline{m+n} - l.\text{Sen.}\,m$
P	Essendo dati due angoli resta cognito anche il terzo P, lo che vale eziandio per le seguenti quattro formole.	

Quan-

(a) I. *Per mezzo di alcuni problemi farò vedere, come con tutta facilità si faccia uso in pratica delle esposte formole. Siavi una Nave* A *(Fig. 356.) in viaggio, che dal vento riceva l'impulso secondo la direzione* AD, *e nel tempo stesso abbia il mare una corrente secondo la direzione* AM. *Egli è evidente, che il viaggio della Nave non sarà su la retta* AD, *ma obbedendo essa nel tempo stesso a due forze, alla corrente cioè, e al vento, percorrerà una strada di mezzo giusta la legge de' moti composti. Ora si cerca la quantità del viaggio, che avrà fatto questa Nave dopo un tempo dato.*

II. *Risol. Per mezzo del solito istrumento dagli Inglesi chiamato Log si misuri il viaggio, che in un certo tempo fa la nave, e sia per esempio di 135 Tese in dieci minuti. Poichè la Nave è spinta da due forze, cioè dal vento per la retta* AD, *e dalla corrente per la retta* AM, *ella percorrerà la diagonale* AE *del parallelogrammo* AMED, *così che, quando la Nave sarà passata da* A *in* G, *il Log sarà trasportato dalla corrente da* A *in* H, *e la corda del Log, che dà la misura del viaggio, si troverà su la retta* HG *parallela alla direzione del vento* AD: *Onde misurandosi mediante l'esperienza fatta col Log il viaggio della Nave, non si avrà la lunghezza del viaggio reale* AG, *ma della* $HG = AB$. *Parimente quando la Nave sarà arrivata in* F, *il Log sarà stato trasportato in* K, *e la sua corda si troverà su la retta* KF, *che darà il risultato dell'esperienza. Ora per passare dalla cognizione del viaggio apparente su la retta* AD *al viaggio reale su la retta* AE, *si osservi, che essendo dato l'angolo, che fa la direzione* AD *del vento colla corrente* AM, *si fanno cogniti ancora gli angoli* AGB, ABG, *niente altro richiedendosi per ritrovarli, che compiere uno de' parallelogrammi* ABGH, ACFK *ec., indi condurre la diagonale* AE. *Passi adunque la Nave ne' primi dieci minuti da* A *in* G; *poichè nel triangolo* AGB *è noto l'angolo* AGB, *che sia di gradi 97, l'angolo* ABG *di gradi 51, e il lato* $AB = HG$, *che coll'esperienza si è trovato di 135 Tese, si facciano queste sostituzioni nella formola* $l.Q = l.P + l.\text{Sen.}\,n - l.\text{Sen.}\,m$, *in cui* $Q = AG$, $P = AB = 135$, $\text{Sen.}\,n = \text{Sen.}\,51°$, $\text{Sen.}\,m = \text{Sen.}\,97°$, *e si avrà* $l.AG = l.135 + l.\text{Sen.}\,51° - l.\text{Sen.}\,97°$, *cioè*

	9. 890502	*log. del Sen. di 51°*
	2. 130334	*log. di 135*
Somma	12. 020836	
	9. 996750	*log. del Sen. di 97°*
Residuo	2. 024086	*cui corrisponde prossimamente il num. 106., e però*

Quantità date Quant. da trovarsi

n, e p	P	(3) $l.\mathrm{P} = l.\mathrm{Q} + l.\mathrm{Sen.}\ \overline{n+p} - l.\mathrm{Sen.}\ n$
Q	R	(4) $l.\mathrm{R} = l.\mathrm{Q} + l.\mathrm{Sen.}\ p - l.\mathrm{Sen.}\ n$ (b)

Quan-

---

in dieci minuti la Nave percorre quasi 106 *Tese. Se pertanto si vorrà sapere il viaggio, che ella farà in* 18 *ore, si formi una regola del tre dicendo: Se in dieci minuti questa Nave fa* 106 *Tese, quante ne farà in ore* 18, *e si troverà, che il suo viaggio sarà di* 11448 *Tese.*

(b) III. *Debbasi trovare la distanza della Luna dalla Terra. Il circolo* EGFK (*Fig.* 357.) *rappresenti il Firmamento; il circolo* DNM *sia l'orbita della Luna, e il circolo* GDHK *l'Equatore. Sia* CBL *la Terra, la Luna sia in* D *sotto all'Equatore. In* C *stavi un osservatore, che determini il punto, in cui la Luna passa pel meridiano, e dalla Luna per l'osservatore al centro* A *della terra si intenda condotta la retta* DA. *Un altro osservatore esistente sotto lo stesso meridiano si trovi in* B, *e sia nota la distanza* CB *dei due osservatori di gradi* 39. *La retta* EF *sia l'orizzonte dell'osservatore* B. *Questi due osservatori devono osservare la luna* D *allorchè passando pel loro meridiano trovasi nell'Equatore. Dal raggio visuale* BD *dell'osservatore* B, *dal semidiametro* BA *della terra, e dalla retta* DA *si forma il triangolo* DAB, *di cui devesi trovare il lato* BD, *che è la cercata distanza della Luna dal punto* B *della terra. Ma per trovare il lato* BD, *bisogna prima che sia cognito l'angolo della parallassi* ADB. *Ora nel triangolo* DAB *è noto l'angolo* BAD *di gradi* 39: *L'angolo* EBA *fatto da un semidiametro perpendicolare all'orizzonte è retto, e l'angolo* EBD *supplemento dell'angolo* BDF *noto dall'osservazione, che sia per esempio di gradi* 129°, 39′, 20″ *resta cognito, cioè di* 180°—129°, 39′, 20″=50°, 20′, 40″; *Dunque è cognito anche l'angolo* DBA=90° + 50°, 20′, 40″=140°, 20′, 40″, *conseguentemente si conosce eziandio l'angolo della parallassi* ADB = 180° — 179°, 20′, 40″ = 39′, 20″. *Essendo pertanto cognito il lato* AB *semidiametro della terra, che faremo* = 1, *l'angolo* ADB *di* 39′, 20″, *e l'angolo* DAB *di gradi* 39, *si conoscerà la distanza* BD *per mezzo della formola* $l.\mathrm{R} = l.\mathrm{Q} + l.\mathrm{Sen.\,p} - l.\mathrm{Sen.\,n}$, *in cui è* R=BD, Q=AB=1, Sen. p= Sen. 39°, *e* Sen. n= Sen. 39′, 20″. *Fatte pertanto queste sostituzioni, essa si cambierà nella seguente* $l.\mathrm{BD} = l.1 + l.\mathrm{Sen.}\,39° - l.\mathrm{Sen.}\,39', 20''$, *cioè*

9. 798871	*log. del Sen. di* 39°
8. 058477	*log. del Sen. di* 39′, 20″

Residuo 1. 740394, *cui prossimamente corrisponde il num.* 55. *Dunque perchè il semidiametro* AB *della terra si è preso* =1, *la distanza* BD *della Luna dalla terra corrisponde a* 55 *semidiametri terrestri: Ma all'asse mediocre della terra giusta le osservazioni fatte sì in Italia, come all'Equatore, e al circolo polare per ordine dell'Accademia di Parigi nella misura d'un arco del meridiano convengono* 19638051 *piedi reali; che però la trovata distanza della Luna dalla terra è di* 1080092805 *piedi reali di Parigi.*

Quantità date	Quant. da trovarsi	
p, ed m	P	(5) $l.P = l.R + l.\text{Sen.}\, n - l.\text{Sen.}\, p$ (c)
R	Q	(6) $l.Q = l.R + l.\text{Sen.}\, \overline{m+p} - l.\text{Sen.}\, p$
m	n	(7) $l.\text{Sen.}\, n = l.Q + l.\text{Sen.}\, m - l.P$
P, e Q	R	(8) $l.R = l.P + l.\text{Sen.}\, \overline{m+n} - l.\text{Sen.}\, m$

Nelle seguenti dieci formole, come in queste due precedenti, poichè si trova un angolo, e l'altro è dato, resta cognito anche il terzo.

(c) IV. *In altra maniera, oltre quelle date ai n.* XCIX., *e seg. possiamo misurare la distanza di due luoghi inaccessibili. Siano i due luoghi* C, E (*Fig.*359.) *ai quali non si possa accostare a motivo di un Lago, e si voglia sapere quanta sia la loro distanza. Si prenda sul piano una retta* AB *di arbitraria cognita lunghezza, per esempio di* 45 *passi, dagli estremi* A, B *della quale si possano vedere i due luoghi* C, E: *Per mezzo del semicircolo si prendano gli angoli visuali* CAB, CBA, EAB, ABE: *Sia pertanto l'angolo* CAB *di* 123 *gradi, e l'angolo* CBA *di gradi* 47, *sarà adunque l'angolo* ACB *di gradi* 180 — 123° — 44°, 10′ = 12°, 50′; *e però mediante la formola* (5) $l.P = l.R + l.\text{Sen.}\, n - l.\text{Sen.}\, p$ *si troverà il valore del lato visuale* CB, *poichè è* P = CB, R = AB = 45, n = 123°, p = 12°, 50′ *e però la formola diventa* $l.CB = l.45 + l.\text{Sen.}\, 123° - l.\text{Sen.}\, 12°, 50'$, *cioè*

	1. 653213	*log. di* 45
	9. 923591	*log. del seno di grad.* 123.
Somma	11. 576804	
	9. 346579	*log. del seno di grad.* 12°, 50′
Residuo	2. 230225,	*cui corrisponde prossimamente* 170, *che sono i cercati passi convenienti al lato* CB.

Nello stesso modo si trovi il valore del lato BE *per mezzo della formola stessa (suppongo che l'angolo osservato* EAB *sia di gradi.* 39, *e l'angolo* ABE *di gradi* 117, *nel qual caso l'angolo* AEB *sarà di gradi* 180 — 117° — 39° = 24°), *in cui deve essere* P = BE, R = AB = 45, Sen. n = Sen. 24°, Sen. p = Sen. 39°, *onde la formola diventa* $l.BE = l.45 + l.\text{Sen.}\, 24° - l.\text{Sen.}\, 39°$, *cioè*

	1. 653213	*log. di* 45
	9. 609313	*log. del sen. di* 24°
Somma	11. 262526	
	9. 798871	*log. del sen. di* 39°
Residuo	1. 463655,	*cui corrisponde prossimamente* 29, *che sono i passi corrispondenti al lato* BE.

Quantità date	Quant. da trovarsi	
n	m	(9) $l.\,\text{Sen.}\,m = l.\,P + l.\,\text{Sen.}\,n - l.\,Q$
P, e Q	R	(10) $l.\,R = l.\,Q + l.\,\text{Sen.}\,\overline{m+n} - l.\,\text{Sen.}\,n$
m	p	(11) $l.\,\text{Sen.}\,p = l.\,R + l.\,\text{Sen.}\,m - l.\,P$
P, ed R	Q	(12) $l.\,Q = l.\,P + l.\,\text{Sen.}\,n - l.\,\text{Sen.}\,m$
p	m	(13) $l.\,\text{Sen.}\,m = l.\,P + l.\,\text{Sen.}\,p - l.\,R$
P, ed R	Q	(14) $l.\,Q = l.\,R + l.\,\text{Sen.}\,\overline{m+p} - l.\,\text{Sen.}\,p$
n	p	(15) $l.\,\text{Sen.}\,p = l.\,R + l.\,\text{Sen.}\,n - l.\,Q$
Q, ed R	P	(16) $l.\,P = l.\,Q + l.\,\text{Sen.}\,\overline{n+p} - l.\,\text{Sen.}\,n$
p	n	(17) $l.\,\text{Sen.}\,n = l.\,Q + l.\,\text{Sen.}\,p - l.\,R$
Q, ed R	P	(18) $l.\,P = l.\,R + l.\,\text{Sen.}\,\overline{p+n} - l.\,\text{Sen.}\,p$

Quan-

Ora del triangolo CBE *sono noti i due lati* CB $=170$, *e* BE $=29$, *e in oltre è noto l'angolo* CBE, *che è eguale all'angolo* ABE — *l'angolo* CBA, *cioè* $117° - 47° = 70°$; *per lo che mediante la formola* (19) $l.\,Tang.\,\frac{\overline{m-n}}{2} = l.\,\overline{P-Q} + l.\,Tang.\,\frac{\overline{180-p}}{2} - l.\,\overline{P+Q}$ *in cui* $P = CB = 170$, $Q = BE = 29$, $m =$ *all'angolo* CEB, $n =$ *all'angolo* BCE $p = 70°$, *si trova il valore dei due angoli* CEB, BCE, *poichè fatte le sostituzioni debite nella formola, essa si cambia nella seguente*

$$l.\,Tang.\,\frac{\overline{m-n}}{2} = l.141 (= l.\,\overline{170-29}) + l.\,Tang.\,\frac{\overline{180-p}}{2} (=55°) - l.\,\overline{P+Q} (=199)$$

cioè

	2. 149219	*log. di* 141
	10. 154773	*log. della Tang. di grad.* 55
Somma	12. 303992	
	2. 298853	*log. di* 199

Residuo 10. 005139, *che è la tangente prossimamente dell'angolo di* 45°, 20'. *Si ha adunque la metà della somma dei due angoli* BCE, CEB, *che è* 55°, *e la metà della loro differenza, che è* 45°, 20', *e però (pel num.* 85. *del I. Tomo)*

Quantità date	Quant. da trovarsi	
p	m	(19) $l.\text{Tang.}\frac{\overline{m-n}}{2} = l.\overline{P-Q} + l.\text{Tang.}\frac{\overline{180-p}}{2}$
P	n	$-\,l.\overline{P+Q}$, e facendosi $\text{Tang.}\frac{\overline{m-n}}{2} = a$,
Q	R	$\text{Tang.}\frac{\overline{180-p}}{2} = b$, e supposto $m > n$, sarà
		(20) $m = a+b$; $n = b-a$ (d)
		(21) $l.R = l.P + l.\text{Sen.}\,p - l.\text{Sen.}\,m$

Kk 2 Quan-

---

l'angolo CEB, *che è il maggiore, perchè si oppone al lato maggiore, è di gradi* 100, 20′, *e il minore* BCE *è di gradi* 9, 40′.

V. *Essendosi pertanto trovata la quantità degli angoli del triangolo* CEB, *ed essendo cogniti i due lati* CB = 170, *e* BE = 29, *si troverà la cercata distanza* CE *per mezzo della formola* (1) $l.Q = l.P + l.\text{Sen.}\,n - l.\text{Sen.}\,m$, *in cui è* Q = CE, P = EB = 29, m = 9°, 40′, n = 70°. *Si facciano queste sostituzioni, e la formola si cambierà nella seguente* $l.CE = l.29 + l.\text{Sen.}\,70° - l.\text{Sen.}\,9°, 40′$, *cioè*

	1. 462398	*log. di* 29
	9. 972985	*log. del Seno di grad.* 70
Somma	11. 435383	
	9. 225091	*log. del Seno di grad.* 9. 40′
Residuo	2. 210292,	*cui corrisponde prossimamente* 162 $\frac{1}{5}$, *e tanti sono i*

passi, co' quali distano i due luoghi C, E.

VI. *Che però se per un punto dato* A *si dovrà condurre una linea parallela a una linea inaccessibile* CE, *basterà trovare, come si è fatto poc' anzi, il valore dell' angolo* BCE, *indi pel punto dato* A *condurre la retta* FAB, *che col raggio visuale* CB *faccia l' angolo* CBF *eguale all' angolo* BCE, *nel qual caso sarà* BF *parallela a* CE (*pel num.* 90. *della Geom.*)

(d) VII. *Essendo dato un oggetto qualunque* A, *o* Q (*Fig.*358.) *su l' asse* GP *di un qualunque specchio sferico concavo* LGC, *e un raggio incidente* AC, *o* QN, *cercasi il punto* H, *o* P *su l' asse, per cui passerà il raggio riflesso dal punto* C, *o* N.

VIII. *Sia* E *il centro della superficie sferica, dal quale conducendosi ai punti* C, N *d' incidenza le rette* EC, EN, *esse saranno ne' detti punti perpendicolari alla superficie dello specchio, e però ognuna di loro sarà il cateto d' incidenza. Se l' oggetto è in* Q *tra lo specchio, e il suo centro, il raggio riflesso* NP *incontrerà l' asse al di là del cen-*

Quantità date	Quant. da trovarsi	
m	n	(22) $l.\text{Tang.}\,\overline{\frac{n-p}{2}} = l.\,\overline{Q-R} + l.\text{Tang.}\,\overline{\frac{180-m}{2}}$
Q	p	$-l.\overline{Q+R}$, e facendosi Tang. $\overline{\frac{n-p}{2}} = c$,
R	P	Tang. $\overline{\frac{180-p}{2}} = d$, e supponendo $n > p$, sarà $n = c+d$; $p = d-c$
		(23) $l.P = l.Q + l.\text{Sen.}\,m - l.\text{Sen.}\,n$
n	m	(24) $l.\text{Tang.}\,\overline{\frac{m-p}{2}} = l.\,\overline{R-P} + l.\text{Tang.}\,\overline{\frac{180-n}{2}}$
R	p	$-l.\overline{P+R}$, e facendosi Tang. $\overline{\frac{m-p}{2}} = e$,

Quan-

tro: Ma se l'oggetto è in A *al di là del centro, il raggio riflesso incontrerà l'asse tra lo specchio, e il suo centro. Si debba pertanto trovare il punto* H, *a cui dal punto* C *riflette il raggio* AC. *Poichè è cognito l'arco* GC, *e però l'angolo* GEC, *è cognito eziandio l'angolo del supplemento* CEA, *così che essendo l'angolo* GEC *di* 4 *gradi, l'angolo* CEA *è di gradi* 176. *In oltre è cognito nel triangolo* CAE *tanto il lato* AE, *che sia di pollici* $2\frac{22}{17051}$, *come il lato* EC, *che sia di pollici* $6\frac{22}{17051}$: *Si troveranno adunque primieramente i due angoli* ECA, EAC *mediante la formola* $l.\,\text{Tang.}\,\overline{\frac{m-n}{2}} = l.\,\overline{P-Q} + l.\,\text{Tang.}\,\overline{\frac{180-176}{2}}\,(=2) - l.\,\overline{P+Q}$, *in cui* $m =$ *all'angolo* EAC, $n =$ *all'angolo* ECA, $P = EC = 6\frac{22}{17051}$, $Q = AE = 2\frac{22}{17051}$, *onde fatte queste sostituzioni la formola diverrà* $l.\,\text{Tang.}\,\overline{\frac{m-n}{2}} = l.\,4 + l.\,\text{Tang.}\,2^{\circ}$ $l.\,8\frac{44}{17051}$, *cioè*

Quantità date Quant. da trovarsi

Tang. $\overline{\frac{180-n}{2}} = b$, e supponendo $m > p$,

sarà $m = e+b$, $p = b-e$

P Q (25) $l.Q = l.P + l.\text{Sen. } n - l.\text{Sen. } m$

Le formole dei numeri 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 risolvono bensì il problema, ma bisogna, che l'angolo cercato sia cognito secondo la sua specie, o pure si abbia il modo di conoscerlo [del che parlerò fra poco] cioè a dire è necessario sapere se egli è ottuso, o acuto, come si è detto al num. 23., perchè il seno, che se ne ritrova tanto all'uno, che all'altro si riferisce, essendo che (pel num. 20.) un arco qualunque ha lo stesso seno, che l'arco del supplemento. Le prime sei formole si ripetono dalle formole (1), (2) del num. 23.: Le dodici seguenti dalle formole (3), (4) dello stesso num. 23.; e le rimanenti sei dalle formole (5), (6) parimente dello stesso num. 23.

53. Veniamo adesso al triangolo rettangolo, di cui l'ipotenusa si dica $= S$, un lato $= T$, e il suo angolo opposto $= r$; l'altro lato $= V$, e il suo angolo opposto $= t$. L'angolo retto essendo cognito si suppone una quantità data $= R$. Quan-

---

	0. 602060	*log. di* 4
	8. 543083	*log. della Tang. di gradi* 2 *corrispondente ad* $\frac{m+n}{2}$
Somma	9. 145143	
	0. 903222	*log. di* $8\frac{44}{17051}$
Residuo	8. 241921	*log. della Tang. di gradi* 1 *corrispondente ad* $\frac{m-n}{2}$

Ora avendosi $\frac{m+n}{2} = 2$, *ed* $\frac{m-n}{2} = 1$, *si ha (giusta il num. 85. del I. Tomo) l'angolo maggiore* m = 3, *e l'angolo minore* n = 1. *Si conoscono adunque del triangolo* ACE *tutti gli angoli, e in conseguenza si conoscono ancora tutti gli angoli del triangolo* HAC, *perchè l'angolo* EAC *è comune a tutti due, e l'angolo* HCA *è doppio dell'angolo trovato* ECA, *a motivo che l'angolo d'incidenza è eguale all'angolo di riflessione: vale a dire l'angolo* EAC = 3°, *l'angolo* HCA = 2°, *e l'angolo* CHA = 180° — 3° — 2° = 175°: *Ma di più è dato il raggio incidente* AC, *che sia di pollici* 7; *si avrà adunque il valore di* HA *per mezzo della formola* [5] $l.P = l.R + l.\text{Sen.n} - l.\text{Sen. p}$, *in cui* P=HA, R=AC=7, n=2°, p=175° *Che però facendosi queste sostituzioni, la formola si cambia nella seguente* $l.HA = l.7 + l.\text{Sen. } 2° - l.\text{Sen. } 175°$, *cioè*

Quantità date T — Quantità cercate r — (1) $l.\text{Tang.}r = l.R + l.T - l.V$ (a)

Quan-

	0. 845098	*log. di* 7
	8. 542819	*log. del Seno di gradi* 2
Somma	9. 387917	
	8. 940295	*log. del Seno di gradi* 175

Residuo 0. 447621 *cui corrisponde prossimamente* $2\frac{1}{6}$, *che è il cercato valore di* HA. *Quindi se da* GA, *che era data, perchè era dato il sito dell'oggetto* A, *si leverà il ritrovato valore di* HA, *resterà* GH, *che da principio era proposta da ritrovarsi, a fine di avere su l'asse il punto* H, *per cui passa il raggio riflesso dal punto* C.

[a] IX. *Dovendosi descrivere una linea meridiana sotto a un fabbricato, si determinerà per mezzo della formola* [10] *la lunghezza, che se gli deve dare, computando questa lunghezza dal piede del Gnomone, giacchè è data tanto l'altezza del Gnomone, come la quantità dell'angolo* r, *il qual angolo è misurato da un arco, che risulta dall'arco della latitudine, o elevazione del Polo, più l'arco, che misura l'inclinazione dell'Ecclittica all'Equatore. Ora l'obbliquità dell'Ecclittica è di grad.* 23, 28', 30", *e l'arco della latitudine per la Città di Modena è di grad.* 44, 38'; *dunque l'angolo* r = KAR = LAN *è di grad.* 68, 6', 30": *Onde la tangente di quest'arco presa dalle Tavole darà il numero delle parti, delle quali il Gnomone ne contiene* 100000, *che devonsi assegnare alla meridiana, con che resterà determinata la di lei lunghezza. Ma per dare una qualche cognizione di questa operazione, rappresenti* BACD [*Fig.* 360.] *uno squarcio per esempio di una Chiesa, dentro la quale vuolsi descrivere la meridiana, e al punto* A *del volto debbasi collocare la lastra, pel di cui foro devono entrare i raggi solari per segnare su la meridiana il punto del mezzo dì. La distanza perpendicolare* AL *della lastra dal pavimento rappresenta l'altezza del Gnomone. Questa altezza devesi determinare con tutta la possibile esattezza per mezzo di una riga di legno lunga quanto occorre, e se bisogna formata dall'unione di varie altre tra loro ben unite, poscia questa riga devesi scrupulosamente dividere in* 100000 *parti eguali, perchè in seguito deve servire nella misura della meridiana. Il foro della lastra deve essere di un diametro proporzionale all'altezza del Gnomone, affinchè essendo piccolo assai l'immagine del Sole gettata sul pavimento non resti troppo languida, o pure non si renda ambigua, essendo egli molto grande. Il semidiametro della lastra, che serve alla gran meridiana nella Chiesa di S. Petronio di Bologna, contiene* 50 *parti di quelle, delle quali l'altezza del Gnomone ne contiene* 100000: *Per un Gnomone più breve il semidiametro della lastra dovrebbe essere alquanto maggiore. Il pavimento su cui devesi tirare la meridiana deve essere a un perfetto livello. Dopo avere determinata la posizione della linea meridiana nella maniera più comoda, e più propria, o per mezzo del curvo viaggio fatto avanti e dopo il mezzo dì sul pavimento dai raggi solari, che entrano pel buco della lastra, o più esattamente per mezzo di un orologio rettificato con osservazioni d'eguali altezze so-*

Quantità date Quantità cercate

V t (2) $l.\text{Tang.}t = l.\text{R} + l.\text{V} - l.\text{T}$ (b)

---

lari fatte ne' due, o tre giorni precedenti, si troverà la sua lunghezza coll' ajuto della formola [10] *in questo modo, si faccia* V *eguale all' altezza* AL *del Gnomone, per esempio eguale a* 17 *braccia,* T *rappresenta la meridiana, la di cui lunghezza si cerca, l' angolo* t *si è detto dover essere di grad.* 68, 50', 30", *il raggio* R = 100000, *e fatte queste sostituzioni nella formola, essa si cambierà nella seguente* $l.\text{T} =$ $l.$*Tang.* 68°, 6', 30", *cioè con fare per maggiore speditezza* = 1 *l' altezza del Gnomone*

10. 412246	*log. della Tang. di* 68°, 6', 30"
10. 000000	*log. del raggio*

Residuo 0. 412246, *cui corrisponde* $2\frac{12975}{35218}$, *che è la cercata lunghezza, che deve avere la meridiana, cioè a dire deve contenere il Gnomone* 2 *volte, e* $\frac{12975}{35218}$.

X. *Senza fare questo calcolo si sarebbe potuta trovare la di lui lunghezza, dopo avere determinato con tutta giustezza il piede del Gnomone, così che corrisponda a piombo al centro del foro della lastra, con trasportare dal detto piede* L *su la meridiana la riga, che servì a misurare l' altezza del Gnomone, e contare su la medesima tante parti di questa riga, quante ne mostra la tangente di* 68°, 6', 30". *Ma per maggiore intelligenza vediamone un' operazione pratica sopra un foglio di carta. Si conduca la linea indefinita* LN [*Fig.* 360.], *che deve servire per la meridiana. Dal punto* L *se gli alzi perpendicolarmente la retta* LK, *su la quale si prenda il gnomone d' una lunghezza arbitraria, come* AL. *Sul punto* A *fatto centro si descriva il quadrante* AKSE, *e dal punto* K *verso* E *si numerino fino in* R *gradi* 68, 6', 30", *indi si prenda* RS = SX = 23°, 28', 30", *e dai punti* R, X *si conducano alla meridiana le rette* RN, XM, *che limiteranno su la medesima la porzione* MN, *sopra la quale scorre due volte all' anno l' immagine del Sole trasmessa dalla lastra* A, *e in oltre determineranno i veri punti dei Solstizj, così che quando l' immagine del Sole arriverà al punto* N, *egli si troverà in Capricorno; e si troverà nell' altro Solstizio del Cancro, quando la sua immagine giungerà in* M. *Volendosi segnare sopra la meridiana gli altri segni del Zodiaco, si conduca la retta* RX, *che si divida per metà in* T, *e col raggio* TX = TR *si descriva il circolo* ♎ ♍ ♌ *ec., che si divida in dodici parti, come lo mostrano i Caratteri dei segni: Per le divisioni opposte* ♌ ♊, ♍ ♉, ♎ ♈, ♏ ♓, ♐ ♒ *si conducano altrettante rette, e dai punti* m, n, x, z, u; *ove esse intersecano la retta* RX, *si conducano pel punto* A *alla meridiana le rette* mQ, nP, xH, zG, uF, *che determineranno su la meridiana i punti* F, G, H, P, Q, *sopra de' quali scorrerà l' immagine del Sole, allorchè egli entrerà ne' segni ivi notati.*

(b) XI. *Cercasi la lunghezza, e la direzione del viaggio della Nave* B [*Fig.* 361.] *la quale essendo partita dal punto* A *si è avanzata* 3789 *Tese da Occidente in Orien-*

Quantità date	Quantità cercate	
	S	(3) $l.\,S. = l.R + l.T - l.\text{Sen.}\,r$, giacchè colla formola (1) si è trovato l'angolo r.
V	T	(4) $l.T = \frac{1}{2} l.\overline{S+V} + \frac{1}{2} l.\overline{S-V}$
S	r	(5) $l.\text{Cof.}\,r = l.R + l.V - l.S$
	r	(6) $l.\text{Sen.}\,t = l.R + l.V - l.S$ (c)

Quan-

te, e 5293 Tese da mezzo giorno a Settentrione. La retta AC *rappresenti la direzione da mezzodì a Settentrione, e la retta* CB *la direzione da Ponente a Levante: Sarà adunque* AC = 5293, CB = 3789, *e nella formola* [2] *dovrà essere* t = *all'angolo* CAB, T = AC = 5293, V = CB = 3789: *Onde fatte queste sostituzioni nella formola, essa diverrà l. Tang.* t = *l.* R + *l.*3789 — *l.*5293, *cioè*

	3. 578525	*log. di* 3789
	10. 000000	*log. del raggio*
Somma	13. 578525	
	3. 723702	*log. di* 5293
Residuo	9. 854823,	

che nelle Tavole trovasi essere la tangente dell'angolo prossimamente di 45°, 43', *e tale è la ricercata direzione del viaggio fatto dalla Nave, vale a dire ella ha corso da mezzo dì a Settentrione in un angolo di* 45°, 43' *circa. Per trovare poi la lunghezza del viaggio* AB, *si faccia uso della formola* [3], *in cui* S = AB, T = 5293, r = 180° — 45°, 43' = 44°, 17', *per mezzo delle quali sostituzioni essa diventa l.*AB = *l.* R + *l.* 5293 — *l.*Sen. 44°, 17', *cioè*

	3. 723702	*log. di* 5293
	10. 000000	*log. del raggio*
Somma	13. 723702	
	9. 843984	*log. del Seno di* 44°, 17'
Residuo	3. 879718	*log. prossimamente di* 7581, *che è la cercata lunghezza del viaggio fatto dalla Nave.*

(c) XII. *Siano* G, C *i centri delle superficie della lente* HQFR [*Fig.*364.], *e però siano cogniti i raggi* GF *di* 4 *pollici*, CH *di* 3, *e la grossezza* FH $= \frac{41}{78}$ *d'un pollice. L'asse comune di sfericità delle dette superficie sia* KA, *su cui sia data*

Quantità date	Quantità cercate	
T S	V	(7) $l.V = \frac{1}{2} l.\overline{S+T} + \frac{1}{2} l.\overline{S-T}$

---

la posizione dell' oggetto K *distante da* H 5 *pollici, e in oltre sia dato il punto* P, *nel quale cade un di lui raggio, cioè sia dato l' arco* HP *di* 2°: *il rapporto dei seni d' incidenza, e di rifrazione allorchè il raggio entra nella lente sia* 51 : 20, *e allorchè n'esce sia* 20: 51: *Cercasi sopra l' asse il punto* B, *al quale giungerà il raggio* KP *dopo due rifrazioni, una in* P, *e l' altra in* I. *Poichè nel triangolo* KPC *è noto il lato* KC = 8 *pollici*, CP = CH = 3, *e l' angolo* HCP = 2°, *se nella formola* [19] *del num.* 52. *si farà* P = KC = 8, Q = CP = 3, P = 2°, *essa si cambierà nella seguente*

$l.\text{ Tang. } \overline{\frac{m-n}{2}} = l.\, 5 + l.\text{ Tang. } 89° - l.\, 11$, *cioè*

	0. 698970	*log. di* 5
	11. 758078	*log. della Tang. di grad.* 89
Somma	12. 457048	
	1. 041393	*log. di* 11

Residuo 11. 416655, *cui corrisponde l' angolo* 87°, 48′, 20″, *e però l' angolo* KPC *è di grad.* 176°, 48′, 20″, *e l' angolo* CKP *è di grad.* 1°, 11′, 40″. *Ora si troverà il lato* KP *mediante la formola* [1] *del num.* 52, *in cui deve essere* Q = KP, P = CP, m = 1°, 11′, 40″, n = 2°: *Onde fatte queste sostituzioni essa si cambierà nella seguente* $l.\,KP = l.\, 3 + l.\text{Sen. } 2° - l.\text{ Sen. } 1°, 11', 40''$

	0. 477121	*log. di* 3.
	8. 542819	*log. del Sen. di grad.* 2°.
Somma	9. 019940	
	8. 319011	*log. del Sen. di grad.* 1°, 11′, 40″

Residuo 0. 700929, *cui corrisponde in circa* $5\frac{1}{40}$, *e tale è la cercata lunghezza di* KP, *di pollici cioè* $5\frac{1}{40}$. *Essendosi trovata la quantità dell' angolo* KPC *di grad.* 176°, 48′, 20″, *resta cognito l' angolo del supplemento* CPE *di grad.* 3°, 11′, 40″: *Ma nel triangolo rettangolo* PCE *si conosce il lato* PC = 3, *e l' angolo* CPE *di grad.* 3°, 11′, 40″, *però mediante la formola* [19] *del num.* 53, *in cui si ponga* T = CE, S = PC = 3, r = 3°, 11′, 40″, *si troverà il valore di* CE, *poichè fatte le dette sostituzioni la formola si cambia nella seguente* $l.\,CE = l.\text{ Sen. } 3°, 11', 40'' + l.\, 3. - l.\, R$, *cioè*

Quantità date	Quantità cercate	
T S	r	(8) $l.\text{Sen.}r = l.R + l.T - l.S$

Quan-

8. 746047 *log. del Sen. di grad.* 3°, 11', 40"
0. 477121 *log. di* 3

Somma 9. 223168
10. 000000 *log. del raggio da sottrarsi*

Residuo 0. 776832, *cui corrisponde la frazione* $\frac{79181}{473767}$, *che è il valore della* CE. *Siccome poi si ha* 51 : 20 :: CE $\left(=\frac{79181}{473767}\right)$: CD, *però si avrà* CD $= \frac{20 \times 79181}{51 \times 473767}$. *Per lo che nel triangolo rettangolo* CDP *si conoscono i valori di* CP, CD, *onde si troverà la quantità dell' angolo* CPD *per mezzo della formola* [6] *nella quale dev' essere* t = CPD, V = CD, S = CP. *Si sostituiscano nella formola questi valori, e si avrà* $l.\text{Sen. } t = l.R + l.\frac{20 \times 79181}{51 \times 473767} - l.3$, *vale a dire*

10. 000000 *log. del raggio.*
— 1. 183372 *log. di* $\frac{20 \times 79181}{51 \times 473767}$

Somma 8. 816622
0. 477121 *log. di* 3. *da sottrarsi*

Residuo 8. 339501, *che trovasi essere il seno dell' angolo di* 1°, 15', 8"; *e però l' angolo* CPD *è di gradi* 1, 15', 8". *Ora siccome l' angolo* HCP *s' è supposto* = 2°; *perciò l' angolo* PCA *del supplemento è* = 178°; *onde nel triangolo* CPA *si conosce il lato* CP = 3 *pollici, gli angoli* PCA *di* 178°, CPA *di* 1°, 15', 8", *e* CAP *di* 180° — 178° — 1°, 15', 8" = 180° — 179°, 15', 8" = 0°, 44', 52"; *e però si troverà il lato* CA *mediante la formola* [1] *del num.* 52, *nella quale sia* Q = CA, P = CP = 3, m = 0°, 44', 52", n = 1°, 15', 8", *fatte le quali sostituzioni la formola diventa* $l.\text{CA} = l.3 + l.\text{Sen. } 1°, 15', 8" - l.\text{Sen. } 0°, 44', 52"$, *cioè*

0. 477121 *log. di* 3
8. 339501 *log. del Sen.* 1°, 15', 8"

Somma 8. 816622
8. 115625 *log. del Sen.* 0°, 44', 52" *da sottrarsi*

Residuo 0. 700997, *cui corrisponde prossimamente* $5\frac{2}{39}$; *onde* CA = $5\frac{2}{39}$

Quantità date	Quantità cercate	
T		
S	t	(9) $l.\,\mathrm{Cof.}\,t = l.\,R + l.\,T - l.\,S$

Quan-

---

pollici: Ora $AG = AC + CH + FG - FH = 5\frac{1}{39} + 3 + 4 - \frac{41}{78} = 11\frac{1}{2}$ *pollici: Dunque nel triangolo* ALG *rettangolo in* L *si conosce* $AG = 11\frac{1}{2}$ *e l'angolo* $GAL = 0°, 44', 52''$, *conseguentemente si ottiene l'angolo* $AGL = 90° - 0°, 44', 52'' = 89°, 15', 8''$, *e il lato* GL *mediante la formola* [10] *in cui si faccia* $T = GL$, $t = 0°, 44', 52''$, $V = 11\frac{1}{2}$, *con che si cambia nella seguente* $l.\,GL = l.\,\mathrm{Tang.}\,0°, 44', 52'' + l.\,11\frac{1}{2} - l.\,R$, *cioè*

	8. 115676	*log. della Tang.* 0°, 44', 52"
	1. 060698	*log. di* $11\frac{1}{2}$
Somma	9. 176374	
	10. 000000	*log. del raggio da sottrarsi*
Residuo	0. 823626,	*cui corrisponde la frazione* $\frac{66947}{447157}$; *e però* $GL =$

$\frac{66947}{447157}$ *d'un pollice. Nel triangolo rettangolo adunque* GIL *è noto il lato* GL, *e l'ipotenusa* $GI = GF = 4$: *onde si farà cognito l'angolo* IGL *sostituendo nella formola* [5] IGL *in vece di* t, GL *in vece di* V, *e* GI *in vece di* S, *con che la formola diviene* $l.\,\mathrm{Cof.}\,IGL = l.\,R + l.\,\frac{66947}{447157} - l.\,4$, *vale a dire*

	10. 000000	*log. del raggio*
	— 0. 823626	*log. di* $\frac{66947}{447157}$
Somma	9. 176374	
	0. 602060	*log. di* 4. *da sottrarsi*
Residuo	8. 574314,	*che è il Coseno dell'angolo di* 87°, 9', 2"; *e però l'*

angolo IGL *è di* 87°, 9', 2". *Si ha poi* $20 : 51 :: GL \left(= \frac{66947}{447157}\right) : GM = \frac{51 \times 66947}{20 \times 447157}$:

Quantità date	Quantità cercate	
V	T	(10) $l.T = l.\text{Tang.} r + l.V - l.R$ (d)
r	S	(11) $l.S = l.R + l.V - l.\text{Cof.} r$

Effen-

Dunque nel triangolo GIM *rettangolo in* M *è cognito il lato* GM, *e l'ipotenusa* GI, *dal che coll'ajuto della formola* [6] *si deduce la quantità dell'angolo* MIG *mediante la sostituzione di* MIG *a* t, *di* GM *a* V, *e di* GI *a* S *così*: $l.\text{Sen. MIG} = l.R + l.\frac{51 \times 66947}{20 \times 447157} - l.4$, *vale a dire*

	10. 000000	*log. del raggio*
	— 0. 417086	*log. di* $\frac{51 \times 66947}{20 \times 447157}$
Somma	9. 582914	
	0. 602060	*log. di* 4 *da sottrarsi*

Residuo 8. 980854, *che è il Seno dell'angolo di* 5°, 29′, 27″, *e però l'angolo* MIG *è di* 5°, 29′, 27″, *conseguentemente il di lui supplemento* GIB *è di* 174°, 30′, 33″. *Finalmente nel triangolo* GIB *si ha il lato* GI = 4, *l'angolo* GIB = 174°, 30′, 33″, *l'angolo* BGI = AGL — IGL = 89°, 15′, 8″ — 87°, 9′, 2″ = 2°, 6′, 6″, *perchè poco sopra s'è trovato* AGL = 89°, 15′, 8″, *e* IGL = 87°, 9′, 2″: *onde si ottiene anche l'altro* CBI = 180° — 174°, 30′, 33″ — 2°, 6′, 6″ = 180° — 176°, 36′, 39″ = 3°, 23′, 21″. *Si sostituisca ora nella formola* [1] *del num.* 52. GB *in luogo di* Q, GI *in luogo di* P, *l'angolo* GIB *in vece di* n, *e l'angolo* GBI *in vece di* m, *e si otterrà il valore di* GB *così*: $l.GB = l.4 + l.\text{Sen.}\ 174°, 30′, 33″ - l.\text{Sen.}\ 3°, 23′, 21″$; *vale a dire*

	0. 602060	*log. di* 4
	8. 980850	*log. del Sen.* 174°, 30′, 33″
Somma	9. 582910	
	8. 771716	*log. del Sen.* 3°, 23′, 21″ *da sottrarsi*

Residuo 0. 811194, *cui corrisponde* $6\frac{33043}{66947}$, *e però il valore di* GB *è di pollici* $6\frac{33043}{66947}$: *onde per ultimo si ha la cercata* $BF = GB - GF = 6\frac{33043}{66947} - 4 = 2\frac{33043}{66947}$ *pollici.*

(d) XIII. *Questa formola* [10] *ci può servire a trovare una qualunque altezza:*

Essendosi trovato l'angolo r resta cognito ancora l'altro t, lo che vale per tutte le seguenti formole

Quan-

Si debba per esempio trovare l'altezza della nuvola A [*Fig.* 362.]. *Questa altezza cercata sia* AD. *Si scielgano i due luoghi* B, C, *d'una distanza tale, che la differenza dei due angoli* ABD, ACD *sia sensibile, e due osservatori posti in questi luoghi collimino nello stesso tempo nel punto* A *della nuvola, e notino gli angoli* ABD, ACD. *Poichè nel triangolo* ADB *il raggio sta alla tangente, come l'altezza* AD *della nuvola a* DB; *e nel triangolo* ADC *il raggio sta alla tangente, come l'altezza* AD *a* DC; *però come sta la differenza delle tangenti degli angoli* BAD, CAD [*i quali sono noti, poichè si sono trovati coll'osservazione gli angoli* ABD, ACD] *al raggio, così sta l'intervallo* BC *delle due stazioni, che devesi misurare, alla cercata altezza* AD. *Sia pertanto l'intervallo* BC *di* 1874 *tese, l'angolo* ABD *di grad.* 86°, 57', *e però l'angolo* BAD *di grad.* 3°, 3'; *l'angolo* ACD *di grad.* 87°, 49', *e in conseguenza l'angolo* CAD *di grad.* 2°, 11': *Per lo che si avrà* AD =

$$\frac{R \times 1874}{\text{Tang. } 3°, 3' - \text{Tang. } 2°, 11'}, \text{ cioè } \frac{10000000 \times 1874}{532829 - 381248} = \frac{18740000000}{151581} =$$

$123630 \frac{40970}{151581}$, *e tante sono le Tese, colle quali la nuvola* A *dista dalla terra*.

XIV. *La misura delle altezze è soggetta ad errore a motivo della rotondità della terra, ogniqualvolta essa si prenda da una assai grande distanza; e però per evitare ogni errore, fa mestiere, che per fare le opportune osservazioni degli angoli, si scielga una distanza mediocre dall'altezza da misurarsi. Come ciò succeda lo dichiarerò coll'esempio. Sia* FBG (*Fig.* 363.) *la terra, e la retta* BD *rappresenti un monte altissimo: L'osservatore, che ne vuol trovare l'altezza sia in* F, *la di cui distanza da* B *sia di* 7 *miglia: Poichè si assegnano* 60 *miglia in circa alla lunghezza di un grado, sarà l'angolo* FAB *di* 7'. *Ora l'osservatore nella sua operazione dirige due raggi visuali, cioè il raggio* FD *al vertice del monte, e l'orizzontale* FC, *il quale fa un angolo retto col semidiametro* FA; *per lo che l'angolo* FCA, *che per errore si assume come retto, e che realmente in una piccola distanza è retto, nel caso presente è minore di un retto di* 7', *cioè è di gradi* 89°, 53', *lo che fa, che l'angolo* FCD *sia maggiore di un retto di* 7', *vale a dire sia di grad.* 90°, 7'. *Dall'alterata quantità di quest'angolo resta viziata anche quella degli altri due del triangolo* FBD, *e però soggette ad errore le misure dei di lui lati dedotte dal calcolo trigonometrico. Di fatto il piede del monte, che dovrebbe essere in* B *si riferisce in* C, *e la di lui altezza, che è* BD *si fa* CD *minore di molto dalla vera, come è facile dedurlo dal calcolo. Questo errore poi è tanto maggiore, quanto più grande è la distanza* FB, *dalla quale si fa l'osservazione. Non così sono soggette ad errore le misure delle distanze, essendo questo quasi insensibile nella misura di una distanza anche assai grande, come sarebbe di* 50, *o* 60 *miglia, mentre egli è eguale alla differenza, che passa fra la tangente, e la corda dell'arco* FB, *lo che può servire di regola per correggere le misure delle distanze assai grandi.*

Quantità date	Quantità cercate	
V	T	(12) $l.T = l.\text{Cot}.t + l.V - l.R$ (c)
t	S	(13) $l.S = l.R + l.V - l.\text{Sen}.\, t$
T	V	(14) $l.V = l.\text{Cot}.r + l.T - l.R$
r	S	(15) Il valore di S si è trovato alla formola (3)

Quan-

XV. *Nella misura delle altezze si suol far uso, per la determinazione degli angoli opportuni, del quadrante, o del semicircolo, di cui il diametro, o semidiametro deve essere collocato perfettamente parallelo all' orizzonte, affinchè il triangolo, che si osserva sia rettangolo. Ora in questo modo si colloca l' istrumento mediante il perpendicolo, dalla di cui meno esatta posizione resta viziata anche quella dell' istrumento, e conseguentemente la quantità degli angoli del triangolo osservato, e però le misure dei di lui lati ritrovate col calcolo trigonometrico. Quì poi si osservi, che supposto lo stesso errore del perpendicolo, lo sbaglio nella misura delle altezze è tanto maggiore, quanto più acuto, o più ottuso è l' angolo dell' altezza, il quale viene formato dalla linea orizzontale, e dal raggio visuale, che va alla sommità dell'altezza da misurarsi. Per lo che acciò l' operazione sia per quanto si può immune da errore devesi scegliere l' angolo dell' altezza a norma di quanto ho detto al num.* CLXXXIV.

(c) XVI. *Data l' altezza del Sole sopra l' orizzonte di grad.* 39°, 43', *e data l' altezza di un Gnomone* AB [*Fig.* 365.] *di piedi* 18, *cercasi la lunghezza dell' ombra* BC, *che egli getta. Poichè è data l' altezza del Sole sopra l' orizzonte, è dato ancora l' angolo* ACB, *che n' è la misura. Ora nel triangolo* ABC *essendo cognito il lato* AB, *e l' angolo* ACB, *si troverà la lunghezza del lato* BC *mediante la formola* [12], *in cui deve essere* $T = BC$, $t = 39°, 43'$, $V = AB = 18$, *per lo che fatte queste sostituzioni la formola diventa* $l.T = l.\text{Cot}.\, 39°, 43' + l.\, 18 - l.R$, *cioè*

	10. 080552	*log. della Cot. di grad.* 39°, 43'
	1. 255273	*log. di* 18
Somma	11. 335825	
	10. 000000	*log. del raggio*
Residuo	1. 335825,	*cui corrisponde* 21, *e* $\frac{2}{3}$ *in circa, e però la cercata*

lunghezza dell' ombra è di piedi 21, *e* $\frac{2}{3}$.

XVII. *Che se sarà data l' altezza del Gnomone* AB *di piedi* 18, *e la lunghezza dell' ombra* B *di piedi* 42, *si troverà l' altezza del Sole sopra l' orizzonte mediante la formola* [1], *in cui deve essere* $x =$ *all' angolo* ACB, *che misura l' altezza cercata,* $T = AB = 18$, $V = BC = 42$, *mediante le quali sostituzioni la formola si cambia nella seguente* $l.\text{Tang}.\, x = l.R + l.\, 18 - l.\, 42$, *cioè*

Quantità date	Quantità cercate	
T	V	(16) $l.V = l.\text{Tang}.t + l.T - l.R$
t	S	(17) $l.S = l.R + l.T - l.\text{Cof}.t$
S	V	(18) $l.V = l.\text{Cof}.r + l.S - l.R$
r	T	(19) $l.T = l.\text{Sen}.r + l.S - l.R$

Quan-

---

	10. 000000	*log. del raggio*
	1. 255273	*log. di* 18
Somma	11. 255273	
	1. 623249	*log. di* 42

Residuo 9. 632024, *che è il log. della Tang. dell' angolo di grad.* 23°, 11', 55" *in circa, e tale è la cercata elevazione del Sole sopra l'orizzonte.*

XVIII. *Onde perchè* [*pel num.* 14.] *la tangente di grad.* 45. *è eguale al raggio, quando l'altezza del Sole sopra l'orizzonte sarà di* 45°, *la lunghezza dell' ombra sarà eguale all'altezza del Gnomone. Rispetto poi allo stesso Gnomone, le lunghezze delle di lui ombre in differenti altezze del Sole stanno come le cotangenti di queste altezze o sia in ragione inversa delle loro tangenti. E di quì nasce, che le ombre meridiane sono più lunghe nell'Inverno, che nella State. Ora supposta invariata l'altezza del corpo luminoso, ben si scorge, che le lunghezze dell'ombre de' corpi opachi egualmente alti sono reciprocamente proporzionali alle loro distanze dal corpo luminoso, lo che può servire per misurare le distanze del Sole, e della Luna dalla terra, benchè per altro non accuratamente abbastanza per gli usi Astronomici.*

XIX. *L'ombra di cui pur ora ho parlato, che viene gettata da un corpo opaco perpendicolare all' orizzonte, chiamasi ombra retta: Ma se il corpo è paralello all' orizzonte, l'ombra da esso gettata dicesi versa, e tale è l'ombra* AD [*Fig.* 365.] *gettata dal corpo* DE: *E perchè il triangolo* DAE *formato dal corpo* ED *paralello all' orizzonte, dalla sua ombra* AD, *e dal raggio* EA, *è simile al triangolo* ABC *formato dal corpo verticale* AB, *dalla sua ombra* AC, *e dal raggio* AC, *però nella stessa altezza del Sole starà un corpo opaco alla sua ombra versa, come l'ombra retta al corpo opaco, da cui vien gettata, conseguentemente* [1°] *il corpo opaco sta alla sua ombra versa come il coseno dell' altezza del Sole al suo seno, mediante che data l'altezza del Sole, e la lunghezza di un corpo opaco, si sa determinare la lunghezza della sua ombra versa; o pure data la lunghezza del corpo opaco, e della sua ombra versa, si sa determinare l'altezza del Sole sopra l'orizzonte.* [2°] *Ogniqualvolta siano eguali le lunghezze dei due corpi, uno verticale, e l'altro orizzontale, sarà questa loro lunghezza media proporzionale tra le loro ombre, retta, e versa (supposta sempre la stessa altezza del Sole.* [3] *Quando l'altezza del Sole è di grad.* 45°, *anche l'ombra versa è eguale alla lunghezza del corpo opaco.*

Quantità date	Quantità cercate	
S	V	(20) $l.V = l.\text{Sen.}t + l.S - l.R$
t	T	(21) $l.T = l.\text{Cof.}t + l.S - l.R$ (f)

La

XX. *Queste ombre sì rette, che verse, sono di un uso assai comodo nelle misure delle altezze tanto accessibili, come inaccessibili.*

XXI. *Quì pure con tutta facilità si scioglie il Problema esposto al num.* LII., *in cui si cerca di trovar l'asse del cono ombroso gettato da una sfera opaca minore illuminata da una maggiore. Parimente a questo luogo si può richiamare la soluzione dei Prob. dati ai num.* XCIX. *e seguenti.*

XXII. *Vediamone un Esempio: Debbasi misurare la distanza* BC (*Fig.* 366.). *Si prenda un bastone* AB *di altezza cognita, come di 5 piedi, che si metta perpendicolare all'orizzonte, e si osservi l'angolo* BAC, *che sia di grad.* 87, *con che resterà cognito l'angolo* BCA *di grad.* 3. *Ora nella formola* (1) *del num.* 52. *si faccia* $Q = BC$, $P = AB = 5$, $m = 3°$, $n = 87°$, *con che essa diverrà* $l.Q = l.5 + l.\text{Sen.}87° - l.\text{Sen.}3°$, *cioè*

	0. 698970	*log. di* 5
	9. 999404	*log. del Sen. di grad.* 87°
Somma	10. 698374	
	8. 718800	*log. del Sen. di grad.* 3°

Residuo 1. 979574, *cui corrisponde prossimamente* 95, *e però* 95 *piedi è la distanza* BC.

(f) XXIII. *Cercasi la ragione, che hanno i gradi di un massimo cerchio della terra, per esempio dell'Equatore, ai gradi di un qualunque parallello. Il paralello proposto sia a grad.* 53°, 27', *così che rappresentando* CE (*Fig.* 348.) *l'Equatore,* Pd *rappresenti il paralello. Ora i gradi dell'Equatore stanno ai gradi del paralello come la circonferenza dell'Equatore alla circonferenza del paralello, o sia perchè le circonferenze stanno in ragione de' diametri, o de' raggi, staranno i gradi dell'Equatore ai gradi del paralello, come* AC: NP, *ovvero come* AP: NP, *vale a dire come il raggio al seno del complemento dell'arco, che misura la distanza del paralello dall'Equatore: E perchè a un grado del massimo cerchio della terra si assegnano comunemente 60 miglia, però in vece di un grado si assuma il suo valore di* 60. *Si prenda pertanto la formola* (21), *in cui* T *deve rappresentare un grado del paralello,* $t = 53°, 27'$; $S = 60 =$ *a un grado dell'equatore, con che si avrà* $l.T = l.\text{Cof.}53°, 27' + l.60 - l.R$, *cioè*

	9. 774899	*log. del Cof. di grad.* 53°, 27'
	1. 778151	*log. di* 60
Somma	11. 553050	
	10. 000000	*log. del raggio*

Residuo 1. 553050, *cui corrisponde* $35\frac{8982}{12235}$, *e però a un grado del detto paralello competono miglia* 35, *e* $\frac{3}{4}$ *in circa.*

Le formole (1), e (2) dipendono dalla formola (7) del num. 24. La formola (3) dalla formola (12) dello stesso num. La formola (4) dal num. 25., poichè è

$T = \sqrt{S^2 - V^2} = \sqrt{S+V \times S-V}$. La (5) dalla formola [14] del nu. 24. La (6) dalla formola (9) dello stesso num. La (7) dal num. 25. L'(8) dalla formola (9), e la (9) dalla (14) del nu. 24. La [10] dalla formola [10] dello stesso num. La [11] dalla [14] dello stesso num. La [12] dalla proporzione IV. del num. 26., poichè V fa le veci di seno, e T di coseno. La [13] dalla [8] del num. stesso. La [14] dalla proporzione IV. del num. 26. La [15] dalla [12] del num. 24. La [16] dalla [10] dello stesso num. La [17], e [18] dalla [14] del num. stesso. La [19], e [20] dalla formola [8] del medesimo num.; e finalmente la [20] dalla [14] del num. detto. Ho detto ai num. 23., e 52., che essendo dati due lati, e l'angolo opposto a uno di loro, per trovar l'angolo opposto all'altro lato bisogna aver cognita, o saper conoscere la di lui spezie, poichè il seno trovato corrisponde egualmente a due angoli, de' quali uno è supplemento all'altro. E qui si osservi, che ciò ha luogo solamente rispetto all'angolo, che si oppone al massimo lato del triangolo, il qual angolo può essere, o retto, o acuto, o ottuso, essendo che gli angoli opposti agli altri due lati minori sono sempre acuti, mentre se un di loro potesse essere, o retto, o ottuso, molto più lo dovrebb'essere l'altr'angolo opposto al lato maggiore, nel qual caso la somma degli angoli del triangolo potrebb'essere maggiore di due retti. Per conoscere adunque la spezie dell'angolo cercato, che suppongo opposto al lato maggiore, si faccia così: Si prenda la somma, e la differenza del massimo lato, e del medio, o pure del massimo, e del minimo, e dell'una, e dell'altra si prendano i logaritmi: Se l'aggregato delle metà di questi logaritmi sarà eguale al logaritmo del terzo lato, l'angolo cercato sarà retto giusta la formola [4] relativamente al n. 283. 2° della Geom.; ma questo caso non fa difficoltà, poichè l'angolo retto viene immediatamente esibito dal seno trovato. Se il detto aggregato sarà minore del logaritmo del terzo lato, l'angolo sarà acuto; e se sarà maggiore del logaritmo del terzo lato, l'angolo sarà ottuso, lo che si raccoglie dal num. 283. 1°. della Geom. Questa maniera poi di conoscere la spezie dell'angolo cercato esige, che siano cogniti i tre lati del triangolo.

Tanto a questo num. 53., come al num. 52. ho dato le formole per ciascun lato, e angolo separatamente, quando per altro queste formole si avrebbero potuto ridurre a minor numero stante la denominazione fatta dei lati, e degli angoli con lettere indeterminate, che egualmente possono denominare qualunque lato, e angolo.

54. Resta per ultimo a darsi la soluzione generale del seguente

PROBLEMA.

55. Dati i tre lati AB, BC, CA [Fig. 355.] di un triangolo, si debbano ritrovare i di lui angoli.

56. Risol. Da un angolo del triangolo si intenda abbassata una perpendicolare al lato opposto, la quale perpendicolare cadrà sempre dentro al triangolo, se egli sarà acutangolo, o pure, se essendo ottusangolo, la perpendicolare sarà abbassata dall'angolo ottuso; e in questo caso [supposta BE la perpendicolare] si ha [giu-

ſta il num. 279.4°. Geom.] $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 - 2AC \times EC$. Ora cominciamo a cercare il valore dell'angolo C, che ſi ponga $= x$, e giacchè nella precedente equazione tutte le quantità ſono cognite a riſerva di EC, procuriamo di trovarne il valore mediante qualche funzione dell'angolo cercato C, a fine di poter determinare il valore di queſta funzione, e in conſeguenza dell'angolo. Nel triangolo pertanto BEC ſta BC ad EC, come il raggio al coſeno di C; quindi $EC = \frac{BC \times \text{Coſ.}\, x}{r}$. Se adunque ſi farà $AB = b$, $BC = d$, $CA = b$, indi nell' equazione $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 - 2AC \times EC$ ſi ſoſtituiſcano queſti valori inſieme col ritrovato valore di EC, ſi avrà $b^2 = d^2 + b^2 - \frac{2bd\ \text{Coſ.}\, x}{r}$, e per ultimo $\text{Coſ.}\, x = r \times \overline{\frac{d^2 + b^2 - b^2}{2bd}}$, o ſia $l.\ \text{Coſ.}\, x = l.\ r + l.\ \overline{d^2 + b^2 - b^2} - l.\ 2 - l.\ b - l.\ d$. Eſſendoſi ritrovato il valore dell'angolo C, ſi troverà il valore dell'angolo A per mezzo dell'equazione (II) del num. 23., che è $Q \times \text{Sen.}\, n = R \times \text{Sen.}\, m$, in cui la lettera Q rappreſenta il lato AB, la lettera R il lato BC, e la lettera m l'angolo C, la lettera n l'angolo A; onde ſi avrà $\text{Sen.}\, n = \frac{R \times \text{Sen.}\, m}{Q}$, o ſia $\text{Sen.}\, A = \frac{BC \times \text{Sen.}\, C}{AB}$. Eſſendoſi trovati due angoli, reſta cognito ancora il terzo.

57. Dalla ritrovata equazione $b^2 = d^2 + b^2 - \frac{2bd\ \text{Coſ.}\, x}{r}$ ſi ſcorge, che in qualunque triangolo il quadrato di un lato è eguale alla ſomma dei quadrati degli altri due lati meno il doppio del rettangolo dei medeſimi moltiplicato nel coſeno dell'angolo da eſſi compreſo, e diviſo pel raggio.

58. Reſta a diſcorrerſi brevemente del caſo, in cui ſiano dati i tre angoli del triangolo. Quando ciò ſia, ſi potrà per mezzo loro avere il rapporto dei lati del triangolo, non già i loro valori aſſoluti, che non dipendono dagli angoli, come coſta dai triangoli ſimili, i quali coll'eguaglianza degli angoli non accoppiano l'eguaglianza dei lati, ma ſoltanto il coſtante rapporto, poichè queſti lati ſtanno come i ſeni degli angoli oppoſti.

59. Prima di terminare la Trigonometria piana voglio oſſervare, che mediante la proporzione [I] del num. 28., da cui ſi ha [A] $\text{Sen.}\, m + \text{Sen.}\, n = \frac{2 \times \text{Sen.}\, \overline{\tfrac{1}{2} m + \tfrac{1}{2} n} \times \text{Coſ.}\, \overline{\tfrac{1}{2} m - \tfrac{1}{2} n}}{r}$, ſi può trovare il logaritmo, che corriſponde alla ſomma di due numeri, de' quali ſoltanto ſi hanno i logaritmi; e mediante

diante la proporzione [II] dello stesso num., dalla quale si ha [B] Sen. m — Sen. $n =$

$$\frac{2 \times \overline{\text{Cos.} \frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n} \times \overline{\text{Sen.} \frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n}}{r}$$, si può trovare il logaritmo, che corrisponde alla differenza di due numeri, de' quali sono dati solamente i logaritmi. Cominciamo dal trovare il logaritmo, che corrisponde alla somma già detta. Si osservi primieramente se le caratteristiche dei due logaritmi dati sono eguali, o ineguali: Se sono eguali devonsi ridurre tutte due a 9 con aggiungerci, se sono minori, le unità necessarie, e levarcele in caso, che siano maggiori, e in questo modo si avranno i logaritmi corrispondenti ai seni di due angoli, o archi, il maggiore de' quali chiamo $= m$, ed il minore $= n$. Per mezzo delle Tavole si trovino gli angoli, o archi corrispondenti a questi due logaritmi. Fatto ciò, mediante la formola [A] si trovi il logaritmo di Sen. m + Sen. n con sommare insieme il logaritmo di 2, il logaritmo del seno della metà della somma $m + n$, e il logaritmo del coseno della metà della differenza $m - n$, poscia da questa somma si sottragga il logaritmo del raggio, finalmente dalla caratteristica del logaritmo trovato si levino tante unità, quante sono state aggiunte a una delle caratteristiche de' logaritmi già proposti, o pure se ne aggiungano tante, quante erano state levate, a fine di ridurre la caratteristica ad essere 9.

60. Per esempio siano dati i due seguenti logaritmi 3. 491922, 3. 360215 [il primo de' quali corrisponde al numero 3104, e il secondo al numero 2292, che per altro suppongo ignoti]. All' una, e all' altra caratteristica di questi due logaritmi aggiungo 6, affinchè diventino 9, e con ciò il primo logaritmo diventa 9. 491922, cui nelle Tavole corrisponde l'angolo, o l'arco 18°. 5', che chiamo $= m$; e il secondo logaritmo diventa 9. 360215, cui nelle Tavole corrisponde l' angolo, o l' arco 13°. 15', che chiamo $= n$. Quindi sarà $\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n = 15°. 40'$, e

$\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n = 2°. 25'$.

61. Nella formola pertanto [A] si passi dai numeri ai logaritmi, ed essa diverrà

$$l. \overline{\text{Sen.} m + \text{Sen.} n} = l. 2 + l. \text{Sen.} \overline{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} n} + l. \text{Cos.} \overline{\frac{1}{2} m - \frac{1}{2} n} - l. r,$$

cioè, con sostituire alle lettere i fissati valori, $l. \overline{\text{Sen.} 18°. 5' + \text{Sen.} 13°. 15'} = l. 2 + l. \text{Sen.} 15°. 40' + l \text{Cos.} 2°. 25 - l. r$. Vale a dire [con fare le indicate operazioni su i logaritmi, indi sottrarre 6 dalla caratteristica del logaritmo trovato, giacchè alle caratteristiche de' logaritmi proposti si aggiunse 6 per ridurle a 9]

0. 301030	log. di 2
9. 431429	log. del Seno di 15°. 40'
9. 999614	log. del Coseno di 2°. 25'
19. 732073	Somma
10. 000000	logaritmo del raggio da sottrarsi
6.	numero delle unità da sottrarsi dalla caratteristica
3. 732073	logaritmo residuo, cui corrisponde il numero 5396,

 che

che è appunto la somma dei due numeri 3104, 2292, de' quali erano dati i logaritmi.

62. Istessamente si opera anche in caso, che le caratteristiche dei due logaritmi dati siano ineguali, se non che all'una, e all'altra devesi [per la ragion detta] aggiungere, o levare uno stesso numero di unità, così che la caratteristica del logaritmo maggiore risulti 9.

63. Servendosi della formola [B] nello stesso modo, con cui si è fatto uso della formola [A], si troverà il logaritmo corrispondente alla differenza di due numeri, de' quali soltanto siano dati i logaritmi.

64. Chi avrà presenti le cose dette al num. 1246 del I. Tomo circa il complemento logaritmico, potrà facilmente rilevare, che [purchè pel complemento logaritmico si prenda la differenza dal logaritmo del quadrato del raggio], giusta la formola [XXII] del num. 28. Sen. $m = \frac{r^2}{\text{Cosec. } m}$ il logaritmo di un seno è il complemento logaritmico della cosecante. Giusta la formola XXIII. n. 28. Cos. $m = \frac{r^2}{\text{Sec. } m}$ il logaritmo di un coseno è il complemento logaritmico della secante. Giusta la formola XXIV. num. 28. Tang. $m = \frac{r^2}{\text{Cot. } m}$ il logaritmo di una tangente è il complemento logaritmico della cotangente. Così pure il logaritmo della cosecante [giusta la formola Cosec. $m = \frac{r^2}{\text{Sen. } m}$ è il complemento logaritmico del seno; e a tenore della formola Sec. $m = \frac{r^2}{\text{Cos. } m}$ il logaritmo di una secante è il complemento logaritmico del coseno, e finalmente giusta la formola Cot. $m = \frac{r^2}{\text{Tang. } m}$ il logaritmo della cotangente è il complemento logatitmico della tangente.

IL CALCOLO
DEI TRIANGOLI SFERICI.

PARTE I.

Delle nozioni, e proprietà dei triangoli sferici.

1. LA diversa spezie de' triangoli distingue la Trigonometria piana dalla sferica: Quella, come poc' anzi abbiamo veduto, versa intorno ai triangoli piani rettilinei, e questa le leggi dà del calcolo de' triangoli descritti su la superficie di una sfera, de' quali perciò i lati sono archi di circolo.

2. Siccome poi tra gli infiniti circoli, che si possono descrivere su la superficie di una sfera, quelli solamente sono tra loro eguali [pel num. 503. della Geom]. i di cui piani passano pel centro della sfera, e che per questo si dicono cerchj massimi; e uopo essendo, che i lati de' triangoli da sottomettersi al calcolo vengano misurati da gradi d' eguale grandezza, affinchè mediante l' eguaglianza del raggio a tutti comune facile riesca il ravvisare la loro misura; quindi è, che la Trigonometria sferica considera soltanto quei triangoli, i di cui lati sono archi di cerchj massimi della sfera, e quando ella paragona un triangolo sferico con un altro, li riguarda tutti due, o su la medesima sfera, o su sfere eguali.

3. Già abbiamo veduto al num. 503. della Geom., che se pel centro della sfera si intenderà passare un diametro, il quale sia perpendicolare al piano di un cerchio fatto mediante una sezione della sfera, tale diametro si chiama l' asse di questo circolo, e le di lui estremità terminanti alla superficie della sfera chiamansi i poli del medesimo circolo: E perchè l' asse è sul centro perpendicolare al piano del circolo, perciò il polo osserva egual distanza da qualsivoglia punto della di lui periferia; onde quando il circolo è massimo la distanza del polo da ciascun punto della periferia è un quadrante di circolo massimo, cioè un arco di 90° misurato su la superficie della sfera. E siccome ciascun circolo massimo ha i suoi poli particolari, rendesi evidente, che uno stesso punto preso su la superficie della sfera non può essere il polo di due, o più cerchj massimi. In oltre quando il piano di un cerchio massimo è perpendicolare al piano di un altro cerchio massimo, vicendevolmente la periferia di uno passa pei poli dell' altro: Come se su la superficie ABCD (Fig. 367.), si interfecheranno perpendicolarmente i due cerchj massimi AEC, BED, il circolo AEC passerà per i poli A, C del circolo BED, e questo passerà per i poli B, D del circolo AEC; che però non può passare la periferia di un cerchio massimo per i poli di un altro cerchio massimo, senza che anche la periferia di questo passi pe' poli del primo, e che i piani di questi due circoli siano tra loro vicendevolmente perpendicolari: Per lo che generalmente tutti i cerchj massimi, che passano pei poli di un altro cerchio massimo, sono a lui perpendicolari, e reciprocamente esso è a tutti loro perpendicolare, e se due, o più archi saranno perpendicolari a un altro arco, essi si interfecheranno tutti nel di lui polo, o sia a 90° di distanza da quest' arco. L' interfezione poi de' piani dei cerchj massimi è un diametro della sfera, stante che tutti i cerchj massimi hanno il centro comune con quello della sfera, e la retta, che nella sfera passa pel centro è un diametro; consegnentemente perchè il diametro divide per metà il circolo, tutti i cerchj massimi della sfera si dividono fra loro per metà.

4. Passando pertanto ogni cerchio massimo pel centro della sfera, e (pel numero 465. Geom.) per tre dati punti potendosi sempre far passare un piano, egli è per-

è perciò sempre in nostro potere il far passare un cerchio massimo per due punti dati su la superficie della sfera, niente altro richiedendosi, che far passare per questi due dati punti, e pel centro della sfera un piano, la di cui sezione (pel numero 503. Geom.) sarà il cercato cerchio massimo: Così pure per un punto dato su la superficie della sfera si può condurre un cerchio massimo, il di cui piano sia perpendicolare al piano di un dato cerchio massimo, bastando abbassare dal punto dato una retta perpendicolare sul piano di questo circolo, indi per questa retta, e pel centro far passare un piano, la di cui sezione sarà il ricercato cerchio massimo.

5. Def. 1. L'angolo sferico è quello, che viene formato dall'inclinazione de' piani di due cerchj massimi, come EAB (Fig. 368.), che risulta dall'incontro de' due piani ADFE, ADCB; e le porzioni d'archi AE, AB de' detti cerchj massimi diconsi i lati dell'angolo.

COROLLARIO I.

6. L'angolo sferico adunque ha per misura l'inclinazione de' piani di que' cerchj massimi, i di cui archi ne sono i lati: Onde se da un qualunque punto G della comune sezione de' due piani si condurranno su l'uno, e l'altro piano le rette GE, GB perpendicolari alla detta comune sezione AD, sarà il proposto angolo sferico EAB lo stesso, che questo EGB formato dalle suddette due perpendicolari GE, GB; o sia sarà il medesimo, che l'angolo *cAb* fatto dalle due tangenti A*c*, A*b*, che si conducono ai lati AE, AB dell'angolo pel loro punto d'incontro, mentre all'angolo EGB è eguale l'angolo *cAb*. E perchè col condursi dal vertice A dell'angolo sferico alle estremità E, B de' lati AE, AB le corde AE, AB, queste sono tra loro più inclinate, e sempre più a misura, che i lati dell'angolo sono maggiori, di quello siano tra loro inclinate le tangenti A*c*, AB, quindi l'angolo sferico è maggiore dell'angolo formato dalle corde degli archi, che sono i lati dell'angolo sferico.

COROLLARIO II.

7. Siccome poi l'angolo formato dall'inclinazione di due piani è sempre minore di due retti, poichè se quest'angolo fosse eguale a due retti, i due piani non sarebbero tra loro inclinati, ma cadrebbero su un medesimo piano, egli è perciò l'angolo sferico sempre minore di due retti.

COROLLARIO III.

8. Essendo che (pel num. 3.) l'interfezione de' piani di due cerchj massimi è un diametro della sfera, ben si vede, che se due archi EA, BA di cerchj massimi intersecantisi in un punto A si prolungheranno quanto occorre, essi andranno a intersecarsi di nuovo in un punto D diametralmente opposto al primo A, ove faranno l'angolo PDC eguale al dato EAB; e la distanza di questi due angoli sarà misurata da un'intera semicirconferenza ABCD, o sia da 180°. Gli accennati prolungamenti poi dei lati dell'angolo ne sono i supplementi.

CO-

COROLLARIO IV.

9. L' inclinazione poi dei piani de' due cerchj massimi, i di cui archi sono i lati dell' angolo sferico, viene misurata da un arco di cerchio massimo, che ha il polo al vertice dell' angolo; conseguentemente quest' arco interseca i lati dell' angolo alla distanza di 90° dal vertice, ed egli è maggiore di qualunque altro arco, che possa unire le estremità dei lati dell'angolo, purchè questi lati siano tutti due della medesima spezie, cioè o tutti due minori, o tutti due maggiori di 90°: Ond'è, che il vertice di un angolo sferico può sempre essere riguardato come il polo di un cerchio massimo, il di cui arco intercetto fra gli archi costituenti i lati dell' angolo servegli di misura. E quì si osservi, che l' asse di un circolo passando [pel num. 3.], pel centro, ed essendo al di lui piano perpendicolare, non possono tra loro confondersi i piani di due cerchj massimi, senza che restino confusi ancora i loro assi, nè uno di questi piani si può all'altro inclinare, senza che altrettanto vicendevolmente si inclinino fra se i loro assi. Quindi è, che l' angolo fatto dall'inclinazione di questi piani è eguale all'angolo formato dall' inclinazione de' loro assi; ma quest' angolo è misurato da un arco di cerchio massimo intercetto fra le estremità di questi assi, o sia fra i poli de' detti cerchj massimi, conseguentemente quest'arco è pur la misura dell'angolo sferico.

COROLLARIO V.

10. In quella guisa pertanto, che [pel num. 472. Geom.] quando un piano cade sopra un altro, o fa due angoli retti, o due angoli, la di cui somma è eguale a due retti, così cadendo un arco di circolo massimo sopra un altro farà o due angoli retti, o due angoli, che come i rettilinei chiamansi conseguenti, la di cui somma eguaglia due retti, de' quali perciò uno è supplemento all' altro. Se il piano di un arco cadrà perpendicolare sul piano di un altro, l' angolo sferico, che ne risulterà sarà retto, e in tal caso ognuno de' suoi lati passerà pel polo dell'altro [pel num. 3.]. Quindi volendosi abbassare da un punto dato su la superficie della sfera un arco perpendicolare a un arco parimente dato, basterà condurre pel detto punto, e pel polo di quest'arco un arco di cerchio massimo. Parimente a misura, che l'angolo formato dai piani di due cerchj massimi sarà acuto, o ottuso, acuto pure, o ottuso dirassi l'angolo sferico.

COROLLARIO VI.

11. Si intende in oltre, che siccome qualora due piani si intersecano, gli angoli verticalmente opposti risultano eguali, così se due archi di cerchio si intersecheranno, saranno eguali gli angoli verticalmente opposti.

12. Def. 2. Se tre piani di cerchj massimi si interfecheranno ABHL, BCL, ACH (Fig. 369.), le tre loro porzioni BCD, ADC, BDA, che sono settori di circoli massimi, formeranno l' angolo solido BCAD, il di cui vertice D è al centro della sfera: Ora la superficie ABC, che su la sfera racchiudono i tre archi AB, BC, AC, chiamasi triangolo sferico, di cui questi archi sono i lati. Gli angoli del triangolo sferico sono determinati (giusta il num. 5.) dall' inclinazione dei settori BCD, BAD, ACD, de' quali gli angoli in D hanno per misura i lati del

triangolo sferico: Onde il seno, la tangente ec. di un lato, come BC, di un triangolo sferico è il seno, la tangente ec. dell'angolo D del settore BDC; il seno poi, la tangente ec. di un angolo, come ABC, del triangolo sferico è il seno ec. dell'angolo formato dai piani dei due settori BDA, BDC, o sia dell'arco, che (giusta il num. 9.) misura quest'angolo.

COROLLARIO I.

13. Quindi (pel n. 117. Geom.) i lati di un triangolo sferico sono il viaggio più breve, che dall'uno all'altro di tre dati punti su la superficie della sfera si possa percorrere.

COROLLARIO II.

14. E perchè gli angoli del triangolo sferico sono gli stessi, che gli angoli formati dall'inclinazione de' tre piani di cerchj massimi intersecantisi, a norma della qualità degli angoli, co' quali si incontreranno codesti piani, il triangolo sferico sarà o rettangolo, o ottusangolo, o acutangolo; e quando il triangolo è rettangolo, il lato opposto all'angolo retto diceſi la base. Se il triangolo non ha alcun angolo retto, si dice obliquangolo. Parimente a misura, che i tre archi costituenti il triangolo sferico saranno tra loro eguali, o ineguali, il triangolo si dirà equilatero, o scaleno, o isoscele.

COROLLARIO III.

15. Se pertanto due triangoli sferici avranno un lato, e gli angoli a lui adjacenti eguali, essi saranno interamente eguali, perchè non solo i tre piani, da' quali ognun di loro risulta, osserveranno fra se tanto rispetto all'uno, che rispetto all'altro eguale inclinazione, ma eziandio dall'eguale loro inclinazione resterà egualmente riguardo a tutti due i triangoli determinata la misura degli archi, i quali terminando i suddetti piani formano i triangoli, analogamente al modo, con cui (al n. 230. Geom.) abbiamo veduto succedere lo stesso ai triangoli rettilinei. Così pure per la stessa ragione se due triangoli sferici avranno eguali due lati, e l'angolo da loro compreso, saranno essi interamente eguali. Quindi è, che se dal vertice A (Fig. 368.) di un triangolo sferico isoscele HKA si condurrà alla base HK un arco AF, che la divida per metà, sarà 1°. il triangolo dato HAK diviso in due triangoli eguali dall'arco AF; 2°. resterà diviso per metà l'angolo HAK; 3°. l'arco AF sarà perpendicolare alla base HK. Di fatto essendo (per Ipotesi) i due lati AH, HF eguali ai due lati AK, KF, e l'angolo AHF eguale all'angolo AKF, i due triangoli AFH, AFK sono interamente eguali, secondo ciò, che poc' anzi ho detto; ed essendo eguali i due triangoli AFH, AFK, l'angolo HAF è eguale all'angolo KAF: parimente l'angolo AFH è eguale all'angolo AFK, i quali due angoli conseguenti essendo tra loro eguali, sono necessariamente retti, conseguentemente l'arco AF è perpendicolare alla base HK; e se l'arco condotto dal vertice di un triangolo isoscele sarà perpendicolare alla base, da quest'arco resterà diviso per metà tanto l'angolo al vertice, come la base, e il triangolo proposto in due triangoli eguali (suppongo, che il vertice del triangolo non sia il polo dell'arco della base, nel qual caso (pel num. 3.) tutti gli archi, che dal medesimo si tira-

rano alla base, gli sono perpendicolari), poichè per le cose dette pur ora non può essere perpendicolare alla base, senza dividerla per metà, dal che ne nasce e la divisione del triangolo dato in due triangoli eguali, e la divisione dell'angolo al vertice per metà. Onde se in un triangolo sferico isoscele, con condursi un arco dal vertice alla base, si verificherà una delle seguenti quattro cose, cioè 1°. o che quest'arco sia perpendicolare alla base, 2°. o che egli divida per metà l'angolo al vertice, 3°. o che divida per metà la base, 4°. o che divida il triangolo proposto in due triangoli eguali, si verificheranno ancora le rimanenti altre tre.

COROLLARIO IV.

16. Onde se i tre angoli di un triangolo sferico saranno eguali ai tre angoli di un'altro triangolo sferico, ciascun a ciascuno, anche ciascuno dei tre lati del primo triangolo sarà eguale a ciascuno de' tre lati del secondo; e *vice versa* se due triangoli sferici avranno i corrispondenti lati eguali, saranno equiangoli.

COROLLARIO V.

17. Che se un triangolo sferico HKA avrà due lati AH, AK eguali, o sia sarà isoscele, anche gli angoli a loro opposti saranno eguali, poichè essendo eguali i detti lati, a' loro piani è egualmente inclinato il piano del terzo lato, o sia fa con l'uno, e con l'altro de' detti piani gli angoli conseguenti eguali; gli interiori cioè, e gli esteriori tra loro, conseguentemente il triangolo sferico equicrure ha eguali gli angoli alla base opposti ai lati eguali. Reciprocamente per la stessa ragione se il triangolo avrà due angoli eguali, i lati a loro opposti saranno eguali, e però egli sarà isoscele.

COROLLARIO VI.

18. Qualora due lati AK, AC (Fig. 368.) di un triangolo sferico saranno quadranti, gli angoli AKC, ACK, a loro opposti saranno retti, perchè in tal caso (pel n. 3.) la comune loro interfezione A sarà il polo del cerchio, di cui l'arco KC costituisce il terzo lato; conseguentemente (pel num. stesso) a questo terzo lato gli altri due saranno perpendicolari, e però [pel num. 10.] saranno retti gli angoli, che su lui vengono essi a formare. L'arco poi KC, il di cui polo cade nel vertice A dell'angolo opposto, è la di lui misura [giusta il num. 9.]. Onde a misura, che l'angolo KAC è o retto, o ottuso, o acuto, la base KC è o un quadrante, o maggiore, o minore del quadrante. Nello stesso modo *vice versa* resta dimostrato [giusta il num. 3.], che se un triangolo sferico avrà due angoli retti, i lati a loro opposti saranno quadranti. Per la stessa ragione se i tre lati del triangolo saranno quadranti, i di lui tre angoli saranno retti; e se questi saranno retti, i tre lati saranno quadranti.

COROLLARIO VII.

19. Che però se i tre vertici E, D, F (Fig. 370.) di un triangolo sferico EDF saranno i poli di tre altri archi AB, BC, CA, i quali formino un altro triangolo sferico ABC, ciascun lato di questo triangolo sarà il supplemento dell'an-

golo, che ha il vertice al di lui polo, e reciprocamente ciascun angolo di questo stesso triangolo sarà supplemento del lato opposto nell'altro triangolo; poichè essendo E (per Ipotesi) il polo dell'arco BC, e D il polo dell'arco AC, sarà C (pel num. 3.) il polo dell'arco DE: Per la stessa ragione è B il polo dell'arco EF, ed A il polo dell'arco DF. Ora il vertice C essendo il polo dell'arco GEDL, sarà l'arco CL un quadrante (pel num. 3.), e così pure il vertice B essendo il polo dell'arco NEFK, sarà l'arco BK un quadrante; per lo che sarà la somma dei due archi $BK+LC=180^\circ$., o sia $BLKC+LK=180^\circ$.; conseguentemente l'arco BLKC è il supplemento dell'arco LK; Ma perchè il vertice E è il polo dell'arco LK, questo arco LK è (pel num. 9.) la misura dell'angolo DEF; dunque il lato BLKC del triangolo BAC è il supplemento dell'angolo opposto E. La stessa dimostrazione vale per gli altri lati AC, AB rispetto agli angoli opposti D, F. Lo stesso discorso fa vedere, che la somma dei due archi $NEFK+EF$ è $=180^\circ$.; ma l'arco NEFK è la misura dell'angolo B; dunque essendo NEFK supplemento dell'arco EF, egli è perciò l'angolo B supplemento del lato opposto EF, lo che egualmente ha luogo negli altri angoli A, C rispetto ai lati opposti DF, DE dell'altro triangolo.

COROLLARIO VIII.

20. Essendo che (pel num. 112. Geom.) a un arco maggiore corrisponde una corda maggiore, e a un arco minore una corda minore, se ai tre archi AB, BC, CA (Fig. 369.) costituenti un triangolo sferico si intenderanno sostituite le loro corde AB, BC, CA (lo che nel caso presente si può fare, in cui non si esige un rapporto preciso delle corde agli archi), resterà evidente, che siccome (pel num. 51. Geom.) due qualsivoglia di queste corde sono maggiori della terza, così due qualsivoglia lati di un triangolo sferico presi insieme sono maggiori del terzo: Parimente, che il lato maggiore si oppone all'angolo maggiore, e il lato minore all'angolo minore, e ai lati eguali angoli eguali, e *vice versa*.

COROLLARIO IX.

21. Ogniqualvolta in un triangolo sferico HQA (Fig. 368.) la somma di due lati AH, AQ sarà eguale, o maggiore, o minore della semicirconferenza, o sia di 180°., l'angolo interno AHQ sarà eguale, o maggiore, o minore dell'angolo esterno AQC; poichè se si prolungheranno i lati HA, HQ, finchè s'incontrino in C, e posto che sia $AH+AQ=180^\circ$., sarà $AH+AQ=HAC$, e però $AQ=AC$, conseguentemente l'angolo $AQC=$ all'angolo ACQ (pel num. 17.); ma (pel num. 8.) l'angolo ACQ è $=$ all'angolo AHQ: dunque l'angolo interno AHQ è $=$ all'angolo esterno AQC. Se sarà $AH+AQ>180^\circ$., sarà pure $AH+AQ>HAC$, e in conseguenza $AQ>AC$; onde (pel num. 20.) essendo l'angolo $AQC<ACQ$, sarà pure l'angolo $AHQ>AQC$. Finalmente se sarà $AH+AQ<HAC$, sarà eziandio $AQ<AC$, e (per lo stesso num. 8.) sarà l'angolo $AQC>ACQ$, e in conseguenza l'angolo $AHQ<$ dell'angolo AQC. Ond'è, che due triangoli sferici possono essere ineguali, benchè abbiano due angoli, e un lato eguale, come si può vedere nei due triangoli AKH, AFK i quali [supposto $AH+AF=180^\circ$.] hanno il lato AK, e l'angolo AKH comune, e l'angolo AHK è $=$ all'angolo AFK. Insistendo su le traccie del precedente discorso resta pure *vice versa* dimostrato, che se in un trian-

triangolo sferico AQH farà l' angolo interno AHQ eguale, o maggiore, o minore dell' angolo esterno AQC, farà la fomma dei lati AH+AQ eguale, o maggiore, o minore di 180°.

COROLLARIO X.

22. Per lo che fe in un triangolo sferico AQH [Fig. 368.] due lati AH, AQ presi insieme faranno eguali, o maggiori, o minori di 180°., i due angoli alla base AHQ, AQH presi insieme faranno eguali, o maggiori, o minori di due retti; poichè se si ha AH+AQ=180°., farà [pel num. 21.] l' angolo AHQ = all' angolo AQC; ma [pel n. 10.] l'angolo AQH più l'angolo AQC è =180°.; dunque l'angolo AHQ più l'angolo AQH = 180°. Se AH+AQ > 180°., farà AQC < AHQ; e se AH+AQ < 180°., farà l' angolo AQC > dell' angolo AHQ; ma l' angolo AQC + l'angolo AQH = 180°.; dunque nel primo caso i due angoli AHQ, AQH sono maggiori di due retti, e nel fecondo sono minori. E *vice versa* se i due angoli alla base di un triangolo sferico faranno eguali, o maggiori, o minori di due retti, la fomma dei due lati opposti AH, AQ farà eguale, o maggiore, o minore di 180°. Che se il triangolo farà isoscele, e la fomma dei due lati AH, AQ sia maggiore, o minore di 180°., l' uno e l' altro angolo alla base farà o ottuso, o acuto.

COROLLARIO XI.

23. E perchè qualunque angolo sferico per ottuso, che sia, è sempre minore di 180° [pel n. 7.]; e (pel n. 508. Geom.) la fomma di tre angoli piani costituenti un angolo solido è minore di 360°; però qualunque lato di un triangolo sferico, che (pel num. 12.) è la misura dell' angolo piano esistente al vertice dell' angolo solido, è sempre minore di 180°, e la fomma dei tre di lui lati è minore di 360°.

COROLLARIO XII.

24. Stante che [pel num. 6.] qualunque angolo di un triangolo sferico è maggiore dell'angolo formato dalle corde, che sostentano i di lui lati; e (pel num. 226. Geom.) la fomma degli angoli del triangolo formato dalle tre corde, che ne sostentano i lati, è eguale a due retti; quindi la fomma de' tre angoli del triangolo sferico è maggiore di due retti; e a motivo, che ognuno degli angoli del triangolo sferico è sempre minore di 180° (pel num. 7.), la fomma perciò dei tre angoli di un qualunque triangolo sferico è minore di sei retti, o sia di 540°: Per lo che un triangolo sferico può avere e tre angoli retti, e tre angoli ottusi; onde essendo cogniti due angoli di un triangolo sferico, non se ne può inferire il valore del terzo, come ne' triangoli rettilinei.

COROLLARIO XIII.

25. Egli è pure cosa facile il ravvisare, che se in un triangolo sferico rettangolo l' uno, e l' altro lato farà della medesima spezie, cioè o tutti due minori, o tutti due maggiori di 90°, l' ipotenusa farà minore di 90°; ma se uno farà di una spe-

ſpezie, e l' altro dell'altra, vale a dire uno maggiore, e l' altro minore di 90°, l' potenuſa ſarà maggiore di 90°; poichè ſia in primo luogo nel triangolo sferico ABC (Fig. 369.) rettangolo in B l'uno, e l'altro lato BA, BC minore di 90°, in tal caſo il vertice B non può eſſere il polo dell'ipotenuſa AC; dunque, perchè l' arco, che miſura l'angolo retto ABC, deve avere il polo nel vertice B (pel num. 9.), e queſt' arco a motivo dell'angolo retto B deve eſſere un quadrante (pel num. 18.), l'ipotenuſa AC, poichè (per lo ſteſſo num. 9.) minore dell' arco, che miſura l'angolo retto B, è perciò minore del quadrante, o ſia di 90°. Sia in ſecondo luogo nel triangolo sferico ARP (Fig. 368.) rettangolo in A l'uno, e l'altro lato AR, AP maggiore di 90°, ſarà (pel num. 9.) l'ipotenuſa RP minore dell' arco FQ, che miſura l'angolo retto RAP; ma perchè l'angolo RAP è retto, l'arco FQ è un quadrante (pel num. ſteſſo); dunque l'ipotenuſa RP è minore del quadrante. Sia in terzo luogo il triangolo sferico EGH (Fig. 371.) rettangolo in H, e ſia il lato HE maggiore, e il lato HG minore di 90°: Si prolunghi il lato minore HG in C, così che ſia HC di 90°, con che il punto C ſarà il polo dell'arco EH: Ora di queſto lato HE ſi prenda la porzione EL di 90°, e pei due punti L, C ſi conduca l'arco LFC, che interſecherà l'ipotenuſa EG nel punto F. Ma perchè (per coſtruzione) l'arco EL è di 90°, il vertice E è il polo dell'arco LFC, dunque EF è di 90°, conſeguentemente l'ipotenuſa EG maggiore di 90°.

COROLLARIO XIV.

26. *Vice verſa* ſe in un triangolo sferico rettangolo l'ipotenuſa ſarà minore del quadrante, ſarà ciaſcuno dei due lati o maggiore, o minore del quadrante, perchè ſe uno foſſe maggiore, e l'altro minore del quadrante, l'ipotenuſa ſarebbe neceſſariamente maggiore del quadrante (pel num. 25.); e ſe l' ipotenuſa ſarà maggiore del quadrante, i due lati ſaranno di diverſa ſpezie, cioè uno maggiore, e l' altro minore del quadrante.

COROLLARIO XV.

27. Quindi ſe in un triangolo sferico rettangolo uno dei lati adjacenti all'angolo retto ſarà minore del quadrante, l' ipotenuſa ſarà della medeſima ſpezie, in cui è l'altro lato, cioè ſe queſto lato è un quadrante, tale ſarà l'ipotenuſa, ſe egli è maggiore, ed eſſa maggiore, ſe egli è minore, ed eſſa minore ſarà del quadrante.

COROLLARIO XVI.

28. E ſe in un triangolo sferico LFE (Fig. 371.) rettangolo in L un lato LF ſarà quadrante, l'angolo oppoſto FEL ſarà retto, e l'ipotenuſa FE ſarà un quadrante; poichè eſſendo LF un quadrante, il vertice L ſarà il polo dell'arco FE, che è l'ipotenuſa; dunque l'arco EL, che paſſa pel polo dell'arco FE, gli è perpendicolare (pel num. 3.), e in conſeguenza l'angolo FEL oppoſto al lato LF, che è un quadrante, è retto; e perchè il vertice L è il polo dell'ipotenuſa EF, eſſa è la miſura dell'angolo L (pel num. 18.), onde queſt'angolo eſſendo retto, l'ipotenuſa è un quadrante (pel num. ſteſſo). Vice verſa ſe l' ipotenuſa è un quadrante, tale è pure uno degli altri due lati: Onde nel triangolo sferico rettangolo non vi può eſſere un ſol lato, che ſia quadrante, ma o ve ne ſono almen due, o neſſu-

suno: Che però (pel num. 18.) se nel triangolo sferico rettangolo un lato sarà quadrante, l'altro lato sarà di tanti gradi, quanti ne contiene l'angolo opposto; e reciprocamente se un lato del triangolo sferico rettangolo sarà di tanti gradi, quanti ne contiene l'angolo opposto, l'altro lato sarà un quadrante. Se poi il lato LF sarà minore del quadrante, in tal caso i piani dei due archi LE, EF saranno tra loro più inclinati di quello, che se LF fosse un quadrante, onde l'angolo FEL opposto al lato LF sarà acuto. Finalmente se il lato LF sarà maggiore del quadrante, i piani dei due archi LE, EF saranno fra loro meno inclinati, di quello che se LF fosse un quadrante, conseguentemente l'angolo FEL opposto al lato LF sarà ottuso. *Vice versa* se l'angolo FEL sarà retto, o ottuso, o acuto, il lato opposto LF sarà eguale, o maggiore, o minore del quadrante. Quindi in ogni triangolo sferico rettangolo gli angoli adjacenti all'ipotenusa seguono la spezie dei lati opposti, e reciprocamente i lati seguono la spezie degli angoli opposti. Che però se in un triangolo sferico rettangolo uno dei lati sarà eguale, o maggiore, o minore del quadrante, sarà pure eguale, o maggiore, o minore dell'ipotenusa: Sarà eguale a norma di quanto ho detto poc' anzi: Sarà maggiore, perchè essendo LF maggiore del quadrante, l'angolo FEL è ottuso; e però (pel num. 20.) il lato LF, che si oppone all'angolo maggiore, è maggiore dell'ipotenusa FE: Così pure sarà minore, perchè essendo il lato LF minore del quadrante, l'angolo FEL è acuto, e in conseguenza minore dell'angolo retto FLE; per lo che il lato LF è minore dell' ipotenusa FE, la quale si oppone a un angolo maggiore.

COROLLARIO XVII.

29. Se pertanto in un triangolo sferico obliquangolo, il quale abbia l'uno, e l'altro angolo alla base della stessa spezie, cioè o ottuso, o acuto, si condurrà alla base dall'angolo opposto una perpendicolare, essa cadrà dentro al triangolo; e all' opposto cadrà fuori se gli angoli alla base saranno di diversa spezie, vale a dire uno ottuso, e l'altro acuto: Di fatto nel triangolo EDF (Fig. 370) sia l'uno, e l'altro angolo D, F o ottuso, o acuto, se la perpendicolare abbassata dall'angolo E alla base DF potesse cader fuori del triangolo in K su la base prolungata, essendo primieramente (per ipotesi) gli angoli alla base ottusi, nel triangolo EDK il lato EK, che si oppone all' angolo ottuso D, sarebbe maggior del quadrante [pel num. 28.], e così [per lo stesso num.] nel triangolo EFK l'angolo EFK sarebbe ottuso, e in conseguenza l'uno e l'altro degli angoli conseguenti EFD, EFK sarebbe ottuso, e la loro somma maggior di due retti, lo che non può essere [pel n. 10.]; e per la medesima ragione nel secondo caso l'uno, e l'altro degli angoli conseguenti sarebbe acuto, lo che pure non può essere. Dunque necessariamente nell'uno, e nell' altro caso la perpendicolare cade dentro al triangolo. Qualora poi un angolo, come D, sia ottuso, e l'altro F acuto, se la perpendicolare potesse cadere dentro al triangolo, come in EH, rispetto ai due triangoli EHD, EHF questo lato EH, poichè opposto e all'angolo ottuso EDH, e all'angolo acuto EFH, sarebbe nel tempo stesso e maggiore, e minore del quadrante, lo che non potendo essere, la perpendicolare deve per necessità cader fuori del triangolo sul lato DF prolungato. *Vice versa* se in un triangolo obliquangolo abbassandosi da un angolo al lato opposto una perpendicolare, questa perpendicolare cadrà dentro al triangolo, l'uno, e l'altro angolo adjacente a detto lato sarà della stessa spezie, vale a dire o ottuso, o acuto, ma se essa cadrà fuori, uno di questi angoli sarà ottuso, e l'altro acuto. Quindi perchè [pel num. 28.] i lati di un triangolo sferico rettangolo seguono la spe-

ſpezie degli angoli oppoſti adjacenti all'ipotenuſa, qualora da un angolo di un triangoló sferico obliquangolo ſi abbaſſerà una perpendicolare al lato oppoſto, che chiamo la baſe, queſta perpendicolare ſarà minore del quadrante ogniqualvolta i due angoli alla baſe ſiano acuti, o uno acuto, e l'altro ottuſo; che ſe ſaranno tutti due ottuſi, la perpendicolare ſarà maggiore del quadrante. Se la perpendicolare cadrà dentro al triangolo, come nel triangolo EDF, ſarà l'angolo DEF eguale alla ſomma dei due angoli DEH, HEF; ma ſe la perpendicolare cadrà fuori, come nel triangolo EDF, che da D cade in K, ſarà l'angolo EDF eguale alla differenza de' due angoli EDK, FDK; o pure ſarà FDK eguale alla differenza dei due angoli EDF, EDK. Parimente nel 1° caſo ſarà DF = DH + HF, e nel 2° FE = KE — KF, e KF = KE — FE. E però ſe il ſegmento DH della baſe ſarà minore della ſteſſa baſe, la perpendicolare cadrà dentro al triangolo; e ſe il ſegmento KE ſarà maggiore della baſe FE, la perpendicolare cadrà fuori del triangolo. E quì ſi oſſervi doverſi neceſſariamente ſupporre in queſto Corol., che il vertice dell' angolo, dal quale ſi abbaſſa la perpendicolare, non ſia il polo del lato oppoſto, poichè in queſto caſo qualunque arco, che ſi conduca alla baſe, o egli ſi tiri dentro, o ſi tiri fuori del triangolo, è ſempre alla medeſima perpendicolare [pel n. 3.]

COROLLARIO XVIII.

30. Poichè [giuſta il num. 28.] in ogni triangolo ſferico rettangolo gli angoli adjacenti all'ipotenuſa ſeguono la ſpezie dei lati oppoſti, e [pel num. 25.] quando l'uno, e l'altro lato è della ſteſſa ſpezie, l'ipotenuſa è minore del quadrante, e all'oppoſto n'è maggiore, quando queſti due lati ſono di differente ſpezie; quindi ſe in un triangolo ſferico rettangolo i due angoli adjacenti all'ipotenuſa ſaranno della medeſima ſpezie, l'ipotenuſa ſarà minore del quadrante, e ne ſarà maggiore, ſe eſſi ſaranno di diverſa ſpezie. *Vice verſa* ſe l'ipotenuſa ſarà minore del quadrante, gli angoli adjacenti all'ipotenuſa ſaranno tutti due o ottuſi, o acuti; e ſe ella ſarà maggiore del quadrante, uno di queſti angoli ſarà ottuſo, e l'altro acuto.

COROLLARIO XIX.

31. Per lo che ſe in un triangolo ſferico AHK [Fig. 368.] rettangolo in H tanto un lato HK, come l'angolo HKA intercetto tra il detto lato, e l'ipotenuſa ſarà maggiore, o minore del quadrante, l'ipotenuſa ſarà minore del quadrante, perchè quale è l'angolo HKA, tale [pel num. 28.] è il lato oppoſto AH. Che ſe il ſuddetto lato, ed angolo ſaranno di diverſa ſpezie, l'ipotenuſa ſarà maggiore del quadrante. *Vice verſa* ſe l'ipotenuſa ſarà minore del quadrante, un lato con l'angolo intercetto fra lui, e l'ipotenuſa ſaranno della medeſima ſpezie, e all'oppoſto ſaranno di diverſa ſpezie, ſe l'ipotenuſa ſarà maggiore del quadrante.

COROLLARIO XX.

32. Si intende in oltre, che ſe ciaſcuno dei tre angoli di un triangolo ſferico EDF (Fig. 370.) ſarà acuto, tutti i lati ſaranno minori del quadrante; poichè da un angolo E abbaſſandoſi al lato oppoſto la perpendicolare EH, ſarà la baſe EF minor del quadrante (pel num. 30.), perchè l'uno, e l'altro dei due angoli (per ipoteſi) EFH, HEF è acuto. Lo ſteſſo diſcorſo vale per ciaſcuno degli altri due lati

lati ED, DF. Reciprocamente però non si verifica, che se i tre lati di un triangolo sferico sono minori del quadrante, i tre angoli debbano essere acuti, mentre può essere, che nel triangolo rettangolo i due lati siano minori del quadrante, nel qual caso tale è pure l'ipotenusa (giusta il num. 25.).

COROLLARIO XXI.

33. Che se ciascuno dei tre lati di un triangolo sferico sarà maggiore del quadrante, i tre angoli saranno ottusi; poichè supponendosi descritto un'altro triangolo, di cui ogni lato abbia per polo un vertice del triangolo proposto, saranno (pel num. 19.) i tre angoli di questo secondo triangolo supplementi dei lati del primo, e conseguentemente ciascuno di questi angoli sarà acuto, perchè (per ipotesi) i lati del primo triangolo sono maggiori del quadrante, e però (pel num. 32.) ciascun lato di questo secondo triangolo è minore del quadrante: Ma questi lati sono supplementi degli angoli del primo triangolo; dunque tutti gli angoli del triangolo dato sono ottusi. Non è per altro *vice versa* sempre vero, che se i tre angoli sono ottusi, i tre lati siano maggiori del quadrante. Non solamenre poi tutti gli angoli del triangolo saranno ottusi in caso, che tutti i lati siano maggiori del quadrante, ma eziandio in caso, che due lati siano maggiori del quadrante, e il terzo un quadrante, perchè (pel num. 25.) in un triangolo rettangolo, i di cui due lati siano maggiori del quadrante, nel qual caso gli angoli opposti sono ottusi (pel num. 28.), l'ipotenusa è minore del quadrante; dunque se questo terzo laro sarà un quadrante, l'angolo opposto sarà maggiore del retto, e però anch'egli ottuso. Se pertanto all'opposto nel triangolo FQD (Fig. 368.) due lati DQ, DF saranno minori del quadrante, e il terzo FQ maggiore del quadrante, l'angolo D, che si oppone a questo lato sarà ottuso, e gli altri due DFQ, DQF acuti; poichè se si prolungheranno i lati minori DF, DQ, finchè s'incontrino in A, ne nascerà un nuovo triangolo AFQ, in cui ciascun lato sarà maggiore del quadrante, e in conseguenza tutti i di lui angoli saranno ottusi, come costa da ciò, che ho detto pur ora: Onde nel triangolo proposto DFQ l'angolo D sarà ottuso, poichè (pel num. 8.) è eguale all'angolo A, e gli altri due DFQ, DQF, che sono conseguenti d'angoli ottusi, saranno acuti.

COROLLARIO XXII.

34. Se poi in un triangolo sferico EDF (Fig. 370.) due angoli D, F saranno ottusi, ed uno E acuto, i lati opposti agli angoli ottusi saranno maggiori del quadrante, e il terzo lato opposto all'angolo acuto ne sarà minore; poichè dall'angolo acuto E abbassandosi la perpendicolare EH, essa cadrà dentro al triangolo [pel num. 29], e a motivo, che l'angolo HFE è ottuso, e l'angolo HEF è acuto, l'ipotenusa EF è maggiore del quadrante (pel num. 30.); e per la stessa ragione tale è ED. Che se dall'angolo ottuso D si abbasserà la perpendicolare DK; che [pel num. 29.] cadrà fuori del triangolo sul lato EF prolungato, sarà nel triangolo DFK l'ipotenusa DF, che è il lato opposto all'angolo acuto E, minore del quadrante (pel num. 30.), perchè essendo (per ipotesi) ottusi i due angoli EDF, EFD sono acuti i due FDK, DFK: Onde da un consimile raziocinio si raccoglie, che se due angoli di un triangolo sferico saranno acuti, e il rimanente ottuso, i lati opposti

agli angoli acuti saranno minori del quadrante, e il terzo sarà maggiore: E *vice versa*,

COROLLARIO XXIII.

35. Finalmente dal num. 3. si raccoglie, che se di un triangolo ELF [Fig.371.] rettangolo in L si prolungheranno i lati LF in B, EF in K, EL in H, così che sia FB, FK, EH di 90° per uno; e se in oltre dal punto E, come polo, si descriverà l'arco ACGH, talchè ACG sia di 90°, e dal punto F, come polo, l'arco ABK, che sia parimente di 90°, si verranno a formare altri due triangoli rettangoli FCG, CAB, le di cui parti, che sono i lati, e gli angoli, o saranno eguali alle parti del triangolo proposto LFE, o ne saranno complementi; poichè il vertice E essendo il polo dell' arco ACGH, a lui saranno perpendicolari i due archi EG, EH, ognuno de' quali sarà un quadrante: Così pure essendo E il polo dell' arco ACGH, questo arco è perpendicolare all' arco ELH, come eziandio (per ipotesi) gli è perpendicolare l'arco CFL; onde è, che ciascuno dei due archi CGH, CFL è di 90°, e però il punto C è il polo dell' arco ELH. Il punto E pertanto essendo il polo dell'arco ACGH, a lui è perpendicolare l'arco EFG, e in conseguenza il triangolo CFG è rettangolo in G; il suo angolo C misurato [pel num. 9.] dall'arco HL è eguale al complemento del lato EL; il lato CG è il complemento di GH, che [pel num. stesso] misura l' angolo FEL; l'ipotenusa CF è il complemento del lato FL; e il lato GF è il complemento dell' ipotenusa FE. In oltre essendo ACG non solo di 90°, ma perpendicolare sull'arco EFGK, di quest' arco è polo il punto A: Come pure il punto F essendo polo [per costruzione] dell' arco ABK, a quest' arco sono perpendicolari i due FB, FK, e però il triangolo ACB è rettangolo in B; il suo lato AB è complemento dell' arco BK, il quale misura l'angolo EFL = all' angolo CFG; il lato BC è = FL, poichè tanto BC, come FL hanno CF per complemento comune; l'ipotenusa AC (stante che per la stessa ragione è AC=GH) è eguale alla misura dell'angolo FEL; l'angolo CAB è eguale, o sia ha per misura l'ipotenusa FE; e l'angolo ACB ha per misura il complemento dell'arco EL.

PARTE II.

Del Calcolo dei triangoli sferici rettangoli.

36. I Triangoli, de'quali ora sono per trattare, e che a rigore soli soglionsi chiamare rettangoli, sono quelli, che hanno un sol angolo retto, poichè se il triangolo avrà tutti tre gli angoli, che siano retti, i tre di lui lati saranno quadranti [pel num. 18.], e però tutte le parti di questo triangolo saranno cognite: Se poi il triangolo rettangolo avrà, o un lato, e l'ipotenusa, o un lato, e l'angolo opposto, o l'ipotenusa, e uno degli angoli a lei adjacenti, che siano di 90°, questo triangolo avrà (pel num. 28.) quattro parti, ciascuna delle quali sarà di 90°, cioè 1° un lato, 2° l'angolo opposto, 3° l'ipotenusa, 4° l'angolo opposto; e in tal caso le proporzioni da farsi, a fine di trovare per mezzo di tre date parti ciascuna delle altre tre saranno inutili: Saranno primieramente inutili, perchè mediante le suddette quattro parti, ognuna delle quali per essere di 90° ha le stesse funzioni, non possono determinarsi le rimanenti due parti, che possono essere, o maggiori, o minori di 90° (a norma dello stesso num. 28.): Che se oltre essere cognite le

det-

dette quattro parti, sarà cognita ancora una delle rimanenti due, sarà eziandio cognita l'altra, e però si conosceranno tutte sei le parti del triangolo, perchè (pel num. 28.) se nel triangolo rettangolo un lato sarà di 90°, l'altro lato sarà di tanti gradi, quanti ne contiene l'angolo opposto.

37. Teor. In qualsivoglia triangolo rettangolo hanno luogo le due seguenti analogie. I. Come il seno totale, che è il raggio della sfera, su cui è descritto il triangolo, sta al seno dell'ipotenusa, così il seno d'uno degli angoli obliqui sta al seno del lato opposto. II. Come il raggio sta al seno d'uno dei lati, così la tangente dell'angolo intercetto fra questo lato, e l'ipotenusa sta alla tangente del lato opposto.

38. Dim. della prima parte. Sia il triangolo sferico ACB (Fig. 369.) rettangolo in B, e da un punto qualunque Q preso su la comune intersezione BD dei due piani perpendicolari ADB, CDB si alzi la retta QP perpendicolare alla detta intersezione BD, indi per questa retta QP si faccia passare il piano SPQ, il quale sia perpendicolare all'intersezione CD dei piani BDC, CDA. Con ciò si avranno i tre seguenti triangoli rettilinei rettangoli, cioè SQP rettangolo in Q; QDP rettangolo in Q; PSD rettangolo in S. Ora dal triangolo rettangolo SQP si ha QP: SP:: Sen. QSP: R; e dal triangolo QDP si ha PD: PQ:: R: Sen. PDQ; e moltiplicando i rispettivi corrispondenti termini di queste due analogie, ne viene QP$\times$PD: SP$\times$PQ:: Sen. QSP$\times$R: R$\times$ Sen. PDQ, cioè PD: SP:: Sen. QSP: Sen. PDQ: Ma dal triangolo PCD si ricava PD: CP:: R: Sen. PDC: Quindi si ha R: Sen. PDS:: Sen. QSP: Sen. PDQ. Giusta il num. 12. poi il seno dell'angolo PDS è il seno dell'arco, o sia dell'ipotenusa AC; il seno dell'angolo QSP è il seno dell'angolo sferico BCD; e il seno dell'angolo PDQ è il seno dell'arco, o lato opposto BA. Dunque, perchè ha luogo la stessa analogia anche rispetto all'angolo sferico BAC, e al lato opposto BC, generalmente il raggio sta al seno dell'ipotenusa, come il seno d'uno degli angoli obliqui sta al seno del lato opposto. Lo che si doveva in primo luogo dim.

39. Questa dim. ha luogo tanto rispetto al triangolo rettangolo, in cui ciascuno dei tre lati è minore del quadrante, come sarebbe RDP [Fig. 368.] rettangolo in D; come rispetto al triangolo ARP rettangolo in A, i di cui due lati AR, AP sono maggiori del quadrante, perchè oltre l'angolo retto, e l'ipotenusa comune a tutti due i triangoli, i rimanenti lati, e angoli di uno sono supplementi dei lati, e degli angoli dell'altro; e [pel num. 19. della Trig. piana] i seni di questi sono eguali ai seni di quelli; e così pure rispetto al triangolo BHC [Fig. 369.] rettangolo in B, nel quale il lato HB è maggiore del quadrante, e il lato BC n'è minore, e però [pel num. 25.] l'ipotenusa CH è maggiore del quadrante; poichè prolungandosi l'ipotenusa HC, e il lato BH si ha l'altro triangolo BCA rettangolo in B, di cui ciascun lato è minore del quadrante, e le parti di questo sono eguali, o supplementi delle parti del triangolo dato, conseguentemente le corrispondenti parti nell'uno, e nell'altro triangolo hanno gli stessi seni.

40. Dim. della 2. parte. Dal triangolo QDS rettangolo in S si ha QS: QD:: Sen. QDS: R; e dal triangolo PQD rettangolo in Q si ricava QD: QP:: R: Tang. QDP; e moltiplicando i corrispondenti termini di queste due analogie, si ha QS$\times$QD: QD$\times$QP:: Sen. QDS$\times$R: R$\times$ Tang. QDP, cioè QS: QP:: Sen. QDS: Tang. QDP. Ma dal triangolo QSP rettangolo in Q si deduce QS: QP:: R: Tang. QSP. Dunque si ha R: Tang. QSP:: Sen. QDS: Tang. QDP, o sia R: Sen. QDS:: Tang. QSP: Tang. QDP. E perchè la stessa analogia ha luogo

 an-

ancora rispetto all' altro angolo BAC, e al suo lato opposto BC, però generalmente come sta il raggio al seno d' uno dei lati del triangolo rettangolo, così sta la tangente dell'angolo intercetto fra questo lato, e l' ipotenusa alla tangente del lato opposto. Lo che si doveva in secondo luogo dim.

41. Qui pure ha luogo l'osservazione fatta al num. 39.

42. Dai num. 35, e 37 nasce il calcolo esposto nella seguente Tavola, nella quale relativamente a due date parti di un triangolo rettangolo, si trovano espressi i valori delle rimanenti tre. Le formole VI, VIII, XIV, XVII, XXIII, XXV si deducono dalla parte 1. del num. 37. Le formole X, XIII, XIX. XXVI. dalla parte 2. del num. 37. Dal num. poi 35. nascono le rimanenti, cioè a dire perchè dal triangolo GCF [Fig. 371.], si ricava giusta il num. 37. parte 1. R: Sen. CF:: Sen. FCG: Sen. FG, con sostituire le quantità equivalenti del triangolo EFL giusta il num. 35., si hanno le formole I, IV, VII; parimente (giusta lo stesso num. 37. parte 1.) ricavandosi dal medesimo triangolo GCF la seguente analogia R: Sen. CF:: Sen. CFG: Sen. CG, con sostituire a norma del num. 35. le quantità equivalenti del triangolo EFL, si hanno le formole XVIII, XXI, XXIX. Relativamente al num. 37. parte 2. dallo stesso triangolo GCF si deduce R: Sen. CG:: Tang. FCG: Tang. FG; e R: Sen. FG:: Tang. CFG: Tang. CG; che però sostituendo (secondo il num. 35.) le quantità equivalenti del triangolo EFL, dalla prima di queste due analogie si deducono le formole V, XI, XX, e dalla seconda le formole XXIV, XXVII, XXX. In oltre dal triangolo ACB si ha (pel num. 37. parte 1.) R: Sen. AC:: Sen. ACB: Sen. BA; e giusta il num. 37. parte 2. si ha non meno R: Sen. BA: Tang. BAC: Tang. BC, che R: Sen. BC:: Tang. ACB: Tang. AB; che però sostituendosi le quantità equivalenti del triangolo EFL, dalla prima analogia si deducono le formole XII, XV, XXVIII; dalla seconda le formole IX, XXII, XXVI, e dalla terza le formole II, III. Essendo che (pel num. 19. della Trigon. piana) lo stesso seno, coseno ec. conviene tanto a un arco minore di 90°, che al suo supplemento, però relativamente ai num. 25., e 28. nella prima colonna a destra della Tavola si sono notati i casi, ne' quali ciò, che si cerca deve essere minore di 90°, conseguentemente restano in chiaro i casi, ne' quali all' opposto ciò, che si cerca, deve essere maggiore di 90°. Nella stessa colonna sono notati i casi dubbj, e sono quelli, ne' quali è dato un lato coll' angolo opposto, poichè questi dati non bastano a determinare la spezie delle parti cercate, come evidentemente si può scorgere nel triangolo ABC [Fig. 369.] rettangolo in B, i di cui lati prolungati formano il nuovo triangolo BHC rettangolo in B, e questi due triangoli hanno comune il lato BC, ed eguali gli angoli BAC, BHC al detto lato opposti. Dei lati poi AB, AC, e dell'angolo ACB nel primo triangolo BAC sono supplementi i lati BH, CH, e l' angolo BCH nel secondo triangolo BHC: Onde qualora sia dato il lato BC, e l' angolo opposto BAC, resta indeterminato se si debba prendere il triangolo ABC, o pure l'altro BHC. Questo caso poi non deve dar fastidio, perchè succede rare volte, ed anche in allora le circostanze particolari determinano la spezie delle quantità cercate. Un lato del triangolo sferico rettangolo si dica $= A$, l' angolo opposto $= m$, l' altro lato $= B$, l' angolo opposto $= n$; l' ipotenusa $= C$.

43. Ta-

43. Tavola, che contiene la soluzione di tutti i casi possibili del triangolo sferico rettangolo.

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne' quali ciò, che si cerca, deve essere minore di 90°
A B	C	(1) $l.\text{Cos.}\,C = l.\text{Cos.}\,A + l.\text{Cos.}\,B - l.\,R$	Se A, e B sono della stessa spezie
	m	(2) $l.\text{Cot.}\,m = l.\text{Cot.}\,A + l.\text{Sen.}\,B - l.\,R$	Se A è minore di 90°
	n	(3) $l.\text{Cot.}\,n = l.\text{Sen.}\,A + l.\text{Cot.}\,B - l.\,R$	Se B è minore di 90°
A C	B	(4) $l.\text{Cos.}\,B = l.\,R + l.\text{Cos.}\,C - l.\text{Cos.}\,A$	Se A, e C sono della stessa spezie
	m	(5) $l.\text{Sen.}\,m = l.\,R + l.\text{Sen.}\,A - l.\text{Sen.}\,C$	Se A è minore di 90°
	n	(6) $l.\text{Cos.}\,n = l.\text{Tang.}\,A + l.\text{Cot.}\,C - l.\,R$	Se A, e C sono della stessa spezie
B C	A	(7) $l.\text{Cos.}\,A = l.\,R + l.\text{Cos.}\,C - l.\text{Cos.}\,B$	Se B, e C sono della stessa spezie
	m	(8) $l.\text{Cos.}\,m = l.\text{Tang.}\,B + l.\text{Cot.}\,C - l.\,R$	Se B, e C sono della stessa spezie
	n	(9) $l.\text{Sen.}\,n = l.\,R + l.\text{Sen.}\,B - l.\text{Sen.}\,C$	Se B è minore di 90
A n	B	(10) $l.\text{Tang.}\,B = l.\text{Tang.}\,n + l.\text{Sen.}\,A - l.\,R$	(a) Se n è minore di 90°
	C	(11) $l.\text{Cot.}\,C = l.\text{Cot.}\,A + l.\text{Cos.}\,n - l.\,R$	Se A, ed n sono della stessa spezie
	m	(12) $l.\text{Cos.}\,m = l.\text{Cos.}\,A + l.\text{Sen.}\,n - l.\,R$	Se A è minore di 90°

Quan-

---

[a] I. *Acciò si veda il modo di usare le date formole, soggiungerò alcuni problemi pratici.*

II. *Prob. Data l'ascensione retta del Sole di grad.* 328, 55′, *cercasi la di lui declinazione.*

III. *Risol. L'arco* PTAED [*Fig.* 373.] *rappresenti la data ascensione retta di* 328°, 55′. *Pel punto* D *perpendicolarmente all' equatore si conduca l' arco* DB *di cerchio massimo, e il punto* B *segnerà su l' Eclittica il luogo del Sole; onde* DB *rappresenterà la declinazione cercata. Si ha adunque il triangolo sferico* PDB *rettangolo in* D, *di cui si conosce l' angolo* BPD *obliquità dell'Eclittica di grad.* 23, 29′, *e il lato* PD *supplemento di* 328°. 55′, *che è* 31°. 5′; *che però facendo uso di questa formola* [10] *si troverà la cercata declinazione* DB *così*

$$l.\text{Tang.}\,DB = 9.637956 + 9.712889 - 10.000000 = 9.350845,$$

cui corrisponde nelle Tavole 12°. 38′. 34″, *che è la declinazione cercata.*

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne' quali ciò, che si cerca deve essere minore di 90[b]
A	B	(13) $l.\text{Sen.}B = l.\text{Tang.}A + l.\text{Cot.}m - l.R$	
m	C	(14) $l.\text{Sen.}C = l.R + l.\text{Sen.}A - l.\text{Sen.}m$	(b) (c) } Casi dubbj
	n	(15) $l.\text{Sen.}n = l.R + l.\text{Cos.}m - l.\text{Cos.}A$	
B	A	(16) $l.\text{Sen.}A = l.\text{Tang.}B + l.\text{Cot.}n - l.R$	
n	C	(17) $l.\text{Sen.}C = l.R + l.\text{Sen.}B - l.\text{Sen.}n$	} Casi dubbj
	m	(18) $l.\text{Sen.}m = l.R + l.\text{Cos.}n - l.\text{Cos.}B$	

Quan-

[b] IV. *Prob. I. Data la latitudine, e la massima declinazione del Sole debbasi trovare la prima, e l' ultim' ora, che devesi segnare su un quadrante orario orizzontale.*

V. *Risol. Sia* P *il polo* [*Fig.* 374.], Z *il Zenit*, MOGS *l' Orizzonte*, FOT *l' equatore*, BGL *il Tropico, che viene percorso dal Sole nel massimo giorno d' Estate;* PGD *un meridiano, che passa pel punto* G, *in cui si intersecano il Tropico, e l' orizzonte. Con ciò o dalla parte d' Oriente, o dalla parte d' Occidente della sfera si verrà a formare il triangolo sferico* OGR, *di cui il lato* RG *è la massima declinazione del Sole di grad.* 23, 29', *e l' angolo* ROG *è il complemento della latitudine di grad.* 45, 22', *essendo la data latitudine di grad.* 44, 38'. *Ora con questi due dati si troverà il lato* OR *del triangolo* OGR *rettangolo in* R *giusta questa formola* [13] *come segue.*

l. Sen. OR = 9. 637956 + 9. 994441 — 10. 000000 = 9. 632397,
che nelle Tavole trovasi essere il logaritmo del Seno di 25°, 24', *sottratti i quali da* 90° *resta* 64°, 36', *che ridotti a tempo danno ore* 4, 18', 24"; *che è il punto in cui si leva il Sole, e però è l' ora, che viene segnata dal Sole al suo levarsi. E perchè quanto questa prim' ora del matino è distante dal mezzo dì, altrettanto è dal medesimo distante l' ultima ora della sera, quindi è, che l' ultim' ora della sera, o sia il tramontar del Sole sarà a ore* 7, 41', 36".

VI. *Prob. II. Data la latitudine, e la declinazione del Sole, si debba ritrovare la differenza ascensionale, cioè a dire l' intervallo di tempo, che passa tra l' ora sesta matutina, e il levare del Sole, o l' ora sesta vespertina, e il tramontare.*

VII. *Risol. La latitudine sia di gr.* 44. 38', *e la declinazione* 17°. 15'. *Sia* HZRz [*Fig.* 375.] *il meridiano celeste;* HR *l' orizzonte;* P, p *i poli;* Z, z *il zenit, e il nadir;* EQ *l' equatore celeste;* AL *il paralello, che passa pel punto estremo* F *della declinazione data. Secondo che il punto* C *rappresenta l' oriente, o l' occidente, il Sole si leverà, o tramonterà al punto* F; *e se l' arco* AF *del paralello si ridurrà in tempo, sarà egli la misura dell' intervallo, che passa tra il levare, o il tramontare del Sole, e il di lui passaggio pel meridiano. Che se in oltre si farà passare pei punti* P, F *l' arco* PK *di cerchio massimo, sarà l' arco* AF *eguale all' arco* EK *dell' equatore. Si ha adunque il triangolo* FCK, *di cui è noto l' arco* FK *declinazione data, e l' angolo* FCK *complemento della latitudine di grad.* 45. 22'; *che però per trovare la differenza ascensionale* CK *si faccia uso di questa formola* [13], *e si troverà*

l. Sen. CK = 9. 492073 + 9. 994441 — 10. 000000 = 9. 486514,
cui corrisponde nelle Tavole 17°. 51'. 7", *che è la cercata differenza ascensionale.*

[c] VIII. *Prob. Data la latitudine, e la declinazione di un' Astro, debbasi trovare la di lui amplitudine ortiva.*

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne' quali ciò, che si cerca deve essere minore di 90°
B *m*	A	(19) *l*.Tang.A = *l*.Sen.B + *l*.Tang.*m* — *l*.R	[d] Se *m* è minore di 90°
	C	(20) *l*.Cot.C = *l*.Cot.B + *l*.Cos.*m* — *l*.R	Se B, ed *m* sono della stessa spezie
	n	(21) *l*.Cos.*n* = *l*.Cos.B + *l*.Sen.*m* — *l*.R	Se B è minore di 90°
C *n*	B	(22) *l*.Sen.B = *l*.Sen.C + *l*.Sen.*n* — *l*.R	Se *n* è minore di 90°
	A	(23) *l*.Tang.A = *l*.Tang.C + *l*.Cos.*n* — *l*.R	Se C, ed *n* sono della stessa spezie
	m	(24) *l*.Cot.*m* = *l*.Cos.C + *l*.Tang.*n* — *l*.R	Se C è minore di 90°
C *m*	A	(25) *l*.Sen.A = *l*.Sen.C + *l*.Sen.*m* — *l*.R	Se *m* è minore di 90°
	B	(26) *l*.Tang.B = *l*.Tang.C + *l*.Cos.*m* — *l*.R	Se C ed *m* sono della stessa spezie
	n	(27) *l*.Cot.*n* = *l*.Cos.C + *l*.Tang.*m* — *l*.R	Se C ed *m* sono della stessa spezie
n *m*	A	(28) *l*.Cos.A = *l*.Cos.*m* + *l*.R — *l*.Sen.*n*	Se *m* è minore di 90°
	B	(29) *l*.Cos.B = *l*.Cos.*n* + *l*.R — *l*.Sen.*m*	Se *n* è minore di 90°
	C	(30) *l*.Cos.C = *l*.Cot.*n* + *l*.Cot.*m* — *l*.R	Se *m*, ed *n* sono della stessa spezie

PAR-

IX. *Risol. Sia la latitudine di grad.* 44, 38′, *e la declinazione dell' Astro di grad.* 21. 47′, *la quale viene misurata dall' arco* FK [*Fig.* 375.]: *Che però nel triangolo* KFC *rettangolo in* K, *la di cui ipotenusa* CF *è l' amplitudine cercata, è noto il lato* FK *di grad.* 21. 47′, *e l' angolo* FCK *eguale al complemento della latitudine, e però di grad.* 45. 22′. *Onde mediante questa formola* [14] *si trova la cercata amplitudine così*

l. Sen. CF = 10. 000000 + 9. 569488 — 9. 852247 = 9. 717241,
cui corrisponde nelle Tavole 31°. 25′. 55″, *che è la cercata amplitudine ortiva.*

[d] X. *Prob. Data la elevazione del polo debbansi trovare gli angoli, che al centro del quadrante orario orizzontale fanno con la linea meridiana le linee orarie.*

XI. *Risol. Essendo il centro del quadrante lo stesso, che il centro del Mondo, ben si vede, che il piano del quadrante diventa lo stesso Orizzente, onde è, che l' arco* PN [*Fig.* 376.] *del meridiano è al medesimo perpendicolare. Quì adunque si tratta di conoscere gli angoli* NCI, NCK, NCL *ec., che colla meridiana* NC *fanno le linee orarie* CI, CK, CL *ec. d' un' ora, di due, di tre ec., i quali angoli sono misurati dagli archi dell' Orizzonte* NI, NK, NL *ec., che devonsi trovare. Per trovare questi archi, si osservi, che i triangoli* PNI, PNK, PNL *sono rettangoli in* N, *e di questi triangoli è dato il lato comune* PN, *che è l' elevazione del polo di gra.* 44. 38′, *e in oltre sono cogniti gli angoli al polo, cioè* NPI *di* 15°, NPK *di* 30°, NPL *di* 45° *ec.; onde si troveranno gli archi* NI, NK, NL *giusta questa formola* (19) *come segue*

l. Tang. NI = 9. 428052 + 9. 846688 — 10. 000000 = 9. 474740,
che è il logaritmo della tangente di 16°, 37′ *angolo cercato.*

Parimente *l. Tang.* NK = 9. 761439 + 9. 846688 — 10. 000000 = 9. 608127,
che è il logaritmo della tangente di 22°, 5′ *secondo angolo cercato ec.*

PARTE III.

Del Calcolo dei triangoli sferici obliquangoli.

44. Essendo che qualunque triangolo obliquangolo si può ridurre in due triangoli rettangoli mediante il condurre da un angolo qualunque una perpendicolare al lato opposto; quindi è, che bastano soltanto alcune formole del num. 43. [facendo però prima il debito passaggio dai logaritmi ai numeri], per potere immediatamente venire al calcolo dei triangoli obliquangoli, come vedremo nel seguente.

45. Teor. I. Sia dato il triangolo sferico obliquangolo ELK [Fig. 370.], in cui dall' angolo K sia condotta al lato opposto EL la perpendicolare KD: Dico 1°, che in questo triangolo obliquangolo ELK vale questa analogia: come sta il seno d'un angolo, per esempio ELK, al seno del suo lato opposto EK, così sta il seno dell' altr' angolo LEK al seno del lato opposto KL; e però in qualsivoglia triangolo obliquangolo i seni degli angoli stanno fra loro come i seni dei lati opposti. 2°. I seni dei segmenti ED, DL stanno in ragione reciproca delle tangenti degli angoli adjacenti E, L. 3°. I coseni degli stessi segmenti stanno come i coseni dei lati adjacenti KE, KL. 4°. I coseni degli angoli LKD, EKD stanno in ragione reciproca delle tangenti dei lati adjacenti KL, KE. 5°. I seni degli angoli LKD, EKD stanno come i coseni degl angoli L, E.

46. Dim. della prima parte. Poichè i due triangoli KDL, KDE sono rettangoli in D, si ha [giusta la formola XXII. del num. 43. con passare dai logaritmi ai numeri]. R: Sen. KL:: Sen. KLD: Sen. KD; e R: Sen. KE:: Sen. KED: Sen. KD: Onde R $\times$ Sen. KD $=$ Sen. KL $\times$ Sen. KLD, e R $\times$ Sen. KD $=$ Sen.KE $\times$ Sen. KED; che però sostituendo il secondo membro della prima equazione in luogo del primo della seconda, cui è eguale, si ha Sen. KL $\times$ Sen. KLD $=$ Sen KE $\times$ Sen. KED, conseguentemente Sen. KL: Sen. KED:: Sen. KE: Sen. KLD. Lo che si doveva in primo luogo dim. Il medesimo discorso si applichi al terzo angolo, e al suo lato opposto a qualunque degli altri due angoli, e suo lato opposto.

47. Dim. della seconda parte. Rispetto al triangolo KDL dalla formola X si ha R: Sen. DL:: Tang. DLK: Tang. KD, e rispetto al triangolo KDE si ha R: Sen. DE:: Tang. DEK: Tang. DK; e però R $\times$ Tang. KD $=$ Sen. DL $\times$ Tang.DLK, e R $\times$ Tang. DK $=$ Sen. DE $\times$ Tang. DEK; Onde Sen. DL $\times$ Tang. DLK $=$ Sen. DE $\times$ Tang. DEK, conseguentemente Sen. DL: Sen. DE:: Tang. DEK: Tang. DLK. O pure, perchè [pel num. 27. formola XXI. della Trigonom. piana], le tangenti stanno in ragione reciproca delle cotangenti, Sen. DL: Sen. DE:: Cot. DLK: Cot. DEK. Lo che si doveva in 2° luogo dim.

48. Dim. della terza parte. Negli stessi triangoli si ha giusta la formola I. R: Cos. KD:: Cos. DL: Cos. KL, e R: Cos. KD:: Cos. DE: Cos. KE; quindi Cos. DL: Cos. KL:: Cos. DE: Cos. KE, cioè Cos. DL: Cos. DE:: Cos. KL: Cos. KE. Lo che si doveva dimostrare in terzo luogo.

49. Dim. della quarta parte. Dai medesimi triangoli secondo la formola XX. Si deduce R: Cot. KD:: Cos. EKD: Cot. KE, e R: Cot. KD:: Cos. LKD: Cot. KL; conseguentemente Cos. EKD: Cos. LKD:: Cot. KE: Cot. KL, o sia, perchè [pel num. 27. formola XXI. della Trigonom. piana] le tangenti stanno in ragione reciproca delle cotangenti, Cos. EKD: Cos. LKD:: Tang. KL: Tang. KE. Lo che si doveva in 4° luogo dim.

50. Dim.

50. Dim. della quinta parte. Gli stessi triangoli a norma della formola XXI danno R: Cos. KD:: Sen. DKL: Cos. DLK, e R: Cos. KD:: Sen. EKD: Cos. KED; per lo che trovasi essere Sen. DKL: Sen. EKD:: Cos. DLK: Cos. KED. Lo che in 5° luogo si doveva dim.

51. Abbiamo preso il triangolo obliquangolo ELK, dentro cui cade la perpendicolare KD; per altro vale la stessa dimostrazione ancora rispetto al triangolo obliquangolo, in cui la perpendicolare abbassata da un angolo cada fuori del medesimo sul lato opposto prolungato, come per se è evidente.

COROLLARIO I.

52. Essendosi pertanto trovato al num. 48. Cos. DE: Cos. DL:: Cos. KE: Cos. KL, sarà pure Cos. DE + Cos. DL: Cos. DE — Cos. DL:: Cos. KE + Cos. KL: Cos. KE — Cos. KL; conseguentemente si avrà

$\text{Cot.} \frac{DE+DL}{2} : \text{Tang.} \frac{DE-DL}{2} :: \text{Cot.} \frac{KE+KL}{2} : \text{Tang.} \frac{KE-KL}{2}$, (lo che si raccoglie dalle formole VI, VII del num. 38. della Trigonom. piana, che moltiplicate insieme danno Cos. m + Cos. n: Cos. m — Cos. n:: r^2:

$\text{Tang.} \frac{m+n}{2} \times \text{Tang.} \frac{m-n}{2}$, o sia Cos. m + Cos. n: Cos. m — Cos. n::

$\frac{r^2}{\text{Tang.} \frac{m+n}{2}} : \text{Tang.} \frac{m-n}{2}$, e sostituendo in luogo di $\frac{r^2}{\text{Tang.} \frac{m+n}{2}}$ il suo valore,

che è $\text{Cot.} \frac{m+n}{2}$ [giusta la proporz. VII. del n. 26. della Trigon. piana], si ha per ultimo

$\text{Cos.} m + \text{Cos.} n : \text{Cos.} m - \text{Cos.} n :: \text{Cot.} \frac{m+n}{2} : \text{Tang.} \frac{m-n}{2}$), cioè la cotangente della metà della base sta alla tangente della metà della differenza dei segmenti della base, come la cotangente della metà della somma dei lati sta alla tangente della metà della loro differenza; o sia la cotangente della metà della base sta alla cotangente della metà della somma dei lati, come la tangente della metà della differenza dei segmenti della base sta alla tangente della metà della differenza dei lati: Onde perchè [pel numero 27. formola XXI. della Trigon. piana] le tangenti stanno in ragione reciproca delle cotangenti, se a queste si sostituiranno quelle, si avrà, come la tangente della meta della base sta alla tangente della metà della somma dei lati, così la tangente della metà della loro differenza sta alla tangente della metà della differenza dei segmenti della base.

COROLLARIO II.

53. Parimente essendosi trovato al num. 50. Sen. DKL: Sen. EKD:: Cos. DLK: Cos. KED, sarà eziandio Sen. DKL + Sen. EKD:

Sen. DKL — Sen. EKD :: Cof. DLK + Cof. KED: Cof. DLK — Cof. KED, e in confeguenza [a norma di quanto ho detto al num. 52.] fi avrà

$$\text{Tang.}\ \frac{DKL+EKD}{2} : \text{Tang.}\ \frac{DKL-EKD}{2} :: \text{Cot.}\ \frac{DLK+KED}{2}$$

$$\text{Tang.}\ \frac{DLK-KED}{2}.$$

54. Se di un triangolo obliquangolo EDK [Fig. 370.] fi prenderà DK per bafe, DE, EK fi diranno i lati, e quì fi offervi, che la differenza, che paffa tra il lato maggiore EK, e la metà della fomma dei tre lati è $\frac{1}{2}EK + \frac{1}{2}ED + \frac{1}{2}DK - EK = \frac{1}{2}ED + \frac{1}{2}DK - \frac{1}{2}EK$; e la differenza, che paffa tra il lato minore ED, e la metà della fomma dei tre lati è $\frac{1}{2}EK + \frac{1}{2}ED + \frac{1}{2}DK - ED = \frac{1}{2}EK + \frac{1}{2}DK - \frac{1}{2}ED$.

55. Teor. 2. In qualfivoglia triangolo sferico obliquangolo il prodotto fatto dai feni di due lati, e dal cofeno dell' angolo intercetto fra loro è eguale al prodotto fatto dal quadrato del raggio nel cofeno del terzo lato meno il prodotto fatto dai cofeni degli altri due lati, e dal raggio, cioè [Fig. 370.] rifpetto al triangolo KLE fi ha Sen. EL X Sen. EK X Cof. LEK = R² X Cof. LK — R X Cof. EK X Cof. EL.

56. Dim. Dal num. 26. proporz. I. della Trigon. piana fi ha 1°. [effendofi abbaffata dall' angolo K la perpendicolare KD] R : Cof. ED :: Tang. ED : Sen. ED; e dalla formola XXVI. del n. 43. della Trigon. piana fi ha 2°. R : Tang. EK :: Cof. LEK : Tang. ED; Onde moltiplicando i corrifpondenti termini di quefte due analogie, ne viene 3°. R² : Cof. ED X Tang. EK :: Tang. ED X Cof. LEK : Sen. ED X Tang. ED, da cui fi ha R² X Sen. ED X Tang. ED = Cof. ED X Tang. EK X Tang. ED X Cof. LEK, e però $\text{Sen. } ED = \frac{\text{Cof. } ED \times \text{Tang. } EK \times \text{Cof. } LEK}{R^2}$. In oltre il triangolo LEK fomminiftra [giufta il num. 48.] 4°. Cof. DL : Cof. ED :: Cof. LK : Cof. KE. Ma Cof. DL = Cof. $\overline{EL-ED}$ = [pel num. 31. proporz. IV. della Trigon. piana] $\text{Cof.}\ \frac{EL \times \text{Cof } ED + \text{Sen. } EL \times \text{Sen. } ED}{R}$; che però foftituendofi quefto valore nella precedente analogia quarta, effa diventa

5° $\text{Cof.}\ \frac{ED \times \text{Cof. } EL + \text{Sen. } EL \times \text{Sen. } ED}{R}$: Cof. ED :: Cof. LK : Cof. KE. Ora in vece del Sen. ED fi foftituifca il fuo valore poc' anzi ricavato dall' analogia terza, indi fi moltiplichino i termini eftremi, e i medj, e fi avrà

$\overline{\text{Cof. } ED \times \text{Cof. } EL \times R^2 + \text{Sen. } EL \times \text{Cof. } ED \times \text{Tang. } EK \times \text{Cof. } LEK} \times \text{Cof. } KE$ = Cof. ED X Cof. LK X R³, la quale equazione mediante il foftituire R X Sen. KE in

in luogo di Tang. KE $\times$ Cof. KE, cui è eguale (pel num. 26. proporz. I. della Trigon. piana), indi fare la divisione per R, e per Cof. ED, e trasportare il primo termine, diventa Sen. EL $\times$ Sen. EK $\times$ Cof. LEK $=$ R² $\times$ Cof. LK $-$ R $\times$ Cof. EK $\times$ Cof. EL. Lo che si doveva dim.

57. Se si farà R $=$ r, l'equazione sarà Sen. EL $\times$ Sen. EK $\times$ Cof. LEK $=$ Cof. LK $-$ Cof. EK $\times$ Cof. EL, conseguentemente si avrà Cof. LEK $=$

Cof. $\frac{\text{LK} - \text{Cof. EK} \times \text{Cof. EL}}{\text{Sen. EL} \times \text{Sen. EK}}$. Giusta le cose dette al num. 55., e seguenti della Trigonometria piana, e a norma di quanto si è detto all' Art. IV. Cap. VI. del I. Tomo, si trova il logaritmo del coseno di un cercato angolo con prevalersi di questa formola Cof. $m = \frac{\text{Cof. A} - \text{Cof. B} \times \text{Cof. C}}{\text{Sen. B} \times \text{Sen. C}}$, nella quale per più generalità fatto ho LEK $= m$, LK $=$ A, EK $=$ B, EL $=$ C. Sia A $=$ 43°, B $=$ 37°, C $=$ 28°. Sarà Cof. B $\times$ Cof. C lo stesso, che *l*. Cof. B $+$ *l*. Cof. C, cioè

9. 902349	log. del Cof. B.
9. 945935	log. del Cof. C.

Somma 9. 848284, che cercata tra i logaritmi dei seni, vi si trova corrispondere 44°. 50'. 31"

Si ha adunque 44°. 50'. 31" (P)
e complemento di A $=$ 47° (Q)

Quindi P $+$ Q $=$ 91°. 50'. 31",

e Q $-$ P $=$ 2°. 9'. 29", e però $\frac{P + Q}{2}$ $=$ 45°. 55'. 15",

$\frac{Q - P}{2}$ $=$ 1°. 4'. 44"

Si faccia adunque

9. 842392	log. del Coseno di 45°. 55'. 15"
8. 274930	log. del Seno di 1°. 4'. 44"
0. 301030	log. di 2
0. 220537	Complemento logaritmico del Seno di B
0. 328391	Complemento logaritmico del Seno di C

Somma 8. 967280 log. del Coseno di *m*; e però l'angolo *m* è di gradi 84°. 41'.

COROLLARIO.

58. Quindi perchè (facendosi $R = 1.$) si ha (giusta il num. 35. formola XII. della Trigon. piana) $2\,\overline{\text{Sen.}}^2\ \frac{1}{2}\,LEK = 1 - \text{Cos.}\,LEK$, se si sostituirà in questa equazione in luogo di Cos. LEK il suo valore trovato al num. 57., ne verrà

$$2\,\overline{\text{Sen.}}^2\ \frac{1}{2}\,LEK = \frac{\text{Sen.}\,EL \times \text{Sen.}\,EK + \text{Cos.}\,EK \times \text{Cos.}\,EL - \text{Cos.}\,LK}{\text{Sen.}\,EL \times \text{Sen.}\,EK} =$$

(pel numero 31. IV. della Trigonom. piana) $\dfrac{\text{Cos.}\,\overline{EK - EL} - \text{Cos.}\,LK}{\text{Sen.}\,EL \times \text{Sen.}\,EK}$: Onde (giusta il num. 38. formola IV. della Trigon. piana) si avrà $2.\,\overline{\text{Sen.}}^2\ \frac{1}{2}\,LEK =$

$$\frac{2 \times \sqrt{\text{Sen.}\,\overline{\tfrac{1}{2}EK - \tfrac{1}{2}EL + \tfrac{1}{2}LK} \times \text{Sen.}\,\overline{-\tfrac{1}{2}EK + \tfrac{1}{2}EL + \tfrac{1}{2}LK}}}{\text{Sen.}\,EL \times \text{Sen.}\,EK}$$

: che se si rimetterà di nuovo il valore del raggio, e togliendo il coefficiente 2, si metterà l' equazione in proporzione, ne verrà Sen. EL $\times$ Sen. EK:

$$\text{Sen.}\,\overline{\tfrac{1}{2}EK - \tfrac{1}{2}EL + \tfrac{1}{2}LK} \times \text{Sen.}\,\overline{-\tfrac{1}{2}EK + \tfrac{1}{2}EL + \tfrac{1}{2}LK} :: R^2 : \overline{\text{Sen.}}^2\ \tfrac{1}{2}\,LEK.$$

59. Queste due formole dei num. 57., e 58. vagliono per ciascuno degli angoli del triangolo sferico obliquangolo, del quale siano cogniti i lati; o pure vagliono pei lati, qualora siano dati gli angoli, nel qual caso sarà coerentemente al n. 19.

$$\text{Sen.}\,KLE \times \text{Sen.}\,LEK : \text{Cos.}\,\overline{\tfrac{1}{2}EKL - \tfrac{1}{2}KLE + \tfrac{1}{2}LEK} \times \text{Cos.}\,\overline{\tfrac{1}{2}EKL + \tfrac{1}{2}KLE - \tfrac{1}{2}LEK} :: R^2 : \overline{\text{Sen.}}^2\ \tfrac{1}{2}\,LE.$$

60. Quando le tre parti date nel calcolo de' triangoli sono, o tre lati, o tre angoli, ovvero delle tre parti date, e della cercata due a due siano opposte, in tal caso non è necessario condurre da un angolo al lato opposto la perpendicolare, lo che richiedesi negli altri casi, ne' quali se le tre parti date saranno contigue, bisognerà abbassare la perpendicolare, o dalla prima, o dalla terza per modo, che essa non passi per la parte cercata: Ma se delle tre parti date due solamente saranno contigue, la perpendicolare dovrà passare per la parte cercata.

61. La

61. La fig. 371. rappresenti in generale il triangolo, cui devesi applicare il calcolo, e del quale i tre lati sono A, B, C, e i tre angoli sono m, n, p, come nella stessa vedesi segnato. Quando da un angolo devesi abbassare la perpendicolare al lato opposto, i segmenti di questo lato si dicano β, δ, e l'angolo, da cui si abbassa la perpendicolare, restando diviso in due, si chiami ε l'angolo opposto al segmento β, e l'altr'angolo opposto al segmento δ si dica γ. Intenderemo sempre, che il segmento β sia contiguo al lato destro del triangolo, come se dall'angolo n si abbasserà la perpendicolare nD, sarà il segmento mD quello, che viene rappresentato dalla lettera β, conseguentemente D$p = \delta$.

Per maggior commodo soggiungo le formole per qualsivoglia combinazione nel calcolo del triangolo obliquangolo, quantunque ciò possa sembrare superfluo, potendo bastare le sole formole I, II, III, XIX, XXI, XXVIII, XXIX, XXX, XLVI, XLVIII, LV, LVIII.

62. Tavola che contiene la soluzione di tutti i casi possibili del triangolo obliquangolo.

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne'quali ciò, che si cerca deve essere minore di 90°.
m	B	[1] $l.$Sen.B $= l.$ Sen. $m + l.$Sen. C $- l.$Sen. p	Dubbio
p	A	Pel n. 43. form. XXIII. $l.$ Tang. $\beta = l.$Cos.$m + l.$ Tang. C $- l.$ R	Se tanto C, che m è $< 90°$
		Pel n. 45. 2°. $l.$ Sen. $\delta = l.$ Tang. $m + l.$ Sen $\beta - l.$ Tang. p	Se tanto p, che B è $< 90°$
		[2] A è eguale alla somma, o alla differenza de' segmenti β, δ secondo che m, p sono della stessa, o di differente spezie.	
C	n	Pel n. 43. form. XXIV. $l.$ Cot. $\varepsilon = l.$ Cos. C $+ l.$ Tang. $m - l.$ R	Se tanto C, che m è $< 90°$
		Pel n. 45. 5°. $l.$ Sen. $\gamma = l.$ Cos. $p + l.$ Sen. $\varepsilon - l.$ Cos. m	Se tanto B, che p è $< 90°$
		[3] n è eguale alla somma, o alla differenza di ε, γ secondo che m, p sono della stessa, o di diversa spezie.	

Quan-

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne'quali ciò, che si cerca deve essere minore di 90°
p	C	[4] $l.\text{Sen.}\,C = l.\text{Sen.}\,p + l.\text{Sen.}\,B - l.\text{Sen.}\,m$	Dubbio
	A	Pel n. 43. form. XXIII. $l.\text{Tang.}\,\delta = l.\text{Cos.}\,p + l.\text{Tang.}\,B - l.R$	Se tanto B, che p è $< 90^\circ$
m		Pel n. 45. 2°. $l.\text{Sen.}\,\beta = l.\text{Tang.}\,p + l.\text{Sen.}\,\delta - l.\text{Tang.}\,m$	Se tanto C, che m è $< 90^\circ$
B		[5] A è eguale alla somma, o alla differenza di β δ secondo che m, p sono della stessa, o di diversa spezie.	
		Pel n. 43. form. XXIV. $l.\text{Cot.}\,\gamma = l.\text{Cos.}\,B + l.\text{Tang.}\,p - l.R$	Se tanto B, che p è $< 90^\circ$
B	n	Pel n. 45. 5°. $l.\text{Sen.}\,\epsilon = l.\text{Cos.}\,m + l.\text{Sen}\,\gamma - l.\text{Cos.}\,p$	Se tanto C, che m è $< 90^\circ$
		[6] n è eguale alla somma, o alla differenza di ϵ, γ secondo che m, p sono della stessa, o di diversa spezie.	
p	C	[7] $l.\text{Sen.}\,C = l.\text{Sen.}\,p + l.\text{Sen.}\,A - l.\text{Sen.}\,n$	Dubbio
		Pel n. 43. form. XXIII. $l.\text{Tang.}\,\beta = l.\text{Cos.}\,p + l.\text{Tang.}\,A - l.R$	Se tanto A, che p è $< 90^\circ$
n	B	Pel n. 45. 2°. $l.\text{Sen.}\,\delta = l.\text{Tang.}\,p + l.\text{Sen.}\,\beta - l.\text{Tang.}\,n$	Se tanto C, che n è $< 90^\circ$
		[8] B è eguale alla somma, o alla differenza di β, δ secondo che p, n sono della stessa, o di diversa spezie.	
		Pel n. 43. form. XXIV. $l.\text{Cot.}\,\epsilon = l.\text{Cos.}\,A + l.\text{Tang.}\,p - l.R$	Se tanto A, che p è $< 90^\circ$
A	m	Pel n. 45. 5°. $l.\text{Sen.}\,\gamma = l.\text{Cos.}\,n + l.\text{Sen.}\,\epsilon - l.\text{Cos.}\,p$	Se tanto C, che n è $< 90^\circ$
		[9] m è eguale alla somma, o alla differenza di ϵ, γ secondo che p, n sono della stessa, o di diversa spezie.	

Quan-

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne' quali ciò, che si cerca deve essere minore di 90°
n	A	[10] *l*.Sen. A = *l*.Sen. *n* + *l*. Sen. C — *l*.Sen. *p*	Dubbio
		Pel n. 43. form. XXIII. *l*. Tang. δ = *l*. Cos. *n* + *l*. Tang. C — *l*. R	Se tanto C, che *n* è < 90°
p	B	Pel n. 45. 2°. *l*. Sen. β = *l*. Tang. *n* + *l*. Sen. δ — *l*. Tang. *p*	Se tanto A, che *n* è < 90°
		[11] B è eguale alla somma, o alla differenza di β, δ secondo che *p*, *n* sono della stessa, o di diversa spezie.	
		Pel. n. 43. form. XXIV. *l*. Cot. γ = *l*. Cos. C + *l*. Tang. *n* — *l*. R	Se tanto C, che *n* è < 90°
C	*m*	Pel n. 45. 5°. *l*. Sen. ε = *l*. Cos. *p* + *l*. Sen. γ — *l*. Cos. *n*	Se tanto A, che *p* è < 90°
		[12] *m* è eguale alla somma, o alla differenza di ε, γ secondo che *p*, *n* sono della stessa, o di diversa spezie.	
n	A	[13] *l*.Sen. A = *l*.Sen. *n* + *l*.Sen. B — *l*.Sen. *m*	Dubbio
		Pel n. 43. form. XXIII. *l*. Tang. β = *l*. Cos. *n* + *l*. Tang. B — *l*. R	Se tanto B, che *n* è < 90°
m	C	Pel n. 45. 2°. *l*. Sen. δ = *l*. Tang. *n* + *l*. Sen. β — *l*. Tang. *m*	Se tanto A, che *m* è < 90°
		[14] C è eguale alla somma, o alla differenza di β, δ secondo che *m*, *n* sono della stessa, o di diversa spezie.	
		Pel n. 43. form. XXIV. *l*. Cot. ε = *l*. Cos. B + *l*. Tang. *n* — *l*. R	Se tanto B, che *n* è < 90°
B	*p*	Pel n. 45. 5°. *l*. Sen. γ = *l*. Cos. *m* + *l*. Sen. ε — *l*. Cos. *n*	Se tanto A, che *m* è < 90°
		[15] *p* è eguale alla somma, o alla differenza di ε, γ secondo che *m*, *n* sono della stessa, o di diversa spezie.	
m	B	[16] *l*.Sen. B = *l*.Sen. *m* + *l*.Sen. A — *l*. Sen. *n*	Dubbio
		Pel n. 43. form. XXIII. *l*. Tang. δ = *l*. Cos. *m* + *l*. Tang. A — *l*. R	Se tanto A, che *m* è < 90°
n	C	Pel n. 45. 2°. *l*. Sen. β = *l*. Tang. *m* + *l*. Sen. δ — *l*. Tang. *n*	Se tanto B, che *n* è < 90°
		[17] C è eguale alla somma, o alla differenza di β δ secondo che *m*, *n* sono della stessa, o di diversa spezie.	
		Pel n. 43. form. XXIV. *l*. Cot γ = *l*. Cos. A + *l*. Tang. *m* — *l*. R	Se tanto A, che *m* è < 90°
A	*p*	Pel n. 45. 5°. *l*. Sen. ε = *l*. Cos. *n* + *l*. Sen γ — *l*. Cos. *m*	Se tanto B, che *n* è < 90°
		[18] *p* è eguale alla somma, o alla differenza di ε, γ secondo che *m*, *n* sono della stessa, o di diversa spezie.	

Quan-

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne'quali ciò, che si cerca deve essere minore di 90°
n	B	Pel n. 43. form. XXIV. $l.$ Cot. ε = $l.$ Cos. C + $l.$ Tang. m — $l.$ R Secondo la posizione della perpendicolare si troverà γ eguale alla somma, o alla differenza di ε, n [19] Pel n. 45. 4°. $l.$ Cot. B = $l.$ Cos. γ + $l.$ Cot. C — $l.$ Cos. ε	Se tanto C, che m è $<90°$ Se γ, e m sono della stessa spez.
m	A	Pel n. 43. form. XXIV. $l.$ Cot. γ = $l.$ Cos. C + $l.$ Tang. n — $l.$ R Secondo la posizione della perpendicolare si trova ε eguale alla somma, o alla differenza di γ, m [20] Pel n. 45. 4°. $l.$ Cot. A = $l.$ Cos. ε + $l.$ Cot. C — $l.$ Cos. γ	Se tanto C, che n è $<90°$ Se ε, ed n son della stessa spez.
C	p	Pel n. 43. form. XXIV. $l.$ Cot. ε = $l.$ Cos. C + $l.$ Tang. m — $l.$ R Secondo la posizione della perpendicolare si troverà γ eguale alla somma, o alla differenza di ε, n [21] Pel n. 45. 5°. $l.$ Cos. p = l Sen. γ + $l.$ Cos. m — $l.$ Sen. ε	Se tanto C, che m è $<90°$ Se ε $<n$, ed m $<90°$
m	C	Pel n. 43. form. XXIV. $l.$ Cot. ε = $l.$ Cos. A + $l.$ Tang. p — $l.$ R Secondo la posizione della perpendicolare si troverà γ eguale alla somma, o alla differenza di m, ε [22] Pel n. 45. 4°. $l.$ Cot. C = $l.$ Cot. γ + $l.$ Cot. A — $l.$ Cos. ε	Se tanto A, che p è $<90°$ Se γ, p sono della stessa spez.
p	B	Pel n. 43. form. XXIV. $l.$ Cot. γ = $l.$ Cos. A + $l.$ Tang. m — l R Secondo la posizione della perpendicolare si troverà ε eguale alla somma, o alla differenza di γ, p [23] Pel n. 45. 4°. $l.$ Cot. B = $l.$ Cos. ε + $l.$ Cot. A — $l.$ Cos. γ	Se tanto A, che m è $<90°$ Se ε, m sono della stessa spez.
A	n	Pel n. 43. form. XXIV. $l.$ Cot. ε = $l.$ Cos. A + $l.$ Tang. p — $l.$ R Secondo la posizione della perpendicolare si troverà γ eguale alla somma, o alla differenza di ε, m [24] Pel n. 45. 5°. $l.$ Cos. n = $l.$ Sen. γ + $l.$ Cos. p — $l.$ Sen. ε	Se tanto A, che p è $<90°$ Se ε $<m$, e p $<90°$

Quan-

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne'quali ciò, che si cerca, deve essere minore di 90°
p	A	Pel n. 43. form. XXIV. l.Cot.ε = l.Cos.B + l.Tang.n — l.R Secondo la posizione della perpendicolare si troverà γ eguale alla somma, o alla differenza di p, ε [25] Pel n.45.4°. l.Cot.A = l.Cos.γ + l.Cot.B — l.Cos.ε	Se tanto B, che n è < 90° Se γ, n sono della stessa spezie
n	C	Pel. n. 43. form. XXIV. l.Cot.γ = l.Cos.B + l.Tang.p — l.R Secondo la posizione della perpendicolare si troverà ε eguale alla somma, o alla differenza di γ, n [26] Pel n.45.4°. l.Cot.C = l.Cos.ε + l.Cot.B — l.Cos.γ	Se tanto B, che p è < 90° Se ε, p sono della stessa spez.
B	m	Pel n. 43. form. XXIV. l.Cot.ε = l.Cos.B + l.Tang.n — l.R Secondo la posizione della perpendicolare si troverà γ eguale alla somma, o alla differenza di ε, p [27] Pel n.45.5°. l.Cos.m = l.Sen.γ + l.Cos.n — l.Sen.ε	Se tanto B, che n è < 90° Se ε < p, ed n < 90°
A	n	[28] l.Sen.n = l.Sen.A + l.Sen.p — l.Sen.C	Dubbio
C	m	Pel n. 43. form. XXIV. l.Cot.ε = l.Cos.A + l.Tang.p — l.R Pel n.45.4°. l.Cos.γ = l.Tang.A + l.Cos.ε — l.Tang.C [29] m è eguale alla somma, o alla differenza di ε, γ secondo che A, C sono della stessa, o di diversa spezie.	Se tanto A, che p è < 90° Se tanto C, che p è < 90°
p	B	Pel n. 43. form. XXIII. l.Tang.β = l.Tang.A + l.Cos.p — l.R Pel n. 45. 3°. l.Cos.δ = l.Cos.C + l.Cos.β — l.Cos.A [30] B è eguale alla somma, o alla differenza di β δ secondo che A, C sono della stessa, o di diversa spezie.	Se tanto A, che p è < 90° Se tanto C, che p è < 90°

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Caſi ne'quali ciò, che ſi cerca, deve eſſere minore di 90°
B	m	[31] $l.\text{Sen.}\,m = l.\text{Sen.}\,B + l.\text{Sen.}\,n - l.\text{Sen.}\,A$	Dubbio
A	p	Pel n. 43. form. XXIV. $l.\text{Cot.}\,\epsilon = l.\text{Coſ.}\,B + l.\text{Tang.}\,n - l.R$	Se tanto B, che n è $< 90°$
		Pel n. 45. 4°. $l.\text{Coſ.}\,\gamma = l.\text{Tang.}\,B + l.\text{Coſ.}\,\epsilon - l.\text{Tang.}\,A$	Se tanto A, che n è $< 90°$
		[32] p è eguale alla ſomma, o alla differenza di ϵ, γ ſecondo che B, A ſono della ſteſſa, o di diverſa ſpezie.	
n	C	Pel n. 43. form. XXIII. $l.\text{Tang.}\,\beta = l.\text{Tang.}\,B + l.\text{Coſ.}\,n - l.R$	Se tanto B, che p n è $< 90°$
		Pel n. 45. 3°. $l.\text{Coſ.}\,\delta = l.\text{Coſ.}\,A + l.\text{Coſ.}\,\beta - l.\text{Coſ.}\,B$	Se tanto A, che n è $< 90°$
		[33] C è eguale alla ſomma, o alla differenza di β, δ ſecondo che B, A ſono della ſteſſa, o di diverſa ſpezie.	
C	p	[34] $l.\text{Sen.}\,p = l.\text{Sen.}\,C + l.\text{Sen.}\,m - l.\text{Sen.}\,B$	Dubbio
B	n	Pel n. 43. form. XXIV. $l.\text{Cot.}\,\epsilon = l.\text{Coſ.}\,C + l.\text{Tang.}\,m - l.R$	Se tanto C, che m è $< 90°$
		Pel n. 45. 4°. $l.\text{Coſ.}\,\gamma = l.\text{Tang.}\,C + l.\text{Coſ.}\,\epsilon - l.\text{Tang.}\,B$	Se tanto B, che m è $< 90°$
		[35] n è eguale alla ſomma, o alla differenza di ϵ, γ ſecondo che C, B ſono della ſteſſa, o di diverſa ſpezie.	
m	A	Pel n. 43. form. XXIII. $l.\text{Tang.}\,\beta = l.\text{Tang.}\,C + l.\text{Coſ.}\,m - l.R$	Se tanto C, che m è $< 90°$
		Pel n. 45. 3°. $l.\text{Coſ.}\,\delta = l.\text{Coſ.}\,B + l.\text{Coſ.}\,\beta - l.\text{Coſ.}\,C$	Se tanto B, che m è $< 90°$
		[36] A è eguale alla ſomma, o alla differenza di β, δ ſecondo che C, B ſono della ſteſſa, o di diverſa ſpezie.	

Quan.

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne' quali ciò, che si cerca, deve essere minore di 90°
C	*p*	[37] *l*.Sen.*p* = *l*.Sen.C + *l*.Sen.*n* — *l*. Sen.A	Dubbio
A	*m*	Pel n. 43. form. XXIV. *l*. Cot. γ = *l*.Cos. C + *l*. Tang. *n* — *l*. R Pel n. 45. 4°. *l*. Cos. ε = *l*. Tang. C + *l*. Cos. γ — *l*. Tang. A [38] *m* è eguale alla somma, o alla differenza di ε, γ secondo che C, A sono della stessa, o di diversa spezie.	Se tanto C, che *n* è < 90° Se tanto A, che *n* è < 90°
n	B	Pel n. 43. form. XXIII. *l*. Tang. δ = *l*. Tang. C + *l*. Cos. *n* — *l*. R Pel n. 45. 3°. *l*. Cos. β = *l*. Cos. A + *l*. Cos. δ — *l*. Cos. C [39] B è eguale alla somma, o alla differenza di β, δ secondo che A, C sono della stessa, o di diversa spezie.	Se tanto C, che *n* è < 90° Se tanto A, che *n* è < 90°
A	*n*	[40] *l*.Sen.*n* = *l*.Sen.A + *l*.Sen.*m* — *l*. Sen.B	Dubbio
B	*p*	Pel n. 43. form. XXIV. *l*. Cot. γ = *l*. Cos. A + *l*. Tang. *m* — *l*. R Pel n. 45. 4°. *l*. Cos. ε = *l*. Tang. A + *l*. Cos. γ — *l*. Tang. B [41] *p* è eguale alla somma, o alla differenza di ε, γ secondo che A, B sono della stessa, o di diversa spezie.	Se tanto A, che *m* è < 90° Se tanto B, che *m* è < 90°
m	C	Pel n. 43. form. XXIII. *l*. Tang. δ = *l*. Tang. A + *l*. Cos. *m* — *l*. R Pel n. 45. 3°. *l*. Cos. β = *l*. Cos. B + *l*. Cos. δ — *l*. Cos. A [42] C è eguale alla somma, o alla differenza di β, δ secondo che A, B sono della stessa, o di diversa spezie.	Se tanto A, che *m* è < 90° Se tanto B, che *m* è < 90°

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Caſi ne'quali ciò, che ſi cerca, deve eſſere minore di 90°
B	m	[43] $l.\text{Sen.}m = l.\text{Sen.B} + l.\text{Sen.}p - l.\text{Sen.C}$	Dubbio
C	n	Pel n. 43. form. XXIV. $l.\text{Cot.}\,\gamma = l.\text{Coſ.B} + l.\text{Tang.}p - l.\text{R}$	Se tanto B, che p è $< 90°$
		Pel n. 45. 4°. $l.\text{Coſ.}\,\varepsilon = l.\text{Tang.B} + l.\text{Coſ.}\,\gamma - l.\text{Tang.C}$	Se tanto C, che p è $< 90°$
		[44] n è eguale alla ſomma, o alla differenza di ε, γ ſecondo che B, C ſono della ſteſſa, o di diverſa ſpezie.	
p	A	Pel n. 43. form. XXIII $l.\text{Tang.}\,\delta = l.\text{Tang.B} + l.\text{Coſ.}p - l.\text{R}$	Se tanto B, che p è $< 90°$
		Pel n. 45. 3°. $l.\text{Coſ}\,\beta = l.\text{Coſ.C} + l.\text{Coſ}\,\delta - l.\text{Coſ.B}$	Se tanto C, che p è $< 90°$
		[45] A è eguale alla ſomma, o alla differenza di β, δ ſecondo che B, C ſono della ſteſſa, o di diverſa ſpezie.	
A	p	Pel n. 43. form. XXIII. $l.\text{Tang.}\,\beta = l.\text{Tang.C} + l.\text{Coſ.}m - l.\text{R}$	Se tanto C, che m è $< 90°$
		Secondo la poſizione della perpendicolare ſi troverà δ eguale alla ſomma, o alla differenza di β, A	
		[46] Pel n. 45. 2°. $l.\text{Tang.}p = l.\text{Sen.}\,\beta + l.\text{Tan.}m - l.\text{Sen}\,\delta$	Se tanto C, che m è $< 90°$
C	n	Pel n. 43. form. XXIII $l.\text{Tang.}\,\delta = l.\text{Tang.A} + l.\text{Coſ.}m - l.\text{R}$	Se tanto A, che m è $< 90°$
		Secondo la poſizione della perpendicolare ſi troverà β eguale alla ſomma, o alla differenza di δ, C	
		[22] Pel n. 45. 2° $l.\text{Tang.}n = l.\text{Sen.}\,\delta + l.\text{Tan.}m - l.\text{Sen.}\,\beta$	Se tanto A, che m è $< 90°$
m	B	Sia $C < A$, nel qual caſo ſi abbaſſi la perpendicolare dall' angolo n.	
		Pel n. 43. form. XXIII. $l.\text{Tang.}\,\beta = l.\text{Tang.C} + l.\text{Coſ.}m - l\ \text{R}$	Se tanto C, che m è $< 90°$
		Secondo la poſizione della perpendicolare ſi troverà δ eguale alla ſomma, o alla differenza di A, β	
		[48] Pel n. 45. 3°. $l.\text{Coſ.B} = l.\text{Coſ.}\,\delta + l.\text{Coſ.C} - l.\text{Coſ.}\,\beta$	Se tanto C, che m è $< 90°$

Quan-

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne' quali ciò, che si cerca, deve essere minore di 90°
C	m	Pel n. 43. form. XXIII. $l.\mathrm{Tang}.\beta = l.\mathrm{Tang}.B + l.\mathrm{Cos}.n - l.R$	Se tanto B, che n è $< 90°$
		Secondo la posizione della perpendicolare si troverà δ eguale alla somma, o alla differenza di β, C	
		[49] Pel n. 45. 2°. $l.\mathrm{Tang}.m = l.\mathrm{Sen}\,\beta + l.\mathrm{Tan}.n - l.\mathrm{Sen}.\delta$	Se tanto B, che n è $< 90°$
B	p	Pel n. 43. form. XXIII. $l.\mathrm{Tang}.\delta = l.\mathrm{Tang}\,C + l.\mathrm{Cos}.n - l.R$	Se tanto C, che n è $< 90°$
		Secondo la posizione della perpendicolare si troverà β eguale alla somma, o alla differenza di δ, B	
		[50] Pel n. 45. 2°. $l.\mathrm{Tang}.p = l.\mathrm{Sen}.\delta + l.\mathrm{Tan}.n - l.\mathrm{Sen}.\beta$	Se tanto C, che n è $< 90°$
n	A	Sia $B < C$, nel qual caso si abbassi la perpendicolare dall'angolo p	
		Pel n. 43. form. XXIII. $l.\mathrm{Tang}\,\beta = l.\mathrm{Tang}.B + l.\mathrm{Cos}.n - l.R$	Se tanto B, che n è $< 90°$
		Secondo la posizione della perpendicolare si trova δ eguale alla somma, o alla differenza di C, β	
		[51] Pel n. 45. 3°. $l.\mathrm{Cos}.A = l.\mathrm{Cos}.\delta + l.\mathrm{Cos}.B - l.\mathrm{Cos}.\beta$ [a]	Se tanto B, che n è $< 90°$

Quan-

(a) XII. *Prob. Dato di posizione il luogo, da cui deve partire una Nave, e il luogo, cui deve arrivare, cercasi la distanza, che passa fra questi due luoghi, e il Rombo, che deve seguire la Nave.*

XIII. *Risol. Il luogo di partenza sia il Capo di Buona-Speranza, che trovasi a* 36°. 4'. *di longitudine, e* 33°. 55' *di latitudine Australe, e il luogo d'arrivo sia il Rio-Janeiro, che si trova a* 334°. 49' *di longitudine, e* 22°. 54' *di latitudine Australe. La figura* 377. ENQP *rappresenti un Emisfero del globo terrestre, su cui sono situati i due luoghi già detti.* EQ *sia l'Equatore;* N *il polo Settentrionale, e* P *l'Australe. Sia in* C *il Capo di Buona-Speranza, per cui si faccia passare il meridiano* NCP, *e in* R *il Rio Janeiro, per cui pure si faccia passare il meridiano* NRP. *Sarà* RP *il complemento della latitudine del Rio Janeiro, e* PC *il complemento della latitudine del Capo di Buona-Speranza: In oltre è cognito l'angolo* RPC *formato dai meridiani, che passano pei due detti luoghi, come quello, che viene misurato dalla differenza delle loro longitudini. Si immagini adunque un arco* RC *di cerchio massimo, che passi pei suddetti luoghi, e si avrà il triangolo sferico obliquangolo* RPC, *di cui è noto il lato* PR *di* 67°. 6', *il lato* PC *di* 56°. 5, *e l'angolo* RPC *di* 61°. 15'. *Se si troverà pertanto il lato* RC, *egli somministrerà il numero di gradi del cerchio massimo, che misura la distanza de' due luoghi proposti, e in conseguenza il numero*

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO	Casi ne' quali ciò, che si cerca, deve essere minore di 90°
B	n	Pel n. 43. form. XXIII. $l.\text{Tang.}\,\beta = l.\text{Tang.}\,A + l.\text{Cos.}\,p - l.R$	Se tanto A, che p è $< 90°$
		Secondo la posizione della perpendicolare si trova δ eguale alla somma, o alla differenza di β, B.	
		[52] Pel n. 45. 2°. $l.\text{Tang.}\,n = l.\text{Sen.}\,\beta + l.\text{Tan.}\,p - l.\text{Sen.}\,\delta$	Se tanto A, che p è $< 90°$
A	m	Pel n. 43. form. XXIII. $l.\text{Tang.}\,\delta = l.\text{Tang.}\,B + l.\text{Cos.}\,p - l.R$	Se tanto B, che p è $< 90°$
		Secondo la posizione della perpendicolare si trova β eguale alla somma, o alla differenza di δ, A.	
		[53] Pel n. 45. 2°. $l.\text{Tang.}\,m = l.\text{Sen}\,\delta + l.\text{Tan.}\,p - l.\text{Sen.}\,\beta$	Se tanto B, che p è $< 90°$
p	C	Sia $A < B$, nel qual caso si abbassi la perpendicolare dall' angolo m.	
		Pel n. 43. form. XXIII. $l.\text{Tang.}\,\beta = l.\text{Tang.}\,A + l.\text{Cos.}\,p - l.R$	Se tanto A, che p è $< 90°$
		Secondo la posizione della perpendicolare si trova δ eguale alla somma, o alla differenza di β, B.	
		[54] Pel n. 45. 3°. $l.\text{Cos.}\,C = l.\text{Cos}\,\delta + l.\text{Cos.}\,A - l.\text{Cos.}\,\beta$	Se tanto A, che p è $< 90°$

Quan-

---

delle miglia del viaggio da farsi. L'angolo poi PCR, *il quale determina l' obliquità del cammino* CR *per rapporto al meridiano* CP, *è il Rombo del vento, che bisogna prendere nel partire dal Capo di Buona-Speranza per andare al Rio Janeiro.*

XIV. *Ora si troverà il lato* RC *mediante questa formola* [51], *intendendosi però prima abbassato l'arco perpendicolare* Cd *dall' estremità* C *del lato più piccolo cognito sopra il lato più grande* RP. *Ecco il Calcolo*

	10. 172376	*Log. della tangente di* 56°. 5′
	9. 684430	*Log. del coseno di* 61°. 5′
Somma	19. 856806	
	10. 000000	*Log. del raggio*

Residuo 9. 856806, *cui corrisponde nelle Tavole* 35°. 43′. *circa, che è il valore dell arco* Pd. *Se pertanto si leverà* 35°. 43′ *da* 67°. 6′, *resterà* 31°. 23′. *Si faccia pertanto*

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO
A	p	[55] Pel n. 58. $l.\text{Sen.}\frac{1}{2}p = \frac{2l.R + l.\text{Sen.}\overline{\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}C} + l.\text{Sen.}\overline{\frac{1}{2}B - \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}C} - l.\text{Sen.}A - l.\text{Sen.}B}{2}$ (b)
B	m	[56] Pel n. 58. $l.\text{Sen.}\frac{1}{2}m = \frac{2l.R + l.\text{Sen.}\overline{\frac{1}{2}C - \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B} + l.\text{Sen.}\overline{\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}B} - l.\text{Sen.}A - l.\text{Sen.}C}{2}$
C	n	[57] Pel n. 58. $l.\text{Sen.}\frac{1}{2}n = \frac{2l.R + l.\text{Sen.}\overline{\frac{1}{2}B - \frac{1}{2}C + \frac{1}{2}A} + l.\text{Sen.}\overline{\frac{1}{2}C - \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}A} - l.\text{Sen.}C - l.\text{Sen.}B}{2}$

Quan-

---

	9. 931306	*Log. del Coseno di* 31°. 23′
	9. 746624	*Log. del Coseno di* 56°. 5′
Somma	19. 677930	
	9. 909510	*Log. del Coseno di* 35°. 43′
Residuo	9. 768420	*Log. del Coseno della distanza cercata* RC,

cui corrisponde nelle Tavole 54°. 4′, *e però il viaggio cercato* RC *è di* 3244. *miglia.*

(b) XV. *Ora passo a cercare l'angolo* PCR, *o sia il Rombo del vento mediante questa formola* [55]. *Ecco il Calcolo*

PR	67°. 6′		
PC	56°. 5′	9. 919000	*Log. del seno di* 56°. 5′
CR	54°. 4′	9. 908324	*Log. del seno di* 54°. 4′
Somma	177°. 15′	19. 827324	*Somma*
Metà	88°. $37\frac{1}{2}$		

Quant. date	Quant. cercate	CALCOLO
p	C	[58] Pel n. 59. $l.\text{Cof.}\,\frac{1}{2}C = \dfrac{2l.R + l.\text{Cof.}\,\overline{\frac{1}{2}p - \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}n} + l.\text{Cof.}\,\overline{\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}m - \frac{1}{2}n} - l.\text{Sen.}m - l.\text{Sen.}n}{1}$
m	B	[59] Pel n. 59. $l.\text{Cof.}\,\frac{1}{2}B = \dfrac{2l.R + l.\text{Cof.}\,\overline{\frac{1}{2}m - \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}n} + l.\text{Cof.}\,\overline{\frac{1}{7}m + \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}n} - l.\text{Sen.}n - l.\text{Sen.}p}{2}$
n	A	[60] Pel n. 59. $l.\text{Cof.}\,\frac{1}{2}A = \dfrac{2l.R + l.\text{Cof.}\,\overline{\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}p} + l.\text{Cof.}\,\overline{\frac{1}{2}n + \frac{1}{2}m - \frac{1}{2}p} - l.\text{Sen.}m - l.\text{Sen.}p}{2}$

Primo eccesso $32^\circ.\ 32'\frac{1}{2}$ *suo logaritmo* 9. 730712

Secondo eccesso $34^\circ.\ 33'\frac{1}{2}$ *suo logaritmo* 9. 753770

39. 484482 *somma*, *alla di cui caratteristica si è aggiunto* 20.

Somma dei log. dei seni di PC, *e* CR 19. 827324

Residuo 19. 657158

Metà 9. 828579, *che è il logaritmo del seno di* $42^\circ.\ 22'$, *il di cui doppio* $84^\circ.\ 44'$ *dà l'angolo* PCR, *o sia il Rombo cercato, che è* O$\frac{1}{4}$ SO 6° O

IL FINE DEL TERZO TOMO.

TA-

TAVOLE

DEI LOGARITMI

DEI NUMERI NATURALI

Da 1. fino a 20000.

DEI SENI, TANGENTI, E SECANTI,

E DEI LOGARITMI

DEI SENI, E DELLE TANGENTI.

ERRORI.	CORREZIONI.
Pag. 4 l. 22. nelle note: *la retta* GH	*la retta* OH
8 l. 26. la perpendicolare AC,	la perpendicolare VZ
9 l. 1. RZ ſia maggiore dell' obliqua AG, ancora la VR	VR ſia maggiore dell' obliqua AG, ancora la RZ
—— l. 13. della retta	della retta AC
—— l. 22. AB + BD	AB+BC
—— l. 38. $AC+BC<AD+BD$	$AC+BC>AD+BD$
16 l. 1. riſpetto alla linea retta	riſpetto alla linea retta perpendicolare
19 l. 9. la AB in E	la AB in X
28 l. 5. nelle note: *ſi prenda il punto* T.	*ſi prenda il punto* T. (Fig. *69.*)
—— l. 11. nelle note: BG	BC
31 l. 20. EAD	FAD
—— l. 28. (Fig. 45.)	(Fig. 43.)
33 l. 2. del circolo FCEX	del circolo FDEX
—— l. 3. uddetta	ſuddetta
35 l. 1. nelle note. XXVI.	XXXVI.
—— l. 21. LXVIII.	LXIX.
52 l. penult. ABDC	AB, DC
55 l. 1. nelle note: *mediante il num.* XIV.	*mediante il num.* XXXIV.
56 l. 3. (Fig. 67.)	(Fig. 97.)
74 l. 2. (Fig. 110, 111.)	(Fig. 137. 138.)
84 l. 9. nella ſteſſa parte aggiunta ec.	Nella ſteſſa parte aggiunta più il quadrato della parte intermedia eguale ec.
99 l. 14. AE :: ED	AE : ED
104 l. 34. ABCD	ABCD, QRVZ
112 l. 2. *ragioni, o proporzioni*	*ragioni, e proporzioni*
174 l. 9. paralleli ſono	paralleli, ſono
227 l. 10. *trovate*	*trovare*
232 l. 2. (F. 1.)	(Fig. 348.)
—— l. 6. $\frac{c}{2} - m$	$\frac{t}{2} - m$
239 l. 14. (dalla XIV.)	(dalla XIV.) =
264. l. 6. *r* (6)	*t* (6)

Nel Libro II. s' è replicata la Parte VII., che dev' eſſere l' VIII., e in ſeguito l' VIII. deve eſſere la IX. ec. S' è laſciato paſſare anche nell' Indice, non eſſendo queſt' errore importante.

Le Tavole ſono corrette eſattiſſimamente; atteſochè, oltre le prime ſolite correzioni ſi ſono rivedute attentamente le prove del Torchio, e dopo terminatane l' edizione ſi ſono ſcrupoloſamente ripaſſate e corretti copia per copia alcuni piccoli errori, che in tanta quantità di cifre è difficiliſſimo potere ſchivare. Non oſtante tutte queſte diligenze, ſe ne' Logaritmi de' numeri naturali, e in quelli de' Seni, e delle Tangenti qualche notabile errore foſſe traſcorſo, e da qualcuno poteſſe eſſere rilevato, viene egli pregato a parteciparlo all' Autore, o all' Editore, per avviſarne il Pubblico. In ricompenſa poi di tale attenzione ſe gli farà tenere una Copia di queſte Tavole ſeparate però dal reſto dell' Opera.

*

Settentrione
Ponente
Levante
Mezzo giorno
Fig. 4
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19
Fig. 22
Fig. 24
Fig. 25
Fig. 26

Parti eguali
Piani
Poligoni
Fig. 126 n.° 1.°
Corde
Solidi
metalli
Fig. 126 n.° 2.°
Fig. 131
Fig. 132
Fig. 136
Fig. 137
Fig. 138
Fig. 139
Fig. 140
Fig. 141

Fig. 242
Fig. 243
Fig. 244
245
Fig. 246
Fig. 247
Fig. 248
Fig. 250
Fig. 251
Fig. 252
Fig. 253
Fig. 256
Fig. 258
Fig. 259
Fig. 260

Fig. 308
Fig. 309
Fig. 310
Fig. 311
Fig. 317
Fig. 318
Fig. 319
Fig. 321
Fig. 323
Fig. 336
Fig. 320
Fig. 327
Fig. 328
Fig. 335
Fig. 337
Fig. 344
Fig. 345
Fig. 346
Fig. 347

Fig. 352
Fig. 353
Fig. 354
Fig. 356
Fig. 368
Fig. 359
Fig. 362
Fig. 371
Fig. 361
Fig. 376
Fig. 374
Fig. 364
la latitudine di
gra: 44, 38'
Fig. 360
Fig. 372